**Київський національний університет імені Тараса Шевченка**
**Факультет комп'ютерних наук та кібернетики**
**Кафедра моделювання складних систем**

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
**на здобуття освітнього ступеня бакалавра**
**за спеціальністю 113 «Прикладна математика»**

на тему:

# Математичні моделі процесів у вищій освіті

студентки 4 курсу
Радагуз Єлізавєти Вікторівни

______________________

Науковий керівник:
доктор фізико-математичних наук, професор
Пічкур В.В.

______________________

Робота заслухана на засіданні кафедри моделювання складних систем та рекомендована до захисту, протокол № 18 від 10.06.2022 р.

Завідувач кафедри МСС
доктор технічних наук, доцент Дмитро ЧЕРНІЙ

Київ – 2022

# Анотація

Кваліфікаційна робота на здобуття ступеня бакалавра присвячена математичному моделюванню процесів у вищій освіті. Розглядаються моделі у плануванні освіти без вибору серед альтернатив. Аналізуються та модифікуються математичні моделі соціального попиту в освіті. Розглядається макромодель вищої освіти. Результати цієї роботи можуть бути використані при плануванні бюджету державного замовлення вищих закладів.

# Зміст

# Вступ

Лише за останнє десятиріччя, аналітики та дослідники почали розробляти, більш детально, математичні моделі освітніх систем – тобто, кількісні і систематичні описи функціонування цих систем та поведінки їх складових частин. Новітня література, яка збільшується з кожним роком, що пов'язана з кількісними характеристиками, або має системний характер середньої та вищої освіти, описує зміну в дослідженнях. Фокус зосереджений на окремих навчальних процесах, не те щоб у минулому людям, які планували систему освіти, не доводилося враховувати різні показники, але їхні рішення ґрунтувалися тільки на припущеннях або найгрубіших оцінках.

Сучасні моделі далекі від того, щоб бути повністю достовірними в пов'язуванні параметрів в освітніх системах (учні, предмет, методика викладання, вчителі) до безпосередніх результатів освіти (вивчення фактів, навичок і ставлення). У плануванні цих моделей [1] було б доречним спочатку надати відповідь на окремі запитання, які пов'язані з вищою освітою. Наприклад, щоб розуміти кризу в бюджеті закладу, для подальшого точного планування нарахування коштів.

В контексті економіки [7], заснованої на знаннях, вища освіта може допомогти національній економіці в побудові міцної основи для технологічно розвиненого суспільства. Інтерес до ролі вищої освіти в розвитку національних економік не є новим, але істотно зріс в останні роки. Це відбувається через технологічні революції і розширення бази знань, яка створює сприятливі умови для трансформації знань в інновації.

Вища освіта є дуже важливою для високої конкурентоспроможності та сильної економіки країни. Важливість інвестицій в національну систему вищої освіти сьогодні є не до кінця оціненою державними діячами, як на державному так і на регіональному рівнях. На жаль, у більшості випадків це сприймається як витрати державного чи місцевого бюджетів, котрі можна щорічно переглядати у сторону зменшення. Однак, інвестиції у сферу освіти є виправданими, оскільки дають позитивний ефект: там, де вони значні, саме ці країни лідують за обсягами ВВП. Іншими словами, інвестиції в освіту окупаються, як для країни, так і для окремого індивіда, а норми прибутковості є різними для різних країн. Такий вид інвестицій є доцільним у всіх аспектах, оскільки вони завжди приносять економічні і соціальні вигоди. Саме тому обрана проблематика дослідження є вельми актуальною на даний час.

Метою цього дослідження є:

1. Визначення процесу математичного моделювання у плануванні освіти.

2. Означення поняття соціального попиту у моделі вищої освіти.

3. Опис математичної моделі соціального попиту.

4. Аналіз матемичної моделі економічних процесів у вищій освіті.

5. Визначення взаємозв'язку вищої освіти з економічним розвитком суспільства, та аналіз зміни взаємозв'язку при різних параметрах та початкових значеннях. Об'єктом дослідження є умовна країна У. Країна має велику територію, багата на відновлювані та невідновлювані ресурси. В країні відбувається індустріалізація. Приріст виробництва обумовлений швидким витрачанням природних ресурсів.

В ході виконання роботи, спочатку описується процес утворення математичних моделей у палнуванні освіти, розбір математичної моделі соціального попиту. Потім розглядається макроеномічна модель вищої освіти. Наступний крок полягає у написанні програми для моделювання системи. Потім проводиться низка експериментів і робляться висновки, залежно від результатів цих експериментів.

# Розділ 1

# Математичні моделі у плануванні освіти

Усі моделі [2], що відносяться до системи освіти в цілому, або до її частини, входять до групи макромоделей. У цьому випадку основними елементами, які розглядаються, є кількість студентів, викладачів, будівель, тощо. Не звертається увага на те, що відбувається всередині класу, або на психологічні процеси студентів.У цьому розділі буде розглядатися тільки другі елементи цієї системи.

Необхідність інтеграції мікро- та макромоделей очевидна. Така інтеграція висунула б макроосвітні моделі з етапу, який подібний до медицини середньовіччя, коли медицину була вивчено без розтину, тобто без вивчення внутрішньої частини тіла людини. Макромоделі вивчають освіту, не бачачи її органів. А самі, мікромоделі глибоко входять в аналіз органів, не бачачи всього тіла. Математичне дослідження освіти неможливо спробувати без розгляду обох типів моделі.

Використані математичні інструменти визначають першу підкласифікацію макромоделей освіти. Утворюється перша підгрупа з моделей, які не розглядають вибір серед альтернатив. Запитання такі, як майбутній розвиток освітньої системи, наслідки освітньої політики, тощо. Друга підгрупа включає всі моделі, головною метою яких є вибір оптимальної політики або оптимальні шляхи для навчання системи в цілому, або окремих її частин. Це зроблено для того, щоб поставити навчальні задачі у формах, які можна розв'язати за допомогою методів лінійного програмування.

Макро-моделі без вибору альтернативних поділяються на чотири категорії, що стосуються: (1) студентських потоків; (2) викладачів та класного простору; (3) витрати та фінанси; та (4) освічений персонал необхідний для соціального розвитку.

Прогноз студентських потоків і населення за межами система освіти класифікується за рівнем навчальних досягнень є одними з проблем, які розглядаються в моделях, що стосуються недоліків серед студентів. Також, мабуть, коли найважливіша проблема вирахована, за допомогою цих моделей можна вивчати планування, тобто проблему адаптації освітньої системи до соціально-економічного розвитку.

Основними питаннями, які розглядаються при дослідженні вчителів і класного простору, є: оцінка чисельності вчителів та класів, необхідних для досягнення цілей навчального плану, та проблема рівноважного шляху, для кількості студентів, в системі освіти, що визначається попитом і пропозицією вчителів.

Два основних питання витрат і фінансування в освіті планування — це оцінка витрат, необхідних для досягнення цілі освітнього плану та оцінка ресурсів, доступних для фінансування освіти. Доступні моделі з цими питаннями представлені в розділі, що стосується макроекономічного планування системи вищої освіти.

## 1.1 Моделі без вибору серед альтернатив

Чотири питання будуть розглянуті при аналізі потоків студентів [2]:

1) Визначення індексів для порівняння потоків студентів у різний час та/або місце;

2) Прогноз розвитку потоку студентів;

3) Прогноз еволюції населення за межами освітньої системи класифікованою за рівнем освітніх досягнень;

4) Визначення характеристик, які повинні мати потоки студентів для досягнення визначних цілей освітнього результату, включаючи проблему переходу (визначено пізніше).

Ці чотири питання вивчалися за допомогою двох типів моделей: (1) ті, які явно не враховують освітню систему, а базуються на відносинах між популяцією та зарахування; і (2) ті, які беруть освітню система врахованою явно.

Спочатку ми зображемо основні тотожні співвідношення до потоку студентів. Наступним кроком, моделі базовані на відношенні між популяцією і вступом буде розглянуто, і нарешті буде взято до уваги саму освітню систему.

### Основні тотожності

Для аналізу потоку студентів корисно розглянути наступні тотожні співвідношення між потоками студентів в та з системи освіти [2].

$n_t + r_t + v_t = g_t + d_t + r_{t+1} + m_t$

$n_t$–кількість нових студентів в групі, які були в попередній групі в попередній час;

$r_t$–кількість студентів, які повернулися з академ відпустки;

$v_t$–кількість студентів, які перепоступили, після перерви;

$g_t$–кількість студентів, які успішно завершили навчання;

$d_t$–кількість студентів, яких вигнали;

$m_t$–кількість студентів, які померли;

$t$– відлік часу.

Найпростіша модель аналізу потоків студентів зводиться до наступного рівняння:

$l_t = f(P_t)$

$f(P_t)$–функція популяції

Наведені вище тотожності стосуються одного з багатьох процесів в освітній системі, а точніше, тільки один рівень всієї цієї системи. Освітня система складається з набору інтервенційних процесів. Процеси вважаються найбільш елементарними, в будь-який з цих процесів можуть входити як особи з освітою, так і особи без попередньої освіти. Тільки ті, хто з попередньою освітою може вступати в процеси, як $i = A+1,,,, I$ Слід зауважити, що перерахування вище не означає того, що студенти, які навчаються, $i$ були в процесі $i-1$ за попередній період.

Корисно віднести змінні в минулій тотожності до числа студентів у певний момент між початком і кінцем певного періоду часу. У цьому випадку події класифікуються на дві групи: ті, що відбуваються, до вибраного моменту, і ті, які відбуваються після. Незважаючи на ризик плутанини ми знову позначимо як $t$ момент між ними початок і кінець періоду $t$. У цьому випадку маємо наступну форму тотожності:

$l_t = n_t + r_t + v_t^1 - d_t^1 - m_t^1$

$l_t = g_t + r_{t+1} + d_t^2 - v_t^2$

$l_t$–кількість студентів за час $t$;

$d_t^1$, $d_t^2$–кількість студентів, яких виключають за деякий період;

$v_t^j$–студенти, які перевступають;

$m_t^j$–число нещастних випадків.

