Міністерство освіти і науки України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

МАХНО МИХАЙЛО ФЕДОРОВИЧ

УДК 519.874:519.852:519.816

МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЧІТКИХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ЧАСОВОГО РЕСУРСУ

01.05.04 – системний аналіз і теорія оптимальних рішень

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ – 2018

Дисертацією є рукопис

Робота виконана на кафедрі системного аналізу та теорії прийняття рішень факультету комп’ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка МОН України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичнич наук, професор
Івохін Євген Вікторович,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
професор кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень
факультету комп’ютерних наук та кібернетики.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Андрущак Ігор Євгенович,
Луцький національний технічний університет МОН України,
завідувач кафедри комп’ютерних технологій факультету
комп'ютерних наук та інформаційних технологій;

кандидат технічних наук, доцент
Олецький Олексій Віталійович,
Національний університет «Києво-Могилянська академія» МОН України, доцент кафедри мультимедійних систем факультету інформатики.

Захист відбудеться “12” квітня 2018 року о 15 год. 35 хв. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.001.35 Київського національного університету імені Тараса Шевченка за адресою: м.Київ, проспект Академіка Глушкова, 4-Д, факультет комп’ютерних наук та кібернетики, ауд.01.

З дисертацією можна ознайомитися у Науковій бібліотеці імені М.Максимовича Київського національного університету імені Тараса Шевченка за адресою: 01601, м.Київ, вул.Володимирська, 58, зал №12.

Автореферат розіслано "06" березня 2018 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.001.35 Зінько П.М.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Одним з найважливіших класів систем управління є клас систем організаційного управління, до яких відносяться об'єкти, що складаються з великої кількості взаємодіючих між собою підсистем, інтереси яких не завжди узгоджуються або навіть можуть бути суперечливими, а ефективність функціонування оцінюється за допомогою сукупності якісних і кількісних показників.

Розробка та практичне впровадження нових методів найбільш ефективного управління організаційними системами відносяться до наукових результатів у галузі дослідження операцій.

Багато проблем оптимізації можна розглядати як задачі лінійного програмування (ЗЛП), де всі цільові функції та обмеження, що визначають множину допустимих розв'язків, є лінійними. Розв'язок задачі оптимізації на заданій множині допустимих розв'язків в умовах визначеності характеризується однозначною залежністю з значенням лінійної цільової функції і за наявності єдиного критерію оптимальності легко може бути знайдений за допомогою різних методів. Необхідно відзначити, що величезний вклад у розвиток сучасного математичного апарату і створення багатьох напрямків дослідження операцій внесли, як закордонні (Р.Белман, Г.Данціг, Г.Кун, Т.Сааті, А.Кофман, Р.Форд, та ін.), так і вітчизняні (Л.В.Канторович, Б.В.Гнеденко, В.С.Михалевич, Ю.М.Єрмольєв, Н.З.Шор та ін.) вчені.

Пошук розв'язків задач оптимізації суттєво залежить від природи параметрів, що присутні у математичній моделі. В багатьох випадках середовище вносить порушення в соціальні та економічні фактори задач. У таких турбулентних умовах багато проблем стають погано визначеними, незважаючи на лінійність моделі. Частина параметрів може бути лінгвістичними, значення яких відомі лише частково з деяким ступенем точності або не можуть бути чисельно формалізовані традиційними способами. Класичний оптимізаційний підхід за таких умов досить часто виявляється не найкращим. У цьому випадку в дослідженні операцій був розроблений підхід, що враховує різні ступені задоволення отриманим розв'язком. У ряді задач даний підхід забезпечує кращий результат, ніж традиційна оптимізація.

Окремої уваги заслуговують оптимізаційні задачі лінійного програмування, що сформульовані з елементами неточності та невизначеності. До них відносяться задачі нечіткого лінійного програмування (НЛП), параметри в яких можуть бути описані кількісно лише за допомогою нечітких множин. Проблемі пошуку розв'язків нечітких задач лінійного програмування з урахуванням величини функції належності нечітких параметрів моделі, розробці гнучких і достатньо простих обчислювальних методів, що враховують степінь точності у визначенні параметрів, присвячено роботи Л.А.Заде, Р.Р.Ягера, А.Дюбуа, А.Прада, С.А.Орловського, H.J. Zimmermann'a, А.Н.Борисова, Ю.П.Зайченка та багатьох інших.

Багато прикладних проблем пов'язано з розподілом обмежених ресурсів в багаторівневих ієрархічних системах. За умов невизначеності або неточності параметрів в таких системах головна ідея полягає у формалізації проблеми у вигляді одно- або багатокритеріальних багатоіндексних задач транспортного типу з обмеженнями, заданими системою лінійних нерівностей. Значні результати у дослідженні даного класу задач отримано у роботах R.Bellman'a, Л.А.Заде, S.Chanas'a, D.Kuchta, Y.J. Lai, C.L.Hwang'a, H.Isermann'a та інших.

Задачі впорядковування робіт, що виконуються машинами, при обмеженнях на часовий ресурс є задачами теорії розкладів (ТР). Результати розв'язання подібних задач приймають вартісний характер або визначаються іншою величиною. Дослідження задач ТР, а також методів та алгоритмів їх розв'язування дозволяє отримати оптимальні або близькі до оптимальних результати. Теорії розкладів присвячені роботи зарубіжних і вітчизняних учених Дж.Адамса, Р.Л.Грехема, Х.Фишера, Е.Г.Кофмана, Б.Гіфлера, Дж.Томпсона, С.В.Севастьянова, Я.М. Шафранского та ін.

Необхідно звернути увагу, що в задачах розподілу ресурсів та теорії розкладів не враховується динаміка зміни обсягів ресурсу. Тому подальша розробка методів та алгоритмів розв'язування задач розподілу часового ресурсу при складанні розкладів виконання сукупності робіт з нечітко заданими ресурсними обмеженнями та термінами виконання, формалізація підходів для моделювання динамічних процесів з урахуванням зміни темпів плину часу визначає мету роботи.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота є складовою частиною наукових робіт, які ведуться на кафедрі системного аналізу та теорії прийняття рішень і в науково-дослідному секторі "Проблем системного аналізу" Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Дослідження виконувалися в рамках науково-дослідної теми №16БФ015-02 "Розробка нових математичних методів системного аналізу і теорії оптимальних рішень та їх застосування" (державний номер реєстрації 0116U002529, термін виконання 2016-2018г.г., в рамках програми "Інформатизація суспільства") і науково-дослідної теми «Розробка і впровадження інформаційної та організаційної системи заходів по забезпеченню інноваційної спрямованості науково-дослідних робіт в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка», НДР № 08БП 013-01 (за напрямом Підпрограми "Інформаційні технології в науці та навчальному процесі").

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є розробка методів та алгоритмів розв'язування задач розподілу часового ресурсу при складанні розкладів виконання сукупності робіт з нечітко заданими ресурсними обмеженнями та термінами виконання, формалізації підходів для моделювання поведінки динамічних процесів з урахуванням зміни темпів плину часу.

Об'єкт дослідження - процеси знаходження розв'язків та оцінювання кількісних характеристик в системах оптимізації розподілу часових ресурсів.

Предмет дослідження – математичні моделі, методи та інструментальні засоби для врахування характеристик параметрів плину часу в динамічних процесах.

Методи дослідження – методи системного аналізу, методи теорії оптимізації та теорії нечітких множин для побудови математичних моделей задач лінійного програмування з нечіткими ресурсними обмеженнями; методи дослідження гібридних систем для розв'язання задачі моделювання динаміки процесів з урахуванням зміни темпів плину часу.

Для подання нечітких даних при розв'язанні задачі розподілу нечітко визначених часових ресурсів використано спосіб формалізації нечітких чисел у вигляді нечітких трикутних чисел..

Наукова новизна одержаних результатів. У процесі розв'язання поставлених задач отримано нові наукові результати, які полягають у такому:

– на основі системного аналізу досліджень чітких та нечітких задач математичного програмування обгрунтовано доцільність і необхідність розвитку методів оптимізації для розв'язання лінійних оптимізаційних задач з нечіткими ресурсними обмеженнями;
– вперше сформульовано задачу розподілу часових ресурсів як задачу складання розкладу виконання сукупності робіт;
– на основі понять сильної і слабкої зв'язності обмежень задачі оптимізації вдосконалено метод перетворення області допустимих рішень на основі оцінки близькості обмежень;
– запропоновано нову схему розв'язання нечітких задач лінійного програмування за наявності систем альтернативних обмежень;
– вперше змодельовано динаміку процесів з урахуванням зміни темпів плину часу;
– запропоновано нову схему жадібного алгоритму для розв'язання задачі рекомбінації;

– розроблено нові математичні моделі процесів тестування та оптимального розподілу часових ресурсів;

– розроблено комп'ютерну систему для організації та проведення процесів тестування осіб, що проходять перевірку рівня підготовки на основі заданої сукупності тестів.

Практичне значення одержаних результатів. На основі запропонованих моделей та алгоритмів дисертаційної роботи розв'язано ряд практичних задач складання розкладів виконання сукупності робіт з нечітко заданими часовими параметрами. Ці результати можуть бути використані при створенні ефективних програмних систем для аналізу та моделювання процесів розподілу часового ресурсу в нечітких умовах, для підтримки прийняття рішень при дослідженні процесів і систем, динаміка поведінки яких враховує різні темпи плину часу.

Наукові та прикладні результати дисертаційної роботи впроваджені у Інформаційно-обчислювальному центрі Київського національного університету імені Тараса Шевченка і використовуються у навчальному процесі кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень факультету комп'ютерних наук та кібернетики при викладанні спеціальних курсів «Методи прийняття рішень в умовах нечіткості» та «Методи дослідження нечітких динамічних систем» (спеціальність «системи і методи прийняття рішень») .

