

**Висновки.** Технічні характеристики оновленого телескопа АЦУ-5 свідчать про високу метрологічну точність реєстрації сонячного спектру. Це дозволяє проводити дослідження змін фраунгоферових ліній на довготривалих шкалах часу.

**Список використаних джерел**

1. Гуртовенко Э. А. Солнечный горизонтальный телескоп АЦУ-5 с монохроматором двойной дифракции // Астрометрия и астрофизика. – 1969. – Вып.8. – С. 77-84.
2. Осипов С. Н. Инструментальный контур спектрографа голосеевского солнечного телескопа АЦУ-5 // Кинематика и физика небесн. тел. (в печати).
3. Зайдель А. Н., Островская Г. В., Островский Ю. И. Техника и практика спектроскопии // изд. Наука., Москва – 1976. – с. 392.
4. Doyle J. G., Jevremovic D., Short C. I., Hauschildt P. H., Livingston W., and Vince I. Solar Mn I 5432/5395 Å line formation explained // Astron. and Astrophys. – 2001. – Vol. 369. – L13-L16.
5. Livingston W., Wallace L., White O. R., and Giampapa M. S. Sun-as-a-Star Spectrum Variations 1974-2006 // Astrophysical Journal. – 2007. – Vol. 657. – P. 1137-1149.
6. Livingston W., White O. R., Wallace L., and Harvey J. Sun-as-a-Star, Chromospheric Lines, 1974-2009 // Mem.S.A.It. – 2010. – Vol. 81. – P. 643-645.
7. [http://solis.nso.edu/vsm/vsm\\_mnfield.html](http://solis.nso.edu/vsm/vsm_mnfield.html)

Надійшла до редколегії 27.06.14

С. Осипов, канд. физ.-мат. наук  
Головна астрономічна обсерваторія НАН України, Київ

### ПРОГРАММА ИССЛЕДОВАНИЙ ДОЛГОВРЕМЕННЫХ ИЗМЕНЕНИЙ ФРАУНГОФЕРОВЫХ ЛИНИЙ В СПЕКТРЕ СОЛНЦА

*Представлено программу исследований долговременных изменений фраунгоферовых линий на голосеевском солнечном телескопе АЦУ-5. Предложены методы учета влияния основных дестабилизирующих факторов, а именно рассеянного света в спектрографе, инструментального контура, внутренних паразитных лучевых скоростей в спектрографе. Инструментальный контур, измеренный с помощью монохроматического когерентного излучения He-Ne лазера, пересчитывался для некогерентного излучения. Начаты первые программные наблюдения.*

*Ключевые слова: солнце, фраунгоферовые линии, инструментальный контур, рассеянный свет, внутренние лучевые скорости, когерентное излучение.*

S. Osipov, Ph.D. in Phys. and Math. Sciences  
Main Astronomical Observatory, national Academy of Sciences, Kyiv

### THE PROGRAM OF INVESTIGATIONS OF LONG TERM CHANGES OF FRAUNHOFER LINES IN SOLAR SPECTRA

*The program of investigations of long term changes of Fraunhofer lines in solar spectra is presented. It is realized in the Golosiiv solar telescope ATsU-5. The methods for corrections of influence of main destabilizing factors, notably scattering light in spectrograph, instrument function, inner LOS velocity, are proposed. The instrument function measured using monochromatic coherent radiation of He-Ne laser recalculated to the case of incoherent radiation. The first program observations started.*

*Key words: Fraunhofer lines, instrument function, scattering light, inner LOS-velocity, coherent radiation.*

УДК 523.98

М. Пішкало, канд. фіз.-мат. наук  
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ

### ПОПЕРЕДНІЙ ПРОГНОЗ ПАРАМЕТРІВ 25-ГО ЦИКЛУ СОНЯЧНОЇ АКТИВНОСТІ

*На основі знайдених раніше кореляційних зв'язків і регресійних співвідношень між деякими характеристиками 1–24 циклів сонячної активності (Pishkalo, 2014: Solar Phys., vol. 289, 1815) дано прогноз 25-го циклу. Розрахунки виконані за схемою: час максимуму 24-го циклу визначає тривалість фази росту циклу, далі знаходимо очікувану тривалість 24-го циклу і прогнозовані параметри 25-го циклу. Отримано, що мінімум 25-го циклу становитиме біля 5 у квітні–черені 2020 р., а максимум – біля 105–110 у жовтні–грудні 2024 р. 25-й цикл сонячної активності буде вищим за поточний 24-й цикл. Настання глибокого мінімуму сонячної активності, схожого на мінімуми Дальтона чи Маундера, не очікується.*