Але наведені вище ідентичності стосуються одного процесу в освітній системі, скажімо, тільки один рівень. Їх можна використовувати, як систему відліку для об'єднання кількох підрозділів освітньої системи, наприклад, кількох класів. Взагалі освіта складається з декількох рівнів, що репрезентують цю систему.

Є кілька шляхів,в яких людина може мати освітній рівень. Найпростішим є якщо особа закінчує цей рівень і залишає освітню систему. Крім того, в деяких випадках кажуть, що людина, яка виключається з навчального процесу має освітній рівень $i$. Люди які поктдають навчання з рівнів, що знаходяться безпосередньо над $i$, вважаються, що мають $i$ рівень освіти. Ці елементи необхідно враховувати червоним при визначенні результату освітньої системи.

Тому врахуємо наступні позначення:

$o_{t+k}^i$– кількість людей з освітнім рівнем $i$, які поикдають систему у проміжок часу $t$ і $t+k$;

$g_t^{-1i}$– кількість випускників з рівня $i$, які залишають систему між $t$ і $t+k$ без подальшого продовження навчання

$d_t^{2ij}$– кількість людей, яких виганяють за період $t$, в процесі $j$

$d_{t+k}^{1ij}$–кількість людей, яких виганяють перед $t+k$, у процесі $j$ за рівень $i$

Враховуючи попередні позначення ми маємо:

$o_{t+k}^i = g_t^{1i} + \sum_{j=1}^I d_{t+k}^{2ij} + \sum_{j=1}^I d_t^{1ij}$

Моделі, які чітко розглядають освітню систему

Аналіз, який буде проведено в цьому розділ, базується на ідентичностях, записаних у наступній формі:

$l_t = n_t + r_t + v_t^1$

$l_t = g_t + d_t + r_{t+1} + m_t - v_t^2$

В цих рівняннях тотожності репрезентують час, як початок навчального процесу. Спрощена модель буде мати вигляд

$l_t = n_t$

$l_t = (g_t - g_t^1) + (g_t^1 + d_t)$

передбачається, що

$r_t = m_t = v_t^i = 0, i = 1, 2$

Студенти одного курсу можуть продовжувати навчання або покинути його. Розрізнення між цим нема.

Зараз ми розглянемо систему студентів, які переходять з інших вузів [2]

$n_t^i = \sum_{j=1}^{I} f(g_{t-k}^j) + \overline{n_t^i}$

З $\overline{n_t^i} = f(P_t, ....P_{t,H})$

де $\overline{n_t^i}$– кількість нових вступів в систему освіти. Кількість нових вступів може бути розбити за віком таким чином:

$\overline{n_t^i} = \sum_{h=1}^{H} \overline{n_t, h^i}$

$n_t, h^i$–число людей за віком $h$ вступающих в навчальний процес вперше. Крім того, припустимо, що

$\overline{n_{t,h}^i = T_{t,h}^i \cdot P_{t,h}},$

тобто кількість нових абітурієнтів в системі освіти постійна частка населення відповідного віку

в підсумку маємо $P_{t+1,h+1=P_{t,h}^{(1-\mu)}}$

де $\mu$– це річний рівень смертності населення.

Ми хочемо підкреслити взаємозалежність різних значень $T_{t,h}^i$ для різних значень $t, h$. Вони відповідні до наступної умови:

$\sum_{i=1}^{A} \sum_{j=i}^{J} \tau_{t+j;h+j}^i \leqslant 1$

Для визначення характеристик потрібна інша модель, яка повинна мати потоки студентів для досягнення визначених цілей для освітнього результату.

Маємо наступну модель, систему лінійних рівнянь [2]:

1) $l_t^i = n_t^i + r_t^i - d_t^{1t} - m_t^{1i};$

2) $l_t^i = g_t^i + d_t^{2i} + r_{t+k}^i - m_t^{2i};$

3) $n_t^i = \sum_{j=1}^{I} \gamma^{ij} \cdot g_{t-k}^j + \overline{n_t^i}\ i = 1, ......, A;$

4) $n_t^i = \sum_{j=1}^{I} \gamma^{ij} \cdot g_{t-k}^j\ i = A+1, ......, A;$

5) $r_{t+k}^i = \gamma^{ii} \cdot l_t^i;$

6) $d_t^1 i = \sigma^{1i} \cdot (n_t^i + r_t^i);$

7) $d_t^2 i = \sigma^{2i} \cdot l_t^i;$

8) $m_t^{1i} = \mu^{1i} \cdot (n_t^i + r_t^i);$

9) $m_t^{2i} = \mu^{2i} \cdot l_t^i;$

де

$\gamma^{ij}$– це пропорція між випускниками рівня $j$,які збираються переходити на рівень $i$ для $i! = j$ l пропорція, для тих хто навчається повторно, на рівні $i$ для $i = j$

$\sigma^{ij}$– це пропорція студентів, яких виганяють з рівня $j$;

$i = 1$–1 перед ключовим роком ;

$i = 2$–2 після ключового року.

$\mu^{ij}$–це рівень смертності студентів в рівень $j$;

$i = 1$–1 перед ключовим роком ;

$i = 2$–2 після ключового року.

$\overline{n_t^i}$– кількість нових вступів в навчальну систему.

Виток з рівняння можна визначити, як

$o_{t+k}^i = g_t^{1i} + \sum_{j=1}^I d_t^{2ij} + \sum_{j=1}^I d_{t+k}^{1ij}$

видно, що кількість студентів, які закінчують рівень освітньої системи і залишаються в системі як нові учасники на якомусь іншому рівні це

$\gamma^{ij} \cdot d_t^i = \sum_{i=1}^I \gamma^{ij} \cdot g_t^j$

тобто кількість випускників рівня $j$, які закінчили навчальний заклад системи і стають частиною виходу

$g_t^{ij} = (1 - \gamma^{1j}) \cdot a^j \cdot l_t^j$

Випускники рівня $i$ був визначений, як

$o_{t+k}^i = g_t^{1i} + \sum_{j=1}^I d_t^{2i} + \sum_{j=1}^I d_{t+k}^{1ij}$

Розвиток кількості осіб поза освітньою системи та з рівнем освіти $i$, є наступни

$G_{t+k}^i = (1 - \mu_G^i) \cdot G_t^i + (1 - \mu_O^i) \cdot o_{t+k}^i$

Можна привести цю систему до спрощеного вигляду

$g_t^i = \alpha^i \cdot l_t^i$, де

$\alpha^i = (1 - \sigma^2 i - \gamma^{ii} - \mu^{2i}$

$l_t^i = \beta^i \cdot (n_t^i + r_t^i)$, де

$\beta^i = (1 - \sigma^{1i} - \mu^{1i})$

## 1.2 Математична модель соціального попиту

Підхід соціального запиту – це освітнє планування методології, заснованої на індивідуальному (або приватному)попиті в освіті, а не вимоги для економіки, в умовах робочого потенціалу освічених людей.

Основна філософія підходу соціального попиту, полягає в тому, що спрогнозувати кількість навчальних місць, які будуть потрібні окремим особами та їхніми родинами, у майбутньому, (тобто суспільству, звідси виникає прикметник «соціальний») і забезпечити цими місцями, щоб соціальний запит був задоволений.

Початковою точкою підходу соціального попиту є побудова моделі, що описує процес навчальної системи. Не робиться жодних спроб пов'язати навчальні процеси з рештою економіки, як це робилося в інших плануваннях моделей.

Функціонування системи освіти описується за допомогою визначення переходів від одного курсу вищого навчального закладу до іншого. Цей перехід визначається, як узагальнена концепція «пропорція переходу», наприклад, відсоток першокурсників, які переходять на другий курс.

Визначення соціального попиту є більш значущим, ніж будь-яка інша модель демографічних прогнозів. З того часу, коли це модель потоку, кількість абітурієнтів має бути спочатку передбачена, а тільки потім студенти потрапляють в цю систему.

Можна розглядати систему вищих навчальних закладів, яка складаєтья з певного числа видів діяльності.

Для запобіганню плутанини використовуємо інші назви наших змінних.

Опишемо $h$– академічний рік, який відповідає різним курсам освітніх рівнів бакалавріату та магістратури.

Наприклад, $h = 1$ буде позначати перший курс, $h = 3$ - третій, а $h = 5$ перший рік навчання в магістратурі. Студенти у певній діяльності може змінювати стан лише дискретно в моменти часу, $t, t+1, t+2$ тощо.

Освітню систему можна описати, як значення наявних студентів, у конкретному році, або як відношення потоку студентів, через залежність, що визначається від академічного року $h$ в рік $t$ до академічного року $h+1$ в рік $t+1$.

Нехай $S_t$–вектор, що визначає кількість студентів у кожний академічний рік, за період $t$, з елементами $S_{h,t}$ (що позначають кількість студентів освітнього рівня $h$ у році $t$).

$$S_t = \begin{bmatrix} S_{h,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{1,t} \\ S_{2,t} \\ S_{3,t} \end{bmatrix}$$

Очевидно, що кількість студентів на році $t$ пов'язана до кількості студентів за рік $t-1$, плюс будь-які зміни до системи у вигляді $M_t$ (наприклад, іммігранти або народження), мінус будь-які відтоки із нашої системи у вигляді $G_t$ (такі як, випускники, тих кого вигнали, або смерті) між роками $t-1$ і роком 1, а саме [3],

$$S_{h,t} = S_{h-1,t-1} + M_{h,t} - G_{h,t}$$

Дивлячись на студентів, як на поток який постійно змінюється , проходячи через систему, можна визначити $F_t$, як вектор студентів, які переходять від освітнього рівня $h-1$ до рівня $h$, між роками $t-1$ і $t$.

Очевидно, що можна пов'язати постійну кількість студентів до змінюючогося потоку, за такою тотожністю:

$$S_t = F_t + M_t$$

Зверніть увагу, що $G_t$–вектор не такий важливий у виразі, як вектор $F_t$ , що вже є деякою групою студентів, які зникли з системи між роком $t^{-}1$ і $t$. Іншими словами, включаючи $G_t$ в рівняння $S_t = F_t + M_t$ буде означати, що ми робимо подвійний підрахунок студентів, які вийшли з системи.