Особистий внесок здобувача. Дисертація є самостійною науковою працею, в якій висвітлені власні ідеї та розробки автора, що дозволили досягти поставленої мети. Наукові положення, пропозиції та рекомендації, що виносяться на захист, отримані здобувачем самостійно. У спільних роботах із науковим керівником Є.В.Івохіним, вибір методів дослідження та доведення основних результатів виконано автором, особистий внесок якого полягає у наступному: у роботі [2] наведено опис математичних і програмних засобів адаптивного тестування та автоматичного оцінювання знань, у роботі [3] встановлено умови евристичного алгоритму розв'язання нечіткої задачі рекомбінації, у роботі [4] отримано умови сильної залежності обмежень в лінійних задачах оптимізації, наведено результати проведених обчислень, у роботі [5] запропоновано метод розподілу часового ресурсу із змінними темпами плину часу.

Апробація результатів дисертації. Матеріали дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на наукових конференціях та семінарах: XVII Міжнародній конференції "Dynamic System Modeling and Stability Investigation" (Київ, травень, 2015); VII міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації» (Кам'янець-Подільський, квітень, 2016); міжнародній школі-семінарі «Теорії прийняття рішень» (Ужгород, вересень, 2016); XXVII Міжнародній науковій конференції "Problems of Decision Making under Uncertainties" (PDMU-2016), (Тбілісі-Батумі, Грузія, травень, 2016); Міжнародній науковій конференції "Интеллектуальный анализ информации" (IAI-2016) (Київ, травень, 2016); Міжнародній науково-практичній конференції «Обчислювальний інтелект» (Черкаси, травень, 2015; Київ, травень, 2017); на наукових семінарах факультету комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Публікації. Основні наукові твердження, висновки і результати дисертації опубліковані в 10 наукових працях. З них – 6 наукових статей, у тому числі 5 у фахових виданнях [1-5], 1 стаття у виданні, яке входить до наукометричної бази даних [5], 4 – праці та тези наукових конференцій [7-10].

Структура дисертації. Дисертаційна робота складається з вступу, чотирьох розділів, висновку, списку використаних джерел з 90 найменувань (на 7 сторінках) і п'яти додатків (на 13 сторінках). Загальний обсяг роботи становить 147 сторінок. Робота містить 2 рисунки та 3 таблиці.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** до дисертаційної роботи обґрунтовано актуальність теми дослідження, вказано на зв'язок роботи з науковими програмами, темами, планами, сформульовано мету та задачі дослідження, охарактеризовано використані в роботі методи, вказано наукову новизну одержаних результатів та їх практичне значення, а також наведено дані про апробацію отриманих в роботі результатів та особистий внесок здобувача, наведено список публікацій.

Перший розділ дисертаційної роботи присвячений огляду підходів, що використовуються для формалізації та розв'язання чітких і нечітких задач лінійного програмування (ЗЛП). Детально викладено зміст задач про рюкзак, про складання розкладу та про вибір заявок. Наведено основні положення про нечіткі величини та способи їх формалізації. Викладено принцип формування нечіткого розв'язку Белмана-Заде нечітких задач лінійного програмування, розглянуто різні варіанти нечітких моделей ЗЛП (з нечіткими технологічними коефіцієнтами та ресурсними обмеженнями). Записано нечіткі оптимізаційні задачі та проаналізовано способи для знаходження нечітких розв'язків.

У *підрозділі 1.1* наведено основні властивості та методи розв'язання оптимізаційних задач планування, розміщення та розподілу ресурсів. Визначено методику розв'язування чітких і нечітких задач розподілу часового ресурсу як задач складання розкладу, яка застосовується далі у дисертаційній роботі.

Наведемо основні поняття. Нехай $\Re$ – скінченновимірний нормований простір.

Означення 1.1. Нечіткою множиною $\tilde{A}$ універсальної множини $X \subseteq \Re$, називається сукупність пар $\tilde{A} = \{(\mu_{\tilde{A}}(x), x)\}$, де $\mu_{\tilde{A}} : X \to [0,1]$ – відображення множини X в одиничний відрізок $[0,1]$, яке називається функцією належності нечіткої множини $\tilde{A}$.

Розглянемо в якості універсальної множини X множину дійсних чисел R^1, тобто $X = R^1$.

Означення 1.2. Нечітким трапецеїдальним числом $\tilde{A}$ називається впорядкована четвірка чисел *(a, b, c, d)*, котрі визначають функцію належності $\mu_{\tilde{A}}(x)$ вигляду:

1. $\mu_{\tilde{A}}(x) = \dfrac{x-a}{b-a}, x \in [a,b];$
2. $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1, x \in [b,c];$ (1)
3. $\mu_{\tilde{A}}(x) = \dfrac{d-x}{d-c}, x \in [c,d];$
4. $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0, x \notin [a,d].$

Означення 1.3. Нечітким трикутним числом $\tilde{A}$ називається впорядкована трійка чисел *(a, b, c)*, котрі визначають функцію належності $\mu_{\tilde{A}}(x)$ вигляду:

1. $\mu_{\tilde{A}}(x) = \dfrac{x-a}{b-a}, x \in [a,b];$
2. $\mu_{\tilde{A}}(x) = \dfrac{c-x}{c-b}, x \in [b,c];$ (2)
3. $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0, x \notin [a,c].$

Нечітке трикутне число виду *(a, b, b)*, яке називають лівим нечітким трикутним числом, визначається функцією належності вигляду

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = 0, x < a; \quad \mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{x-a}{b-a}, x \in [a,b]; \quad \mu_{\tilde{A}}(x) = 1, x > b, \tag{3}$$

а нечітке трикутне число виду *(b, b, c)*, яке називають правим нечітким трикутним числом, - функцією належності

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=1, x<b\,;\ \mu_{\tilde{A}}(x)=\frac{c-x}{c-b}, x\in [b, c]\,;\ \mu_{\tilde{A}}(x)=0, x>c\,. \tag{4}$$

Традиційні задачі лінійного програмування можуть бути узагальнені за рахунок внесення до моделей опису параметрів задачі у формі нечітких множин. Загальний вигляд нечіткої задачі лінійного програмування з нечіткими параметрами може бути записаний у формі оптимізаційної задачі з функцією цілі

$$\sum_{j=1}^{n}\tilde{c}_j x_j \to \max\ , \tag{5}$$

в якій значення коефіцієнтів $\tilde{c}_j$ задано нечітко за допомогою нечітких множин, а область допустимих розв'язків визначається системою лінійних обмежень

$$\sum_{j=1}^{n}\tilde{a}_{ij}x_j \le \tilde{b}_i\ ,\quad i=\overline{1,m},\ \ x_j\ge 0,\ \ j=\overline{1,n}\ , \tag{6}$$

де значення коефіцієнтів $\tilde{a}_{ij}$, $\tilde{b}_i$ також описуються відповідними нечіткими множинами. Необхідно здійснити раціональний вибір розв'язку $x\in R^n$, котрий в деякому розумінні максимізує задану нечітко лінійну форму (5).

У дисертаційному дослідженні розглядаються ЗЛП з нечіткими ресурсними обмеженнями $\tilde{b}_i$, $i=\overline{1,m}$, у правій частині нерівностей (6) та з нечіткими технологічними коефіцієнтами $\tilde{a}_{ij}$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$, у лівій частині нерівностей (6). Перша з них формулюється як задача оптимізації цільової функції

$$\sum_{j=1}^{n}c_j x_j \to \max \tag{7}$$

з нечіткими обмеженнями на ресурси вигляду

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j \le \tilde{b}_i\ ,\ i=\overline{1,m},\ x\ge 0;\ x\in R^n, \tag{8}$$

де праві частини обмежень (8) задаються у вигляді нечітких правих трикутних чисел $\tilde{b}_i=(b_i, b_i, b_i+b_i^0)$, $b_i^0\ge 0$, $i=\overline{1,m}$, з відповідними функціями належності вигляду (2). Допустимі відхилення $b_i^0\ge 0$, $i=\overline{1,m}$, визначають граничні величини зміни ресурсів моделі.

Оптимізаційна задача з нечіткими технологічними коефіцієнтами записується у вигляді задачі оптимізації функції цілі (7) за умови

$$\sum_{j=1}^{n}\tilde{a}_{ij}x_j \le b_i\ ,\ i=\overline{1,m}, \tag{9}$$

де технологічні коефіцієнти задачі $\tilde{a}_{ij}$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$, задаються у вигляді правих нечітких чисел $(a_{ij}, a_{ij}, a_{ij}+d_{ij})$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$, з функціями належності вигляду (2).

Оптимізаційні задачі (7), (8) та (7), (9) можуть бути розв'язані як задачі параметричного лінійного програмування, що є універсальними способом, але не враховуючим специфіку задачі.

У *підрозділах 1.2.3-1.2.4* описується підхід, що базується на дефазифікації задачі. Для цього обчислюються оптимальні значення рівнів цільової функції Z_l та Z_u шляхом розв'язання двох задач лінійного програмування:

$$Z_l=\max_x\ \sum_{j=1}^{n}c_j x_j \tag{10}$$

за умов

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \quad i = \overline{1,m}, \; x \ge 0; x \in R^n, \tag{11}$$

та

$$Z_u = \max_x \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{12}$$

за умов

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i + b_i^0, \quad i = \overline{1,m}, \; x \ge 0; x \in R^n, \text{ (для задачі (7),(8))}, \tag{13'}$$

$$\sum_{j=1}^{n} (a_{ij} + d_{ij}) x_j \le b_i, \quad i = \overline{1,m}, \; x \ge 0; x \in R^n, \text{ (для задачі (7),(9))}. \tag{13''}$$

Позначимо $L = \min(Z_l, Z_u)$, $U = \max(Z_l, Z_u)$. Нечітка множина оптимальних значень ЗЛП (позначимо її $\tilde{G}$) описується функцією належності $\mu_{\tilde{G}}(x)$, а нечіткі множини кожного обмеження (позначаємо їх $\tilde{F}_i$, $i = \overline{1,m}$) з (8) або (9) визначаються функціями належності $\mu_{\tilde{F}_i}(x)$ $i = \overline{1,m}$.

