Міністерство освіти і науки України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

На правах рукопису

Гайдук Вікторія Андріївна

УДК 512.64

РЕБЕРНО-ЛОКАЛЬНІ ДЕФОРМАЦІЇ ДОДАТНИХ КВАДРАТИЧНИХ ФОРМ ТІТСА

01.01.06 – алгебра і теорія чисел

Дисертація на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Науковий керівник
Бондаренко Віталій Михайлович,
доктор фізико-математичних наук,
професор

Київ – 2016

Зміст

ВСТУП **4**

1 ПОПЕРЕДНІ ВІДОМОСТІ **8**

1.1. Квадратичні форми над полем дійсних чисел 8

1.2. Квадратична форма Тітса скінченного сагайдака 10

1.3. Квадратична форма Тітса скінченної частково впорядкованої множини 12

1.4. Квадратична форма біграфа 17

1.5. Локальні деформації квадратичних форм 19

2 РЕБЕРНО-ЛОКАЛЬНІ ДЕФОРМАЦІЇ ДЛЯ ПРОСТИХ КЛАСІВ КВАДРАТИЧНИХ ФОРМ ТІТСА **22**

2.1. Випадок несерійних примітивних частково впорядкованих множин 22

2.1.1. Формулювання основного результату. 22

2.1.2. Доведення теореми 2.1. 23

2.1.3. Подальші твердження. 27

2.2. Випадок найменших несерійних частково впорядкованих множин 28

2.3. Загальні зауваження. 31

2.4. Висновки до розділу 32

3 РЕБЕРНО-ЛОКАЛЬНІ ДЕФОРМАЦІЇ КВАДРАТИЧНИХ ФОРМ ТІТСА НЕОРІЄНТОВАНИХ ГРАФІВ 33

3.1. Основний результат 33

3.2. Доведення теореми 3.1 35

3.3. Зауваження про середній член 51

3.4. P-зважені графи 52

3.4.1. Постановка задачі. 52

3.4.2. P-зважені діаграми Динкіна відносно поточково-локальної деформації. 52

3.4.3. P-зважені діаграми Динкіна відносно реберно-локальної деформації. 59

3.4.4. Порівняння характеристик P-зважених діаграм. . . . 62

3.5. Висновки до розділу 63

4 РЕБЕРНО-ЛОКАЛЬНІ ДЕФОРМАЦІЇ КВАДРАТИЧНИХ ФОРМ ТІТСА НЕСЕРІЙНИХ ЧАСТКОВО ВПОРЯДКОВАНИХ МНОЖИН (ЗАГАЛЬНИЙ ВИПАДОК) 64

4.1. Опис цілочислових P-визначальних поліномів для несерійних частково впорядкованих множин з вузловими елементами . . 65

4.2. Загальні теореми 161

4.2.1. Зведення до випадку з вузловими елементами. 161

4.2.2. Теореми про цілочислові P-визначальні поліноми. . . 163

4.2.3. Теореми про P-граничні числа. 164

4.2.4. Підсумкова таблиця. 165

4.2.5. Мінімальні реалізації всіх P-визначальних поліномів. 166

4.3. Висновки до розділу 166

ВИСНОВКИ 167

ДОДАТОК 180

ВСТУП

Актуальність теми. Дисертаційну роботу присвячено вивченню локальних деформацій додатних цілочислових квадратичних форм.

Квадратичні форми постійно виникають при розв'язанні різних задач в багатьох галузях математики (див., напр., [1]–[38]). Серед них особливу роль відіграють цілочислові квадратичні форми. Це, зокрема, пов'язано з введенням в сучасній теорії зображень та класифікаційних задач лінійної алгебри так званих квадратичних форм Тітса.

У 1972 р. П. Габріель [39] ввів поняття зображення скінченного сагайдака (орієнтованого графа) і показав, що сагайдак має скінченне число класів еквівалентності нерозкладних зображень тоді і лише тоді, коли є додатною деяка (введена ним) цілочислова квадратична форма. Він назвав цю форму квадратичною формою Тітса відповідного сагайдака. Ця ідея П. Габріеля природним чином узагальнюється на зображення (без алгебраїчних співвідношень) інших об'єктів і, зокрема, зображення частково впорядкованих множин (введених Л. О. Назаровою і А. В. Ройтером у [40]). Ю. А. Дрозд [41] довів, що частково впорядкована множина має скінченне число класів еквівалентності нерозкладних зображень тоді і лише тоді, коли відповідна квадратична форма є слабо додатною (додатною на множині векторів із невід'ємними координатами). Найзагальніший випадок, що стосується зображень без алгебраїчних співвідношень, розглянуто М. М. Клейнером і А. В. Ройтером [42] (для введених ними трикутних диференціальних градуйованих категорій).

Пізніше були введені і почали вивчатися квадратичні форми Тітса для зображень об'єктів із алгебраїчними співвідношеннями (першою в цьому напрямку була робота Ш. Бреннер для сагайдаків зі співвідношеннями [43]).

Окрім згаданих авторів, квадратичні форми Тітса та їх природні цілочислові узагальнення вивчали М. Барот, В. М. Бондаренко, Н. С. Головащук, П. Дрекслер, М. В. Зельдіч, С. А. Овсієнко, Х. А. де ла Пенья, Ю. М. Перегуда, К. Рінгель, Д. Сімсон, М. В. Стьопочкіна, Х. И. фон Хёне та інші (див., зокрема, [44] – [60]). Багато авторів досліджували також зв'язки кадратичних форм Тітса з відповідними їм задачами теорії зображень.

З іншого боку, багато проблем сучасної математики пов'язані з різними деформаціями математичних об'єктів, коли ті чи інші числові інварінти замінюються параметрами, що поглиблює вивчення початкових проблем. Зокрема, глибоко досліджувалися деформації асоціативних алгебр, алгебр Лі та алгебр Хопфа ([61] – [66]), деформацій диференціальних рівнянь ([67] – [70]) та функціоналів [71], деформації структур на многовидах ([72] – [74]), тощо. Локальні деформації квадратичних форм відносно коефіцієнтів при квадратах змінних (які в [76] названі точково-локальними) вивчалися в роботах [77] – [79].

У дисертації продовжується вивчення локальних деформацій квадратичних форм. Основні результати стосуються додатних квадратичних форм Тітса для скінченних графів та частково впорядкованих множин.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Тематика дисертаційної роботи пов'язана з науковими дослідженнями на механіко-математичному факультеті Київського національного університету імені Тараса Шевченка — тема 11БФ038-03 "Застосування алгебро-геометричних методів в теоріях груп, напівгруп, кілець, зображень до задач прикладної алгебри та захисту інформації" (номер державної реєстрації 0111U005264).

Мета і задачі дослідження. *Метою* дослідження є опис P-визначальних поліномів для додатних квадратичних форм Тітса сагайдаків і частково впорядкованих множин та отримання різних наслідків із такого опису.

Об'єктом дослідження є реберно-локальні деформації та P-визначальні поліноми квадратичних форм над полем дійсних чисел.

Предметом дослідження є вивчення поведінки квадратичних форм при реберно-локальній деформації їх коефіцієнтів.

Методи дослідження. *Основними методами* досліджень є матричний метод та класичні і сучасні комбінаторні методи.

Наукова новизна одержаних результатів. У дисертації отримано нові теоретичні результати, основними із яких є такі:

- Обчислено P-визначальні поліноми та P-граничні числа реберно-локальних деформацій квадратичних форм Тітса для несерійних діаграм Динкіна.

- Обчислено основні геометричні характеристики несерійних діаграм Динкіна, оснащених ваговою функцією, яка задана P-граничними числами поточково-локальних деформацій чи максимальними P-граничними числами реберно-локальних деформацій.

- Доведено, що зважена несерійна схема Динкіна має єдиний центр відносно як поточково-локальних, так і реберно-локальних деформацій.

- Показано, що будь-який P-визначальний поліном несерійної частково впорядкованої множини реалізується на частково впорядкованій множині ширини 2 з вузловим елементом, а для таких множин вказано явний вигляд P-визначальних поліномів для всіх пар порівняльних елементів.

- Виписано всі поліноми, які можуть бути цілочисловими P-визначальними поліномами для несерійних частково впорядкованих множин;

- Вказано мінімальну систему несерійних частково впорядкованих множин, на яких реалізуються всі P-визначальні поліноми.

Практичне значення одержаних результатів. Результати дисертаційної роботи мають теоретичний характер і можуть бути використані в загальній теорії квадратичних форм і в подальших дослідженнях деформацій квадратичних форм для різних класів алгебраїчних об'єктів.

Особистий внесок здобувача. Усі результати дисертаційної роботи отримано здобувачем самостійно. У спільних з науковим керівником роботах останньому належать, як правило, постановки задач та загальні ідеї щодо методів їх розв'язання, а практична реалізація та низка конкретних ідей належать здобувачеві. У статті [85] (з трьома співавторами) здобувачу належать всі результати про несерійні діаграми Динкіна.

Апробація результатів дисертації.

Результати дисертаційної роботи оприлюднено на:

— X Міжнародній алгебраїчній конференції в Україні, присвяченій 70-річчю Ю. А. Дрозда (м. Одеса, 20-27 серпня 2015 р.).

— Міжнародній конференції молодих математиків (м. Київ, 3-6 червня 2015 р.);

— Сімнадцятій Міжнародній науковій конференції імені академіка Михайла Кравчука (м. Київ, 19-20 травня 2016 р.);

— XI літній школі — алгебра, топологія, аналіз (Одеса, 1-14 серпня 2016 р.)

Публікації. Основні результати дисертації опубліковано в шести наукових роботах [81]–[86], всі з яких опубліковані у фахових виданнях, одна з них [85] — у виданні, що відображається в наукометричній базі Scopus. Чотири роботи опубліковано у тезах конференцій [87]–[90].

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатку. Загальний обсяг роботи (без додатку) — 179 сторінок, із них список використаних джерел займає 12 сторінок (90 найменування); додаток займає 17 сторінок.

Автор висловлює щиру подяку своєму науковому керівнику професору В. М. Бондаренку за постійну увагу, цікаві ідеї та корисні поради.

Розділ 1

ПОПЕРЕДНІ ВІДОМОСТІ

1.1. Квадратичні форми над полем дійсних чисел

У цьому підрозділі приведемо відомі означення та твердження з теорії квадратичних форм (див. [80]).

Квадратичною формою f від n невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ називається сума, кожний член якої є або квадратом однієї з цих змінних, або добутком двох різних змінних. Квадратична форма називається дійсною, якщо конфіцієнти цієї квадратичної форми є дійсними числами.

Квадратичну форму можна записувати двома способами.

1) Вважаємо, що у квадратичній формі f вже зведено подібні члени, причому зустрічаються, з коефіцієнтами, вирази вигляду x_i^2 і $x_i x_j$ при $i < j$; тоді

$$f = f(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i \le j} f_{ij} x_i x_j.$$

Симетричною матрицею квадратичної форми f називається в цьому випадку матриця $A = (a_{ij})$ (порядку n), де $a_{ii} = f_{ii}$ і $a_{ij} = a_{ji} = f_{ij}/2$ для $i < j$.

2) Вважаємо, що у квадратичній формі f зведено лише подібні члени, пов'язані з x_i^2, а для $i \neq j$ коефіцієнти при $x_i x_j$ і $x_j x_i$ однакові; якщо коефіцієнт при x_i^2 позначити через f_{ii}, а при $x_i x_j$ і $x_j x_i$ — відповідно через f_{ij} і f_{ji} (тоді $f_{ij} = f_{ji}$), то

$$f = f(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i,j=1}^{n} f_{ij} x_i x_j.$$

Симетричною матрицею квадратичної форми f називається в цьому випадку матриця $A = (f_{ij})$.

Ми в наступних розділах притримуємося першої точки зору. У цьому ж розділі більш зручно притримуватися другої.

Розглянемо лінійне перетворення $x_i = \sum_{k=1}^{n} q_{ik} y_k$, $i = 1, 2, ..., n$ з матрицею $Q = (q_{ik})$, яке діє на змінні $x_1, x_2, \ldots, x_n$ квадратичної форми f.

Теорема 1.1. *Квадратична форма від n невідомих, з матрицею A, після виконання лінійного перетворення змінних з матрицею Q перетворюється в квадратичну форму від нових змінних, причому матрицею цієї форми буде добуток $Q'AQ$.*

Квадратичну форму називають додатно означеною (або просто додатною), якщо всі її значення при дійсних значеннях змінних, які одночасно не дорівнюють нулю, додатні.

Кажуть, що квадратична форма має канонічний вигляд, якщо всі коефіцієнти при добутках різних змінних рівні нулю, тобто квадратична форма записана у вигляді суми квадратів змінних.

Теорема 1.2. *Будь-яка квадратична форма може бути приведена деякими невиродженими лінійними перетвореннями до канонічного вигляду. Якщо при цьому розглядається дійсна квадратична форма, то всі її коефіцієнти вказаного лінійного перетворення можна вважати дійсними.*

Теорема 1.3. *Квадратична форма є додатно означеною тоді і тільки тоді, коли після зведення її до канонічного вигляду всі коефіцієнти при квадратах нових змінних є додатніми.*

Нехай дано квадратичну форму f від n змінних з матрицею $A = (a_{ij})$. Мінори порядку $1, 2, \ldots, n$ цієї матриці, розташовані в її лівому верхньому куті, тобто мінори

$$a_{11}, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \ldots, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{k1} & a_{k2} & \ldots & a_{kk} \end{vmatrix}, \ldots, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

із яких останній співпадає, очевидно, із визначником матриці A, називаються головними мінорами форми f.

Теорема 1.4. (критерій Сільвестра) *Квадратична форма f від n змінних з дійсними коефіцієнтами є додатно означеною тоді і тільки тоді, коли всі її головні мінори строго додатні.*

1.2. Квадратична форма Тітса скінченного сагайдака

Сагайдак — це (за означенням) довільний орієнтований граф $Q = (Q_0, Q_1)$ (Q_0 і Q_1 позначають відповідно множину вершин та множину стрілок). Сагайдак називається скінченним, якщо множини Q_0 і Q_1 скінченні. Не обмежуючи загальність можна вважати, що $Q_0 = \{1, 2, \ldots, n\}$. Початкова вершина стрілки λ позначається $s(\lambda)$, а кінцева — $t(\lambda)$.

П. Габріель у роботі [39] ввів поняття зображення сайдака та описав сагайдаки скінченного зображувального типу. До того ж він ввів для сагайдака $Q = (Q_0, Q_1)$ наступну цілочислову квадратичную форму $q_Q(z) = q_Q(z_1, z_2, \ldots, z_n)$:

$$q_Q(z_1, z_2, \ldots, z_n) = \sum_{i \in Q_0} z_i^2 - \sum_{i \to j} z_i z_j,$$

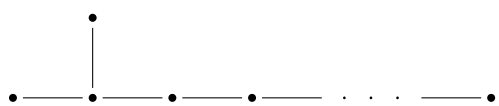
де $i \to j$ пробігає множину всіх стрілок Q_1.

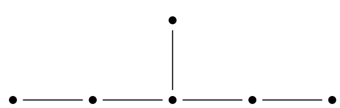
П. Габріель назвав цю квадратичну форму квадратичною формою Тітса сагайдака Q.

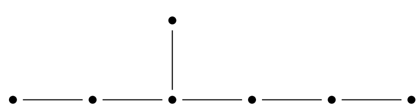
Із результатів вказаної статті вкажемо на наступний.

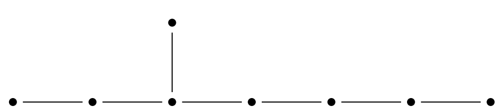
Теорема 1.5. *Квадратична форма Тітса сагайдака Q є додатною тоді і лише тоді, коли відповідний сагайдаку неорієнтований граф є неперетинним об'єднанням діаграм Динкіна з однократними ребрами, тобто графів наступного вигляду:*

A_n $(n \geq 1)$

D_n  $(n \geq 4)$

E_6 

E_7 

E_8 

(*графи A_n та D_n мають n вершин*).

Для неорієнтованого сагайдака квадратична форма Тітса визначається наступним чином. Потрібно зафіксувати яким-небудь чином напрямки ребер і виписати відповідну квадратичну форму Тітса для цього орієнтованого графа. Очевидно, що при цьому отримана квадратична форма не залежить від вибору напрямків ребер.

Діаграми Динкіна A_n і D_n будемо називати серійними (бо їх нескінченне число і залежать вони від одного натурального параметра), а діаграми Динкіна E_6, E_7, E_8 — несерійними.

1.3. Квадратична форма Тітса скінченної частково впорядкованої множини

Нехай S — скінченна частково впорядкована (скорочено ч. в.) множина. Не обмежуючи загальності будемо вважати, що $S = \{1, 2, \ldots, n\}$. Часткову впорядкованість будемо позначати символом $\preceq$ (щоб відрізняти її від природної лінійної впорядкованості цілих чисел). Будемо при цьому вважати, що $i < j$ кожного разу, коли $i \prec j$. Ми ототожнюємо алгебраїчне задання ч. в. множини (за допомогою відношення $\prec$) з графічним. Нагадаємо, що відповідний малюнок при графічному заданні ч. в. множини називається її діаграмою Хассе.

Шириною ч. в. множини S називається максимальне число її попарно непорівняльних елементів. Елемент $a \in S$ називається вузловим, якщо він порівняльний з усіма іншими елементами.

Під підмножиною ч. в. множини S завжди будемо розуміти повну ч. в. підмножину. Ч. в. множина S називається сумою своїх підмножин $A_1, ..., A_n$, якщо $S = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$ і $A_i \cap A_j = \varnothing$ при $i \neq j$. Якщо ж елементи різних доданків завжди непорівнянні, то маємо справу з прямою сумою.

Квадратичною формою Тітса ч. в. множини S називається наступна квадратична форма:

$$q_S(z) = q_S(z_0, z_1, z_2, \ldots, z_n) = z_0^2 + \sum_{i \in S} z_i^2 + \sum_{i<j, i,j \in S} z_i z_j - z_0 \sum_{i \in S} z_i.$$

Квадратичну форму над полем дійсних чисел називається слабко додатною, якщо вона додатна на множині векторів із невід'ємними координатами.

Із робіт [75] та [41] випливає наступна теорема.

Теорема 1.6. *Квадратична форма Тітса частково впорядкованої множини S є слабко додатною тоді і лише тоді, коли вона не містить* *підмножин наступного вигляду:* $\mathcal{K}_1 = (1,1,1,1)$*;* $\mathcal{K}_2 = (2,2,2)$*:* $\mathcal{K}_3 = (1,3,3)$*;* $\mathcal{K}_4 = (1,2,5)$*;* $\mathcal{K}_5 = (И,4)$.

Тут координата s позначає лінійно впорядковану множину порядку s, а круглі дужки — пряму суму ч. в. множин, які вказані в них.

Ч. в. множини $\mathcal{K}_i$ називаються критичними множинами Клейнера.

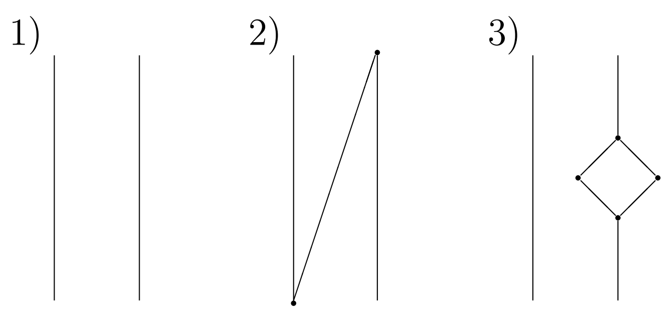
Додатно визначені форми Тітса ч. в. множин також виникають в теорії зображень (див., напр., [50]).

Ч. в. множини з додатною формою Тітса повністю описані. При цьому виникають два різні випадки: серійні і несерійні ч. в. множини.

Ч. в. множина S із додатною квадратичною формою Тітса називається серійною [49], якщо для будь-якого натурального m існує ч. в. множина T з додатною квадратичною формою Тітса така, що S є підмножиною T і $|T \setminus S| = m$. В іншому випадку форма Тітса називається несерійною.

Мають місце наступна теорема (див. [47]).

Теорема 1.7. *Частково впорядкована множина S з додатною формою Тітса є серійною тоді і лише тоді, коли вона має одних із наступних виглядів:*



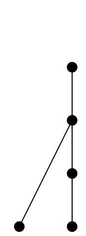
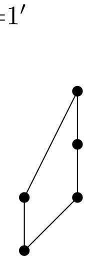
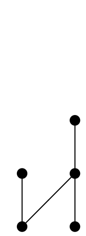
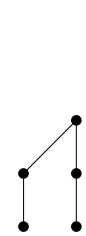
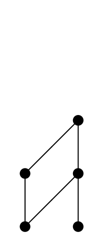
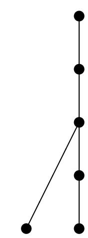
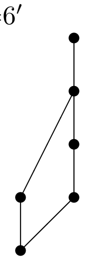
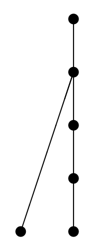
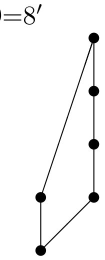
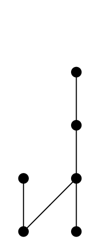
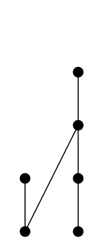
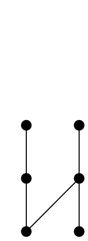
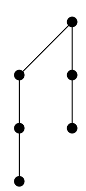
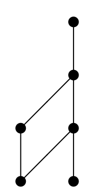
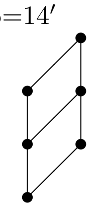
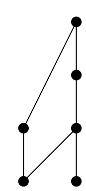
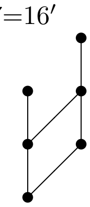
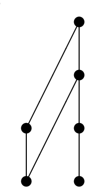
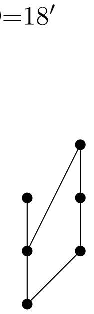
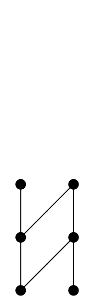
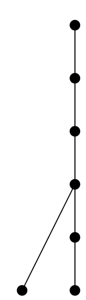
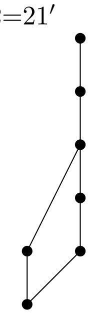
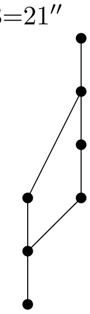
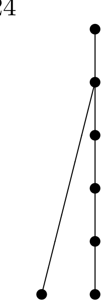
(*тут вертикальні лінії є ланцюгами, а похилі відрізки не містять проміжних точок*).

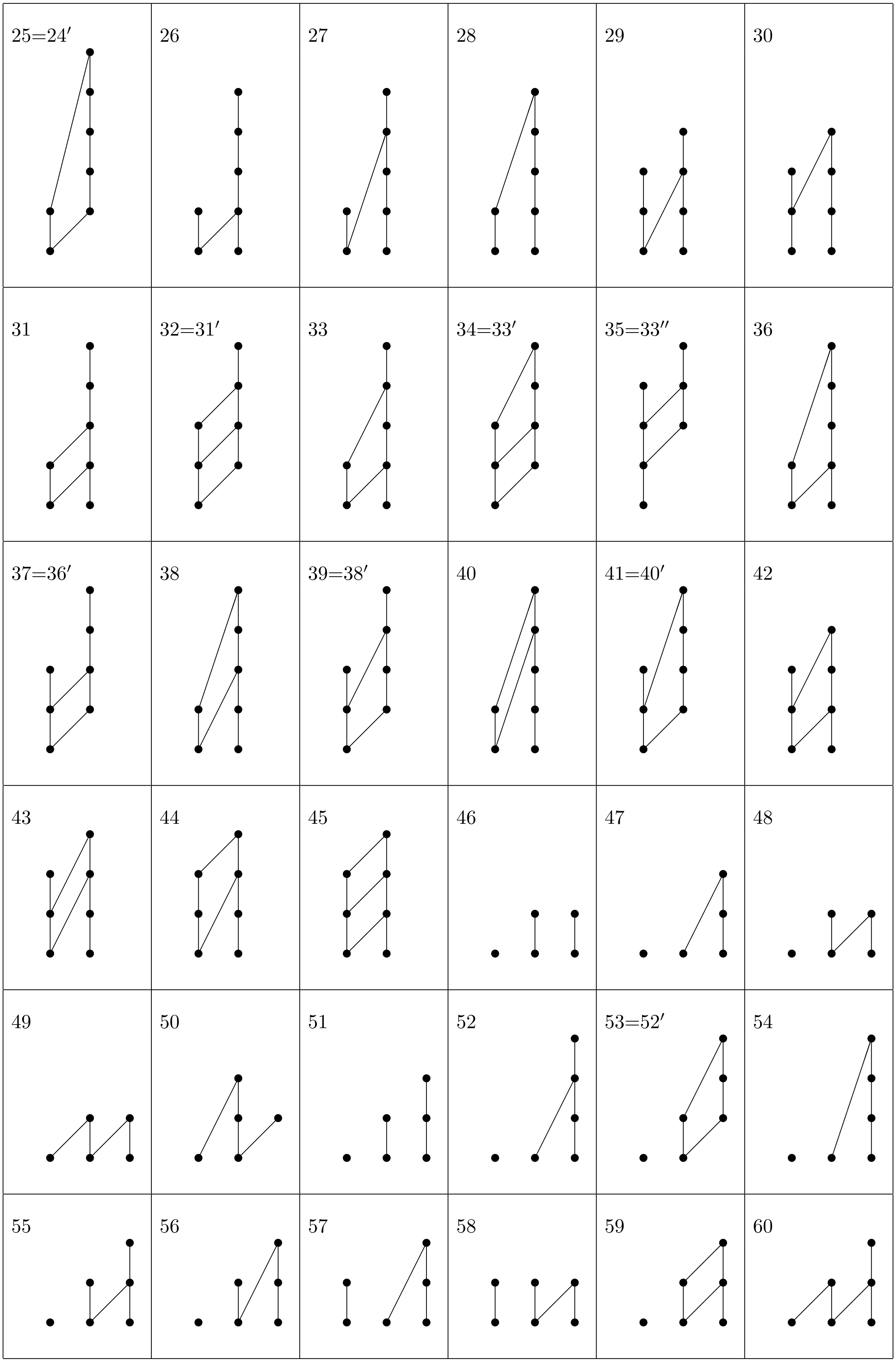
При цьому в умовах 1) і 3) ланцюги (лінійно впорядковані множини) можуть бути порожніми.

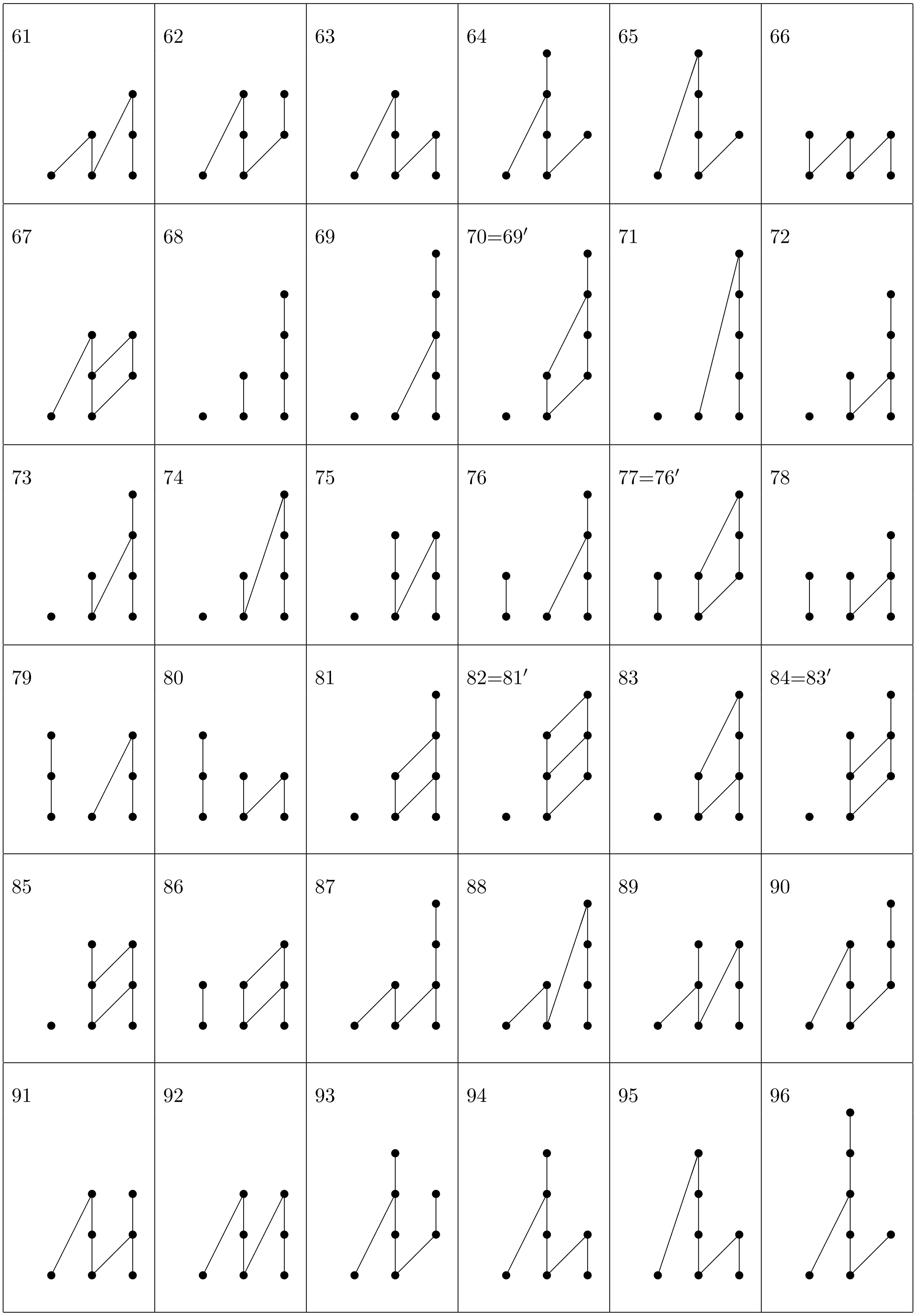
Несерійні ч. в. множини з додатною квадратичною формою Тітса описані в роботі [47]. Всі означення та твердження взяті з цієї роботи.

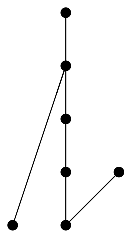
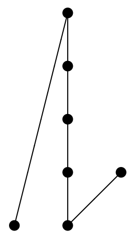
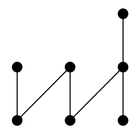
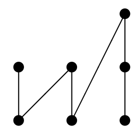
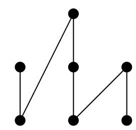
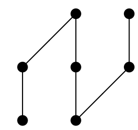
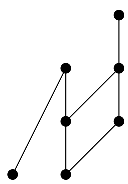
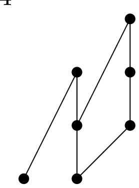
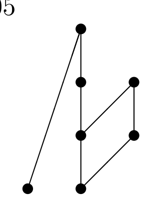
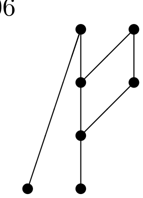
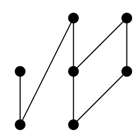
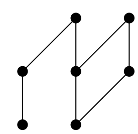
Теорема 1.8. *Частково впорядкована множина S з додатною квадратичною формою Тітса є несерійною тоді і лише тоді, коли вона ізоморфно або антиізоморфно одній з зазначених в таблиці* 1 *частково впорядкованих множин* 1–108.

ТАБЛИЦЯ 1

1 	$2=1'$ 	3 	4 	5 	6 
$7=6'$ 	8 	$9=8'$ 	10 	11 	12 
13 	14 	$15=14'$ 	16 	$17=16'$ 	18 
$19=18'$ 	20 	21 	$22=21'$ 	$23=21''$ 	24 


25=24′
26
27
28
29
30
31
32=31′
33
34=33′
35=33″
36
37=36′
38
39=38′
40
41=40′
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53=52′
54
55
56
57
58
59
60


61
62
63
64
65
66
67
68
69
70=69′
71
72
73
74
75
76
77=76′
78
79
80
81
82=81′
83
84=83′
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96

97 	98 	99 	100 	101 	102 
103 	104 	105 	106 	107 	108 

Несерійні частково впорядковані множини з додатно визначеною формою Тітса вказані в таблиці 1 з точністю до ізоморфізму та антиізоморфізму.

Деякі зауваження до таблиці 1.

Якщо в таблиці написано $i = j'$ чи $i = j''$, то це означає, що ч. в. множини з номерами i та j або є множинами ширину 2 з вузловими елементами, або є множинами ширині 3 з прямими доданками, що мають вузлові елементи, причому число (всіх) вказаних вузлових елементів в кожному з випадків одне і те ж і при їх відкиданні отримуємо ізоморфні ч. в. множини. Іншими словами, такі ч. в. множини відрізняються лише "перерозподілом" вузлових елементів.

В обох випадках квадратичні форми Тітса таких ч. в. множин ізоморфні (тобто рівними з точністю до перенумерації змінних). Це випливає безпосередньо із означення квадратичної форми Тітса.

1.4. Квадратична форма біграфа

Нехай $Q = (Q_0, Q_1, Q_{-1})$ — орієнтований біграф, де Q_0 — множина його вершин, Q_1 та Q_{-1} — відповідно множина його суцільних та переривчастих стрілок. Біграфу Q можна природним чином зіставити цілочислову квадратичну форму

$$q_Q(z_1, z_2, \ldots, z_n) = \sum_{i \in Q_0} z_i^2 - \sum_{\alpha_{ij} \in Q_1} z_i z_j + \sum_{\beta_{ij} \in Q_{-1}} z_i z_j,$$

У випадку неорієнтованого біграфа квадратична форма виписується таким же чином, як і у випадку сагайдака: потрібно зафіксувати довільним чином напрямки ребер і виписати відповідну квадратичну форму Тітса уже для орієнтовного біграфа.

Розглянемо більш детально випадок неорієнтовного біграфа $Q = (Q_0, Q_1, Q_{-1})$, причому будемо вважати, що граф не містить кратних ребер та петель. Тоді всі коефіцієнти квадратичної форми належать множині $0, 1, -1$. При цьому, очевидно, форма є одиничною, тобто всі коефіцієнти при z_i^2 дорівнюють одиниці. Навпаки, будь якій такій квадратичній формі відповідає біграф.

Надалі в цьому пункті будемо розглядати лише додатно визначені квадратичні форми. Зауважимо, що в цьому випадку для одиничних форм умова належності її коефіцієтів множині $\{0, 1, -1\}$ виконується автоматично.

Будемо вважати, що $Q_0 = \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді квадратичну форму $q_Q(z) = q_Q(z_1, z_2, \ldots, z_n)$, що відповідає біграфу Q, можна записати у такому вигляді:

$$q_Q(z_1, z_2, \ldots, z_n) = \sum_{i \in Q_0} z_i^2 - \sum_{i<j, (i,j) \in Q_1} z_i z_j + \sum_{i<j, (i,j) \in Q_{-1}} z_i z_j.$$

Дві такі квадратичні форми (як і взагалі будь-які цілочилові форми) називаються Z-еквівалентними, якщо існує лінійна цілочислова заміна змінних з оборотною (над кільцем Z) матрицею, яка переводить одну із цих квадратичних форм в іншу.

1.5. Локальні деформації квадратичних форм

Локальною деформацією квадратичної форми $f(x)$ над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ називається квадратична форма, яка отримується із $f(x)$ заміною її довільного фіксованого коефіцієнта $f_{ij} \neq 0$ на коефіцієнт af_{ij}, де a — параметр; локальна деформація буває поточково-локальною (випадок $i = j$) і реберно-локальною (випадок $i \neq j$) [76]. Геометрична термінологія прийнята в зв'язку з тим, що кожній квадратичній формі можна зіставити граф, вершинами якого є змінні квадратичної форми, а ребрами — ненульові коефіцієнти (або біграф, якщо відрізняти додатні та від'ємні коефіцієнти).

Розглянемо локальні деформації більш детально. Оскільки дисертація пов'язана з вивченням додатних квадратичних форм, то і при викладенні матеріалу цього підрозділу будемо розглядати лише додатні форми. Зауважимо, що поняття поточково-локальних деформацій введено в роботі [79], але називались вони просто локальними. І лише в роботі [76] термін локальні деформації було замінено на термін поточково-локальних деформацій, оскільки у цій роботі був введений другий тип локальних деформацій, а саме реберно-локальні деформації. Якщо ж говорити про P-граничні числа (для поточково-локальних деформацій), про які буде сказано нижче, то вперше вони введені в роботі [77] і вивчалися також в інших роботах (серед яких виділимо роботу [78]).

Нехай

$$f(z) = f(z_1, \ldots, z_n) = \sum_{i=1}^{n} f_i z_i^2 + \sum_{i<j} f_{ij} z_i z_j$$

— (додатна) квадратична форма над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$. Її поточково-локальною деформацією називається квадратична форма вигляду

$$f^{(s)}(z, a) = f^{(s)}(z_1, \ldots, z_n, a) = af_{ss} z_s^2 + \sum_{i \neq s} f_{ii} z_i^2 + \sum_{i<j} f_{ij} z_i z_j,$$

де $s \in \{1, \ldots, n\}$, а a — параметр, що пробігає поле $\mathbb{R}$.

Квадратична форма $f^{(s)}(z,a)$ називається також поточково-локальною деформацією квадратичної форми $f(z)$ відносно z_s.

Позначимо через $F_+^{(s)}$ множину всіх $b \in \mathbb{R}$ таких, що форма $f^{(s)}(z,b)$ є додатною; очевидно, $F_+^{(s)} \subseteq \mathbb{R}^+ = \{r \in \mathbb{R} \,|\, r > 0\}$. Покладемо $F_-^{(s)} = \mathbb{R} \backslash F_+^{(s)}$, тобто $c \in F_-^{(s)}$, якщо існує ненульовий вектор $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ такий, що $f^{(s)}(x,c) \leq 0$; очевидно, що при цьому $c < 1$. Оскільки із $c \in F_-^{(s)}$ випливає, що $d \in F_-^{(s)}$ для довільного $d < c$, то супремум $m_f^{(s)} = \sup \mathrm{F}_-^{(s)}$ є граничною точкою; легко показати, що $m_f^{(s)}$ — найбільший елемент $F_-^{(s)}$ (див. [79, теорема 2]). Число $m_f^{(s)}$ будемо називати P-граничним числом для z_s або s-им P-граничним числом (квадратичної форми $f(z)$). Іншими словами, число c — P-граничне для z_s, якщо квадратична форма $f^{(s)}(z,x)$ є додатно визначеною для будь-якого $x > c$, а форма $f^{(s)}(z,c)$ такою не є.

Із сказаного вище випливає, що всі P-граничні числа (додатної) квадратичної форми $f(z)$ лежать у напіввідкритому інтервалі $[0,1)$, а якщо $n > 1$, то у відкритому інтервалі $(0,1)$. Якщо до того ж коефіцієнти квадратичної форми $f(z)$ є раціональними, то і P-граничні числа будуть раціональними.

Нагадаємо, що квадратична форма $f(z) = f(z_1, \ldots, z_n)$ називається розкладною, якщо існує власна підмножина $S \subset N = \{1, 2, \ldots, n\}$ така, що $f_{ij} = 0$ при $i \in S, j \in N \setminus S$ і при $i \in N \setminus S, j \in S$; в протилежному випадку форма називається нерозкладною. Позначимо через $g = g(z_i \,|\, i \in S)$ квадратичну форму від змінних $z_i, i \in S$, яка виходить із розкладної форми $f(z)$ "ігноруванням" змінних $z_i, i \in N \setminus S$ (тобто в $f(z)$ потрібно покласти $z_i = 0$ при $i \in N \setminus S$).

Безпосередньо з означення P-граничних чисел випливає, що $m_g^{(s)} = m_f^{(s)}$.

Переходимо тепер до реберно-локальних деформацій.

Реберно-локальною деформацією квадратичної форми $f(z)$ (див. вище) називається квадратична форма вигляду

$$f^{(p,q)}(z,a) = \sum_{i=1}^{n} f_i z_i^2 + a f_{pq} z_p z_q + \sum_{(i,j)\neq(p,q)} f_{ij} z_i z_j,$$

де p і q ($p < q$) такі, що $f_{pq} \neq 0$, а a — параметр, що пробігає поле $\mathbb{R}$.

Квадратична форма $f^{(p,q)}(z,a)$ називається також реберно-локальною деформацією квадратичної форми $f(z)$ відносно $z_p z_q$.

Число $b \in \mathbb{R}$ називається P-граничним числом квадратичної форми $f(z)$ для $z_p z_q$ або (p,q)-им P-граничним числом квадратичної форми $f(z)$, якщо $f(z,b)$ не є додатною квадратичною формою і в кожному околі числа b існує число c таке, що $f(z,c)$ є додатною квадратичною формою.

Оскільки квадратична форма $f(z)$ додатна, існує два (p,q)-их P-граничних числа. Поліном $\Delta_f^{(p,q)}(t) = (t-b_1)(t-b_2)$, де b_1 і b_2 — ці P-граничні числа, називається P-визначальним поліномом квадратичної форми $f(z)$ для $z_p z_q$ або P-визначальним (p,q)-поліномом квадратичної форми $f(z)$. Якщо $b_1 < b_2$, то квадратична форма $f(z,a)$ додатна тоді і лише тоді, коли a належить відкритому інтервалу (b_1, b_2) (випадок $b_1 = b_2$ неможливий, бо форма $f^{(p,q)}(z,1)$ додатна). Якщо до того ж коефіцієнти квадратичної форми $f(z)$ є раціональними, то її P-визначальні поліноми також мають раціональні коефіцієнти. Тоді кожному P-визначальному поліному природним чином відповідає цілочисловий поліном зі взаємно простими коефіцієнтами (в сукупності) і додатнім коефіцієнтом при старшому члені (треба спочатку помножити P-визначальний поліном на спільний знаменник, а потім скоротити всі коефіцієнти на найбільший спільний дільник). Він називається цілочисловим P-визначальним поліномом і позначається $Z\Delta_f^{(p,q)}(t)$.

Ці поняття (для реберно-локальних деформацій) введено в роботі [76]. У цій же роботі доведені вказані властивості P-граничних чисел.

Реберно-локальні деформації (як і поточково-локальні) достатньо вивчати для нерозкладних квадратичних форм (див. вище).

Розділ 2

РЕБЕРНО-ЛОКАЛЬНІ ДЕФОРМАЦІЇ ДЛЯ ПРОСТИХ КЛАСІВ КВАДРАТИЧНИХ ФОРМ ТІТСА

Основні означення, які стосуються реберно-локальних деформацій квадратичних форм, приведені в п. 1.5. Відносно квадратичної форми Тітса частково впорядкованих множин див. п. 1.3.

У цьому розділі ми розглянемо 2 класи несерійних частково впорядкованих множин з додатною квадратичною формою Тітса.

Для зручності (як в цьому, так і наступних розділах) замість симетричних матриць квадратичних форм Тітса чи їх реберно-локальних деформацій ми завжди будемо розглядати удвоєні (помножені на 2) матриці, щоб вони не містили дробових елементів, що не зручно при обчисленнях.

Зауважимо ще, що при обчисленні P-визначальних поліномів ми замість параметра a (як це було раніше) будемо використовувати параметр t (бо змінна t для поліному більш природна, ніж змінна a).

2.1. Випадок несерійних примітивних частково впорядкованих множин

2.1.1. Формулювання основного результату. Нехай S — скінченна частково впорядкована множина (що не містить елемента 0). Нагадаємо, що квадратичною формою Тітса множини S називається квадратична форма, яка задається наступною рівністю:

$$q_S(z) = z_0^2 + \sum_{i \in S} z_i^2 + \sum_{i<j, i,j \in S} z_i z_j - z_0 \sum_{i \in S} z_i.$$

Частково впорядкована множина називається примітивною, якщо вона є таким об'єднанням ланцюгів, що будь-які елементи різних ланцюгів непорівняльні.

Ми розглядаємо задачу про опис P-визначальних поліномів квадратичної форми Тітса частково впорядкованих множин у випадку, коли квадратична форма додатна, а частково впорядкована множина є несерійною і примітивною.

Із результатів роботи [47] (див.. також п. 1.3) випливає, що з точністю до ізоморфізму існує 3 такі множини, а саме

1) $P_1 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 2 \prec 3, 4 \prec 5\}$;

2) $P_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6 \,|\, 2 \prec 3, 4 \prec 5 \prec 6\}$;

3) $P_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \,|\, 2 \prec 3, 4 \prec 5 \prec 6 \prec 7\}$.

Квадратичну форму Тітса $q_S(z)$ частково впорядкованої множини $S = P_i$ будемо позначати, для простоти, $q_i = q_i(z)$, $i = 1, 2, 3$.

Сформулюємо тепер основний результат цього підрозділу.

Теорема 2.1. *P-визначальні поліноми квадратичної форми Тітса частково впорядкованої множини $S = P_1, P_2, P_3$ (для $z_p z_q$, які відповідають $p, q \in S$, $p < q$) є наступними:*

1) $\Delta_{q_1}^{(2,3)}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}$, $\quad \Delta_{q_1}^{(4,5)}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}$;

2) $\Delta_{q_2}^{(2,3)}(t) = t^2 - \frac{8}{3}t + \frac{4}{3}$, $\quad \Delta_{q_2}^{(p,q)}(t) = t^2 - \frac{5}{2}t + 1$ *при* $p, q \in \{4, 5, 6\}$;

3) $\Delta_{q_3}^{(2,3)}(t) = t^2 - \frac{20}{7}t + \frac{12}{7}$, $\quad \Delta_{q_3}^{(p,q)}(t) = t^2 - \frac{8}{3}t + \frac{4}{3}$ *при* $p, q \in \{4, 5, 6, 7\}$.

2.1.2. Доведення теореми 2.1. Ми будемо користуватися критерієм Сільвестра, розглядаючи симетричні матриці, що відповідають реберно-локальним деформаціям. При цьому замість вказаних симетричних матриць ми будемо розглядати удвоєні матриці (щоб вони не містили дробових елементів).

Оскільки ми розглядаємо додатні квадратичні форми Тітса, то за критерієм Сільвестра всі симетричні мінори їх симетричних матриць (тобто їх головні мінори, а також головні мінори матриць, які отримані з початкових матриць однаковою перестановкою рядків та стовпців) є додатними. Звідси маємо, що P-визначальний поліном $\Delta_{q_i}^{(p,q)}(t)$ квадратичної форми $q_i(z)$ для $z_p z_q$ з точністю до ненульової константи дорівнює визначнику симетричної матриці квадратичної форми $q_i^{(p,q)}(z,t)$. Тому, зокрема, ми можемо замінити матрицю квадратичної форми більш простою, помноживши її на 2 (про це вже говорилося) і помноживши її 1-ий рядок та 1-ий стовпець на -1 (щоб вона не мала від'ємних елементів). Таку матрицю квадратичної форми $q_i^{(p,q)}(z,t)$ будемо позначати через $A_i^{(p,q)}$, а її визначник через $D_i^{(p,q)}$.

Обчислюючи всі такі визначники у випадках $S = P_1, P_2, P_3$, отримуємо доведення теореми 2.1. Вкажемо лише значення визначників та визначальні поліноми, а доведення, яке містить явне обчислення визначників, приведено в п. 1. додатку до основної частини дисертації.

Випадок $S = P_1$.

a) Визначник $D_1^{(4,5)}$ матриці

$$A_1^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & t \\ 1 & 0 & 0 & 0 & t & 2 \end{pmatrix}$$

дорівнює $-5t^2 + 12t - 4$.

Отже,

$$\Delta_{q_1}^{(4,5)} = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}.$$

$a')$ Оскільки $D_1^{(2,3)} = D_1^{(4,5)}$, то

$$\Delta_{q_1}^{(2,3)}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}.$$

Випадок $S = P_2$.

$a)$ Визначник $D_2^{(2,3)}$ матриці

$$A_2^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & t & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & t & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

дорівнює $-6t^2 + 16t - 8$.

Отже,

$$\Delta_{q_2}^{(2,3)} = t^2 - \frac{8}{3}t + \frac{4}{3}.$$

$b)$ Визначник $D_2^{(5,6)}$ матриці

$$A_2^{(5,6)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & t \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & t & 2 \end{pmatrix}$$

дорівнює $-4t^2 + 10t - 4$.

Отже,

$$\Delta_{q_2}^{(5,6)} = t^2 - \frac{5}{2}t + 1.$$

$b')$ Оскільки $D_2^{(4,5)} = D_2^{(4,6)} = D_2^{(5,6)}$, то

$$\Delta_{q_2}^{(4,5)}(t) = \Delta_{q_2}^{(4,6)}(t) = t^2 - \frac{5}{2}t + 1.$$

Випадок $S = P_3$.

$a)$ Визначник $D_3^{(2,3)}$ матриці

$$A_3^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & t & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

дорівнює $-7t^2 + 20t - 12$.

Отже,

$$\Delta_{q_3}^{(2,3)} = t^2 - \frac{20}{7}t + \frac{12}{7}.$$

$b)$ Визначник $D_3^{(6,7)}$ матриці

$$A_3^{(6,7)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & t \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & t & 2 \end{pmatrix}$$

дорівнює $-3t^2+8t-4$.

Отже,

$$\Delta_{q_3}^{(6,7)} = t^2 - \frac{8}{3}t + \frac{4}{3}.$$

b') Оскільки $D_3^{(4,5)}(t) = D_3^{(5,6)}(t) = D_3^{(4,6)}(t) = D_3^{(5,7)}(t) = D_3^{(4,7)}(t) = D_3^{(6,7)}(t)$, то

$$\Delta_{q_3}^{(4,5)}(t) = \Delta_{q_3}^{(5,6)}(t) = \Delta_{q_3}^{(4,6)}(t) = \Delta_{q_3}^{(5,7)}(t) = \Delta_{q_3}^{(4,7)}(t) = t^2 - \frac{8}{3}t + \frac{4}{3}.$$

2.1.3. Подальші твердження. Згідно означень п. 1.5 P-граничні числа — це корені P-визначального поліному (чи цілочислового P-визначального поліному). Тому можна або спочатку описати P-визначальні поліноми і по суті ми вже будемо знати P-граничні числа, або навпаки. Ми притримуємося першої точки зору, обчислюючи P-визначальні поліноми. Як приклад у цьому підрозділі вкажемо P-граничні числа для тих квадратичних форм Тітса, які розглядалися вище. Надалі в дисертації ми будемо обчислювати лише P-визначальні поліноми.

P-граничні числа частково впорядкованої множини будемо позначати $\overleftarrow{m}_i^{(s,k)}$ (менше із них) і $\overrightarrow{m}_i^{(s,k)}$ (більше із них).

Із теореми 2.1 випливає наступна теорема (для $S = P_1, P_2, P_3$).

Теорема 2.2. *P-граничними числами для P-несерійних примітивних частково впорядкованих множин є наступні*:

1) $\overleftarrow{m}_1^{(s,k)} = \frac{2}{5}$, $\overrightarrow{m}_1^{(s,k)} = 2$ *для* $s, k \in \{2,3,4,5\}$;

2) $\overleftarrow{m}_2^{(2,3)} = \frac{2}{3}$, $\overrightarrow{m}_2^{(2,3)} = 2$;

   $\overleftarrow{m}_2^{(s,k)} = \frac{1}{2}$, $\overrightarrow{m}_2^{(s,k)} = 2$ *для* $s, k \in \{4,5,6\}$;

3) $\overleftarrow{m}_3^{(2,3)} = \frac{6}{7}$, $\overrightarrow{m}_3^{(2,3)} = 2$;

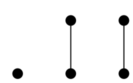
   $\overleftarrow{m}_3^{(s,k)} = \frac{2}{3}$, $\overrightarrow{m}_3^{(s,k)} = 2$ *для* $s, k \in \{4,5,6,7\}$.

Наслідок 2.3. $\overrightarrow{m}_i^{(s,k)} = 2$ *і* $0 < \overleftarrow{m}_i^{(s,k)} < 1$ *для довільних* i, s, k.

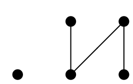
2.2. Випадок найменших несерійних частково впорядкованих множин

Ми розглядаємо задачу про опис P-визначальних поліномів квадратичної форми Тітса частково впорядкованої множини у випадку, коли ця квадратична форма додатна, а множина несерійна найменшого можливого порядку. Із результатів роботи [47] випливає, що з точністю до ізоморфізму та дуальності існує 10 таких множин порядку 5 (і не існує множин меншого порядку):

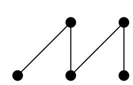
$M_1 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 2 \prec 3, 4 \prec 5\}$;



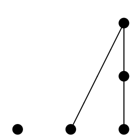
$M_2 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 2 \prec 3, 2 \prec 5, 4 \prec 5\}$;



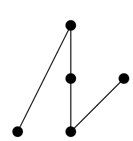
$M_3 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 3, 2 \prec 3, 2 \prec 5, 4 \prec 5\}$;



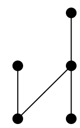
$M_4 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 2 \prec 5, 3 \prec 4, 4 \prec 5\}$;



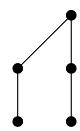
$M_5 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 4, 2 \prec 3, 2 \prec 5, 3 \prec 4\}$;



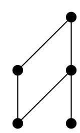
$M_6 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 2, 1 \prec 4, 3 \prec 4, 4 \prec 5\}$;



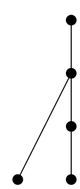
$M_7 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 2, 2 \prec 5, 3 \prec 4, 4 \prec 5\}$;



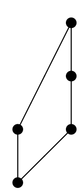
$M_8 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 2, 1 \prec 4, 2 \prec 5, 3 \prec 4, 4 \prec 5\}$.



$M_9 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 4, 2 \prec 3, 3 \prec 4, 4 \prec 5\}$;



$M_{10} = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 2, 1 \prec 3, 3 \prec 4, 2 \prec 5, 4 \prec 5\}$;



Квадратичну форму Тітса $q_S(z)$ частково впорядкованої множини $S = M_i$ будемо позначати, для простоти, $q_i = q_i(z)$.

Нагадаємо, що порівняльні елементи p і q частково впорядкованої множини S називаються сусідніми, якщо не існує елемента x такого, що $p < x < q$ або $q < x < p$. Таким і лише таким парам елементів відповідають ребра графа Хассе.

Теорема 2.4. *Нехай S — частково впорядкована множина з додатною квадратичною формою Тітса, яка є несерійною порядку* 5 *(тобто найменшого можливого порядку). У випадках $S = M_i$, $i = 1, \dots, 10$, P-визначальні поліноми квадратичної форми Тітса $q_i(z)$, які відповідають сусіднім елементам p, q $(p < q)$, є наступними:*

1) $\Delta_{q_1}^{(2,3)}(t) = \Delta_{q_1}^{(4,5)}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5};$

2) $\Delta_{q_3}^{(2,3)}(t) = t^2 - \frac{8}{5}t, \quad \Delta_{q_3}^{(2,5)}(t) = t^2 - t + \frac{3}{4},$
$\Delta_{q_3}^{(4,5)}(t) = t^2 - \frac{8}{5}t;$

3) $\Delta_{q_4}^{(1,3)}(t) = \Delta_{q_4}^{(4,5)}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4},$
$\Delta_{q_4}^{(2,3)}(t) = \Delta_{q_4}^{(2,5)}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5};$

4) $\Delta_{q_2}^{(2,5)}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5}, \quad \Delta_{q_2}^{(3,4)}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5},$
$\Delta_{q_2}^{(4,5)}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4};$

5) $\Delta_{q_5}^{(1,4)}(t) = \Delta_{q_5}^{(2,5)}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4},$
$\Delta_{q_5}^{(2,3)}(t) = \Delta_{q_5}^{(3,4)}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5};$

6) $\Delta_{q_8}^{(1,2)}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5}, \quad \Delta_{q_8}^{(1,4)}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5},$
$\Delta_{q_8}^{(3,4)}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4}, \ \Delta_{q_8}^{(4,5)}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5};$

7) $\Delta_{q_9}^{(1,2)}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}, \quad \Delta_{q_9}^{(2,5)}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5},$
$\Delta_{q_9}^{(3,4)}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}, \ \Delta_{q_9}^{(4,5)}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5};$

8) $\Delta_{q_{10}}^{(1,2)}(t) = t^2 - \frac{8}{5}t, \quad \Delta_{q_{10}}^{(1,4)}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4},$
$\Delta_{q_{11}}^{(2,5)}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4}, \ \Delta_{q_{11}}^{(3,4)}(t) = t^2 - \frac{8}{5}t, \ \Delta_{q_1}^{(4,5)}(t) = t^2 - \frac{8}{5}t;$

9) $\Delta_{q_6}^{(1,4)}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5}, \quad \Delta_{q_6}^{(2,3)}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5},$
$\Delta_{q_6}^{(3,4)}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4}, \quad \Delta_{q_6}^{(4,5)}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5};$

10) $\Delta_{q_7}^{(1,2)}(t) = \Delta_{q_7}^{(2,5)}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5},$
$\Delta_{q_7}^{(1,3)}(t) = \Delta_{q_7}^{(4,5)}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4},$

$$\Delta_{q_7}^{(3,4)}(t) = t^2 - \tfrac{12}{5}t + \tfrac{4}{5}.$$

Ця теорема доводиться аналогічно теоремі 2.1; більш детально див. п.2 додатку до основної частини дисертації.

2.3. Загальні зауваження.

При обчисленні P-визначальних поліномів частково впорядкованої множини S зручно користуватися наступними двома принципами:

1) розглядати цілочислові P-визначальні поліноми (перевага в тому, що всі коефіцієнти цілі);

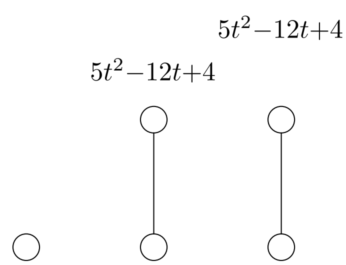
2) у випадку $p, q \in S$ замість "цілочисловий P-визначальний поліном квадратичної форми Тітса $q_S(z)$ для $z_p z_q$" будемо говорити "цілочисловий P-визначальний поліном частково впорядкованої множини S для p і q".

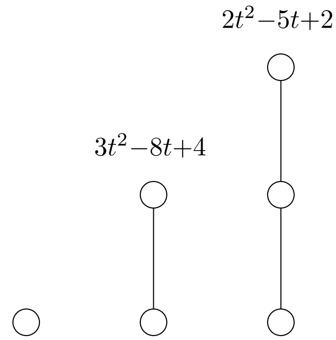
Це саме стосується і графів (див. розділ 3).

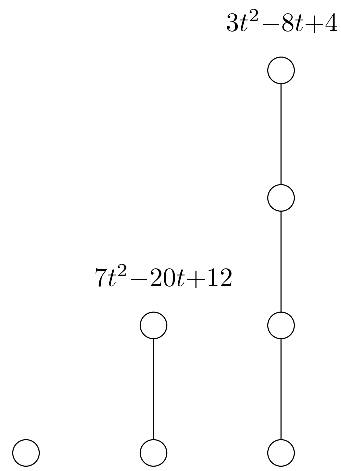
В усіх наступних розділах ми будемо користуватися принципами 1), 2).

З урахуванням вказаних принципів і того факту, що (в силу симетрії) цілочислові P-визначальні поліноми для $s, k \in S$ не залежать від s і k, якщо вони надежать одному і тому ж ланцюгу, теорему 2.1 можна сформулювати в наступній (еквівалентній) формі.

Теорема 2.5. *Цілочисловими P-визначальними поліномами для P-несерійних примітивних частково впорядкованих множин є наступні:*







Тут над кожним ланцюгом записаний цілочисловий P-визначальний поліном, який відповідає парам елементів цього ланцюга.

2.4. Висновки до розділу

У цьому розділі описано P-визначальні поліноми квадратичної форми Тітса несерійних примітивних частково впорядкованих множин разом з їх P-критичними числами і P-визначальні поліноми квадратичної форми Тітса найменших несерійних частково впорядкованих множин (в обох випадках відносно непорівняльних елементів множин). Обгрунтовуються деякі принципи таких обчислень, які в повній мірі використовуються в наступних розділах.

Результати цього розділу опубліковані в роботах [81], [82] і [83].

Розділ 3

РЕБЕРНО-ЛОКАЛЬНІ ДЕФОРМАЦІЇ КВАДРАТИЧНИХ ФОРМ ТІТСА НЕОРІЄНТОВАНИХ ГРАФІВ

3.1. Основний результат

Основні означення, які стосуються реберно-локальних деформацій квадратичних форм, приведені в п. 1.5.

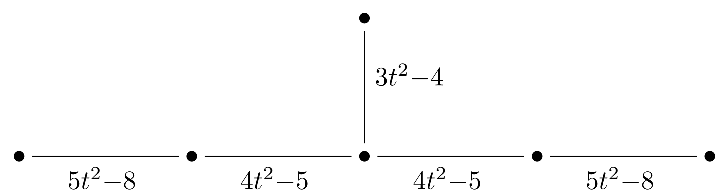
Нехай $Q = (Q_0, Q_1)$ — (скінченний) неорієнтований граф з множиною вершин Q_0 та множиною ребер Q_1. Для наших цілей достатньо вважати, що граф не має петель і кратних ребер. Вважаємо також, що $Q_0 = \{1, 2, \ldots, n\}$. Ребро між вершинами i і j будемо позначати через (i, j), ототожнюючи звичайно (i, j) і (j, i). Нагадаємо, що квадратичною формою Тітса графа $Q = (Q_0, Q_1)$ (див. п. 1.2) називається цілочислова квадратична форма $q_Q(z) = q_Q(z_1, z_2, \ldots, z_n)$, яка задається наступною рівністю:

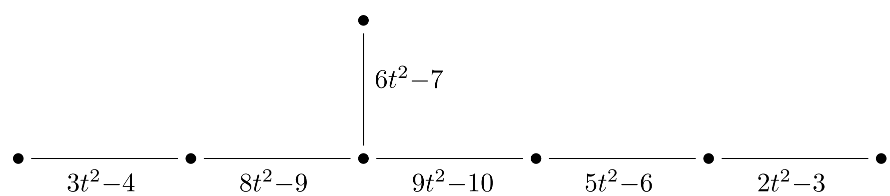
$$q_Q = q_Q(z) = q_Q(z_1, z_2, \ldots, z_n) = \sum_{i \in Q_0} z_i^2 - \sum_{(i,j) \in Q_1, i<j} z_i z_j.$$

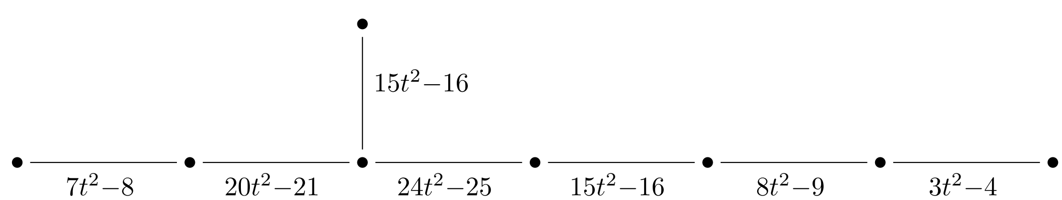
Добре відомо (див. знову п. 1.2), що квадратична форма Тітса графа Q додатна тоді і лише тоді, коли Q є неперетинним об'єднанням діаграм Динкіна (якщо граф має петлі або кратні ребра, то квадратична форма Тітса не буде додатною).

Ми розглядаємо задачу про опис цілочислових P-визначальних поліномів $Z\Delta_{q_Q}^{(i,j)}$, $(i, j) \in Q_1$, квадратичної форми Тітса $q_Q = q_S(z)$ для несерійних діаграм Динкіна, тобто для діаграм E_6, E_7, E_8 (див. п. 1.2). У випадку $i, j \in Q_0, (i, j) \in Q_1$ замість “цілочисловий P-визначальний поліном квадратичної форми Тітса $q_Q(z)$ для $z_i z_j$” будемо говорити “цілочисловий P-визначальний поліном графа Q для ребра (i, j)”. Аналогічно і для P-граничних чисел.

Теорема 3.1. *Цілочислові P-визначальні поліноми для несерійних діаграм Динкіна E_6, E_7, E_8 є наступними:*







Як видно із теореми, в усіх цілочислових P-визначальних поліномах (степеня 2) відсутній середній член (а вільний член завжди від’ємний, що і повинно бути згідно сказаного в п. 1.5) і значить в кожному випадку (тобто для кожного ребра кожної діаграми Динкіна E_i) два P-граничні числа мають різні знаки і рівні за модулем. Див. відносно цієї властивості п. 3.3.

3.2. Доведення теореми 3.1

Нагадаємо, що при розгляді реберно-локальних деформацій квадратичних форм ми замість параметра a (у відповідних означеннях) будемо використовувати параметр t (бо змінна t для поліному більш природна, ніж змінна a).

Ми будемо користуватися критерієм Сільвестра, розглядаючи симетричні матриці, що відповідають реберно-локальним деформаціям. При цьому (як і в попередньому розділі) замість вказаних симетричних матриць ми будемо розглядати удвоєні матриці (щоб вони не містили дробових елементів). До того ж, обчислюючи визначник матриці з параметром, ми на першому кроці з формальних міркувань будемо спеціальним чином переставляти рядки матриці. При цьому, як правило, визначник не буде змінюватись, бо вказана перестановка є парною (більш детально в самому доведенні).

Елементарне перетворення з рядками матриці, яке полягає в додаванні до i-го рядка j-го рядка, помноженого на дійсне число x, будемо позначати через $[i] + x \cdot [j]$.

Вершини діаграми Динкіна E_n, $n \in \{6, 7, 8\}$, будемо позначати числами $1, 2, \ldots, n-1$ (вершини нижнього ланцюга зліва направо) і n (верхня вершина).

Нехай (i, j) — ребро графа E_n. Помножена на 2 матриця квадратичної форми $q_{E_n}^{(i,j)}(z, t)$ — це (згідно означення матриці довільної квадратичної форми) симетрична матриця розміру $n \times n$ вигляду

$$M_n^{(i,j)}(t) = \begin{pmatrix} 2 & * & \ldots & * & * \\ * & 2 & \ldots & * & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ * & * & \ldots & 2 & * \\ * & * & \ldots & * & 2 \end{pmatrix},$$

де на місцях (i,j) і (j,i) стоїть параметр t, а на решті місць (s,k), $s \neq k$, стоїть -1 або 0 в залежності від того, є ребро (s,k) чи ні. Зауважимо, що матриця $M_n^{(i,j)}(t)$ при $t=1$ дорівнює помноженій на 2 матриці M_n квадратичної форми Тітса $q_{E_n}(z)$ графа E_n. Оскільки E_n — граф з додатною формою Тітса, то за критерієм Сільвестра всі симетричні мінори матриці $M_n^{(i,j)}(1)$ (тобто її головні мінори, а також головні мінори будь-якої матриці, яка отримана з матриці $M_n^{(i,j)}(1)$ однаковою перестановкою рядків та стовпців) є додатними. Переставимо (однаковим чином) рядки і стопці матриці $M_n^{(i,j)}(t)$ так, щоб i-ий і j-ий рядки стали відповідно $n-1$-им і n-им (а значить аналогічна умова буде виконуватися і для стовпців). Тоді всі головні мінори нової матриці, не рахуючи мінора (найбільшого) порядку n, будуть додатними. Значить (знову за критерієм Сільвестра) P-визначальний поліном (графа E_n) для ребра (i,j) дорівнює, з точністю до постійного множника (який є від'ємним), визначнику матриці $M_n^{(i,j)}(t)$ (більш детально див. в [76]). Якщо ж говорити про цілочисловий P-визначальний поліном, то ситуація ще більш проста: визначник матриці $M_n^{(i,j)}(t)$ (як квадратний тричлен з цілими коефіцієнтами) потрібно поділити на найбільший спільний дільник своїх коефіцієнтів, помножений на -1.

Переходимо безпосередньо до доведення теореми.

Випишемо удвоєні симетричні матриці M_6, M_7, M_8 діаграм Динкіна E_6, E_7, E_8 в явному вигляді:

$$M_6 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

$$M_7 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

$$E_8 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Спочатку розглянемо діаграму Динкіна E_6 і ребро $(1,2)$.

Згідно сказаного вище, щоб обчислити цілочисловий P-визначальний поліном графа E_6 для ребра $(1,2)$ треба обчислити визначник $D_6^{(1,2)}(t)$ матриці

$$M_6^{(1,2)}(t) = \begin{pmatrix} 2 & -t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -t & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

або матриці

$$\widetilde{M}_6^{(1,2)}(t) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & -t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -t & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

яка отримана із попередньої наступним розташуванням рядків: $3, 4, 5, 1, 2$ (без перестановки стовпців); відповідна перестановка є парною. Зробивши з рядками матриці $\widetilde{M}_6^{(1,2)}(t)$ (яка розглядається замість матриці $M_6^{(1,2)}(t)$ з формальних міркувань) перетворення $[1] + [5]; [5] - [1]; [6] + \frac{t}{2} \cdot [1]; [2] + [5]; [5] - [2]; [6] + \frac{t^2+t-4}{2} \cdot [3]; [3] + [4]; [4] - [3]; [5] + 1 \cdot [3]; [6] - \frac{3t^2+t-10}{2} \cdot [3]; [5] + 3 \cdot [4]; [6] - \frac{6t^2+3t-22}{2} \cdot [2]; [6] + \frac{5t^2+3t-20}{6} \cdot [5]$, отримуємо наступну трикутну матрицю:

$$N_6^{(1,2)}(t) = \begin{pmatrix} 2 & -t-1 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-5t^2+8}{6} \end{pmatrix}.$$

Звідси маємо, що $D_6^{(1,2)}(t)$ дорівнює визначнику матриці $N_6^{(1,2)}(t)$, який в свою чергу дорівнює $2 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-3) \cdot \frac{-5t^2+8}{6} = -5t^2 + 8$. А значить (див. вище) відповідний цілочисловий P-визначальний поліном дорівнює $5t^2 - 8$.

Основну частину цього доведення запишемо скорочено наступним чином.

$D_6^{(1,2)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & -t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -t & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -t-1 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-5t^2+8}{6} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-3) \cdot \frac{-5t^2+8}{6} = -5t^2 + 8.$

Перетворення: $[1]+[5]; [5]-[1]; [6]+\frac{t}{2}\cdot[1]; [2]+[5]; [5]-[2]; [6]+\frac{t^2+t-4}{2}\cdot[3]; [3]+[4]; [4]-[3]; [5]+1\cdot[3]; [6]-\frac{3t^2+t-10}{2}\cdot[3]; [5]+3\cdot[4]; [6]-\frac{6t^2+3t-22}{2}\cdot[2]; [6]+\frac{5t^2+3t-20}{6}\cdot[5]$.

Решта випадків для діаграми E_6 і всі випадки для діаграм E_7 та E_8 розглядаються по такій же схемі. