

16. Wiehr E. A unique magnetic field range for non-spot solar magnetic regions / E. Wiehr // Astron. and Astrophys. – 1978. – Vol. 69, No 2. – P. 279–284.  
 17. Zemanek E. N. 1976. Splitting of Some Spectral Lines of FeI in a Magnetic Field / E. N. Zemanek, A. P. Stefanov // Vestnik Kiev University, Seria Astronomii. – 1976. – Vol. 18. – P. 20–36.

Надійшла до редколегії 11.07.19

V. Lozitsky, Dr.Sci.,  
 Astronomical Observatory of Taras Shevchenko National University of Kyiv

### SIGNIFICANT INHOMOGENEITY OF A MAGNETIC FIELD IN THE GREATEST SUNSPOT OF ACTIVE REGION NOAA 10488

*The main conclusion of our work is that in the greatest sunspot of the active region NOAA 10488 there was a large dispersion of magnetic field strengths, at which the minimum and maximum strengths differed by approximately an order of magnitude. This result applies to the central part of the sunspot umbra, for a square with sides  $2 \times 2 \text{ Mm}^2$  in the picture plane. Observation material was obtained on the Echelle spectrograph of the horizontal solar telescope of the Astronomical Observatory of Taras Shevchenko National University of Kyiv. This instrument allows to analyze the Zeeman effect simultaneously in thousands of spectral lines of almost the entire visible region of the spectrum. For our analysis, four iron FeI lines with wavelengths of 6290.97, 6301.51, 6302.50 and 6498.97 Å and effective Lande factors 1.481, 1.669, 2.487 and 1.375, respectively, were used. In the studied sunspot, only FeI 6302.5 from these lines has a complete Zeeman splitting, which corresponds to magnetic field of 3400 G. However, the splitting of the other three lines corresponds to magnetic fields in a very wide range, from several hundred Gauss to 3700 G, which indicates significant inhomogeneity of the magnetic field. Also, the shape of bisectors of  $I \pm V$  profiles does not correspond to a case of homogeneous field. In particular, theoretically, in a homogeneous and non-longitudinal magnetic field, bisectors should be have the maximum splitting in the nuclei of these lines, whereas in reality the picture is more complicated. All three of these lines show a tendency to increase splitting in distant wings, at distances of 120-250 mÅ from their centers. This effect is possible under the two-component structure of the magnetic field (background field + spatially unresolved structures) having magnetic strengths in the range of 4.5-8 kGs in spatially unresolved structures. Magnetic polarity in both components is the same, namely N. The observational data indicate that the magnetic field value differed significantly not only on the surface, but also in height in the studied sunspot.*

*Keywords: Sun, sunspots, magnetic fields, active region NOAA 10488, Echelle Zeeman-spectrographs, bisectors of profiles of spectral lines, spatially unresolved structures, magnetic field inhomogeneity.*

В. Лозицкий, д-р физ.-мат. наук,  
 Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев

### СУЩЕСТВЕННАЯ НЕОДНОРОДНОСТЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ГОЛОВНОМ СОЛНЕЧНОМ ПЯТНЕ АКТИВНОЙ ОБЛАСТИ NOAA 10488