На основі означення нечіткого розв’язку Белмана-Заде нечіткі задачі лінійного програмування (7), (8) та (7), (9) запишуться у формі оптимізаційної задачі:
знайти значення параметра $\lambda \in [0,1]$, який є розв’язком задачі лінійного програмування

$$\lambda \to \max \tag{14}$$

за наявності обмежень

$$\mu_{\tilde{G}}(x) \ge \lambda, \tag{15}$$

$$\begin{gathered} \mu_{\tilde{F}_i}(x) \ge \lambda, i = \overline{1,m}, \\ x \ge 0, \end{gathered} \tag{16}$$

котра після підстановки функцій належності $\mu_{\tilde{G}}(x)$ та $\mu_{\tilde{F}_i}(x)$ $i = \overline{1,m}$ у (15), (16) набуває вигляду класичної оптимізаційної задачі ЛП.

У **другому розділі** дисертаційної роботи розглянуто задачі оптимального розподілу часового ресурсу: наведено класифікацію задач теорії розкладів залежно від різних характеристик, викладено математичні постановки оптимізаційних задач розподілу часового ресурсу, сформульовано загальну задачу складання розкладу в термінах лінійного цілочисельного програмування, досліджено задачу складання розкладу виконання заданої кількості робіт для однієї машини, наведено постановку і спосіб розв’язання задачі оптимальної рекомбінації виконання робіт.

Проведено огляд методів розв’язання задач оптимального розподілу часового ресурсу та рекомбінації, їх властивостей та умов застосування. Викладено спосіб використання методу динамічного програмування для розв’язування задач теорії розкладів у випадках з регулярним та нерегулярним критеріями.

У підрозділі 2.1 розглянуто задачу оптимального розподілу часового ресурсу у формі задачі складання розкладів. Математичну постановку оптимізаційної задачі розподілу часового ресурсу при виконанні заданої кількості N робіт m виконавцями (машинами), що володіють різною продуктивністю, можна звести до задачі дискретного програмування наступного вигляду

$$\max_k \sum_{i=1}^{N} c_{ik} t_{ik} \to \min, \tag{17}$$

$$\begin{gathered} \sum_{k=1}^{m} c_{ik} = n_i, i = \overline{1,N}, \\ c_{ik} \ge 0, i = \overline{1,N}, k = \overline{1,m}, \end{gathered} \tag{18}$$

де c_{ik} – кількість призначених робіт i-го типу для виконавця k, n_i – загальна (сумарна) кількість робіт типу i, $i=\overline{1,N}, k=\overline{1,m}$. Сукупність обмежень в задачі (18) гарантує, що всі роботи будуть залучені до розкладу. Розв'язок задачі (18) формується у вигляді матриці $C=\{c_{ik}\}_{i=\overline{1,N};k=\overline{1,m}}$.

Математичні моделі оптимізаційних задач визначення максимальної часової ефективності при встановленні порядку виконання сукупності завдань можна сформулювати у вигляді задачі про рюкзак спеціального типу.

Визначення найкращого підсумкового часу проведення сукупності робіт будемо здійснювати шляхом знаходження перестановки $p=(p_1,\ldots,p_m)$, $m\le N$, $p_i\in\overline{1,N}$, $i=\overline{1,m}$, $p_i\ne p_j, i\ne j$, що визначає такий порядок виконання робіт, за яким досягається оптимальне значення в задачі оптимізації вигляду

$$W(p)=\sum_{i=1}^{m} t_{p_i} x_{p_i}(s_{p_i}) \to \max_{p=(p_1,\ldots,p_m)}, \tag{19}$$

$$\sum_{i=1}^{k} t_{p_i} x_{p_i}(s_{p_i}) \le \overline{T}, \; k=\overline{1,m}, \tag{20}$$

де через $x_{p_i}(s)=\begin{cases}1, s_{p_{i-1}}<s\le s_{p_i},\\ 0, \textit{інакше},\end{cases}$ $i=\overline{1,m}$, позначено бульові змінні, одиничне значення кожної з яких відповідає часу виконання роботи p_i, $i=\overline{1,N}$, протягом часового інтервалу $s_{p_{i-1}}<s\le s_{p_i}$, $i=\overline{1,m}$, а нульові – в усіх інших випадках; $s_{p_i}=\sum_{j=0}^{i} t_{p_j}$, $i=\overline{1,m}$, $t_{p0}=0$, $s_{p0}=0$, $s_{pm}\le\overline{T}$; $t_{p_i}\in\{T_1,\ldots,T_N\}$, $i=\overline{1,m}$, та $\neg\exists k$: $t_{p_i}=T_k$, $t_{p_j}=T_k$, $p_i\ne p_j, i\ne j$, а підсумкова оцінка визначатиметься оптимальним значенням $W^o(p)$ цільової функції (19).

У такій постановці вважається, що пошук перестановки $p=(p_1,\ldots,p_m)$ здійснюється у вигляді послідовності етапів, на кожному з яких обирається та виконується одна з тих робіт, що залишаються нерозв'язаними. Перехід від одного етапу до іншого характеризується також модифікацією обмеження: для $k=1$ воно має вигляд $t_{p1}x_{p1}(s_{p1})\le\overline{T}$, для $k=2$: $t_{p2}x_{p2}(s_{p2})\le\overline{T}-t_{p1}$, …, для $k=m$: $t_{pm}x_{pm}(s_{pm})\le\overline{T}-\sum_{i=0}^{m-1} t_{p_i}$.

Традиційний підхід до пошуку оптимального значення функції $W(p)$ вигляду (19) з урахуванням обмеження (20) зводиться до повного перебору різних можливих перестановок $p=(p_1,\ldots,p_m)$ з метою визначення такої з них, на якій досягається оптимум задачі

$$\sum_{i=1}^{m} t_{p_i} x_{p_i} \to \max_{p} \tag{21}$$

за умови виконання обмеження

$$\sum_{i=1}^{m} t_{p_i} x_{p_i} \le \overline{T}. \tag{22}$$

Для випадку визначення робіт, виконання яких забезпечує максимальну бальну оцінку, також можна сформулювати задачу у вигляді оптимізаційної задачі про рюкзак. Як і у попередньому випадку, позначимо через $x_i\in\{0,1\}$, $i=\overline{1,N}$, - бульові змінні, одиничні значення яких відповідають виконанню завдання, а нульові – його невиконанню. Тоді задача оптимізації підсумкової оцінки при виконанні сукупності робіт, має вигляд

$$W=\sum_{i=1}^{m} B_{p_i} x_{p_i} \to \max_{p}, \tag{23}$$

$$\sum_{i=1}^{m} t_{p_i} x_{p_i} \le \overline{T}, \tag{24}$$

а підсумкова оцінка визначатиметься оптимальним значенням W^o цільової функції (23).

Окремо розглянуто задачу, у якій обчислювальний пристрій, що виконує роботи, при переході від виконання однієї роботи до іншої потребує здійснення переналагодження. Будемо вважати, що задано тривалість переналагодження $\pi_{ij} \in R_+$ з роботи i на роботу j, для усіх $i \neq j$, $i, j = \overline{1, N}$.

У випадку, коли задано час $\overline{T}$, що обмежує тривалість виконання всіх завдань, розглядаються задачі про максимальне використання цього часу і про оптимізацію підсумкової бальної оцінки. Розв'язком задачі оптимального використання часу $\overline{T}$ буде перестановка $p = (p_1, \ldots, p_m)$, $m \leq N$, $p_i \in \overline{1, N}$, $i = \overline{1, m}$, що визначає порядок виконання робіт і яка є розв'язком оптимізаційної задачі, аналогічної (21)-(22):

$$W = \sum_{i=1}^{m-1} (t_{p_i} + \pi_{p_i p_{i+1}}) x_{p_i p_{i+1}} + t_{p_m} \to \max_p , \tag{25}$$

$$\sum_{i=1}^{m-1} (t_{p_i} + \pi_{p_i p_{i+1}}) x_{p_i p_{i+1}} + t_{p_m} \leq \overline{T} , \tag{26}$$

$x_{ij} \in \{0,1\}$ - змінні, що характеризують порядок виконання робіт (при одиничному значенні робота i виконується безпосередньо перед роботою j, в решті випадків - 0), $i, j = \overline{1, N}, i \neq j$.

Задача оптимізації підсумкової оцінки при виконанні сукупності робіт, аналогічна оптимізаційній задачі про рюкзак (23)-(24), матиме вигляд

$$W = \sum_{i=1}^{m} B_{p_i} y_{p_i} \to \max_p , \tag{27}$$

$$\sum_{i=1}^{m-1} (t_{p_i} + \pi_{p_i p_{i+1}}) x_{p_i p_{i+1}} + t_{p_m} \leq \overline{T} , \tag{28}$$

де $y_i = \begin{cases} 1, якщо x_{ij} = 1, \\ 0, інакше, \end{cases}$, $i = \overline{1, N}$, а підсумкова оцінка визначається за сукупністю виконаних робіт.

Якщо виконання завдань не враховується, така задача називається задачею оптимальної рекомбінації. Позначивши через $p = (p_1, \ldots, p_N)$, $p_k \in \overline{1, N}$, $k = \overline{1, N}$, перестановку, що визначає порядок виконання робіт (значення p_i визначає роботу, яка виконується i-ю), отримаємо задачу пошуку такої перестановки, за якою мінімізується сумарна тривалість переналагоджень

$$l(\pi) = \sum_{i=1}^{N-1} \pi_{p_i p_{i+1}} . \tag{29}$$

При застосуванні методів математичного програмування для вирішення оптимізаційних задач комбінаторного типу необхідно враховувати NP-повну складність розв'язання задач. Методи розв'язання таких задач оптимізації, а також їх властивості розглянуто у *підрозділах 2.2.1-2.2.2.*

У *підрозділі 2.2.3* запропоновано метод розв'язання задач розподілу однорідних ресурсів, який базується на способі вирішення обернених задач розподілу з урахуванням найменших відхилень від оптимального розв'язку.