*Ключові слова: сонячна активність, сонячний цикл.*

**Вступ.** Сонячна активність змінюється з періодом близько 11 років. Найбільш уживаною характеристикою сонячної активності є відносне число сонячних плям – число Вольфа. Цикли сонячної активності суттєво різняться своїми параметрами, зокрема амплітудою і тривалістю. Зміни сонячної активності викликають зміни в міжпланетному та навколоземному просторі, які, у свою чергу, певним чином впливають на функціонування космічних та наземних технологічних систем, на життєдіяльність живих організмів на Землі, на клімат. Тому важливо знати наперед, коли і яким буде максимум сонячної активності.

На рис. 1 показано, як змінюється щорічне відносне число сонячних плям приблизно за останні 300 років (тонкою і жирною лініями – відповідно щорічне і тричі згладжене за 11-ма точками значення числа Вольфа). Найнижчим за вказаний період був максимум шостого сонячного циклу у середині 1816 р., найвищим – дев'ятнадцятого циклу у кінці 1957 р. Мінімум 1800–1830-х років називають мінімумом Дальтона. Крім 11-річної циклічності, можна виділити т.зв. віковий період, близький до 100 років. З рис.1 також можна бачити, що наразі сонячна активність перебуває поблизу максимуму 24-го циклу і поблизу мінімуму вікового циклу. Залишається відкритим питання, чи буде цей віковий мінімум поглиблюватися, чи сонячна активність почне зростати. Певною мірою відповісти на ці питання можуть прогнози наступного, 25-го циклу сонячної активності.

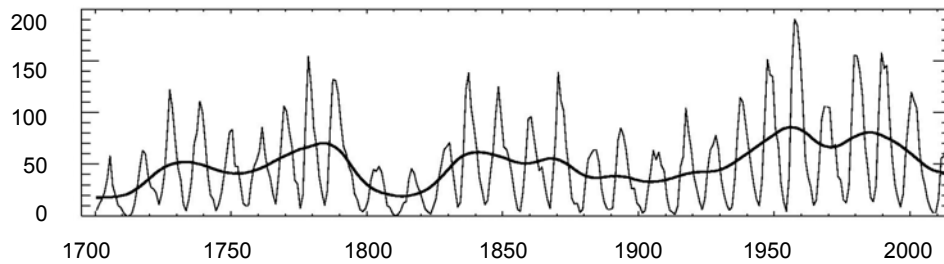


Рис. 1. Щорічне число Вольфа за останні 300 рр.

Так, Абдусаматов [1] із аналізу даних про сонячну сталу та сонячний діаметр за кілька останніх циклів прийшов до висновку, що загальний рівень сонячної активності буде понижуватися й надалі, аж до 2042 р., максимум 25-го і 26-го циклів становитиме відповідно  $50 \pm 15$  і  $35 \pm 20$ . Оуенз та ін. [11] також вважають, що сонячна активність буде знижуватися ще майже 40 років і досягне величин, близьких до мінімуму Дальтона чи, навіть, Маундера. Клілверд із співавторами [5] вважають, що зниження сонячної активності триватиме приблизно до 2030 р.

Пенн і Лівінгстон [12] знайшли, що напруженість магнітного поля у плямах зменшується протягом останніх десятиліть, екстраполювали ці зміни в майбутнє і спрогнозували, що у 25-у циклі сонячної активності плями можуть зникнути зовсім, тому сам 25-й цикл буде дуже слабким, із числом Вольфа у максимумі лише біля 7. На протипагу цьому, Певцов із співавторами [13, 14] із аналізу магнітографічних даних сонячних обсерваторій Радянського Союзу за 1957–2011 рр. і за синоптичними картами обсерваторії Маунт Вільсон за 1920–1959 рр. не підтвердили існування такого тренду у напруженостях магнітного поля сонячних плям і таким чином поставили під сумнів вищезгаданий прогноз Пенна і Лівінгстона.