*Основной вывод работы состоит в том, что в головном пятне активной области NOAA 10488 существовала большая дисперсия напряженностей магнитного поля, при которой минимальные и максимальные напряженности отличались примерно на порядок. Этот результат соответствует центральной части тени солнечного пятна для квадрата со сторонами  $2 \times 2 \text{ Mm}^2$  в картинной плоскости. Наблюдательный материал получен на зешельном спектрографе горизонтального солнечного телескопа Астрономической обсерватории Киевского национального университета имени Тараса Шевченко. Этот инструмент позволяет анализировать эффект Зеемана одновременно в тысячах спектральных линий почти всей видимой области спектра. Для анализа были отобраны четыре линии нейтрального железа FeI с длинами волн 6290.97, 6301.51, 6302.50 и 6498.97 Å и эффективными факторами Ланде 1.481, 1.669, 2.487 и 1.375, соответственно, определенными эмпирически в лабораторных условиях. В изученном солнечном пятне из этих линий лишь линия FeI 6302.5 имеет полное зеемановское расщепление, которое соответствует магнитному полю 3400 Гс. Однако расщепление других трех линий соответствует магнитным полям в очень широком диапазоне, от нескольких сотен до 3700 Гс, что свидетельствует о значительной неоднородности магнитного поля. Также вид бисекторов профилей  $I \pm V$  указывает на значительное отличие наблюдаемого поля от однородного. В частности, теоретически при однородном продольном магнитном поле бисекторы должны наиболее расщепляться в ядрах указанных линий, между тем как на самом деле картина более сложная. Все три указанные линии имеют тенденцию к возрастанию расщепления в далеких крыльях, на расстояниях 120–250 мÅ от их центров. Такой эффект возможен при двухкомпонентной структуре магнитного поля (фон + пространственно неразрешимые структуры) и при напряженностях в диапазоне 4.5–8 кГс в пространственно неразрешимых структурах. Магнитная полярность в обеих компонентах одинакова, а именно N. Полученные наблюдательные данные указывают на то, что в изученном пятне величина магнитного поля существенно изменялась не только по поверхности, но и с высотой в атмосфере.*

*Ключевые слова: Солнце, солнечные пятна, магнитные поля, активная область NOAA 10488, зешельные зееман-спектрограммы, бисекторы профилей спектральных линий, пространственно неразрешимые структуры, неоднородность магнитного поля.*

УДК 524.7

О. Александров, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб.,  
 В. Жданов, д-р фіз.-мат. наук, проф.,  
 В. Слюсар, канд. фіз.-мат. наук, мол. наук. співроб.,  
 Астрономічна обсерваторія  
 Київського національного університету  
 імені Тараса Шевченка

### ПЕРЕВІРКА ФОРМУЛИ ЕЙНШТЕЙНА ДЛЯ ГРАВІТАЦІЙНОГО ВІДХИЛЕННЯ СВІТЛА ЗА КРИВИМИ БЛИСКУ МІКРОЛІНЗОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

*Запропоновано варіант перевірки формули Ейнштейна на базі даних про мікролінзування на зорях Галактики. Із цією метою модифіковано рівняння гравітаційного лінування, куди введено параметр збурення  $\varepsilon$ , що характеризує відхилення від формули загальної теорії відносності. У лінійному наближенні за  $\varepsilon$  отримані відповідно збурені координати мікробльонів і коефіцієнт підсилення потоку випромінювання. Ці формули застосовано до припасування кривих блиску мікролінзованих джерел.*

*Ключові слова: гравітаційне відхилення світла, формула Ейнштейна, гравітаційне мікролінзування, криві блиску.*

### 1. Формула Ейнштейна і гравітаційне лінзування

Формула для кута заломлення  $\theta$  світлового променя при його проходженні поблизу сферично симетричного тіла з масою  $M$  була отримана Ейнштейном у 1915 р.:

$$\theta(\rho) = 4 \frac{GM}{c^2 \rho}. \quad (1)$$

Тут  $G$  – гравітаційна стала,  $c$  – швидкість світла;  $\rho$  – прицільний параметр, тобто відстань від центра тіла до прямої, уздовж якої поширювався світловий промінь до його викривлення гравітаційним полем. Величину  $2GM/c^2$  називають гравітаційним радіусом тіла  $r_g$ , отже, формула (1) також може бути подана як  $\theta = 2 \frac{r_g}{\rho}$ . На поверхні Сонця, коли  $\rho$  дорівнює його радіусу  $R$ ,  $r_g/R \approx 4 \cdot 10^{-6}$ .

Згідно з формулою (1) кут відхилення світла гравітаційним полем у два рази перевищує той, що очікувався за теорією Ньютона. Після вимірювань цього ефекту під час сонячного затемнення у 1919 р. це стало першим перевіреним завбаченням загальної теорії відносності (ЗТВ) [1-3]. Однак треба зауважити, що точність тих вимірювань була дуже низькою.