Визначимо також пропорцію переходу:

$$P_{h-1,h,t} = \frac{F_{h,t}}{S_{h-1,t-1}}$$

як частку студентів освітнього рівня $h-1$ в $t-1$ рік, хто перейшов до рівня $h$ в рік $t$. Дає той факт, що

$$S_{h,t} = F_{h,t} + M_{h,t}$$

і підставивши рівняння $P_{h-1,h,t} = \frac{F_{h,t}}{S_{h-1,t-1}}$ в $S_{h,t} = F_{h,t} + M_{h,t}$ отримаємо

$$S_{h,t} = P_{h-1,h,t} \cdot S_{h-1,t-1} + M_{h,t}$$

чи в матричному позначенні

$$S_t = P_t \cdot S_{t-1}^{-1} + M_t$$

Тому, використовуючи рекурентну формулу рівняння $S_t = P_t \cdot S_{t-1}^{-1} + M_t$ можна отримати умовні прогнози майбутнього стану системи, якщо задані значення для $P$ і $M$.

Освітня система має форму двосторонньої матриці двома вимірами є час і навчальний рівень. Рухи всередині системи мають форму діагонального потоку, тобто від одного навчального рівня сьогодні до іншого завтра. Освітня система пов'язана із зовнішнім світом двома способами. По-перше, абітурієнти, які входять в цю систему освіти. По-друге, випускники і ті хто, залишають систему і виходять у світ.

Існує два основних припущення моделі соціального попиту, які обговорюються тут. Перший з них стосується використання цієї моделі для планування, а друга стосується пропорції переходу. Якщо в процесі планування реалізуєються передбачення моделі, щоб задовольнити попит на місця, тоді ми припускаємо, що індивіди прийняли рішення відповідне соціальному оптимуму. Це дуже не точне припущення, оскільки існує маса причин, чому особи може приймати рішення, які можуть не відповідати що є «добре» з точки зору суспільства. Для прикладу, з огляду на державну субсидію. Університети, у більшості країн, можуть бути дуже проінвестовані державаю. Зауважте, однак, що мета планувальника може не включати економічні аргументи. Він чи вона може думати, що це добре для суспільства в цілому, що хто хоче, той і має необхідні навички для навчання в університеті, повинен обов'язково вміти це робити. Це основне значення переваги, тому не було б нічого поганого в цьому випадку, згідно з соціальний запит.

Друге припущення відноситься до самої моделі, незалежно від способу її використання. Найважливіший елемент в моделі — пропорції переходу. Будь-яке застосування моделі спирається на неї, так само, як і потреба в робочій силі спирається на коефіцієнт використання цієї сили та модель норм прибутку відносно заробітної плати. Такий подібний набір аргументів має місце щодо пропорцій переходу в схожих питаннях: чи спостерігаються пропорції переходу оптимальними? Як вони будуть змінені в майбутньому? Чи є ці пропорції механіко-статистичними підсумками минулих потоків всередині систем, чи вони відображають поведінку людей? Якщо так, чи є тоді вирішальні змінні, які впливають на потоки студентів демографічно, економічно, соціологічно та інше? Підхід соціального попиту в його грубій формі передбачає подалі всі ці проблеми. Пропорції переходу такі ,що в основному екстраполюється на основі тенденції часу і не мають конкретної поведінка, яка вбудована в систему.

Спочатку наша система мала наступний вигляд:

$$\begin{bmatrix} S_{1,t} \\ S_{2,t} \\ S_{3,t} \\ S_{4,t} \\ S_{5,t} \\ S_{6,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{0,1,t} & c_1 & c_1 & c_1 & c_1 & c_1 \\ 0 & P_{1,2,t} & c_2 & c_2 & c_2 & c_2 \\ 0 & 0 & P_{2,3,t} & c_3 & c_3 & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & P_{3,4,t} & c_4 & c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{4,5,t} & c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{5,6,t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_{0,t-1} \\ S_{1,t-1} \\ S_{2,t-1} \\ S_{3,t-1} \\ S_{4,t-1} \\ S_{5,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{0,t} \\ M_{1,t} \\ M_{2,t} \\ M_{3,t} \\ M_{4,t} \\ M_{5,t} \end{bmatrix}$$

Модель базується на багатьох припущеннях сталості, які ще не повністю відображені і не згадуються в цьому короткому описі моделі.

Також цей вигляд дуже спрощений і немає чіткості в моделюванні, бо ми не враховуємо дотаткові важливі параметри. Також співвідношення переходу з четвертого курсу на п'ятий може звлежвти від багатьох різних факторів і вказати все в одній моделі складніше, тому треба розділити її на бакалавріат та магістратуру.

Тож ми виділяємо наступні оптимальні параметри, для більш точної моделі процесів у вищій освіті:

1. L– коефіцієнт для обчислення кількості студентів, які не будуть отримувати стипендію або соціальну допомогу і не зможуть продовжити навчання без неї. Тобто цим людям доведеться покинути вищий навчальний заклад, через працевлаштування.

$$\begin{cases} (P_{0,1,t} + c_1) \cdot S_{0,t-1} - (P_{0,1,t} + c_1) \cdot L_{0,t-1} + M_{0,t} = S_{1,t}, \\ (P_{1,2,t} + c_2) \cdot S_{1,t-1} - (P_{1,2,t} + c_2) \cdot L_{1,t-1} + M_{1,t} = S_{2,t}, \\ (P_{2,3,t} + c_3) \cdot S_{2,t-1} - (P_{2,3,t} + c_3) \cdot L_{2,t-1} + M_{2,t} = S_{3,t}, \\ P_{3,4,t} \cdot S_{3,t-1} - P_{3,4,t} \cdot L_{3,t-1} + M_{3,t} = S_{4,t} \end{cases}$$

$c$–певний коефіцієнт того, що всі вступники отримають роботу за спеціальністю, враховуючи кожнорічну зміну попиту і пропозиції цієї ж спеціальності.

$$\begin{bmatrix} S_{1,t} \\ S_{2,t} \\ S_{3,t} \\ S_{4,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{0,1,t} & c_1 & c_1 & c_1 \\ 0 & P_{1,2,t} & c_2 & c_2 \\ 0 & 0 & P_{2,3,t} & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & P_{3,4,t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_{0,t-1} \\ S_{1,t-1} \\ S_{2,t-1} \\ S_{3,t-1} \end{bmatrix} -$$

$$-\begin{bmatrix} P_{0,1,t} & c_1 & c_1 & c_1 \\ 0 & P_{1,2,t} & c_2 & c_2 \\ 0 & 0 & P_{2,3,t} & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & P_{3,4,t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_{0,t-1} \\ L_{1,t-1} \\ L_{2,t-1} \\ L_{3,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{0,t} \\ M_{1,t} \\ M_{2,t} \\ M_{3,t} \end{bmatrix}$$

2. $R$– коефіцієнт для обчислення кількості студентів, які зможуть отримати можлтвість на навчання по обміну закордоном.

$$\begin{cases} (P_{0,1,t} + c_1) \cdot S_{0,t-1} + (P_{0,1,t} + c_1) \cdot R_{0,t-1} + M_{0,t} = S_{1,t}, \\ (P_{1,2,t} + c_2) \cdot S_{1,t-1} + (P_{1,2,t} + c_2) \cdot R_{1,t-1} + M_{1,t} = S_{2,t}, \\ (P_{2,3,t} + c_3) \cdot S_{2,t-1} + (P_{2,3,t} + c_3) \cdot R_{2,t-1} + M_{2,t} = S_{3,t}, \\ P_{3,4,t} \cdot S_{3,t-1} + P_{3,4,t} \cdot R_{3,t-1} + M_{3,t} = S_{4,t} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} S_{1,t} \\ S_{2,t} \\ S_{3,t} \\ S_{4,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{0,1,t} & c_1 & c_1 & c_1 \\ 0 & P_{1,2,t} & c_2 & c_2 \\ 0 & 0 & P_{2,3,t} & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & P_{3,4,t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_{0,t-1} \\ S_{1,t-1} \\ S_{2,t-1} \\ S_{3,t-1} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} P_{0,1,t} & c_1 & c_1 & c_1 \\ 0 & P_{1,2,t} & c_2 & c_2 \\ 0 & 0 & P_{2,3,t} & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & P_{3,4,t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{0,t-1} \\ R_{1,t-1} \\ R_{2,t-1} \\ R_{3,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{0,t} \\ M_{1,t} \\ M_{2,t} \\ M_{3,t} \end{bmatrix}$$

3. $O$– коефіцієнт для обчислення кількості студентів, які будуть мати місце у гуртожитку за потреби.

$$\begin{cases} (P_{0,1,t} + c_1) \cdot S_{0,t-1} + (P_{0,1,t} + c_1) \cdot O_{0,t-1} + M_{0,t} = S_{1,t}, \\ (P_{1,2,t} + c_2) \cdot S_{1,t-1} + (P_{1,2,t} + c_2) \cdot R_{1,t-1} + M_{1,t} = S_{2,t}, \\ (P_{2,3,t} + c_3) \cdot S_{2,t-1} + (P_{2,3,t} + c_3) \cdot O_{2,t-1} + M_{2,t} = S_{3,t}, \\ P_{3,4,t} \cdot S_{3,t-1} + P_{3,4,t} \cdot O_{3,t-1} + M_{3,t} = S_{4,t} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} S_{1,t} \\ S_{2,t} \\ S_{3,t} \\ S_{4,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{0,1,t} & c_1 & c_1 & c_1 \\ 0 & P_{1,2,t} & c_2 & c_2 \\ 0 & 0 & P_{2,3,t} & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & P_{3,4,t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_{0,t-1} \\ S_{1,t-1} \\ S_{2,t-1} \\ S_{3,t-1} \end{bmatrix} +$$

$$
+\begin{bmatrix} P_{0,1,t} & c_1 & c_1 & c_1 \\ 0 & P_{1,2,t} & c_2 & c_2 \\ 0 & 0 & P_{2,3,t} & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & P_{3,4,t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} O_{0,t-1} \\ O_{1,t-1} \\ O_{2,t-1} \\ O_{3,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{0,t} \\ M_{1,t} \\ M_{2,t} \\ M_{3,t} \end{bmatrix}
$$

Це був опис бакалаврських років, але частина студентів вірішує продовжувати навчання, тому важливо надати опис системи для магістрів. При вступі в магістратуру найбільшу роль для студентів складає зацікавленість в науці та впевність в майбутньому працевлаштуванні. В деяких вищих навчальних закладах існують програми подвійного диплому, що теж може бути важливою можливістю для вступників, тому $d$–певний коєфіцієнт того, що охочі вступники зможуть отримаюти навчання за особливою програмою.

