

УДК 539.3

Можаровський В. В., д. т. н., проф.,
Москалева М. В.

Реалізація розрахунку згинних деформацій зубів зубчастих коліс з композитів

Гомельський державний університет
ім. Ф. Скорини, 246019, м. Гомель, вул.
Советская, 104, e-mail: mozh@gsu.by

V. V. Mozharovsky, Dr. Sci. (Tech.), Prof.,
M. V. Moskaleva

Realization of calculation of bended deformations of teeth of gear wheels from composites

Francisk Skorina Gomel State University, 246019,
Gomel, Sovetskaya str., 104
e-mail: mozh@gsu.by

В роботі розглядається реалізація розрахунку згинних деформацій зубів зубчастих коліс з композитів. Для вирішення розглянутих завдань (розрахунку напружено-деформованого стану) розроблена автоматизована методика і створений програмний модуль. Досліджується згинна деформація зуба зубчастого колеса з волокнистого матеріалу з анізотропними властивостями, що знаходиться під дією зосередженої сили в різних характерних точках на поверхні зуба. Для розрахунку деформації зубчастих коліс з металів і пластмас також розроблена програма в середовищі Delphi, яка дає можливість реалізувати розрахунок коефіцієнта згинної деформації зуба зубчастого колеса. Було розглянуто три моделі зуба: у вигляді клина, параболи і евольвенти з галтеллю. Розроблено алгоритм і створена програма, що реалізує розрахунок коефіцієнта згинної деформації для трьох моделей зуба зубчастого колеса з композитів.

Ключові слова: деформація, композит, евольвента, зубчасте колесо, програмний комплекс.

In this work the implementation of calculation of bended deformations of teeth of gear wheels from composites is considered. To solve the problems considered (calculation of stress-strain state), an automated technique was developed and a program module was created. The flexural deformation of a toothed tooth from a fibrous material with anisotropic properties under the action of concentrated force in various distinctive points on the surface of the tooth is researched. To calculate the deformation of gear wheels from metals and plastics, a program is also developed in the Delphi environment, which makes it possible to implement the calculation of the coefficient of bending deformation of the tooth of the toothed wheel. Three models of the tooth were considered: in the form of a wedge, parabolas and evolvents with a gallet. The algorithm is developed and the program, which implements the calculation of the bending coefficient for three models of the gear tooth of composites, is developed.

Key words: deformation, composite, evolvent, gear wheel, software complex.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Жук Я.О.

1. Вступ

Широкий розвиток нових композиційних матеріалів значно стимулює їх застосування в розробках сучасних елементів деталей машин в різних галузях машинобудування. Ясно, що таке впровадження і застосування композиційних матеріалів вимагає створення неklasичних методів розрахунку на міцність з урахуванням їх фізико-механічних властивостей. У даній роботі ці розрахунки стосуються створення і реалізації комп'ютерної програми розрахунку згинних деформацій зубів зубчастих коліс з композитів. Хоча маємо великий досвід в області розробок методів розрахунку на міцність і деформативність зубчастих коліс з металів і пластмас, але

застосування таких методик для композитів дає значні похибки і потрібно створити нові комп'ютерні програми, за допомогою яких можна успішно реалізувати розрахунки. Сучасний світовий досвід використання зубчастих коліс з композитів [1], [2], [3] показав, що розвиток таких розрахунків має місце в розробках комп'ютерних програм, в основі яких лежать чисельні методи, такі як метод скінченних елементів (МСЕ) [4], метод граничних рівнянь (МДУ), метод граничних елементів і т. д.. Використовуючи широко відомі програмні продукти, наприклад, ANSYS, легко можна розрахувати деформацію зубів зубчастих коліс, але таке

застосування викликає ряд питань про наявність програм, їх вартість і точність обчислення.

Тому постараємося надати комп'ютерну методу, в основі якої лежать методи опору матеріалів для розрахунку деформацій зубів зубчастих коліс [5]. (Тут і далі використовуємо класичний термін «деформація», прийнятий у деталях машин, маючи на увазі, що визначається розмірна величина, тобто переміщення).

2. Постановка задачі та її розв'язання

Нехай необхідно розрахувати згинну деформацію зуба зубчастого колеса з волокнистого матеріалу з анізотропними властивостями. Моделюємо розрахунок деформації зуба у вигляді дії зосередженої сили в різних характерних точках на поверхні зуба, вважаючи, що зуб можна моделювати у вигляді клина, параболи і евольвенти з галтеллю. Нас цікавить, наскільки близько до реальних результатів деформацій зубів дає розрахунок по вище зазначеним моделям. При цьому важливо відзначити, що розрахунок для зуба-клина і зуба-параболи виконується по замкнутим формулам, а для реального зуба з евольвентою і галтеллю потрібно чисельне інтегрування.