Щоб перевірити окрему формулу або цілу теорію, а точніше, визначити межі, у яких цю формулу або теорію можна вважати експериментально підтвердженими, до них вводять додаткові параметри й за експериментальними даними оцінюють їхні гранично можливі значення. У випадку теорії тяжіння серед інших підходів розроблено так званий параметризований пост-ньютонівський формалізм (ППН-формалізм), який охоплює, окрім ЗТВ, цілий клас метричних теорій гравітації [4, 5]. У рамках цього ППН-формалізму формула для кута відхилення світла, що замінює (1), має такий вигляд:

$$\theta_\gamma = 2(1 + \gamma) \frac{GM}{c^2 \rho}. \quad (2)$$

Тут  $\gamma$  – один із ППН-параметрів. При цьому можлива відмінність від формули Ейнштейна характеризується параметром  $\gamma - 1$ , для якого за даними радіоінтерферометрії з наддовгою базою (РНДБ) отримана оцінка  $|\gamma - 1| \leq 3 \cdot 10^{-4}$  [5, 3]. Отже, можна вважати, що це та точність, з якою формула Ейнштейна підтверджена експериментально у гравітаційному полі Сонця.

Формула Ейнштейна утворює основу сучасної теорії гравітаційного лінзування, і в цьому розумінні підтверджується її здобутками. Можливість залучення гравітаційного лінзування до перевірки ЗТВ уже не раз привертала увагу (див., напр., [6-12]), зокрема щодо аналізу відмінностей гравітаційного лінзування у ЗТВ та альтернативних теорій тяжіння, а також аналізу розподілів темної матерії. Із цією метою можна залучити існуючий значний масив даних із галактичного мікролінзування зорями нашої Галактики (див., зокрема, [13, 14]).

Зауважимо, що точність вимірювання ефектів лінзування у кращому разі становить порядку відсотка. Природно, що точність перевірки ЗТВ тут буде значно нижчою. Сенс такої перевірки полягає в тому, що, порівняно з відхиленням променів у полі Сонця, вона є цілком незалежною, оскільки базується на іншому підході та іншому спостережному матеріалі, який стосується зір Галактики.

### 2. Уведення параметра збурення до рівнянь гравітаційного лінзування

Рівняння гравітаційного лінзування сферично симетричною (або точковою) масою  $M$  має вигляд [1-3]

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} - 4 \frac{GM}{c^2} \frac{D_{LS} D_L}{D_S} \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^2}. \quad (3)$$

Тут  $\mathbf{y}$  та  $\mathbf{x}$  – координатні вектори в площинах джерела і лінзи (початки координат обрано в центрі тіла та у відповідній точці на площині джерел);  $D_S$  і  $D_L$  – відстані від спостерігача до джерела і до лінзи, відповідно;  $D_{LS}$  – відстань між лінзою та джерелом. Величина  $R_0 = \sqrt{4 \frac{GM}{c^2} \frac{D_{LS} D_L}{D_S}}$  – це так званий радіус кільця Ейнштейна. У термінах цієї величини рівняння (3) набуває вигляду

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} \left( 1 - \frac{R_0^2}{|\mathbf{x}|^2} \right). \quad (4)$$

За даними з гравітаційного лінзування неможливо безпосередньо оцінити параметр  $\gamma$  у формулі (2), оскільки в нас недостатньо інформації стосовно мас лінз. У цій роботі ми обговорюємо визначеність показника степеня у формулах (1) та (3). Із цією метою у формулі (1) додаємо до показника малий параметр  $\varepsilon$ :

$$\theta_\varepsilon(\rho) = 4 \frac{GM}{c^2 \rho^{1+\varepsilon}}. \quad (5)$$

Порівнюючи з формулою (2), зауважимо, що в лінійному за  $\varepsilon$  наближенні

$$\theta_\varepsilon(\rho) = 4(1 - \varepsilon \ln \rho) \frac{GM}{c^2 \rho}.$$

Відповідно до (5) модифікуємо рівняння (4):

$$y = x \left( 1 - \frac{R_\varepsilon^a}{|x|^a} \right), \tag{6}$$

де  $a = 2 + \varepsilon$  за визначенням  $R_\varepsilon = R_0^{2/a}$ .