$H$–коефіцієнт людей зацікавлених в науковій дослідницькій праці.

$$
\begin{cases} (P^*_{4,5,t}+d)\cdot S^*_{4,t-5}+(P^*_{4,5,t}+d)\cdot H_{4,t-5}+M^*_{4,t}=S^*_{5,t}, \\ (P^*_{4,5,t}+d)\cdot S^*_{5,t-5}+(P^*_{5,6,t}+d)\cdot P^*_{5,t-5}+M^*_{5,t}=S^*_{6,t}, \end{cases}
$$

$$
\begin{bmatrix} S^*_{5,t} \\ S^*_{6,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^*_{4,5,t} & d \\ 0 & P^*_{5,6,t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S^*_{4,t-1} \\ S^*_{5,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P^*_{4,5,t} & d \\ 0 & P^*_{5,6,t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{4,t-1} \\ H_{5,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M^*_{4,t} \\ M^*_{5,t} \end{bmatrix}
$$

Треба враховувати важливий момент, що початкова кількість вступників на магістратуру зовсім інша і причини продовжити начання теж інше. Тому позначення змінилася і позначені тепер зірочкою.

Можливі кілька розширень вищевказаних моделей. Зокрема цікаво було б прямо ввести дані про заробітну плату, і вивчити проблеми заміщення між різними рівнями кваліфікованої робоча сила. Усі моделі попиту на фактори виробництва можуть застосовуватися до вивчення попиту на кваліфіковану робочу силу. Також існують випадки, коли обмеження не в моделях, а в даних. У щойно представлених моделях про це не згадується робоча сила зазвичай не класифікується за рівнем освіти, а за родом занять. Немає математичної проблеми при переході від професії до рівня освіти чи навпаки. Для цього в матриці використовується трансформація. Головне, однак, у тому, що професії визначаються з точки зору того, що робить людина, і тому їх дослідження може допомогти нам знайти знання, необхідні працівнику. Цей аспект є важливим, коли планується зміст освіти.

Ще один фактор, який слід враховувати при визначенні робочої сили потреби в тому, щоб люди переходили від однієї професії до іншої під час свого життя. Таким чином, досвід і навчання на робочому місці можуть бути чітко введені в моделі, для подальшої оцінки потреб у робочій силі. Поки що йдеться лише про попит на кваліфіковану робочу силу, як фактор виробництва.

У актуальних дослідженнях співвідношення між виробництвом і робочою силою і освіти, форма математичних зв'язків може не звернути увагу. Методи проб і помилок для отримання оцінок, які є інтуїтивно прийнятні були рекомендовані та застосовані. Для використання таких методів особливо необхідні великі обчислювальні засоби, якщо використовується дезагрегована інформація.

Поки що йдеться лише про попит на кваліфіковану робочу силу, як фактор виробництва . Слід розглянути два розширення. По-перше, кваліфікована праця може бути затребувана як кінцевий продукт, наприклад, у випадку попиту на такі послуги, як лікарі, лікарі-стоматологи тощо. У цьому випадку слід застосовувати модель попиту на кінцеву продукцію. У другому випадку – це освічені люди, вимагається не економічними процесами, а іншими суспільними процесами для приклада, державне управління. Це підводить нас до другого питання: попит освічених на інші аспекти соціального розвитку. При чисельності робітників різного рівня кваліфікації як відомо, можна оцінити освітню структуру населення, яке забезпечувало б робочу силу необхідної кваліфікації. Це можна зробити, розділивши кількість працівників на коефіцієнти участі різних рівнів кваліфікації. Ця інформація та методи, дозволила б визначити, які характеристики освітня система повинна мати для того, щоб вироблялася структура робочої сили, необхідна для досягнення цілей економічного плану, як було зазначено раніше, ці характеристики є лише одним із аспектів, які слід враховувати при визначенні цілі навчального плану.

# Розділ 2

# Модель вищої освіти та зв'язок з економікою

## 2.1 Макроекономічний аналіз системи вищої освіти

Класичні моделі макроекономіки зазвичай враховують найважливіші економічні чинники, зв'язки та структури управління економікою.

Найбільш загальні ідеї, зокрема, ряд положень теорії Кейнса, зводиться до того, що виробництво і приріст національного доходу пропорційні поточному національному доходу. Це пояснює експоненціальне зростання економіки в сприятливих умовах. Підходи, які дають більш детальну інформацію, вимагають врахування досить великого числа факторів, таких як можливості виробництва і споживання, структуру інвестицій, попит, ціну ресурсів, тощо. Однак, рівень освіти в суспільстві зазвичай не враховується, як самостійний Фактор, принаймні, як самостійний об'єкт інвестицій. Основних причин цього, мабуть, дві. По-перше, віддачу таких інвестицій вкрай важко оцінити, хоча в теорії „людського капіталу" був зроблений ряд важливих кроків у цьому напрямку. По-друге, ефект інвестицій, особливо в шкільну освіту і фундаментальну науку, з'являється тільки з плином часу, значно перевищує характерні часи виробничих циклів в інших секторах суспільного виробництва. Один з небагатьох способів обліку „інтелектуальних чинників" у більшості економічних теорій – це залежність виробничих функцій від часу, обраного апріорно.

З іншого боку, представляється досить очевидним, що рівень освіти повинен позначитися на економічному розвитку, що сучасна економіка не може функціонувати без широкої системи підготовки фахівців. Але хоча гасла типу „наука – продуктивна сила суспільства" здаються розумними, формалізувати подібне твердження вкрай важко. Наш підхід оснований на ряді фактів і спостережень, широко описаних в літературі.

На макроекономічному рівні, ймовірно, важко відокремити систему вищої освіти від фундаментальної науки, генерующої нові ідеї, та прикладной науки, яка породжує нові товари та технології. Відомо, що ці фактори стали грати істотну роль в житті суспільства після „першої промислової революції" , тобто приблизно з XIX століття, коли почалося порівняно швидке вдосконалення технологій виробництва. Перш за все, система була майже стаціонарною і в основному відтворювала в декілька більшому маштабі те, що існувало раніше. Далі виявилось, що кількісний ріст виробництва призводить до якісних змін – утворюються економічні кризи різної природи. Економіка вичерпує будь-який ресурс свого розвитку і опиняється перед „виклико" , на який, щоб розвинутися далі, слід дати швидку та ефективну відповідь.Причому згадані ресурси можуть бути найрізноманітнішими.

Можна припустити, що рівень розвитку науки і освіти впливає на здатність суспільства знаходити ресурси для свого розвитку. у відсутності відповідного рівня освіти технологія виробництва досить консервативна (як в середні віки), і розраховувати доводиться лише на природні ресурси, до того ж краще за все – на відновлювані. Характерним прикладом тут служать виробництво бананів, інших фруктів і наркотиків в країнах, що розвиваються, тобто Латинської Америки, Африки і Азії. Це і буде шлях бананових республік. Насправді ресурси, які використовуються при цьому, також не цілком поновлювані. Наприклад, при їх виробництві виснажується грунт, але характерні часи вичерпання тут зазвичай становлять сотні років.

У країнах з розвиненою економікою наука і освіта відіграє роль ресурса у розвитку суспільства– „інтелектуальний ресурс" (мабуть, у певному сенсі це поняття близьке до іншого, широко відомомого – „людський капітал"). Він, по-перше, дозволяє швидко та якісно освоювати нові види природних ресурсів, тобто фактично збільшувати їх обсяг. По-друге, використання інтелектуального ресурсу здатне народжувати якісно нові товари і технології, такі, як ЕОМ і супутниковий зв'язок, тощо. Це дозволяє вирішувати багато проблем на іншому рівні та витрачати істотно менше матеріальних ресурсів.

Таким чином, основне припущення, прийняте в даній роботі, полягає в тому, що інтелектуальні ресурси в певному сенсі еквівалентні матеріальним, але з досить великим коефіцієнт пропорційності, порядку 100. Існують експертні оцінки, які стверджують, що 1 долар, вкладений в наукові дослідження, приносить близько 100 доларів прибутку. Це дає можливість враховувати інтелектуальні ресурси в моделях розвитку поряд з матеріальними ресурсами. Ресурс можна використовувати з тою або іншою ефективністю, або не використовувати зовсім, однак його наявність створювати потенціальні можливості розвитку суспільства.

## 2.2 Макромодель вищої освіти

Макромодель розвитку описує вплив системи вищої освіти, науково- дослідницьких і дослідно-конструкторських робіт, які проводяться на економічний потенціал країни.

У розвинутому підході в рамках макромоделі, інтелектуальний і психологічний потенціали суспільства розглядається, як найважливіша частина матеріальних ресурсів, в які входять також природні ресурси, створені або освоєнні технології та значна частина економічного потенціалу.

Запропонована модель дає якісне уявлення про напрям розвитку економіки, використання ресурсів суспільством, у взаємозв'язку з розвитком системи вищої освіти і наукових досліджень на тимчасових інтервалах 3-60 років.

### Основні припущення і математична модель

Модель, яка буде розглянута у цьому розділі включає три основні змінні, що характеризують стан і розвиток суспільства, а саме [6]:

$X(t)$ – об'єм виробництва, що йде на підтримку, відновлення і використання матеріальних і природних ресурсів;

$R(t)$ – об'єм доступних матеріальних ресурсів;

$A(t)$ – об'єм інтелектуальних ресурсів, тобто рівень розвитку науки і освіти.