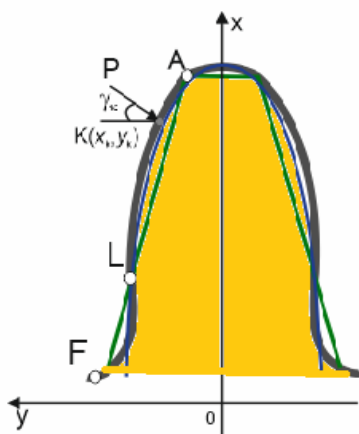


Рис. 1. Схема деформації зуба зубчастого колеса

Розглянемо зуб (рисунок 1), позначивши т. A - початок і (вершина зуба), т. L - кінець евольвенти і початок галтелі, т. F - кінець галтелі. Розташуємо систему координат так, щоб початок координат збігалося з центром зубчастого колеса. Нехтуючи тертям, приймемо, що сила в деякій точці (рис.1) діє по нормалі до робочої поверхні профілю зуба.

Введемо позначення: δ_e - деформація зуба, що має евольвентну форму, δ_{kl} - деформацію зуба клина, δ_{par} - деформація зуба, що має форму параболи (рисунок 1).

3. Методика побудови математичної моделі

Як відомо, деформації зубів складається з трьох складових згинної δ_u , зсуву δ_{sd} і деформації стиску δ_{sg} . Величина деформації в напрямку сили P буде

$$\delta = \delta_u + \delta_{sd} + \delta_{sg} = y_u \cos \gamma_k + y_{sd} \cos \gamma_k + y_{sg} \sin \gamma_k,$$

де y_u, y_{sd}, y_{sg} - відповідні деформації, γ_k - кут тиску в точці.

Застосовуючи теорему Кастільяно, отримаємо формулу для деформації зуба з евольвентним профілем:

$$\delta_e = \frac{P \cos^2 \gamma_k}{E_c b_w} \left\{ 1,5 J_1 + [1,2(1+\nu) + 0,5 t g^2 \gamma_k] J_2 \right\},$$

де E_c - модуль пружності композиту, P - сила, що діє в точці $K(x_k; y_k)$, b_w - ширина зубчастого вінця, ν - коефіцієнт Пуасона,

$$J_1 = \int_{x_{yp}}^{x_k} \frac{(x_k - x)[(x_k - x) - y_k t g \gamma_k]}{y^3} dx,$$

$$J_2 = \int_{x_{yp}}^{x_k} \frac{dx}{y}. \quad (2)$$

Далі в роботі будемо розглядати безрозмірний коефіцієнт деформації:

$$k_e = \delta_e \frac{E_c b_w}{P} \quad (3)$$

Для визначення J_1 і J_2 розділим ділянку інтегрування $[x_F; x_k]$ на дві $[x_F; x_L]$ і $[x_L; x_k]$, відповідно описувані рівняннями: галтелі

$$x = \frac{z_2}{2} \cos \varphi - \left(\frac{a_n}{\sin \alpha_s} + \rho_0 \right) \sin(\alpha_s - \varphi), \quad (4)$$

$$y = \frac{z_2}{2} \sin \varphi - \left(\frac{a_n}{\sin \alpha_s} + \rho_0 \right) \cos(\alpha_s - \varphi),$$

і евольвенти

$$\begin{aligned} x &= R \cos \beta \\ y &= R \sin \beta \end{aligned} \quad (5)$$

$$\varphi = \frac{2}{z_2}(a_n \operatorname{ctg} \alpha_s + b_n); a_n = f_0 + c_0 - \rho_0;$$

$$b_n = \frac{\pi}{4} + f_0 \operatorname{tg} \alpha_0 + \rho_0 \cos \alpha_0; \beta = \frac{\pi}{2z_2} +$$

$$+ \operatorname{inv} \alpha_0 - \operatorname{inv} \alpha; \alpha = \arccos \frac{z_2 \cos \alpha_0}{2R}.$$

В (4) – (6) введені позначення: f_0 – коефіцієнт висоти головки зуба, α_0 – профільний кут, c_0 – коефіцієнт радіального зазору вихідного контуру інструмента, ρ_0 – радіус округлення вихідного контуру інструмента, α – кут профілю зуба в довільній точці профілю, α_s – кут між початковою прямою рейки і загальною нормаллю до галтелі ($20^\circ \leq \alpha_s \leq 90^\circ$), m – модуль, z_2, z_1 – число зубів колеса і шестерні відповідно.