Нехай N - кількість завдань (робіт), які необхідно виконати, $T_i, i = \overline{1, N}$, - задані тривалості виконання цих завдань, Q_i, $j = \overline{1, M}$ - обсяги ресурсів, наявні у засобів реалізації завдань (час роботи). Кожен з засобів забезпечує виконання деякої сукупності робіт в межах заданого часу використання.

План розподілу засобів для обслуговування робіт будемо характеризувати матрицею $H = \{h_{ij}\}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$, де h_{ij}=1, якщо j-й засіб виділяється для виконання i-ї роботи, і, відповідно, h_{ij}=0, у протилежному випадку.

Таким чином, необхідно знайти такі значення M^* та H^*, які є розв'язком задачі

$$\min_{H \in \mathrm{H}} (M(H)), \qquad (30)$$

$$\sum_{j=1}^{M} h_{ij} Q_j \geq T_i, \; i = \overline{1, N}, \qquad (31)$$

де Q_j - обсяг ресурсів j-го засобу, $j = \overline{1, M}$, H - множина можливих планів розподілу засобів для обслуговування робіт, що задається обмеженнями у вигляді

$$\sum_{j=1}^{M} h_{ij} \leq 1, \quad i = \overline{1, N}, \qquad (32)$$

тобто виконання кожного завдання може здійснюватися за пропорційною участю всіх засобів обслуговування.

Для розв'язання задачі за таких умов розроблений алгоритм, що базується на принципі послідовного використання ресурсів наявного засобу, за котрим на кожному кроці процесу оптимізації підтримується такий розподіл ресурсів, який забезпечує найменше відхилення від оптимального розв'язку.

Позначимо вектор ефективності розподілу засобів $Q = \{Q_i\}$, $i = \overline{1, M}$. Нехай відомо матрицю призначень $H^* = \{h_{ij}^*\}$, $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, M}$, яка відповідає вектору Q і визначає мінімальну кількість засобів, залучених для виконання завдань, без урахування обмеження (32). Така матриця описує нереальний план розподілу засобів, однак, цей план дає нижню границю значень критерію якості розв'язку поставленої задачі:

$$M_- = \inf M(H) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} h_{ij}^* . \qquad (33)$$

Отримане співвідношення перепишемо у вигляді

$$M_- = \sum_{j=1}^{M} m_j^*; \;\; m_j^* = \sum_{i=1}^{N} h_{ij}^*, \qquad (34)$$

де m_j^* - мінімальний обсяг ресурсів (час роботи), який необхідно витратити j-му засобу, $j = \overline{1, M}$, для виконання сукупності робіт за умов врахування обмеження $\sum_{j=1}^{M} h_{ij} Q_j \geq T_i$, $i = \overline{1, N}$, та без врахування обмеження (32).

Остаточно отримуємо, що значення h_{ij}^*, а відповідно, і m_j^*, $j = \overline{1, M}$, можуть бути визначені шляхом розв'язання M таких задач

$$m_j^* \xrightarrow[h_{ij}]{} \min \qquad (35)$$

за умов $\sum_{j=1}^{M} h_{ij} Q_j \geq T_i$, $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, M}$.

При цьому, потрібно зауважити, що задача (30)-(32) передбачає повне забезпечення необхідних для виконання сукупності завдань ресурсів (часу роботи) у наявних засобів обробки завдань. Іншими словами, передбачається, що обсягу часового ресурсу достатньо для виконання усіх завдань.

Один з варіантів реалізації наближених алгоритмів розв'язку задач часового розподілу та рекомбінації може бути створений на основі застосування жадібного підходу. У підрозділі 2.2.4 сформульовано схему жадібного алгоритму, що розглядається як узагальнення "жадібних" евристик для розв'язання задачі про рюкзак.

Застосування жадібного принципу розв'язування задачі про розподіл часового ресурсу може розглядатися лише у випадку оптимізації бальної оцінки виконання сукупності робіт (23)-(24). У даному випадку співвідношення для вибору порядку набувають вигляду

$$\frac{B_1}{t_1} \geq \frac{B_2}{t_2} \geq \ldots \geq \frac{B_N}{t_N}. \tag{36}$$

В умовах загальної задачі про розподіл часового ресурсу (21)-(21) такий підхід не дозволяє визначитись з порядком виконання робіт: за цією схемою всі роботи є рівнозначними. Тому для розв'язання задачі у такій постановці застосовувався принцип впорядкування робіт у вигляді

$$\frac{t_{p_1}}{t_{p_2}} \geq \frac{t_{p_2}}{t_{p_3}} \geq \ldots \geq \frac{t_{p_{m-1}}}{t_{p_m}}, \tag{37}$$

де $p_i \in \overline{1,N}$, $i = \overline{1,m}$, - елементи перестановки $p = (p_1, \ldots, p_m)$, $m \leq N$, номерів виконання робіт.

Для знаходження наближеного розв'язку задачі рекомбінації з використанням жадібної схеми порядок виконання робіт визначається за незростанням величини частки відношення тривалостей довільних двох робіт до необхідного в цьому випадку часу переналагодження:

$$\left. t_{p_i} / t_{p_{i+1}} \middle/ \pi_{p_i p_{i+1}} \right., \quad i = \overline{1, m-1}. \tag{38}$$

У підрозділі 2.2.5 розглянуто спосіб вирішення задачі максимально ефективного використання часу $\overline{T}$ як класичної економічної задачі розподілу (резервування) ресурсів заданого об'єму за множиною категорій (робіт). Для досягнення мети ефективного часового розподілу в умовах відсутності дефіциту часу пропонується використовувати пропорційний розподіл ресурсу.

У випадку дефіциту часу, тобто $\sum_{i=1}^{N} T_i \geq \overline{T}$, розподіл ресурсу часу $\overline{T}$ може бути здійснений за пропорційним методом або методами обмеженого вирівнювання досягнень і обмеженого вирівнювання втрат. Перший з них припускає виділення на вирішення кожного завдання проміжку λT_i, $i = \overline{1,N}$, де параметр λ вибирається так, щоб сума отриманих інтервалів дорівнювала $\overline{T}$. При цьому значення $\lambda = \overline{T} / \sum_{i=1}^{N} T_i$. За другим методом час для вирішення i-го завдання складає $\min\{\lambda, T_i\}$, $i = \overline{1,N}$, де параметр λ є рішенням параметричного рівняння $\sum_{i=1}^{N} \min\{\lambda, T_i\} = \overline{T}$. При обмеженому вирівнюванні втрат час для вирішення кожного завдання визначається із співвідношень $\max\{T_i - \lambda, 0\}$, $i = \overline{1,N}$, де параметр λ шукається як розв'язок параметричного рівняння $\sum_{i=1}^{N} \max\{T_i - \lambda, 0\} = \sum_{i=1}^{N} T_i - \overline{T}$.

Використання розглянутих стратегій при розподілі часового ресурсу за умов дефіциту часу є цілком коректним, а підсумковими оцінками у разі застосування пропорційного методу і методів обмеженого вирівнювання будуть величини $\sum_{i \in I} B_i$, де I - множина виконаних завдань.

Третій розділ присвячено розгляду моделей і методів, які застосовуються при розв'язанні нечітких задач оптимального розподілу часового ресурсу. Сформульовано нечітку задачу про рюкзак як засіб розподілу нечітко визначеного часового ресурсу. Описано задачу складання розкладу з нечітко заданими інтервалами налаштувань.

Особливу увагу приділено задачі теорії розкладів з нечітким вимірюванням часу. Визначено поняття структурованих нечітких чисел, які використовуються для опису вимірювання відліку часу. Розглянуто нечітку задачу про рюкзак з нечітко заданими термінами виконання.

На основі оцінок зв'язності для ЗЛП розроблено метод перетворення області допустимих розв'язків з урахуванням близькості обмежень. Запропоновано метод розв'язання нечітких ЗЛП. Розроблено схему розв'язання нечітких ЗЛП за наявності систем альтернативних обмежень.

Побудовано гібридну модель динаміки процесу обробки сукупності завдань, отримано твердження про фундаментальну матрицю її розв'язків.

У *підрозділі 3.1* запропоновано спосіб розв'язання нечіткої задачі розподілу за умов нечітко визначеного часового ресурсу, що задається у вигляді нечіткого трикутного числа.

Для випадку визначення робіт, виконання яких забезпечує максимальну бальну оцінку і при цьому інтервали часу на переналагодження завдань не враховуються, можна сформулювати задачу у вигляді оптимізаційної задачі про рюкзак:

$$W=\sum_{i=1}^{N} B_i x_i \to \max, \tag{39}$$

$$\sum_{i=1}^{N} T_i x_i \le \tilde{\tilde{T}}, \tag{40}$$

яка є задачею бульового лінійного програмування з нечіткими ресурсними обмеженнями у правій частині. Найкраща підсумкова бальна оцінка визначатиметься значенням $W^o = W(x^0, \lambda^0)$ цільової функції (39) на оптимальному нечіткому розв'язку Белмана-Заде (x^0, λ^0).

За умов враховування часу переналагодження маємо, що розв'язком задачі оптимального використання нечітко заданого часу $\tilde{\tilde{T}}$ буде перестановка $p=(p_1,\dots,p_m)$, $m \le N$, $p_i \in \overline{1,N}$, $i=\overline{1,m}$, яка визначає порядок виконання робіт і яка є розв'язком оптимізаційної задачі, аналогічної (39), (40):

$$W=\sum_{i=1}^{m} B_{p_i} y_{p_i} \to \max_{p}, \tag{41}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1 \\ j\ne i}}^{N} (T_i + \pi_{ij}) x_{ij} \le \tilde{\tilde{T}}. \tag{42}$$

Тут $x_{ij} \in \{0,1\}$ - змінні, що характеризують порядок виконання робіт (при одиничному значенні робота i виконується безпосередньо перед роботою j, в решті випадків - 0), $i, j=\overline{1,N}, i \ne j$,

$y_i = \begin{cases} 1, \text{якщо } x_{ij}=1, \\ 0, \text{інакше}, \end{cases}$, $i=\overline{1,m}$.

У *підрозділі 3.2* розглянуто задачу складання розкладу з нечітко заданими інтервалами налаштувань. Є m виконавців (машин), що володіють різною продуктивністю праці. Припустимо, що задано сукупність робіт, які згруповано в p типів (можна вважати, що задано p робіт). Кожен виконавець k, $k=\overline{1,m}$, може виконувати будь-яку роботу, але для виконання роботи i-го типу виконавці витрачають різний час. Цей факт враховується технологічною матрицею

$$T=\begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \dots & t_{1m} \\ t_{21} & t_{22} & \dots & t_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{p1} & t_{p2} & \dots & t_{pm} \end{pmatrix}, \tag{43}$$

де t_{ik} – час виконання роботи типу i, $i=\overline{1,p}$, виконавцем k, $k=\overline{1,m}$. Необхідно скласти план робіт по виконавцях так, щоб загальний час виконання робіт, який обчислюється з початку роботи першого виконавця і закінчується за фактом звільнення всіх виконавців, був мінімальним.

У класичному випадку, де $t_{ik} \in R$, задача зводиться до задачі дискретного програмування

$$\max_k \sum_{i=1}^{p} c_{ik} t_{ik} \to \min,$$

$$\sum_{k=1}^{m} c_{ik} = n_i, i=\overline{1,p}, \quad c_{ik} \ge 0, i=\overline{1,p}, k=\overline{1,m}, \tag{44}$$

де c_{ik} – кількість призначених робіт типу i для виконавця k, $k=\overline{1,m}$, n_i – загальна (сумарна) кількість робіт типу i. Сукупність обмежень в задачі (44) гарантує, що всі роботи будуть залучені до розкладу. Розв'язок задачі (44) формується у вигляді матриці $C=\{c_{ik}\}_{i=\overline{1,p};k=\overline{1,m}}$.

Припустимо далі, що початкова інформація для задачі (44) є наближеною і задається у вигляді трикутних нечітких чисел $\tilde{t}_{ik}=(\underline{t_{ik}},t_{ik},\overline{t_{ik}})$, $i=\overline{1,p}$, $k=\overline{1,m}$, тобто, початкові дані мають вигляд нечіткої технологічної матриці $\tilde{T}=\{\tilde{t}_{ik}\}_{pxm}$.

Запропоновано підхід, що дозволяє отримати субоптимальний план. Для цього зводимо задачу оптимізації (44) до дискретного варіанту, замінюючи матрицю $\tilde{T}$ матрицею T за допомогою обчислення елементів α-зрізів за формулою

$$\xi_\alpha(t_{ik})=\alpha\underline{t_{ik}}+(1-\alpha)\overline{t_{ik}},\ \alpha\in[0,1]. \tag{45}$$

Незалежно від вибору α невизначеність щодо часу виконання робіт ліквідується до етапу розв'язування задачі дискретного програмування (44).

У *підрозділі 3.3* розглянуто задачі теорії розкладів з нечітким вимірюванням часу. Підрозділ *3.3.1* присвячено опису вимірювання відліку часу за допомогою структурованих нечітких чисел трикутного вигляду.

Означення 3.1. Нечітке трикутне число $\tilde{E}[u,v]$ з носієм, що задається числовим інтервалом $[u,v]$, називатимемо нечітким оригіналом.

Нечіткий оригінал $\tilde{E}(u,v]$ будемо називати правим, якщо носій відповідного нечіткого числа задається інтервалом $(u,v]$, а нечіткий оригінал $\tilde{E}[u,v)$ називатимемо лівим, якщо носій задається інтервалом $[u,v)$.

Очевидно, можна покласти $u=0, v=1$. Тоді, нечіткий оригінал $\tilde{E}[0,1]\equiv\tilde{E}$ називатимемо нечітким одиничним оригіналом, і, відповідно, $\tilde{E}(0,1]$ - правим нечітким одиничним оригіналом, $\tilde{E}[0,1)$ - лівим нечітким одиничним оригіналом. Нечіткий оригінал $\tilde{E}[0,v]$ з носієм $[0,v]$ називатимемо початковим.

Означення 3.2. Нечітка числова множина $\tilde{R}[s,t]$ з носієм, що задається числовим інтервалом $[s,t]$, буде реплікацією нечіткого оригіналу $\tilde{E}[u,v]$, якщо справедлива умова $|v-u|=|t-s|$.

У випадку $|t-s|=1$ множина $\tilde{R}[s,t]$ є реплікацією нечіткого одиничного оригіналу.

Означення 3.5. Нечітку реплікацію $\tilde{C}[s,t]$ заданого оригіналу $\tilde{E}[u,v]$ назвемо копією, якщо для всіх $x=u+\delta$, $y=s+\delta$, $0\le\delta\le\Delta$, $\Delta=v-u=t-s$, виконується умова $\mu_{\tilde{C}}(y)=\mu_{\tilde{E}}(x)$.

Означення 3.6. Нечітку реплікацію $\tilde{C}=\bigcup_{i=1}^{n}\tilde{C}_i[s_i,t_i]$, де $\tilde{C}_i[s_i,t_i]$ $i=\overline{1,n}$, є копіями нечіткого оригіналу $\tilde{E}[u,v]$ з носіями, заданими числовими інтервалами $[s_i,t_i]$, $i=\overline{1,n}$, $\bigcap_{i=1}^{n}[s_i,t_i]=\varnothing$, будемо називати n-кратною копією нечіткого оригіналу $\tilde{E}[u,v]$.

Означення 3.7. Нечітку реплікацію $\tilde{C}=\bigcup_{i=1}^{n}\tilde{C}_i[s_i,s_{i+1})$, де $\tilde{C}_i[s_i,s_{i+1})$ $i=\overline{1,n}$, є копіями нечіткого оригіналу $\tilde{E}[u,v]$ з носіями, заданими числовими інтервалами $[s_i,s_{i+1})$, $i=\overline{1,n}$, будемо називати n-кратною послідовною копією нечіткого оригіналу $\tilde{E}[u,v]$.

Таким чином, маючи зразок відліку вимірювання інтервалу часу у вигляді лівого початкового оригінала $\tilde{E}[0,v)$, можна визначити нечітку n-кратну послідовну копію на його основі, яка буде описувати динаміку зміни часу на заданому часовому проміжку.

Нехай $\widetilde{E}^{Q}[0,v_{Q})$ - лівий нечіткий оригінал у формі трикутного числа з лінійною спадною функцією належності, який визначає «швидкий» одиничний проміжок часу ($v_{Q}<1$), а $\widetilde{E}^{D}[0,v_{D})$ - аналогічний нечіткий оригінал, що визначає «повільний» одиничний проміжок ($v_{D}>1$). Визначимо $\widetilde{C}^{Q}=\bigcup\limits_{i_Q=1}^{n_Q}\widetilde{C}^{Q}_{i_Q}\,[s_{i_Q},s_{i_Q+1}]$ - нечітку n_Q-кратну послідовну копію оригінала $\widetilde{E}^{Q}[0,v_{Q})$, що описує «швидку» зміну часу на проміжку $[s_{i_Q},s_{i_Q+1}]$, і $\widetilde{C}^{D}=\bigcup\limits_{i_D=1}^{n_D}\widetilde{C}^{D}_{i_D}\,[s_{n_Q+i_D},s_{n_Q+i_D+1}]$ - нечітку n_D-кратну послідовну копію оригінала $\widetilde{E}^{D}[0,v_{D})$, що визначає «швидку» зміну часу на проміжку $[s_{n_Q+i_D},s_{n_Q+i_D+1}]$. Тут $\widetilde{C}^{Q}_{i_Q}[s_{i_Q},s_{i_Q+1}]$, $i_Q=\overline{1,n_Q}$, $\widetilde{C}^{D}_{i_D}[s_{n_Q+i_D},s_{n_Q+i_D+1}]$, $i_D=\overline{1,n_D}$ - копії лівих нечітких оригіналів $\widetilde{E}^{Q}[0,v_{Q})$ і $\widetilde{E}^{D}[0,v_{D})$ відповідно, з числовими носіями заданої довжини v_Q і v_D .

Необхідно відмітити, що «швидкий» або «повільний» відлік часу характерний і для різних процесів у технічних системах. Швидкість функціонування технічного пристрою достатньо часто визначається частотою (кількістю за одиницю часу) тактових імпульсів, що подаються на вхід.

У *підрозділі 3.3.2* запропоновано спосіб розв’язання задачі розподілу часового ресурсу з нечітко заданими термінами виконання.

За умов, що інтервали часу на переналагодження не враховуються або не є суттєвими, і за наявності дефіциту часу, тобто $\sum\limits_{i=1}^{N}T_i\geq\overline{T}$, проблему найбільш ефективного використання часового ресурсу можна сформулювати як нечітку задачу бульового лінійного програмування

$$W=\sum_{i=1}^{N}B_i x_i\rightarrow\max, \tag{46}$$

$$\sum_{i=1}^{N}\widetilde{T}_i x_i\leq\overline{T}, \qquad x_i\in\{0,1\},\ i=\overline{1,N}, \tag{47}$$

з нечітко заданими термінами виконання окремих завдань $\widetilde{T}_i$, $i=\overline{1,N}$.

Якщо враховувати час на переналагодження при переключенні з однієї роботи на іншу, розв’язком задачі оптимального використання часу $\overline{T}$ буде перестановка $p=(p_1,...,p_m)$, $m\leq N$, $p_i\in\overline{1,N}$, $i=\overline{1,m}$, яка визначає порядок виконання робіт і яка є розв’язком оптимізаційної задачі:

$$W=\sum_{i=1}^{m}B_{p_i}y_{p_i}\rightarrow\max, \tag{48}$$

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}(\widetilde{T}_i+\pi_{ij})x_{ij}\leq\overline{T}, \tag{49}$$

де $x_{ij}\in\{0,1\}$ - як і раніше, змінні, що характеризують порядок виконання робіт (при одиничному значенні робота i виконується безпосередньо перед роботою j , у решті випадків - 0), $i,j=\overline{1,N}, i\neq j$, $y_i=\begin{cases}1, \textit{якщо } x_{ij}=1,\\ 0, \textit{інакше},\end{cases}$, $i=\overline{1,m}$.

У *підрозділі 3.3.3* досліджено гібридну модель динаміки процесу обробки сукупності задач.

Позначимо через $x_i(t)$ – величину складності i -ї задачі у момент часу t , $i=1,2,...,N$; $w(t)=(w_1(t),...,w_N(t))$ – вектор бульовських компонент, одиничне значення яких ($w_i(t)=1$) визначає обслуговування, а нульове ($w_i(t)=0$) - очікування обслуговування i -ї задачі у момент часу t , $i=1,2,...,N$; $b(t)$ – сумарну величину складності задач у момент часу t . Розглянемо процес функціонування обчислювального пристрою на інтервалі $[t_0, T]$, де T - довільне додатне число.

Завантаження обчислювального пристрою зростає за часом пропорційно зваженій сумі $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w_i(t)x_i(t)$ поточних рівнів складності задач $x_i(t)$, $i=1,2,\ldots,N$. Поява кожної нової задачі та завершення виконання задач визначають дискретні моменти часу t_0^i і t_E^i, $i=1,2,\ldots,N$, відповідно. Для всіх проміжків $T_i = t_E^i - t_0^i$, $i=1,2,\ldots,N$, можна знайти найбільше спільне кратне Δt, таке, що $t_E^i = t_0^i + k_i\Delta t$, $k_i \in \mathrm{N}$, $i=1,2,\ldots,N$. Без обмеження загальності, можна вважати, що $t_0 = 0$ і $\Delta t = 1$.

Зміна сумарної величини складності задач $b(t)$, що відбувається у моменти часу $t_k = k\Delta t = k$, $k \in \mathrm{N}\cup\{0\}$, описується співвідношенням

$$b(t_{k+1}) = b(t_k) + \sum_{\substack{i=1 \\ w_i(t_{k+1})>w_i(t_k)}}^{N} 2^{i-1} - \sum_{\substack{i=1 \\ w_i(t_{k+1})<w_i(t_k)}}^{N} 2^{i-1},\ b(t_0) = b(0) = 0, \tag{50}$$

і на кожному проміжку $[t_k, t_{k+1})$ величина $b(t) \equiv const$. Крім цього, послідовність $t_k = k$, $k \in \mathrm{N}\cup\{0\}$ повністю визначає моменти подій, що відбуваються в системі і описуються за допомогою розглянутих вище значень $t_0^i + k_j^i\Delta t$, $j=0,1,2,\ldots,r_i$, $i=1,2,\ldots,N$, $k_j^i \in \mathrm{N}\cup\{0\}$, $k_0^i = 0$, $\sum_{j=0}^{r_i+1} k_j^i = k_i$.

Таким чином, гібридна динамічна система, яка використовується для моделювання процесу обробки заданої сукупності задач, складається з однієї лінійної функціональної стаціонарної підсистеми (50) та *N+1* лінійної диференціальної підсистеми, які записуються у вигляді

$$\dot{x}_i(t) = -\frac{1}{b(t)}x_i(t),\ x_i(t_0^i) = x_0^i,\ i=1,2,\ldots,N, \tag{51}$$

$$t \in [t_0^i + k_j^i\Delta t, t_0^i + k_{j+1}^i\Delta t],\ j=0,1,2,\ldots,r_i,\ i=1,2,\ldots,N,\ k_j^i \in \mathrm{N}\cup\{0\},\ \sum_{j=0}^{r_i+1} k_j^i = k_i,$$

$$\dot{u}(t) = -u(t) + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w_i(t)x_i(t),\ u(t_0) = u(0) = 0,\ t \in [t_0, T], \tag{52}$$

$$b(t) = b(t-1) + \sum_{\substack{i=1 \\ w_i(t)>w_i(t-1)}}^{N} 2^{i-1} - \sum_{\substack{i=1 \\ w_i(t)<w_i(t-1)}}^{N} 2^{i-1},\ b(0) = 0,\ t = k,\ k \in \mathrm{N}\cup\{0\}, \tag{53}$$

$$w_i(t) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases},\ i=1,2,\ldots,N,\ t = k,\ k \in \mathrm{N}\cup\{0\}, \tag{54}$$

де x_0^i - початкова складність i-ї задачі, що поступає на виконання, $i = \overline{1,N}$.

Формально ця система може бути записана у вигляді:

$$\dot{x}(t) = A(y(k))x(t),\ x(t_0) = x(0) = x_0,\ t \ge 0, \tag{55}$$

$$y(k) = C(k)x(k) + y(k-1),\ k = 0,1,2,\ldots. \tag{56}$$

Теорема 3.1. На проміжку $k \le t < k+1$ фундаментальна матриця розв'язків гібридної системи (55)-(56) має вигляд

$$\Phi(t) = Z_k(t)Z(k), \tag{57}$$

$$Z_k(t) = \begin{bmatrix} e^{A(y(k))(t-k)} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ k \le t < k+1, \tag{58}$$

$$Z(k) = \begin{pmatrix} \prod_{j=1}^{k} e^{A(y(k-j))} & 0 \\ \sum_{j=1}^{k} C(k-j+1)\prod_{i=1}^{k+1-j} e^{A(y(k+1-j-i))} & 1 \end{pmatrix},\ j = \overline{1,k}. \tag{59}$$

У *підрозділі 3.4* запропоновано метод перетворення області допустимих розв'язків стандартної ЗЛП (10), (11) на основі оцінок близькості обмежень задачі.

Введемо позначення: $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{in})^T$ - вектор коефіцієнтів у лівій частині i-го обмеження, $\overline{A}_i = (a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{in}, b_i)^T$ - розширений вектор, що містить окрім коефіцієнтів i-ї нерівності значення правої частини b_i, $i = \overline{1, m}$.

Означення 3.8. Два обмеження системи лінійних нерівностей (11) з номерами i та j, $1 \le i, j \le m$, назвемо γ-слабкозв'язаними, якщо для величини

$$v_{ij} = (A_i, A_j) \big/ (\|A_i\| \|A_j\|), \ 1 \le i, j \le m, \tag{60}$$

справедливе співвідношення

$$v_{ij} \le \gamma, \ 0 \le \gamma < 1, \tag{61}$$

де $(A_i, A_j) = \sum_{s=1}^{n} a_{is} a_{js}$ - скалярний добуток векторів A_i, A_j, $1 \le i, j \le m$.

Означення 3.9. Два обмеження системи лінійних нерівностей (11) з номерами i та j, $1 \le i, j \le m$, назвемо γ-сильнозв'язаними, якщо для величини v_{ij} виду (60) справедливе співвідношення

$$v_{ij} \ge \gamma, \ 0 < \gamma \le 1. \tag{61}$$

Означення 3.10. Два обмеження системи лінійних нерівностей (11) з номерами i та j, $1 \le i, j \le m$, назвемо $\bar{\gamma}$-слабозв'язаними, якщо для величини

$$\bar{v}_{ij} = (\overline{A}_i, \overline{A}_i) \big/ (\|\overline{A}_i\| \|\overline{A}_j\|), \ 1 \le i, j \le m, \tag{62}$$

справедливе співвідношення

$$\bar{v}_{ij} \le \gamma, \ 0 \le \gamma < 1. \tag{63}$$

Означення 3.11. Два обмеження системи лінійних нерівностей (11) з номерами i та j, $1 \le i, j \le m$, назвемо $\bar{\gamma}$-сильнозв'язаними, якщо для величини $\bar{v}_{ij}$ виду (62) справедливе співвідношення

$$\bar{v}_{ij} \ge \gamma, \ 0 < \gamma \le 1. \tag{64}$$

Розглянемо довільні обмеження з номерами i та j, $1 \le i, j \le m$. Ступінь їх $\bar{\gamma}$-зв'язності $\bar{v}_{ij}$ визначається величиною $\bar{v}_{ij} = \max \bar{\gamma} = \bar{\gamma}^0 = \sum_{s=1}^{n+1} a_{is} a_{js} \Big/ (\|\overline{A}_i\| \|\overline{A}_j\|)$, для якої нескладно отримати оцінку:

$$\bar{v}_{ij} \le v_{ij} + a_{in+1} a_{jn+1} \big/ (\|A_i\| \|A_j\|). \tag{65}$$

Твердження 3.1. Припустимо, що довільні обмеження з номерами i та j, $1 \le i, j \le m$, системи нерівностей (11) є γ-сильнозв'язаними, тобто $v_{ij} \ge \gamma$. Тоді за умови $\bar{v}_{ij}(\beta^0) \ge v_{ij}$, де $\bar{v}_{ij}(\beta) = \left((A_i, A_j) + \beta\right) \Big/ \left(\sqrt{\|A_i\|^2 + \beta^2} \sqrt{\|A_j\|^2 + 1}\right)$, $a_{in+1} = \beta$, $a_{jn+1} = 1$, $\beta^0 = \|A_i\|^2 \big/ (A_i, A_j)$, існує значення $\bar{\gamma} \ge \gamma$, для якого ці обмеження будуть $\bar{\gamma}$-сильнозв'язаними, тобто $\bar{v}_{ij} \ge \bar{\gamma}$.

Запропоновано послідовність перетворення області допустимих розв'язків стандартної ЗЛП (10), (11) на основі оцінок їх близькості:

- задаємо значення величини γ, яке визначає ступінь сильної зв'язаності пар обмежень;

- для всіх пар нерівностей, для яких значення $v_{ij} \ge \gamma$, $1 \le i, j \le m$, будуємо нове обмеження у вигляді $\sum_{k=1}^{n} p_k x_k \le r$, де коефіцієнти $p_k, k = \overline{1, n}, r$ визначаються з рівняння гіперплощини, вектор нормалі до якої співпадає з вектором суми векторів $(a_{i1}, a_{i2}, ... a_{in})^T$ і $(a_{j1}, a_{j2}, ... a_{jn})^T$, та яка проходить через гipermножину точок перетину гіперплощин $\sum_{k=1}^{n} a_{ik} x_k = b_i$ і $\sum_{k=1}^{n} a_{jk} x_k = b_j$, $1 \le i, j \le m$.

Область допустимих розв'язків ЗЛП при цьому не зменшується, а при виконанні умови $\bar{v}_{ij} \ge v_{ij} \ge \gamma$, $1 \le i, j \le m$, є перетином областей, що задаються усіма нерівностями, крім i-ї та j-ї, та області, яка визначається новою нерівністю $\sum_{k=1}^{n} p_k x_k \le r$, з урахуванням вимог $x_k \ge 0, k = \overline{1,n}$.

Стосовно ЗЛП (7), (8) з нечіткими ресурсами запропоновано послідовність перетворень системи обмежень, яка враховує подання величин ресурсів у вигляді правих трикутних нечітких чисел, $\widetilde{b}_i = (b_i, b_i, b_i + b_i^0)$, $i = \overline{1,m}$. Зміст схеми перетворення області допустимих розв'язків при m лінійних обмеженнях набуває такого вигляду:

- задаємо значення величини γ, що визначає ступінь сильної зв'язаності пар обмежень;
- для всіх пар нерівностей, для яких значення $v_{ij} \ge \gamma$, $1 \le i, j \le m$, будуємо нове обмеження у вигляді $\sum_{k=1}^{n} p_k x_k \le s - \lambda v_{ij}$, $0 \le \lambda \le 1$, де коефіцієнти $p_k, k = \overline{1,n}, s$ визначаються з рівняння гіперплощини, вектор нормалі якої співпадає з вектором суми векторів $(a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{in})^T$ і $(a_{j1}, a_{j2}, \ldots, a_{jn})^T$ та яка проходить через множину точок перетину гіперплощин $\sum_{k=1}^{n} a_{ik} x_k = b_i + b_i^0$ і $\sum_{k=1}^{n} a_{jk} x_k = b_j + b_j^0$, $1 \le i, j \le m$. Отримане в новому обмеженні значення $s - \lambda v_{ij}$ відповідає нечітко заданій величині ресурсу, яка подається правим нечітким трикутним числом $(s - v_{ij}, s - v_{ij}, s)$.

У *підрозділі 3.5* запропоновано спосіб розв'язання нечітких ЗЛП за наявності систем альтернативних обмежень. Даний підхід застосовується для розв'язання нечіткої задачі лінійного програмування з цільовою функцією (12) та з нечіткими ресурсними обмеженнями у вигляді системи нерівностей розмірності m_1

$$\begin{aligned} &a_{11}^1 x_1 + a_{12}^1 x_2 + \ldots + a_{1n}^1 x_n \le \widetilde{b}_1^1; \\ &a_{21}^1 x_1 + a_{22}^1 x_2 + \ldots + a_{2n}^1 x_n \le \widetilde{b}_2^1; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &a_{m_1 1}^1 x_1 + a_{m_1 2}^1 x_2 + \ldots + a_{m_1 n}^1 x_n \le \widetilde{b}_{m_1}^1; \end{aligned} \tag{66}$$

або системи нерівностей розмірності m_2

$$\begin{aligned} &a_{11}^2 x_1 + a_{12}^2 x_2 + \ldots + a_{1n}^2 x_n \le \widetilde{b}_1^2; \\ &a_{21}^2 x_1 + a_{22}^2 x_2 + \ldots + a_{2n}^2 x_n \le \widetilde{b}_2^2; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &a_{m_2 1}^2 x_1 + a_{m_2 2}^2 x_2 + \ldots + a_{m_2 n}^2 x_n \le \widetilde{b}_{m_2}^2. \end{aligned} \tag{67}$$

За аналогією з описаним у підрозділі 1.2.2 підходом задамо деякий граничний рівень для оптимального значення цільової функції. Це дозволяє сформулювати дві задачі оптимізації:

$$\lambda^1 \to \max \tag{68}$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^1 x_j \le b_i^1 + \overline{b}_i^1 - \lambda^1 \overline{b}_i^1, \ \ i = \overline{1, m_1}, \ x \ge 0, \tag{69}$$

та

$$\lambda^2 \to \max \tag{70}$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^2 x_j \le b_i^2 + \overline{b}_i^2 - \lambda^2 \overline{b}_i^2, \ \ i = \overline{1, m_2}, \ x \ge 0, \tag{71}$$

де $\overline{b}_i^1$, $i = \overline{1, m_1}$, $\overline{b}_i^2$, $i = \overline{1, m_2}$, - величини допустимих порушень (відхилень) у ресурсних обмеженнях систем (66), (67), відповідно.

Якщо вектор (λ^{1O}, x^{1O}) є оптимальним розв'язком задачі (68)-(69), а (λ^{2O}, x^{2O}) - оптимальний розв'язок задачі (70)-(71), то x^{1O}, x^{2O} будуть оптимальними розв'язками нечітких задач (12), (66) і (12), (67) відповідно, параметри λ^{1O}, λ^{2O} визначають загальний гарантований рівень нечітко заданих ресурсів. Тоді у якості розв'язку задачі (12), (66), (67) можна обрати вектор $x = x^{pO}$, де

$$p = \begin{cases} 1, & якщо(\lambda^{1O} > \lambda^{2O}) \vee ((\lambda^{1O} = \lambda^{2O}) \Lambda (c^T x^{1O} \geq c^T x^{2O})), \\ 2, & якщо(\lambda^{1O} < \lambda^{2O}) \vee ((\lambda^{1O} = \lambda^{2O}) \Lambda (c^T x^{1O} < c^T x^{2O})) \end{cases}, \quad (72)$$

тобто оптимальним розв'язком нечіткої лінійної задачі оптимізації буде розв'язок, що відповідає більш високому рівню нечітко заданих ресурсів.

Запропоновані методи та алгоритми використано при розв'язанні прикладних задач, які формалізуються у вигляді нечітких оптимізаційних задач з нечітко заданими обмеженнями на ресурси. Цьому присвячений **четвертий розділ**. Розглянуто приклади практичного розв'язування задач оптимального розподілу часового ресурсу. Запропоновано програмну реалізацію підходу для складання розкладу занять академічних груп і викладачів в межах аудиторного фонду навчального закладу протягом типового тижня. Задача формування розкладу розглядалась як задача дискретної оптимізації в умовах обмеженості ресурсів аудиторного фонду, що властиво при організації навчання на навчально-підготовчих курсів та при проведенні підвищення кваліфікації.

Проведено комп'ютерне моделювання динаміки розподілу часового ресурсу при імітації процесу тестування. Професійне оцінювання на основі тестів здійснюється за результатами розв'язання заданої кількості завдань, які характеризуються складністю, а для різних рівнів складності завдання потребують відповідного часу на розв'язування. Чисельне моделювання процесу тестування проведено з урахуванням різної кількості тестових завдань.

Описано систему для проведення дистанційних online-тестувань, що використовується для визначення рівнів підготовки учасників тестувань та моделювання поведінки та тренування користувачів системи до складання іспитів або перевірки реагування користувача на певні події.

Розроблена комп'ютерна система є розподіленою інформаційною системою корпоративного типу. Для її створення використовувалась мова програмування PHP 5.4 із застосуванням PHP-фреймворку Kohana 3.

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота присвячена розробці та практичному впровадженню методів і алгоритмів розв'язання нечітких задач лінійного програмування з ресурсними обмеженнями. Наукова новизна роботи полягає в теоретико-методологічному обґрунтуванні залучення методів та алгоритмів для вирішення оптимізаційних задач часового розподілу з обмеженнями на ресурси, заданими у вигляді нечітких трикутних чисел.

Основними результатами дисертаційної роботи є те, що:
- вперше сформульовано задачу розподілу часових ресурсів як задачі складання розкладу виконання сукупності робіт;
- запропоновано новий підхід для формалізації нечіткого темпу плину часу;
- розроблено новий метод розв'язання нечітких задач лінійного програмування з урахуванням динаміки змін часових ресурсів;
- формалізовано нові математичні моделі процесів тестування та оптимального розподілу часових ресурсів з урахуванням суб'єктивного сприйняття швидкості плину часу;
- вперше змодельовано динаміку процесів з урахуванням зміни темпів плину часу;
- вдосконалено системний підхід для розв'язання прикладних задач з ресурсними обмеженнями;

- визначено нову схему жадібного алгоритму для розв'язання задач розподілу та рекомбінації;
- вдосконалено метод перетворення області допустимих розв'язків на основі оцінки близькості обмежень;
- розроблено нову схему розв'язання нечітких задач лінійного програмування за наявності систем альтернативних обмежень;
- розроблено комп'ютерну систему для організації та проведення процесів тестування осіб, що проходять перевірку рівня підготовки на основі заданої сукупності тестів.

Результати роботи використані для планування розкладу у навчальному закладі з урахуванням термінів викладання та обмеженості аудиторного фонду, для визначення та перерахунку часу, потрібного для вирішення сукупності запланованих завдань при проходженні тестування в навчальному центрі мережевих технологій при Інформаційно-обчислювальному центрі Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті у наукових фахових виданнях України:

1. Махно М.Ф. Про гібридну модель динаміки процесу обробки сукупності завдань / М.Ф.Махно // Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія: Кибернетика. – 2015. – №1(15). – С.22-27.
2. Івохін Є.В. Розробка засобів адаптивного тестування та автоматичного оцінювання знань / Є.В.Івохін, М.Ф.Махно // Вісник Київського університету ім. Тараса Шевченка. Серія: Фізико-математичні науки. – 2015. – №1. – С.130-133.
3. Івохін Є.В. Про один підхід до розв'язання нечіткої задачі рекомбінації / Є.В.Івохін, М.Ф.Махно // Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія: Фізико-математичні науки. – 2016. – №2. – С.94-97.
4. Івохін Є.В. Про наближений розв'язок чіткої та нечіткої задачі лінійного програмування з системою обмежень великої розмірності / Є.В.Івохін, В.О.Навродський, М.Ф.Махно //Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія: Фізико-математичні науки. – 2016. – №3. – С.69-72.
5. Ивохин Е.В. О подходе к построению структурированных нечетких множеств и их использовании для описания нечеткого отсчета времени/ Е.В.Ивохин, М.Ф.Махно // Проблемы управления и информатики. – 2017. – №5. – С.147-156.

Статті у наукових виданнях:

6. Івохін Є.В. Про одну гібридну модель задачі теорії розкладів / Є.В.Івохін, М.Ф.Махно // Сборник трудов Міжнародной научной конференции имени Т. А.Таран "Интеллектуальний анализ информации" (IAI-2016), Київ, 18-20 травня 2016. – С.90-96.

Тези наукових доповідей:

7. Івохін Є.В. Про підхід до формалізації процесу тестування на основі гібридної моделі задачі розкладів / Є.В.Івохін, М.Ф.Махно // Матер. VII міжнар. конф. ["Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації"], (Камя'нець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, березень 2016). - Камя'нець-Подільський, 2016. - С. 85.
8. Makhno M. On one hybrid model of a schedule theory problem/ M.Makhno, D.Apanasenko//Abstracts XXVII International Conference ["Problems of descision making under uncertainties"], (May 23-27, 2016, Tbilisi-Batumi, Georgia). Tbilisi-Batumi, 2016. – P.108.
9. Івохін Є.В. Про один підхід до розв'язання нечіткої задачі теорії розкладів / Є.В.Івохін, М.Ф.Махно // Тези VIII міжнар. школи-сем. [«Теорія прийняття рішень»], (Ужгород, 26.09-01.10.2016). - Ужгород, 2016. – С.129.
10. Івохін Є.В. Про спосіб перетворення області допустимих розв'язків в чітких та нечітких задачах лінійного програмування/ Є.В.Івохін, М.Ф.Махно// Матер. IV міжнар. наук.-техн. конф. ["Обчислювальний інтелект" (OI-2017)], (Київ, 16-18 травня 2017р.). - Київ, 2017. – С.118-119.

АНОТАЦІЯ

Махно М.Ф. Моделі та методи розв'язання нечітких задач оптимального розподілу часового ресурсу. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук із спеціальності 01.05.04 – системний аналіз і теорія оптимальних рішень. – Київський національний університет імені Тараса Шевченка МОН України, Київ, 2017.

Дисертаційна робота присвячена присвячена розробці та практичному впровадженню методів і алгоритмів розв'язання нечітких задач лінійного програмування з ресурсними обмеженнями. Сформульовано загальну задачу складання розкладу в термінах лінійного цілочисельного програмування, наведено постановку і спосіб розв'язання задачі оптимальної рекомбінації виконання заданої сукупності робіт. Сформульовано нечітку задачу про рюкзак як засіб розподілу нечітко визначеного часового ресурсу. Описано задачу складання розкладу з нечітко заданими інтервалами налаштувань.

Розв'язано задачу часового розподілу з нечітким вимірюванням часу. Запропоновано опис вимірювання відліку часу на основі структурованих нечітких чисел. Розглянуто нечітку задачу про рюкзак з нечітко заданими термінами виконання.

Розроблено метод перетворення області допустимих розв'язків ЗЛП з урахуванням близькості обмежень. Запропоновано методи розв'язання нечітких ЗЛП на основі перетворення ОДР та за наявності систем альтернативних обмежень. Побудовано гібридну модель динаміки процесу обробки сукупності завдань, отримано твердження про фундаментальну матрицю її розв'язків.

Розглянуто приклади практичного розв'язування задач оптимального розподілу часового ресурсу. Проведено комп'ютерне моделювання динаміки розподілу часового ресурсу при імітації процесу тестування. Розроблено систему для проведення дистанційного online-тестування для визначення рівнів підготовки учасників тестувань та моделювання їх поведінки.

Ключові слова: чіткі та нечіткі задачі лінійного програмування, часові обмеження, нечіткі трикутні числа, задача розподілу часового ресурсу, нечіткий відлік часу, складання розкладу, тестування.

АННОТАЦИЯ

Махно М.Ф. Модели и методы решения нечетких задач оптимального распределения временного ресурса. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.04 – системный анализ и теория оптимальных решений. – Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко МОН Украины, Киев, 2017.

Диссертационная работа посвящена разработке и практическому применению методов и алгоритмов решения нечетких задач линейного программирования с ресурсными ограничениями. Проанализированы способы решения и сформулированы оптимизационные задачи для нахождения решений в нечетких задачах распределения временного ресурса с ограничениями и производственными затратами, заданными в виде нечетких треугольных чисел. Предложенные методы использованы для разработки компьютерной системы организации и проведения тестирования лиц, проходящих проверку уровня подготовки на основе заданной совокупности тестов.

В первом разделе диссертационной работы проведен обзор результатов исследований нечетких задач линейного программирования (ЗЛП), детально рассмотрены и изучены постановки задач про рюкзак, составления расписания и выбор заявок.

Приведены основные положения о нечетких величинах и способах их формализации. Изложен принцип формирования нечеткого решения Беллмана-Заде для нечетких задач линейного программирования. Проведен обзор свойств и методов решения четких оптимизационных задач распределения ресурсов, определена методика их решения как задач составления расписания.

Во втором разделе рассмотрены задачи оптимального распределения временного ресурса, изложены математические постановки оптимизационных задач распределения в терминах линейного целочисленного программирования, приведена постановка и способ решения задачи

оптимальной рекомбинации при выполнении заданной совокупности работ.

На основе метода наименьших отклонений предложен способ решения задачи распределения временного ресурса при выполнении заданного количества работ. Предложена схема реализации жадного алгоритма для решения задач распределения и рекомбинации. Реализованы подходы для использования экономических стратегий при решении задач распределения времени.

Третий раздел посвящен исследованию моделей и методов решения нечетких задач оптимального распределения временного ресурса. Сформулирована нечеткая задача про рюкзак как способ распределения нечетко определенного временного ресурса. Описана задача составления расписания с нечетко заданными интервалами переналадки.

Особое внимание уделено задаче составления расписания с нечетким измерением времени. Определено понятие структурированных нечетких чисел для описания измерения отсчета времени. Рассмотрена задача про рюкзак с нечетко заданными сроками выполнения работ.

На основе сильной и слабой связности ограничений в линейных задачах оптимизации разработан метод преобразования области допустимых решений. Проиллюстрировано влияние предложенного подхода на результаты решения нечетких ЗЛП. Разработана схема решения нечетких оптимизационных задач при наличии систем альтернативных ограничений.

Сформулирована гибридная модель динамики для процесса обработки совокупности задач, получены утверждения о фундаментальной матрице её решений.

В четвертом разделе диссертационной работы рассмотрены примеры практического решения задач оптимального распределения временного ресурса. Предложена программная реализация подхода для составления недельного расписания занятий академических групп и преподавателей в пределах аудиторного фонда учебного заведения. Проведено компьютерное моделирование динамики распределения временного ресурса при проведении процесса тестирования. Описана система для проведения дистанционного тестирования.

Ключевые слова: четкие и нечеткие задачи линейного программирования, временные ограничения, нечеткие треугольные числа, задача распределения временного ресурса, нечеткий отсчета времени, составление расписания, тестирование.

ANNOTATION

Makhno M.F. Models and methods for solving fuzzy problems of time resource optimal distribution. – Manuscript.

Candidate's thesis on Technics, speciality 01.05.04 – system analysis and optimal decision theory. – Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2017.

The thesis is devoted to the development and practical implementation of methods and algorithms for solving fuzzy linear programming problems with resource constraints. The general problem of scheduling in terms of linear integer programming is formulated, the formulation and method for solving the optimal recombination problem for performing a given set of works is given. The fuzzy task of the backpack as a means of distributing an indistinctly defined time resource is formulated. The task of scheduling with fuzzy set intervals of settings is described. The problem of time resource allocation with fuzzy time measurement is solved. A description of the measurement of the time count on the basis of structured fuzzy numbers is proposed. The fuzzy problem of a backpack with indefinitely prescribed terms of execution is considered. A method is developed for transforming the domain of admissible solutions taking into account the closeness of constraints. Methods for solving fuzzy linear optimization problems in the presence of systems of alternative constraints are proposed. A hybrid dynamic model of the process of processing a set of problems is constructed, an assertion is obtained about the fundamental matrix of its solutions. Examples of the practical solution of problems of optimal distribution of a temporary resource are considered. A system has been developed for remote online-testing to determine the levels of training participants in the testing and simulate their behavior.

Key words: fuzzy and crisp linear programming tasks, time limited resource**,** fuzzy triangle numbers, the task of time resource distribution, fuzzy countdown, scheduling, testing.