Припускається, що ці величини нормовані на чисельність населення. В якості одиниць вимірювання величин застосовувались деякі умовні фінансові одиниці. Це пов'язано з тим, що силу використання узагальнених характеристик в моделі складно вирахувати для отримання точних кількісних рекомендацій. При знаходженні рівнянь моделі, було зроблене наступне припущення.

**Приріст об'єму виробництва.**

В процесі виробництва використовується деякий об'єм матеріальних ресурсів $\Delta R(t)$ , отриманий в результаті витрат минулорічного продукта в області матеріальниї ресурсів. Тому в результаті створюється новий об'єм продукта:

$$X(t+1) = p \cdot \Delta R(t).$$

Нас цікавить об'єм продукції, який буде використан в наступному році, в ресурсній області,тому величина $p$ не дуже велика. Припустивши, що зі зростанням об'єму інтелектуальних ресурсів, ця величина буде зростати, тому в моделі використана залежність $p = p_0 + p_1 \cdot A(t)$. Величину $p_0$ можна оцінити, виходячи з темпів екстенсивного розвитку виробництва, в умовах надлишку матеріальних ресурсів. Надалі припускається, що $p_0 \approx 1,2$ , але отримати оцінки для $p_1$ трохи складніше, це величина пов'язана з маштабом $A(t)$.

Відомо, що загалом витрати на інтелектуальну сферу зазвичай складає декілька відсотків від валового наіонального продукту. Приблизно така ж частина людей, занятих в цій області. Якщо вважати характерною для $X(t)$ величину порядка $O(1)$,то для $A(t)$ порядок буде іншим, $O(0.01)$. Тому величина $p_1$ була вибрана близько до 10.

Витрати на інтелектуальну сферу передбачалися рівними $M = e \cdot X(t)$, де $e$ також близько до 0.01. Однак, специфіка інтелектуальної сфери така, що швидкість її прироста принципово обмежена. Виконання досить складної роботи, як і підготовка нового фахівця, вимагають терміну близбко п'яти років, тому річний приріст не перевищує величини 1.15. Крім того, дана сфера схильна до ефекту розпаду – знання застарівають, люди йдуть в інші сфери діяльності.Тобто остаточно об'єм інтелектуальних ресурсів в наступному році:

$$A(t+1) = q \cdot A(t) + f \cdot \frac{M(t)}{(1+\frac{M(t)}{A(t)})}.$$

Тут множник $q < 1$ враховує розпад, $f-$ описує швидкість зростання при щедрому фінансуванні, $M(t) = e \cdot X(t)$ –витрати на інтелектуальну сферу, а член $(1+\frac{M(t)}{A(t)})^{-1}$– описує засвоюваність фінансів, тому чим більше $A(t)$, тим більші об'єми можуть бути ефективно вкладені. Далі буде використовуватись значення $q \approx 0.8 - 0.5,\ f = 1,15$.

Об'єм матеріальних ресурсів $R(t)$ зазвичай має той самий маштаб, що і $X(t)$. Щорічно з нього вираховуєтьсяс частина $\Delta R(t)$, витрачена на виробництво, частина ресурсів $h$ відновлюється природнім образом. При обмеженні ресурса, його ціна повинна збільшитися, що потребує додаткових витрат на одиницю продукта. Степінь обмеження визначається співвідношенням між об'ємом ресурсів і поточним виробництвом $X(t)$. Якщо $R(t)$ мало, то для отримання тієї ж кількості $\Delta R(t)$ потрібно витратити великий об'єм. Нижче використовується співвідношення:

$$\Delta R(t) = X(t)1 + g \cdot X(t)R(t).$$

Тоді, якщо ресурсів багато, то $\Delta R(t) \approx X(t)$, якщо об'єм ресурсів порядка $X(t)$, то $\Delta R(t)$ буде завжди менше $R$ і може бути суттєво меньше $X(t)$, де $g$ коефіцієнт, відображуючий ціну ресурсів.

Крім того, щоб врахувати можливість освоєння суспільством нових видів матеріальних ресурсів за рахунок інтелекта, передбачається використання функцію приріста вида:

$$b \cdot (A(t)A_c(t))^k.$$

Тут $b$ – параметр засвоєння інновацій. Нижче використовувалось значення $A_c(t) = 3$. Величина $k-$ деякий параметр, визначающий стиль та ефективність при частих так називаємих парних контактах, використовувалось $k = 2$. Тобто маємо [6]:

$$R(t+1) = R(t) - \Delta R(t) + h + b \cdot \left(\frac{A(t) \cdot (t - t_R)}{A_c(t)}\right)^2.$$

Тут величина $t_R$ – час "включення у роботу"спеціаліста, його вважають рівним 3-5 років. Розуміється, що всі ці міркування дозволяють лише визначити діапазон, в якому лежать коефіцієнти. Підбір конкретних параметрів потребує великого об'єму розрахунків.

Отримуємо остаточне відображення з запізнюванням, визначаюче динаміку моделі [5, 6]:

$$
\begin{aligned}
X(t+1) &= (p_0 + p_1 A(t)) \cdot X(t) \cdot \frac{R(t)}{R(t) + g \cdot X(t)}, \\
R(t+1) &= R(t) - X(t) \cdot \frac{R(t)}{R(t) + g \cdot X(t)} + h + b \cdot \left( \frac{A(t - t_R)}{A_c(t)} \right)^2, \\
A(t+1) &= q \cdot A(t) + f \cdot e \cdot X(t) \cdot \frac{A(t)}{A(t) + e \cdot X(t)}.
\end{aligned}
$$

Ми отримали систему з трьох рівнянь, де перше описує об'єм виробництва, друге описує об'єм доступних матеріальних ресурсів. Третє рівняння описує об'єм інтелектуальних ресурсів, які включають створені або освоєні технології, та рівень розвитку, це і є поняття „людського капіталу". Дуже важливу роль в цій системі відіграють параметри $b$ і $e$,перший параметр показує, як суспільство і економіка чутливі до новинок в сфері технологій. Другий показує наскільки велика доля національного продукту йде на освіту.

Після складання системи математичної моделі, потрібно дослідити її при різних параметрів і початковів станів. Для цього треба розробити програму і виконати обчислювальний експеримент. На основі результатів експерименту робляться висновки.

# Розділ 3

# Обчислювальний експеримент

## 3.1 Опис алгоритму програми

Основною метою цієї та наступної частини роботи–це дослідження і моделювання процесів за допомогою математичних моделей. Для того, щоб аналіз був достовірним, а дослідження– позитивним, модель буде наповнена відповідними даними. Для збору статистики був написан програмний продукт, в результаті роботи якого, були оримані матриці та графіки, відповідно параметрам моделі.

У цьому розділі буде детальний опис розробки алгоритму програми, який дозволяє аналізувати систему, та будувати графіки залежностей і робити відповідні висновки.

Робота програми поділена на дві частини - розв'язання системи рівнянь, та побудови графіку.

Фукнція right hand part function - обчислює значення правої частини системи,тобто величини $dXdt, dRdt, dAdt$, вказані змінні–відповідають розв'язкам описаних функцій, по заданим формулам. Також там повертає результат у масиві розмірністю 1 на 3. Для роботи з масивами використана бібліотека numpy.

Основні обчислення виконуються в функції education-system. На вхід подається набір параметрів $(a_c, p_0, p_1, g, h, b, q, f, e)$, для проведення обчислювального експерименту, а повертає ця функція матрицю результатів. В тілі цієї функції ітеративно обчислюється значення функції right-hand-part-function, кожен крок змінює значення вхідного масиву s, його отримуємо з попереднього обчислення.

Функція draw-graph отримує на вхід значеня діапазону n та результати обчислення education-system, та будує графіки кожного з значення за допомоги бібліотеки matplotlib.

## 3.2 Опис обчислювальних експериментів

У цьому розділі буде описана низка проведених обчислювальних експерементів для математичної системи.

Розглянемо, які параметри використовуються:

$a_c$-критиний рівень розвитку інтелектуальної сфери,$p_0$-величина оцінювана,виходячи з темпів екстенсивного розвитку, $p_1$-величина пов'язана з маштабом $A(t)$, $g$-коефіцієнт відображающий ціну ресурсів, $h$-поновлювальні ресурси, $b$-параметр засвоєння інновацій, $q$-множник,який враховує розпад, $f$-параметр засвоєння інновацій при щедрому фінансуванні, e-кількість продукції, що йде на освіту та науку,$t_R$ час влкючення у роботу і він завжди становить 7.

Криві зображують, як змінюються ресурси(зелена лінія), об'єм виробництва(червона лінія) і науково технічний потеніал (жовтий пунктир).

**Експеримент №1**

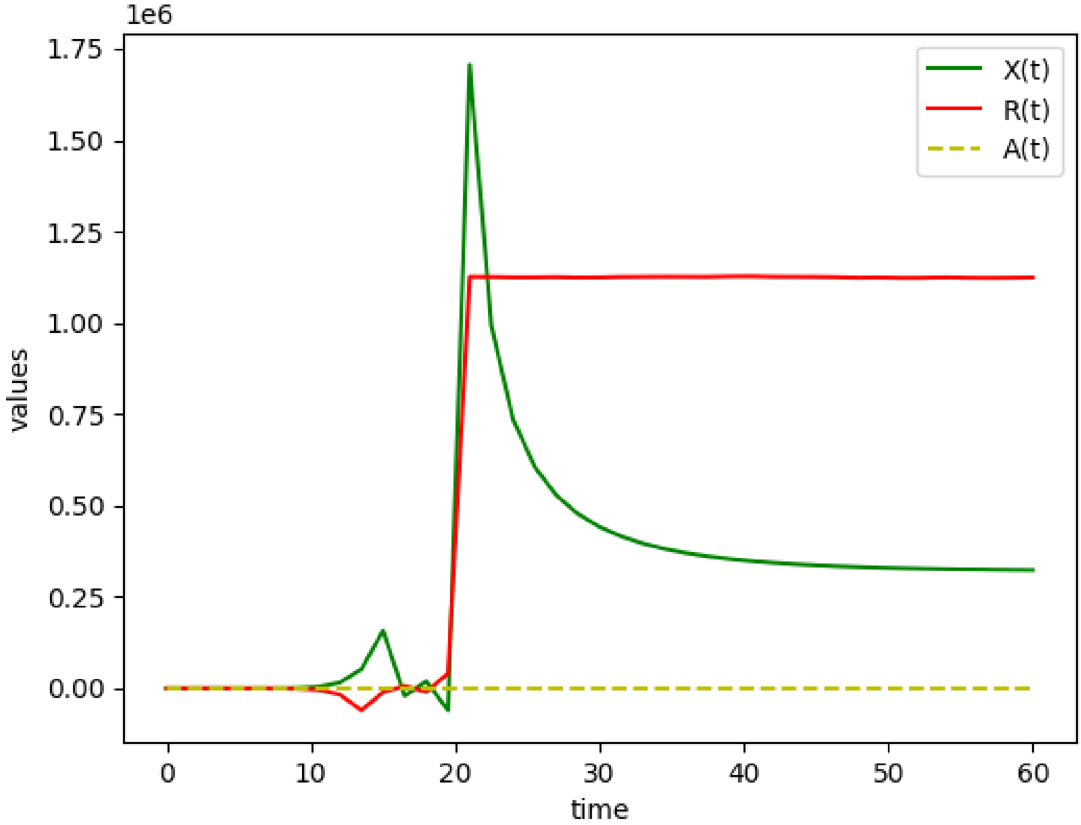


Рис. 1

Значення параметрів:

$a_c = 3$, $p_0 = 1.2$, $p_1 = 9$, $g = 0.7$, $h = 1$, $b = 1$, $q = 0.3$, $f = 1.15$, $e = 0.001$.