Координати точки впадіння x_F, y_F знаходимо з (5) при $R = R_F = \frac{z_2}{2} - (f_0 + c_0)$, координати точки галтелі: x_L, y_L – з (4) при $\alpha_s = \alpha_0$.

Координати точок прикладання навантаження x_k і y_k визначаємо з [6].

Кут тиску для кожної точки визначається за формулою $\gamma_k = \alpha_k - \beta_k$, де α_k – з таблиці 1, β_k – визначається по (6).

Деформація зуба-клина знаходимо аналогічно як для евольвенти, замінивши $J_1 = J'_1$ і $J_2 = J'_2$ з координатами x', y' . Інтеграли J'_1, J'_2 обчислимо по (2), маючи на увазі, що рівняння збоку клина являє собою пряму

$$x' = cy' + d, \text{ де } c = \frac{x_L - x_A}{y_L - y_A}, d = x_A - cy_A.$$

Деформацію зуба, профіль якого описується параболою, знаходимо аналогічно як для евольвенти, замінив $J_1 = J''_1$ і $J_2 = J''_2$ з координатами x'', y'' . Інтеграли J''_1, J''_2 обчислимо по (2), маючи на увазі, що рівняння зуба являє собою рівняння параболи виду

$$x'' = ay''^2 + b, \text{ де } b = \frac{z_2}{2} + f_0, a = \frac{x_L - b}{y_L^2}$$

Зауважимо, що тут і нижче викладки даються для зубчастого колеса одиночного модуля $m = 1$ і з числом зубів $z_2 \geq z_1$.

Розрахунки проведені для зубчастих коліс, що нарізають рейковим інструментом з вихідним контуром по ГОСТ13755-68 ($\alpha_0 = 20^\circ$; $f_0 = 1$; $c = 0.25$).

Як показали попередні розрахунки, вплив коефіцієнта Пуассона незначно, тому для наступних розрахунків прийнято середнє значення $\nu = 0,4$.

3. Приклад числових досліджень

На основі описаної вище методики був розроблений програмний комплекс. Приклад роботи програми наведено на рисунку 2.

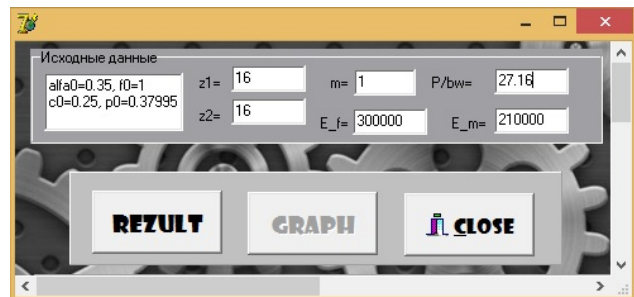


Рис. 2 Головне вікно програми

Програма, за заздалегідь визначеним алгоритмом, обчислює координати необхідних точок), розраховує інтеграли і визначає коефіцієнт деформації всі дані виводиться у вигляді таблиць. Після натискання кнопки «Graph» будуть побудовані графіки.

4. Деформативність зубів зубчастих коліс з композиту

Вище зазначений алгоритм і методика розрахунку згинальних переміщень зуба зубчастого колеса представлений у відносних величинах, незалежно від властивостей матеріалу. Але якщо зубчасте колесо виготовлено з композиту, то необхідно модуль пружності Юнга записати з позицій макропідходу тобто зробити таку заміну $E_c = E_f V_f + E_m V_m$, де E_c, E_f, E_m – модулі пружності Юнга для зуба з композиту, волокна армування, матриці (середовища армування), відповідно, V_f – об'ємний вміст волокна в композиті, V_m – об'ємний вміст матеріалу матриці в композиті.

Була прорахована деформація для трьох вище описаних моделей по V_f . На рисунку 3 можна побачити графік цієї залежності.