У рівнянні (4) можна перейти до нових координат, розділивши  $x$  та  $y$  на  $R_0$ . Отже, надалі покладемо  $R_0 = 1$ . Аналогічно в рівнянні (6) покладемо  $R_\varepsilon = 1$ .

Рівняння (4) має два розв'язки, які відповідають променям, що огинають гравітатор із двох боків. Нехай  $y = y \cdot e$ , де  $y = |y|$  та  $e$  – одиничний вектор. У рівняннях (4) і (6) вектор  $x$  паралельний до  $e$ . Покладемо  $x = X \cdot e$ . Після підставлення цього виразу в (4) отримуємо рівняння

$$X^2 - yX - 1 = 0. \tag{7}$$

Воно має два корені: додатний  $X_{p0} = \frac{1}{2}(y + \sqrt{y^2 + 4})$  та від'ємний  $X_{n0} = \frac{1}{2}(y - \sqrt{y^2 + 4})$ .

Ураховуючи мализну  $\varepsilon$ , розв'язки рівняння (6) достатньо отримати в лінійному наближенні. Покладаючи  $X_p = X_{p0} + \varepsilon \cdot X_{1p}$  та  $X_n = X_{n0} + \varepsilon \cdot X_{1n}$ , із рівняння (6) знаходимо

$$X_{p1} = \frac{-1}{\sqrt{y^2 + 4}} \ln(X_{p0}) \text{ і } X_{n1} = \frac{1}{\sqrt{y^2 + 4}} \ln(-X_{n0}). \tag{8}$$

Зазначимо, що  $-\ln(X_{p0}) = \ln(-X_{n0})$ , і отже,  $X_{p1} = X_{n1} \equiv X_1$ .

При гравітаційному мікролінзуванні спостережуваними є зміни з часом блиску зорі-джерела при його проходженні поблизу зорі-лінзи. При цьому вимірюваним є лише сумарний блиск двох розглядуваних (мікро)зображень. Коефіцієнт підсилення  $\mu(X)$  зображення в точці  $x = X \cdot e$  визначається якобіаном лінзового відображення

$\mu(X) = 1/|D(X)|$ ,  $D(X) = \begin{vmatrix} D(y_1, y_2) \\ D(x_1, x_2) \end{vmatrix}$ . У випадку рівняння (6)

$$D_\varepsilon(X) = \left[ 1 - \left( \frac{1}{X} \right)^a \right] \left[ 1 + (1 + \varepsilon) \left( \frac{1}{X} \right)^a \right] \tag{9}$$

У випадку (4) у цій формулі треба покласти  $\varepsilon = 0$ .

Вважаємо, що джерело рухається зі сталою швидкістю  $v$  по прямій, яка проходить крізь центр на відстані  $p$  при  $t = t_0$ . При цьому

$$y = \sqrt{p^2 + v^2(t - t_0)^2}. \tag{10}$$

Далі маємо  $y > 0 \Rightarrow X_{p0}(y) > 1 \Rightarrow D(X_{p0}) > 0$  та  $y > 0 \Rightarrow |X_{n0}(y)| < 1 \Rightarrow D(X_{n0}) < 0$ , тому сумарний коефіцієнт підсилення двох зображень при  $\varepsilon = 0$  подається такими виразами [1, 2]:

$$\mu_0(y) = \frac{1}{1 - \left( \frac{1}{X_{p0}(y)} \right)^4} - \frac{1}{1 - \left( \frac{1}{X_{n0}(y)} \right)^4} = \frac{y^2 + 2}{y\sqrt{y^2 + 4}} \tag{11}$$

За малих  $\varepsilon$  характер зображень не змінюється, і в лінійному наближенні знаходимо:

$$\mu_\varepsilon(y) = \mu_0(y) + \varepsilon \mu_1(y), \tag{12}$$

$$\mu_1 = \frac{4(s+y)^3 \left[ (s+y) \left( 8 \ln \frac{2}{s+y} + 4 \right) - (s+y)^3 - 32x_{p1} \right]}{\left[ (s+y)^4 - 16 \right]^2} - \frac{4(s-y)^3 \left[ (s-y) \left( 8 \ln \frac{2}{s-y} + 4 \right) - (s-y)^3 + 32x_{n1} \right]}{\left[ (s-y)^4 - 16 \right]^2}, \tag{13}$$

де введено позначення  $s = \sqrt{y^2 + 4}$ .