У роботі [8] знайдено, що амплітуда і тривалість 25-го циклу сонячної активності становитимуть відповідно 110 і 12.49 р. Кейн [10] вважає, що 25-й цикл досягне амплітуди 112–127 (середнє 119) у 2022–2023 рр. Ду і Ду [6] прогнозують, що амплітуда 25-го циклу становитиме  $111.6 \pm 17.4$ . Куасім із співавторами [16] вважають, що 25-й цикл сонячної активності досягне максимуму 116 у 2020 р., а Аттія із співавторами [4] – максимум становитиме  $90.7 \pm 8$  у 2022 р. Хелал і Галал [7] отримали, що амплітуда і тривалість фази росту 25-го циклу становитимуть 118.2 і 4 роки відповідно. У роботах [9] і [17] прогнозується, що 25-й цикл буде сильнішим за попередній 24-й.

У даній роботі буде зроблено прогноз параметрів 25-го циклу сонячної активності, виходячи із часу максимуму 24-го циклу і кореляційних залежностей між різними параметрами циклу, знайденими нами раніше у роботах [2, 3, 15].

**Результати та обговорення.** Наразі сонячна активність перебуває поблизу максимуму 24-го циклу. На даний час згідно з даними, розміщеними на сайті Бельгійської Королівської обсерваторії (<http://sidc.oma.be>), максимум незгладженого числа Вольфа становить 102.8 (лютий 2014 р.), а для згладженого – 75.4 (листопад 2013 р.). Виходячи з динаміки сонячної активності до і після лютого 2014 р., варто очікувати, що максимум за згладженим числом Вольфа також буде відповідати початку 2014 р.

У роботі [15] нами знайдена значима негативна помірною кореляція між тривалістю фази росту  $T_{\text{rise}}$  і тривалістю фази спаду  $T_{\text{fall}}$  сонячного циклу (у роках), яка виражається рівнянням  $T_{\text{fall}} = 9.35 (\pm 0.94) - 0.60 (\pm 0.22) T_{\text{rise}}$  (тут і далі по тексту дано похибку  $\pm 1\sigma$ ). Отже, за відомою тривалістю фази росту циклу можемо знайти тривалість фази спаду циклу і повну тривалість циклу  $T_{\text{cycle}}$ . Далі, за прогнозованою тривалістю 24-го циклу і рівняннями, що пов'язують тривалість попереднього циклу  $T_{\text{cycle}}(n)$  із величинами активності в мінімумі  $R_{\text{min}}(n+1)$  і максимумі  $R_{\text{max}}(n+1)$  наступного циклу та тривалістю (у роках) його фази росту  $T_{\text{rise}}(n+1)$  [15],

$$\begin{aligned} R_{\text{min}}(n+1) &= 26.04 (\pm 6.28) - 1.84 (\pm 0.57) T_{\text{cycle}}(n), \\ R_{\text{max}}(n+1) &= 363.02 (\pm 63.72) - 22.59 (\pm 5.78) T_{\text{cycle}}(n), \\ T_{\text{rise}}(n+1) &= -2.64 (\pm 1.63) + 0.619 (\pm 0.148) T_{\text{cycle}}(n) \end{aligned}$$

можна знайти відповідні параметри 25-го циклу сонячної активності. Рисунок, що відображають ці три залежності, наведені у нашій роботі [3].

У таблиці наведено прогнозовані характеристики 25-го циклу сонячної активності, розраховані за описаною вище схемою. Перший рядок таблиці містить очікуваний час максимуму 24-го циклу (наведено кілька значень, оскільки в даний час ще неможливо точно сказати, на який місяць припадатиме максимум згладженого місячного числа Вольфа), два нижні рядки – прогнозовані значення максимуму і тривалості фази росту 25-го циклу (у роках), отримані за "відомим" (5-й рядок таблиці) значенням активності у мінімумі циклу і рівняннями [15]

$$\begin{aligned} R_{\text{max}} &= 77.9 (\pm 13.7) + 6.0 (\pm 1.9) R_{\text{min}}, \\ T_{\text{rise}} &= 5.18 (\pm 0.40) - 0.156 (\pm 0.56) R_{\text{min}}. \end{aligned}$$

Варто відзначити, що ці дві останні залежності показані на рис. 1 і 2, наведених у нашій попередній роботі [15].

Порівнюючи останні чотири рядки таблиці, приходимо до висновку, що амплітуди і тривалості фази росту 25-го циклу, отримані за  $T_{\text{cycle}}(24)$  і  $R_{\text{min}}(25)$  майже співпадають.

**Таблиця. Прогнозовані параметри 24-го і 25-го циклів сонячної активності, розраховані за відомим часом максимуму 24-го циклу**

$T_{\max}(24)$	XI 2013	XII 2013	I 2014	II 2014	III 2014	IV 2014
$T_{\text{rise}}(24)$	4.92	5.00	5.08	5.17	5.25	5.33
$T_{\text{fall}}(24)$	6.40	6.35	6.30	6.25	6.20	6.15
$T_{\text{cycle}}(24)$	11.33	11.35	11.38	11.42	11.45	11.48
$R_{\min}(25)$	5.2	5.2	5.1	5.0	5.0	4.9
$R_{\max}(25)$	107.3	106.6	106.0	105.0	104.4	103.7
$T_{\text{rise}}(25)$	4.37	4.39	4.40	4.43	4.45	4.47
$R_{\max}(25)$	109.2	108.8	108.5	108.1	107.7	107.4
$T_{\text{rise}}(25)$	4.37	4.37	4.38	4.40	4.40	4.42

Із результатів розрахунків, що наведені в таблиці, випливає, що в одиницях місячних згладжених чисел Вольфа мінімум 25-го циклу становитиме біля 5 у квітні–червні 2020 р., а максимум – біля 105–110 у жовтні–грудні 2024 р. Тривалість фази росту активності у 25-му циклі буде близькою до 4.5 року. Якщо вважати, що максимум 24-го циклу по незгладжених і по згладжених місячних числах Вольфа співпадатиме і відповідатиме лютому 2014 р., то прогнозовані параметри 25-го циклу, виходячи із очікуваної тривалості 24-го циклу, матимуть наступні значення:  $R_{\min}(25) = 5.0 \pm 0.3$ ,  $R_{\max}(25) = 105 \pm 3$ ,  $T_{\text{rise}}(25) = 4.4 \pm 3.3$  pp.

Порівняння отриманих нами прогнозованих параметрів 25-го циклу із іншими існуючими на даний час прогнозами свідчить про те, що наш максимум циклу добре узгоджується із прогнозами робіт [6, 8]. Отриманий нами максимум 25-го циклу також, як і прогнози, наведені в роботах [6–9, 17], не підтверджує висновки Абдусаматова [1] чи Пенна і Лівінгстона [12] про значне зниження сонячної активності в 25-му циклі; навпаки, 25-й цикл буде дещо активнішим за 24-й. Настання чергового глибокого мінімуму сонячної активності, аналогічного мінімумам Дальтона чи Маундера, скорше за все, не очікується.

**Висновки.** Виходячи із поточної сонячної активності і приймаючи початок 2014 р. як час максимуму 24-го сонячного циклу, надалі можна знайти тривалість фази росту і спаду циклу, а отже і тривалість 24-го циклу, а потім, використовуючи тривалість циклу як прекурсор для наступного циклу, спрогнозувати параметри 25-го циклу. Отримано, що в одиницях місячних згладжених чисел Вольфа мінімум 25-го циклу становитиме біля 5 у квітні–червні 2020 р., а максимум – біля 105–110 у кінці 2024 р. 25-й цикл сонячної активності буде вищим за поточний 24-й цикл. Отримані результати не підтверджують настання чергового дуже глибокого мінімуму сонячної активності, аналогічного мінімумам Дальтона чи Маундера.

#### Список використаних джерел

1. Абдусаматов Х.И. Об оптимальном прогнозировании высоты следующего 11-летнего цикла активности и нескольких последующих циклов на основе долговременных вариаций радиуса Солнца или солнечной постоянной // Кинематика и физика небес. тел. – 2007. – Vol. 23, № 3. – С. 141–147.
2. Пішкало М.І. Попередній прогноз 24-го і 25-го циклів сонячної активності на основі кореляції між характеристиками циклів // Кинематика и физика небес. тел. – 2008. – Vol. 24, № 5. – С. 370–378.
3. Пішкало М. Характеристики 24-го циклу сонячної активності, отримані із тривалості 23-го циклу // Вісник Київ. ун-ту. Астрономія. – 2013. – Вип. 50. – С. 36–38.
4. Attia A.-F., Ismail H.A., Basurah H.M. A neuro-fuzzy modeling for prediction of solar cycle 24 and 25 // Astrophys. and Space Sci. – 2013. – Vol. 344, Iss. 1. – P. 5–11.
5. Clilverd M. A., Clarke E., Ulich T., Rishbeth H., Jarvis M. J. Predicting solar cycle 24 and beyond // Space Weather. – 2006. – Vol. 4. – S09005.
6. Du Z., Du Sh. The relation between the amplitude and descending time of a solar activity cycle // Solar Phys. – 2006. – Vol. 238, N 2. – P. 431–437.
7. Helal H.R., Galal A.A. An early prediction of the maximum amplitude of the solar cycle 25 // J. Adv. Res. – 2013. – Vol. 4, Iss. 3. – P. 275–278.
8. Hiremath K.M. Prediction of solar cycle 24 and beyond // Astrophys. and Space Sci. – 2008. – Vol. 314, Iss. 1–3. – P. 45–49.
9. Javaraiah J. Predicting the amplitude of a solar cycle using the North-south asymmetry in the previous cycle: II. An improved prediction for solar cycle 24 // Solar Phys. – 2008. – Vol. 252, N 2. – P. 419–439.
10. Kane R.P. Solar cycle predictions based on extrapolation of spectral components: An update // Solar Phys. – 2007. – Vol. 246, N 2. – P. 487–493.
11. Owens M.J., Lockwood M., Barnard L., Davis C.J. Solar cycle 24: implications for energetic particles and long-term space climate change // Geophys. Res. Lett. – 2011. – Vol. 38, Iss. 19. – L19106.
12. Penn M.J., Livingston W. Long-term evolution of sunspot magnetic fields / In: The Physics of Sun and Star Spots. – IAU Symp. – 2011. – Vol. 273. – P. 126–133.
13. Pevtsov A.A., Nagovitsyn Yu.A., Tlatov A.G., Rybak A.L. Long-term trends in sunspot magnetic fields // Astrophys. J. – 2011. – Vol. 742. – L36.
14. Pevtsov A.A., Bartello L., Tlatov A., Nagovitsyn Yu., Kilcik A. Solar cycle variations of sunspot magnetic field strengths from the Mount Wilson observatory // American Astron. Soc. – 2012. – AAS Meeting 220.
15. Pishkalo M.I. Prediction of solar cycle 24 using sunspot number near the cycle minimum // Solar Phys. – 2014. – Vol. 289, Iss. 5. – P. 1815–1829.
16. Quassim M.S., Attia A.-F., Elminir H.K. Forecasting the peak amplitude of the 24th and 25th sunspot cycles and accompanying geomagnetic activity // Solar Phys. – 2007. – Vol. 243, Iss. 2. – P. 253–258.
17. Rigizo N.R., Sauza Echer M.P., Evangelista H., Nordemann D.J.R., Echer E. Prediction of sunspot number amplitude and solar cycle length for cycles 24 and 25 // J. Atmosph. Solar-Terr. Phys. – 2011. – Vol. 73, Iss. 11–12. – P. 1294–1299.

Надійшла до редколегії 18.06.14

М. Пішкало, канд. физ.-мат. наук  
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ

#### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ ПРОГНОЗ ПАРАМЕТРОВ 25-го ЦИКЛА СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

На основании найденных ранее корреляционных связей и регрессионных соотношений между некоторыми характеристиками 1–24 циклов солнечной активности (Pishkalo, 2014: Solar Phys., vol. 289, 1815) дано прогноз 25-го цикла. Расчеты выполнены по схеме: время максимума 24-го цикла определяет длительность фазы роста цикла, далее находим ожидаемую продолжительность 24-го цикла и прогнозируемые параметры 25-го цикла. Получено, что минимум 25-го цикла в месячных числах Вольфа будет составлять около 5 в апреле–июне 2020 г., а максимум – около 105–110 в октябре–декабре 2024 г. 25-й цикл солнечной активности будет выше текущего 24-го цикла. Наступления глибокого минимума солнечной активности, похожего на минимумы Дальтона или Маундера, не ожидается.

Ключевые слова: солнечная активность, солнечный цикл.

M. Pishkalo, Ph.D. in Phys. and Math. Sciences  
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv

### PRELIMINARY PREDICTION OF THE 25-th SOLAR CYCLE PARAMETERS

*Solar activity varies with a period of about 11 years. The solar activity variations cause changes in the interplanetary and near-Earth space. The whole space weather is mainly controlled by the solar activity. Changes in space weather affect the operation of space-borne and ground-based technological systems such as manned space flights, aero-navigation and space navigation, radars, high-frequency radio communication, GPS-navigation, ground power lines. The solar activity variations influence living organisms and the climate on Earth. That is why it is important to know the level of solar activity in a solar cycle in advance. Current solar activity is near the maximum of solar cycle 24. Maximal monthly sunspot number was 102.8 in February 2014 and smoothed one was 75.4 in November 2013 (preliminary). Taking it into account and using correlation relations and regression equations from (Pishkalo, 2014: Solar Phys., vol. 289, 1815) we can estimate duration of solar cycle 24 and then predict parameters of solar cycle 25. Precursors in our calculations are the estimated duration of solar cycle 24 and sunspot number at the end of the cycle. We found that minimum and maximum of solar cycle 25 in monthly sunspot numbers will amount to 5 in April–June of 2020 and 105–110 in October–December of 2024, respectively. Solar cycle 25 will be stronger than the current cycle 24. No very deep drop in solar activity similar to Dalton or Maunder minimums was predicted.*

*Key words:* Solar activity, solar cycle.

УДК 533.9.01

Yu. Tsap, Dr. Phys. and Math. Sciences  
Crimean Astrophysical Observatory, Ukraine,  
Yu. Kopylova, Ph.D. in Phys. and Math. Sciences  
Central (Pulkovo) Astronomical Observatory, RF

### ON THE MAGNETIC FLUX CONSERVATION IN THE PARTIALLY IONIZED PLASMA

*The Ohm, Hall, and ambipolar diffusions in the partially ionized plasma are considered. It has been shown that the statement of Pandey and Wardle [1,2] that only the Ohm diffusion is capable to decrease the magnetic flux is not sufficiently correct due to the formal dependence of the magnetic diffusion on a selected frame of reference. The significance of understanding of the physical nature for the dissipation and diffusion of the magnetic field in the partially ionized plasma as well as consequences of obtained results are discussed.*

*Key words:* ionized plasma, magnetic flux.

**Introduction.** The magnetic field freezing to the plasma is one of the most fundamental property of the cosmic plasma. The frozen-in conditions suggest that the magnetic flux as well as the topology of the magnetic field lines are conserved. However, the notion of the magnetic freezing for the partially ionized plasma as distinguished from the fully ionized one becomes more complex. As a result, inferences of some authors turn out to be not well-grounded. For example, Pandey and Wardle [1,2] concluded that only the Ohm diffusion is capable to destroy the magnetic flux, whereas Pedersen and Hall ones redistribute the flux in the medium. Moreover, "total flux is conserved even in the presence of Ohm diffusion only if parallel current is absent in the medium" [1].

The goal of this paper is to reconsider these results in the case of the collisional partially ionized within the framework the three fluid approximation.

**On the magnetic flux conservation in different frames of reference.** Using standard notation and neglecting by the viscosity, gas pressure, and gravitation, the momentum equations for the electrons (e), ions (i), and neutrals (n) can be written as

$$\frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = -\frac{e}{m}\mathbf{E} - \frac{e}{mc}\mathbf{V}_e \times \mathbf{B} + \nu_{ei}(\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_e) + \nu_{en}(\mathbf{V}_n - \mathbf{V}_e); \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{V}_i}{dt} = \frac{e}{M}\mathbf{E} + \frac{e}{Mc}\mathbf{V}_i \times \mathbf{B} + \nu_{in}(\mathbf{V}_n - \mathbf{V}_i) + \nu_{ie}(\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i); \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{V}_n}{dt} = \nu_{ni}(\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_n) + \nu_{ne}(\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_n). \quad (3)$$

The system (1)-(3) implies the MHD momentum equation

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{B}}{c},$$

where  $\mathbf{j} = en(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e)$  is the electric current density and the velocity of fluid as whole

$$\mathbf{v} = \frac{n\mathbf{V}_i + n_n\mathbf{V}_n}{n_i + n_n}. \quad (4)$$

Introducing the degree of the plasma ionization

$$F = \frac{n_n}{n + n_n}, \quad (5)$$

and taking into account the conservation of momentum

$$n\mathbf{v}_i + n_n\mathbf{v}_n = 0,$$

where  $\mathbf{v}_i = \mathbf{V}_i - \mathbf{v}$  and  $\mathbf{v}_n = \mathbf{V}_n - \mathbf{v}$  are the velocities of ions and neutrals relative to the center of mass, respectively, from (4) and (5) we find

$$\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_n = \frac{\mathbf{v}_i}{F}. \quad (6)$$