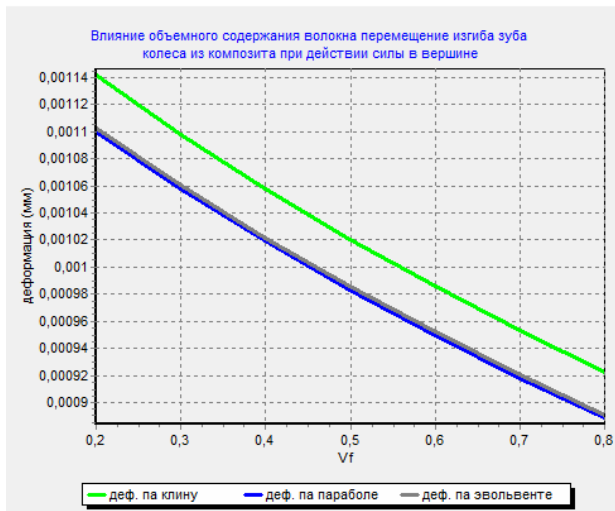


Рис. 3 Графік переміщення (мм) згину зуба колеса щодо об'ємного вмісту волокна

Дані розрахунки проводились з урахуванням дії сили в вершині, але дана програма дозволяє підрахувати згинну деформацію і при дії сили в інших характерних точках. Розроблений програмний комплекс дозволяє вільно варіювати

Список використаних джерел

1. Mahendran, S. Design and Analysis of Composite Spur Gear / S. Mahendran, K.M.Eazhil, L.Senthil Kumar // IJRSI. – 2014. – Vol. 1, Issue 6. – P. 42 – 53.
2. TanujSrivastava, Design and Manufacturing of Spur gear tooth: A New Approach Towards Composites / TanujSrivastava, Sushovan Ghosh, Rohit Ghosh, Dr.RabindraNath Barman // IJET. – 2017. – Vol. 9, No. 3. – P. 1551 – 1560.
3. Badkas, S. A. Static and dynamic analysis of spur gear / S. A. Badkas, N. Ajmera // IJMET. – 2016. – Vol. 7, No. 4. – P. 8–21.
4. Chatterjee, S. A comparative analysis on two gear tooth materials for low speed and high torque transmission / S. Chatterjee, K. Gupta // Advances in Modelling and Analysis C. – 2018. – Vol. 73, No. 3. – P. 79–83.
5. Можаровский, В.В. О влиянии формы зуба на изгибную деформацию зубьев эвольвентных цилиндрических зубчатых колес // Известия АН БССР, сер.физ.-техн. / В.В. Можаровский, В.Е. Старжинский. –1974, № – 4. – С. 118 – 123.
6. Можаровский, В.В. О расчете параметров характерных точек n-парного зубчатого зацепления // Известия АН БССР, сер.физ.-техн. / В.В. Можаровский, В.Е. Старжинский. –1975, № – 12. – С. 1082 – 1084.

матеріалами зубів і їх характеристиками і показує достовірні результати. Тестування програми здійснювалося в порівнянні з результатами інших дослідників, отриманих при розрахунку деформації зубів по параболі [2] приймаючи, що зубчате колесо з волокнистого композиту ($E_f = 3.0 \cdot 10^5$ МПа, $E_m = 2.1 \cdot 10^5$ МПа, при $z_2 = 16, P = 1466$ N-m).

Висновки

Розроблено автоматизовану методика і створений програмний модуль знаходження згинних деформацій зубів зубчастих коліс з композиту. Дана програма дозволяє не тільки обчислити коефіцієнт деформації з різним профілем зуба (евольвентний, по клину і по параболі) і в характерних точках, а й розрахувати переміщення в даних точках з урахуванням профілю зуба і властивостей композиційного матеріалу. Дана програма результати розрахунків надає як в чисельному вигляді, так і у вигляді графіків.

References

1. Mahendran, S. (2014) Design and Analysis of Composite Spur Gear *International Journal of Research and Scientific Innovation*. 1 (6).p. 42 – 53.
2. TanujSrivastava (2017) Design and Manufacturing of Spur gear tooth: A New Approach Towards Composites *International Journal of Engineering & Technology*. 9(3). p. 1551 – 1560.
3. Badkas S. (2016) A. Static and dynamic analysis of spur gear *International Journal of Mechanical Engineering & Technology*. 7(4). p. 8–21.
4. Chatterjee, S (2018) A comparative analysis on two gear tooth materials for low speed and high torque transmission *Advances in Modelling and Analysis C*. 73(3).p. 79–83.
5. Mozharovskiy V.V. & Starzhinskiy V.Ye. (1974) On the influence of tooth shape on the bending deformation of teeth of involute cylindrical gears *Izvestiya AN BSSR, ser.fiz.-tekhn.* 4. p. 118 – 123.
6. Mozharovskiy V.V. & Starzhinskiy V.Ye. (1975) On the calculation of the parameters of characteristic points of the n-fresh gear *Izvestiya AN BSSR, ser.fiz.-tekhn.* 12. p. 1082 – 1084.