Зауважимо, що при  $|y| \rightarrow \infty$  маємо  $\mu_0 \rightarrow 1$ ,  $\mu_1 \rightarrow 0$ . На рис. 1, 2 показані сім'ї модельних кривих  $\mu_0(t - t_0)$  і  $\mu_1(t - t_0)$  при  $v = 1$  і різних  $p$ . Крім того, що  $|\mu_1(0)| < \mu_0(0) - 1$ , привертає увагу повільніше зменшення  $|\mu_1|$  при збільшенні  $|y|$ .

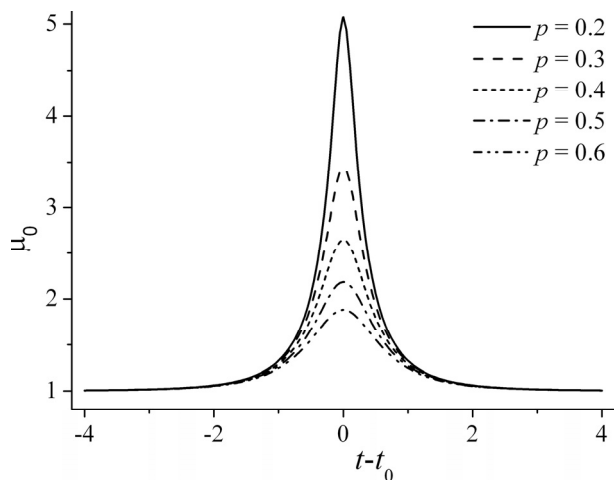
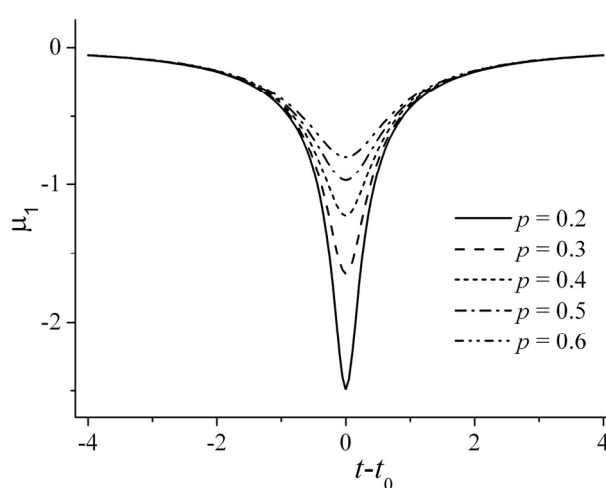
Рис. 1. Модельні криві підсилення при  $\varepsilon = 0$ 

Рис. 2. Криві, що характеризують поправковий доданок

Нами проведено статистичне моделювання, у якому точність визначення зоряної величини на кривих блиску становила 0.01–0.02. Попередні результати показали, що реалістично обмежити оцінку  $|a-2|$ , яка характеризує відхилення від ЗТВ, величиною порядку 0.02 на довірчому рівні  $1\sigma$ . Наявна точність перевірки ефекту відхилення світла іншими методами значно краща. Утім, прямо порівняти наші результати зі стандартним ППН-підходом неможливо, оскільки, як було зазначено вище, параметр  $\gamma$  із формули (2) прямо не визначається зі спостережень мікролінзованих кривих блиску. Однак слід зазначити, що існування значного і достатньо однорідного масиву спостережень [14], який утворюють дані експерименту OGLE з мікролінзування зорями Галактики, відкриває можливість суттєвого підвищення точності запропонованої незалежної перевірки формули (1) за допомогою статистичного аналізу.

Докладний опис результатів обробки даних OGLE [13, 14] у рамках викладеного підходу автори сподіваються надати в іншій публікації.

#### Список використаних джерел

- Zaharov A. F. Gravitational lenses and microlenses / A. F. Zaharov (in rus. : Гравитационные линзы и микролинзы). – Moscow : Janus, 1997.
- Schneider P. Gravitational Lenses / P. Schneider, J. Ehlers, E. E. Falco. – Berlin : Springer, 1992.
- General Relativity Theory: Recognition through Time / A. N. Alexandrov, I. B. Vavilova, V. I. Zhdanov et al. (in rus. : Общая теория относительности: признание временем). – Kyiv : Naukova Dumka, 2015.
- Misner C. W. Gravitation / C. W. Misner, K. S. Thorn, J. A. Wheeler. – San Francisco : W. H. Freeman and Company, 1973.
- Will C. M. The Confrontation between General Relativity and Experiment / C. M. Will // Liv. Rev. Relat. – 2001. – 4, N 4 (arXiv:gr-qc/0103036).
- Keeton C.R. Formalism for Testing Theories of Gravity Using Lensing by Compact Objects. I: Static, Spherically Symmetric Case / C. R. Keeton, A. O. Petters // Phys.Rev. – 2005. – D72. – 104006.
- Keeton C. R. Formalism for testing theories of gravity using lensing by compact objects. II: Probing Post-Post-Newtonian metrics / C. R. Keeton, A. O. Petters // Phys. ev. – 2006. – D3. – 044024.
- Bekenstein J. D. Relativistic gravitation theory for the MOND paradigm / J. D. Bekenstein // Phys. Rev. – D70. – 083509; Erratum-ibid. – 2005. – D71. – 069901.
- Probing the dark matter issue in  $f(R)$ -gravity via gravitational lensing / M. Lubini, C. Tortora, J. Näf et al. // European Physical Journal C. – Particles and Fields. – 2011. – 71(12). – 1834.
- Milgrom M. Testing the MOND Paradigm of Modified Dynamics with Galaxy-Galaxy Gravitational Lensing / M. Milgrom // Phys. Rev. Lett. – 2013. – 111. – 041105.
- Distinguishing  $f(R)$  theories from general relativity by gravitational lensing effect / H. Liu, X. Wang, H. Li, Y. Ma // Eur. Phys. J. C. – 2017 – 77. – 723.
- Gravitational microlensing as a probe for dark matter clumps/ E. Fedorova, V. M. Sliuser, V.I. Zhdanov et al. // MNRAS. – 2016. – 457. – 4147–4159.
- The Optical Gravitational Lensing Experiment. Discovery of the First Candidate Microlensing Event in the Direction of the Galactic Bulge / M. Szymanski, J. Kaluzny, M. Kubiak et al. // Acta Astron. – 1993. – 43. – 289–294.
- Udalski A. OGLE-IV: Fourth Phase of the Optical Gravitational Lensing Experiment / A. Udalski, M. K. Szymański, G. Szymański // Acta Astron. – 2015. – 65. – 1-38.

Надійшла до редколегії 23.09.19

A. Alexandrov, Ph.D., Senior Researcher,  
V. Zhdanov, Dr.Sci., Prof.,  
V. Sliuser, Ph.D., Junior Researcher,  
Astronomical Observatory of Taras Shevchenko  
National University of Kyiv

### TESTING EINSTEIN'S FORMULA FOR GRAVITATIONAL DEFLECTION OF LIGHT BASED ON LIGHT CURVES OF MICROLENSED SOURCES

We propose a new test of the Einstein's formula for the gravitational light deflection using the Galactic microlensing. In this classical formula, the deflection angle  $\Delta\varphi$  is inversely proportional to the impact parameter  $\rho$  of incoming photons travelling from infinity. We modify this formula as  $\Delta\varphi = (R_0 / \rho)^{1+\varepsilon}$ , where the perturbation parameter  $\varepsilon$  is introduced that characterizes deviation from the General Relativity. We propose to study how the observational data allow to limit  $\varepsilon$  thus constraining small deviations from the Einstein's formula. The fundamental difference between such a test and the standard PPN formalism is that the PPN parameter  $\gamma$  cannot be estimated from the Galactic microlensing, because masses of the lensing objects are unknown; on the other hand, this parameter does not describe a non-analytic corrections dealing with  $\varepsilon$ . Moreover, here we propose to use an independent material obtained from observations of the extrasolar objects. We modify the equations of the