Початкові значення:

$s_0 = [1, 1, 4]$.

У цьому варіанті розглядається, що в нашій країні У велика територія і багато природніх ресурсів. Вони активно використовуються, відбувається індустріалізація. На двадцятому році вийшов стрімкий ріст виробництва. Однак при таких умовах сприйняття економіки досить низька. Зроблені відкриття і створені технології засвоюються не стрімко, але використовуються у виробництві. Тому зростання виробництва супроводжується вичерпанням природніх ресурсів, тому ця пряма після 20 років перестає стрімко зростати і залишається на рівні відповідному їх споживанню.

**Експеримент №2**

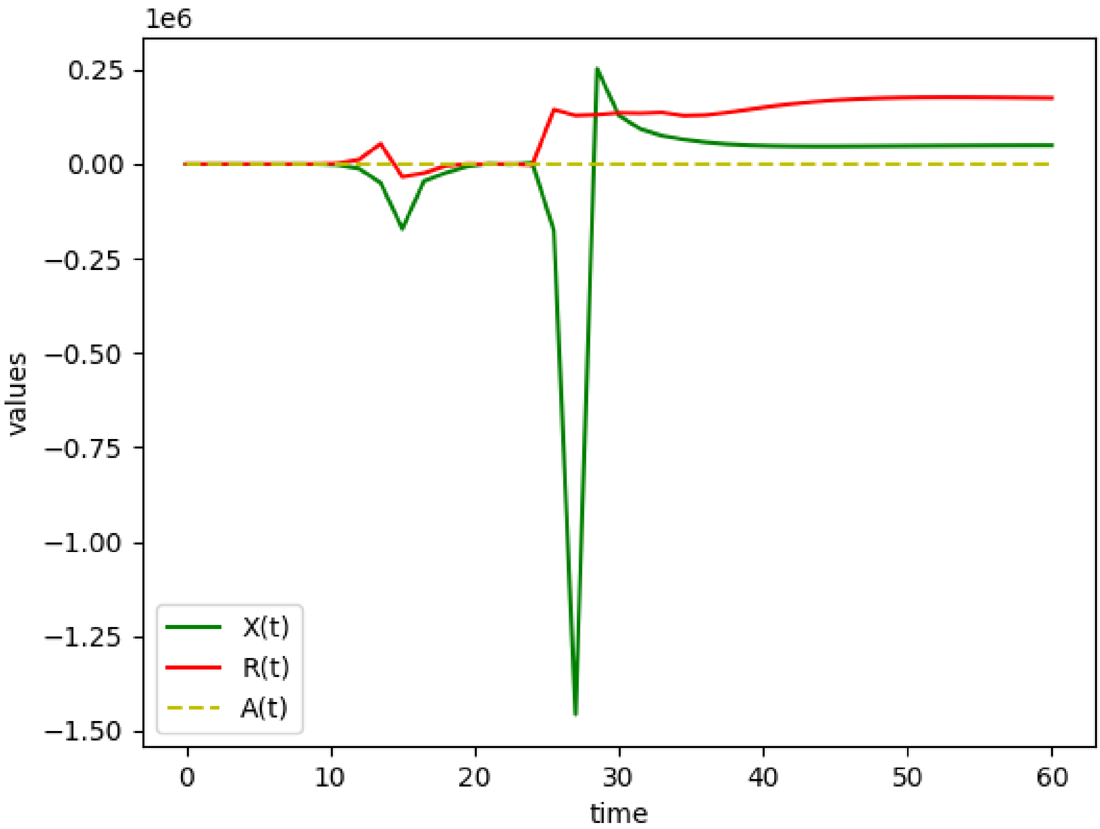


Рис. 2

Значення параметрів:

$a_c = 3$, $p_0 = 1.2$, $p_1 = 9$, $g = 0.7$, $h = 1$, $b = 1$, $q = 0.3$, $f = 1.15$, $e = 0.01$.

Початкові значення:

$s_0 = [1, 2, 4]$.

Вибір значень параметрів був анологічний до першого експерименту, але змінились початкові умови. Тобто початковий об'єм матеріальних ресурсів більший за початковий об'єм виробництва, що йде на підтримку, відновлення і використання матеріальних, та природних ресурсів. Така ситуація не дає нам можливості нормально використовувати весь об'єм наших ресурсів, виходить стрімке падіння через надлишок цих самих ресурсів і неможливості їх відповідно використати, але згодом ситуація всеодно нормалізується, на рівні відповідному її споживанню.

**Експеримент №3**

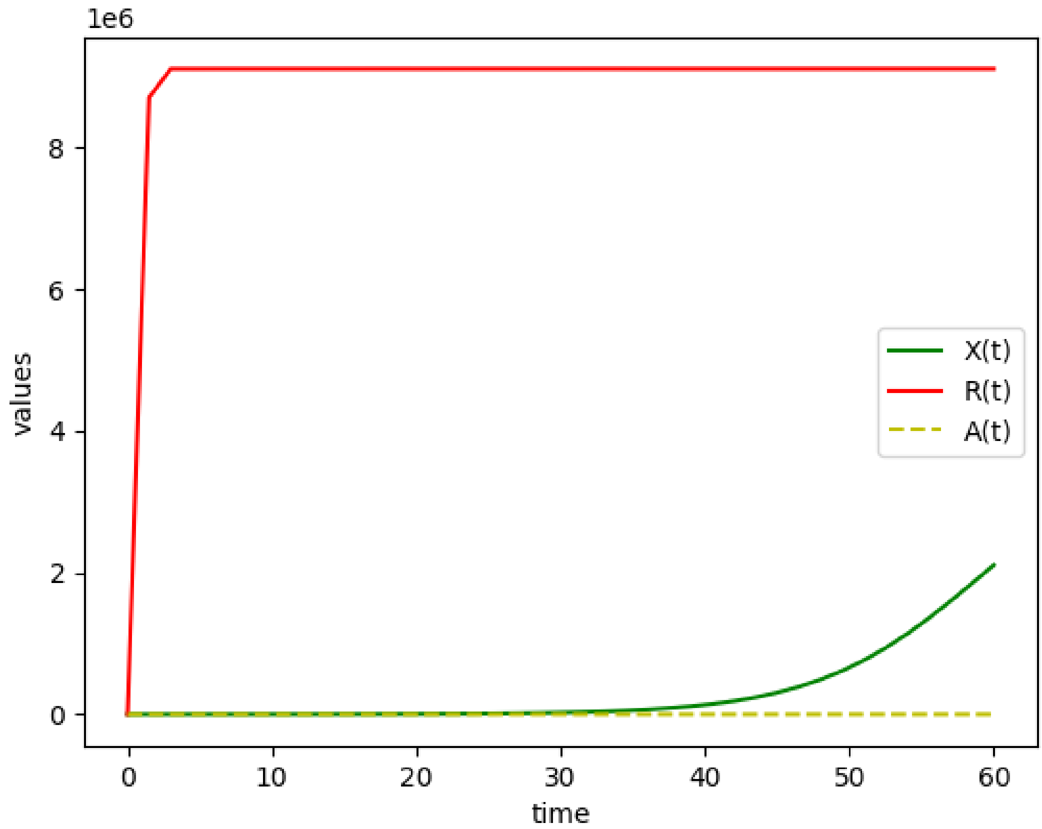


Рис. 3

Значення параметрів:

$a_c = 0.03$, $p_0 = 1.3$, $p_1 = 9$, $g = 0.7$,$h = 1$, $b = 10$, $q = 0.3$, $f = 1.15$, $e = 0.01$.

Початкові значення:

$s_0 = [1, 1, 4]$.

В цьому експерименті, параметр засвоєння інформації був значно змінен. Тобто ми отримали стрімке збільшення ресурсів, яке досягнувши певного максимума, залишилося на цьому рівні. Саме це дає можливість об'єму виробництва поступово зростати, що досить непогано і шанс на різкі зміни буде мінімальним.

**Експеримент №4**

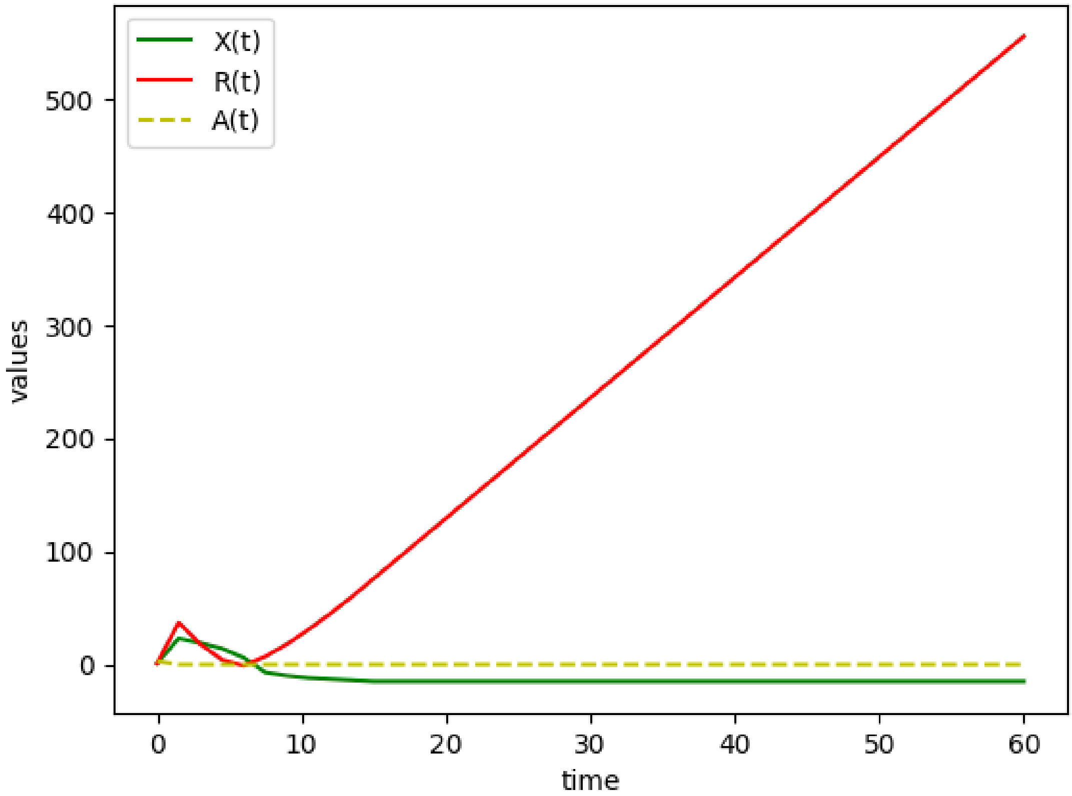


Рис. 4

Значення параметрів:

$a_c = 2$, $p_0 = 1$, $p_1 = 10$, $g = 0.3$, $h = 1$, $b = 1$, $q = 0.3$, $f = 1.15$, $e = 0.01$.

Початкові значення:

$s_0 = [1, 1, 3]$.

Для четвертого експерименту були змінені початкові умови та параметри. Так щоб вийшло, що вибрані нами параметри впливали на стрімке зростання об'єму виробнитва, але ця ситуація обумовлюється спадом об'єму доступних матеріальних ресурсів. Тобто з таким швидким зростанням виробництва, ми швидко залишимось без достатньої кількості ресурсів. Але це сприяє індустріалізації, тобто ситуація краща для розвитку інтелектуальних ресурсів.

**Експеримент №5**

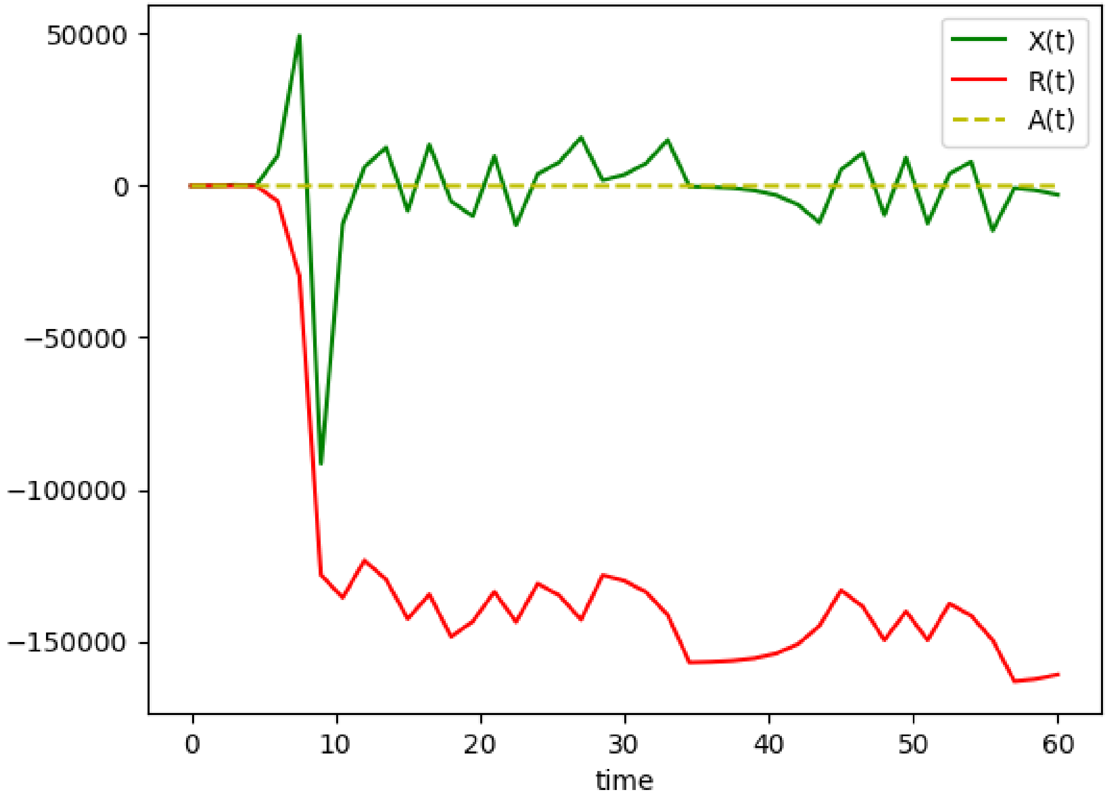


Рис. 5

Значення параметрів:

$a_c = 0.7$, $p_0 = 2$, $p_1 = 10$, $g = 0.3$, $h = 0.3$, $b = 1$, $q = 0.3$, $f = 0.3$, $e = 0.01$.

Початкові значення:

$s_0 = [1, 1, 4]$.

У п'ятому експерименті параметр, який відповідає за поновлювальні ресурси був значно зменшений. Тобто, коли у нас стрімко зростає об'єм виробництва, він відповідає за те стрімке падіння об'єму матеріальних ресурсів, що ми бачимо на графіку. Тому матеріальні ресурси падають до певного проміжку значень і потім змінюються на рівні їх споживання. Також можна побачити, як вигляд кривої відповідающої за виробництво, залежить від об'єму ресурсів. Зі збільшенням ресурсів, збільшується й виробництво, аналогічна ситуація зі зменшенням.

**Експеримент №6**

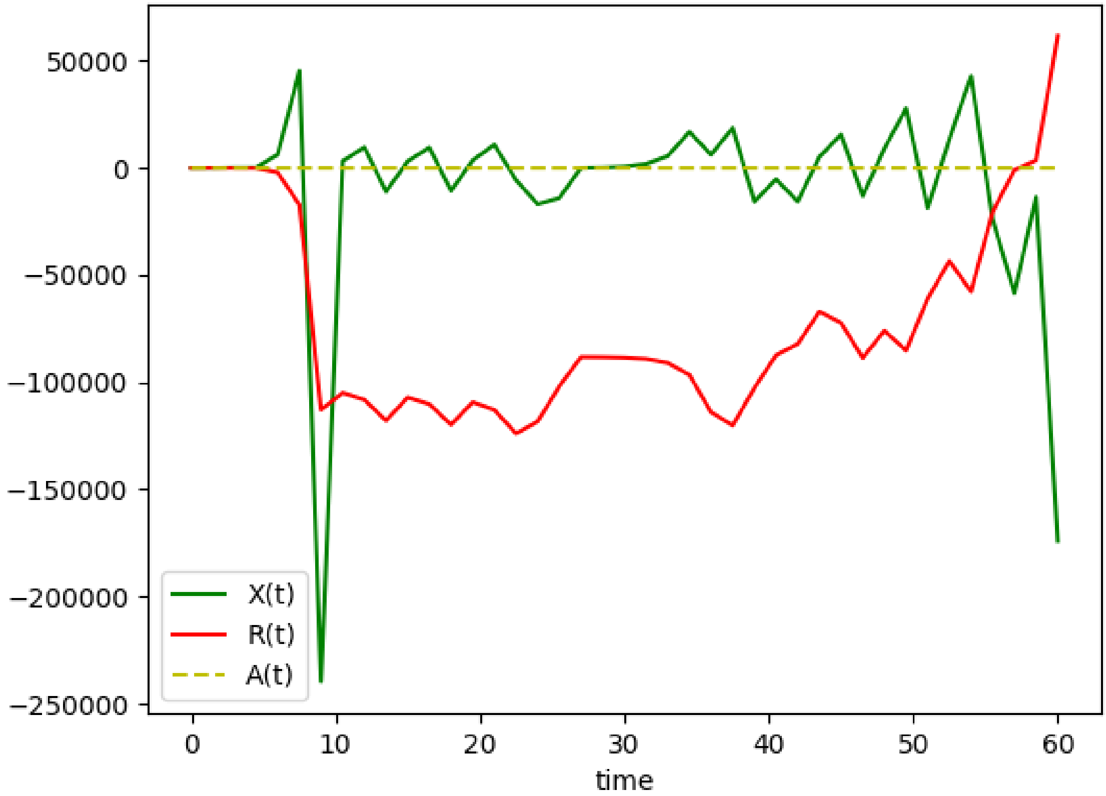


Рис. 6

Значення параметрів:

$a_c = 3$, $p_0 = 3$, $p_1 = 6$, $g = 0.2$, $h = 0.7$, $b = 0.9$, $q = 0.3$, $f = 1$, $e = 0.01$.

Початкові значення:

$s_0 = [1, 1, 4]$.

Параметри та початкові значення цього експерименту, відповідні експерименту №5, окрім значення параметра, який відповідає за поновлювальні ресурси, він був збільшений. Отже, ми може побачити схожий результат з минулим експериментом, але на шістдесятому році виходить стрімке зростання ресурсів і неготовність виробнитва до такого збільшення ресурсів. Тим самим, в наслідку, ця неготовність спровокувала стрімкий спад виробництва.

**Кінцевий аналіз**

Результати моделювання можна резюмувати так:

1)Необхідно розуміти, за рахунок чого розвивається суспільство, інакше можливі проблеми і швидко зростаюча криза. Для цього потрібно значно більше направлення державних кошт.

2)Для подолання проблем необхідно розвивати інтелектуальну сферу, використовуючи її, як ресурс розвитку. Якщо можливість використання цього ресурсу відсутня, або нижче порогового рівня, можливий тільки екстенсивний розвиток суспільства.

3) Існує граничний рівень фінансування інтелектуальної сфери, нижче якого вона швидко втрачає здатність грати роль ресурса розвитку суспільства.

Звернемо увагу ще на один причинно-наслідковий зв'язок. Ми припускали, що рівень засвоєння інновацій в ході розвитку залишається незмінним. Багато в чому він визначається соціальною структурою, правлячою елітою і вже наявними кадрами. Деградація сфери освіти в 5-10 річний перспективі погіршує і цей показник. Але навпаки, підвищення професійних і моральних стандартів, мобілізація суспільства для вирішення ключових національних задач, в чому активно може брати участь вища школа, є важливим ресурсом.При національно орієнтованій державній політиці, він може бути ефективно використаний.

Розглянемо ще питання про те, чи можливо впливати на розвиток суспільства порівнянно невеликими змінами. В даний час практично малоймовірно значне збільшення фінансування освіти і науки. Однак можливий варіант, оснований на тому, щоб провести модернізацію виробництва, на основі запровадження наукових розробок і сучасних технологій. І виходить,що зі змінивши параметру, який відповідає за засвоєння інновацій, це дозволяє перейти до режиму майже стабільного росту.

Тобто сьогодні на освіту покладається виконання не тільки економічної функції, а й функції стимулювання розвитку науково-технічного прогресу і технологічних досягнень. Разом з цим зростає й соціальна роль освіти у вихованні громадян для життєдіяльності й розвитку взаємозалежного світу на цивілізованих засадах.Соціально-економічні трансформації [7], характерні для постсоціалістичних країн, не можуть бути завершеними без реформ інституціонального характеру. Якість інституціонального середовища є одним із головних чинників, що впливає на розвиток інноваційних систем як основи постіндустріальної економіки. У свою чергу, суспільні інститути є результатом освітніх процесів, у ході яких формується система певних переконань. Отже, виникає потреба суспільства у людині, як у високорозвиненій особистості. Освіта відіграє провідну роль в ідентифікації суспільства загалом і кожної окремої особистості, зокрема, у конкретно-історичних умовах розвитку.

# Висновки

Кваліфікаційна робота на здобуття ступеня бакалавра присвячена математичному моделюванню процесів у вищій освіті. Результати роботи такі:

1. Розглянуто моделі у плануванні освіти без вибору серед альтернатив.

2. Проаналізовані та модифіковані математичні моделі соціального попиту.

3. Розглянута макромодель вищої освіти, виконаний обчислювальний експеримент.

Дана робота може бути розвинута в двох напрямках:

1. Валідація математичної моделі, перевірка її коректності на більшій виборці історичних даних

2. Покращення програмного продукту, а саме його користувацького інтерфейсу. Іншими словами, розробка мобільного, або компютерного додатку, для подальшої його імплементації для використання у відповідних державних установах.

Результати цієї роботи можуть бути використані при плануванні бюджету державного замовлення, тобто кількості здобувачів вищої освіти, які можуть отримати її за державні кошти. Математично обгрунтоване планування бюджету є виправданим і дозволяє ефективно витрачати обмежений ресурс.

# Перелік використаних джерел

[1] Correa, Hector. Educational Planning : Its Quantitative Aspects and Its Integration with Economic Planning. Paris : International Institute for Educational Planning, 1966,- 210 с.

[2] Organisation for economic co-operation and development, Mathematical models in educational planning, 1967,-295 с.

[3] Psacharopoulos G ., The Social Demand Model, 1969, - 324 с.

[4] Константюк Н.І. Механізм фінансового забезпечення розвитку людського капіталу та його вплив на конкурентоспроможність економіки держави //Вісник Одеського національного університету імені І.І. Мечникова. Серія: Економіка, Т.19. Випуск 3, – 2014. – с.37-41.

[5] Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Наука. Физматлит, 1997. – 320 с.

[6] Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 288 с.

[7] Освіта в економічному вимірі: потенціал та механізм розвитку / І. С. Каленюк ; Інститут вищої освіти АПН. – К. : ТОВ «Кадри», 2001. – 326 с.

**РЕЦЕНЗІЯ**

*на випускну кваліфікаційну роботу*
*на здобуття ступеня бакалавра*
*„Математичні моделі процесів у вищій освіті"*
*студентки 4 курсу денної форми навчання*
*факультету комп'ютерних наук та кібернетики*
*Радагуз Єлізавети Вікторівни*

Рецензована випускна кваліфікаційна робота на здобуття ступеня бакалавра присвячена математичному моделюванню процесів у вищій освіті. Проблематика є актуальною, так як розвиток освітньої галузі визначає конкурентну спроможність держави і безпосередньо впливає на соціальний стан її громадян в найближчому майбутньому. Тому створення адекватних математичних моделей в освіті дозволяє аналізувати якісну поведінку освітнього процесу, керувати таким процесом і передбачати зміни у галузі в перспективі.

Робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків та переліку використаних джерел. В розділі 1 висвітлюється актуальність теми досліджень, а також здійснюється опис математичної моделі у плануванні освіти без вибору серед альтернатив. Модернізується модель соціального попиту. В розділі 2 описується взаємодая моделі вищої освіти з економікою. В розділі 3 проведено обчислювальні екперементи з метою комп'ютерного моделювання освітніх процесів, проведено аналіз результатів обчислень.

Виходячи з аналізу кваліфікаційної роботи, можна зробити висновок, що авторка вміє застосовувати методи математичного та комп'ютерного моделювання, здійснювати аналіз результатів обчислювального експерименту, володіє сучасним математичним апаратом аналізу динамічних систем. Тому вважаю, що випускна кваліфікаційна робота на здобуття ступеня бакалавра студентки 4 курсу Радагуз Єлізавети Вікторівни на тему „Математичні моделі процесів у вищій освіті" виконана на належному рівні, задовольняє всім вимогам до випускних кваліфікаційних робіт на здобуття ступеня бакалавра і заслуговує оцінки „відмінно".

Професор кафедри диференціальних
та інтегральних рівнянь
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка
доктор технічних наук

Валентин СОБЧУК

Механіко-математичний факультет

*ВІДГУК*

наукового керівника

на випускну кваліфікаційну роботу

на здобуття ступеня бакалавра

„Математичні моделі процесів у вищій освіті"

студентки 4 курсу денної форми навчання

факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Радагуз Єлізавєти Вікторівни

У випускній кваліфікаційній роботі бакалавра авторка досліджує математичне моделюванню процесів у вищій освіті. Математична модель описує розвиток системи вищої освіти в залежності від змін поведінки економіки та додаткових введених параметрах соціальної значимості.

Структура роботи: вступ, три розділи, висновки, список літератури. Робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків та переліку використаних джерел. В розділі 1 висвітлюється актуальність теми досліджень, а також здійснюється опис математичної моделі у плануванні освіти без вибору серед альтернатив. Модернізується модель соцільного попиту. В розділі 2 описується взаємодая моделі вищої освіти з економікою. В розділі 3 проведено обчислювальні експеременти, проведено аналіз результатів обчислень. Робота виконана самостійно, що підтверджується довідкою про оригінальність кваліфікаційної роботи за освітнім рівнем бакалавр. На джерела, які використовувались в роботі, в тексті роботи містяться посилання.

Вважаю, що випускна кваліфікаційна робота на здобуття ступеня бакалавра „Математичні моделі процесів у вищій освіті" студентки 4 курсу Радагуз Єлізавєти Вікторівни виконана на належному рівні, задовольняє всім вимогам до випускних кваліфікаційних робіт на здобуття ступеня бакалавра і заслуговує оцінки „відмінно" (95 балів).

Доктор фізико-математичних наук,
професор кафедри моделювання складних систем
факультету комп'ютерних наук та кібернетики
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка Володимир ПІЧКУР

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

СИСТЕМА ЗАПОБІГАННЯ ТА ВИЯВЛЕННЯ АКАДЕМІЧНОГО ПЛАГІАТУ

Довідка про оригінальність кваліфікаційної роботи за освітнім рівнем бакалавр

UNICHECK

Ім'я користувача:
**Шатирко Андрій ФКомпНаук**

ID перевірки:
**1011547036**

Дата перевірки:
**11.06.2022 17:18:07 EEST**

Тип перевірки:
**Doc vs Internet + Library**

Дата звіту:
**11.06.2022 17:31:41 EEST**

ID користувача:
**100007163**

Назва документа: **Radahuz_Pichkur Prepare**

Кількість сторінок: **35** Кількість слів: **7653** Кількість символів: **49482** Розмір файлу: **442.72 KB** ID файлу: **1011418607**

Виявлено модифікації тексту (можуть впливати на відсоток схожості)

**5.92%**
**Схожість**

Найбільша схожість: **1.84%** з Інтернет-джерелом (**https://core.ac.uk/download/pdf/161260604.pdf**)

........................................ Сторінка **37**

........................................ Сторінка **38**

**0% Цитат**

Вилучення цитат вимкнене

Вилучення списку бібліографічних посилань вимкнене

**0%**
**Вилучень**

Немає вилучених джерел

**Модифікації**

Виявлено модифікації тексту. Детальна інформація доступна в онлайн-звіті.

| Замінені символи | 2175 |
|---|---|
| Підозріле форматування | 21 сторінка |

**Експертна оцінка роботи науковим керівником** : Кваліфікаційна робота виконана самостійно, на використані джерела в тексті зроблено посилання.

**Науковий керівник**: ____________ В. В. Пічкур
(підпис) (ПІБ)

**Оператор**: ____________ А.В.Шатирко
(підпис) (ПІБ)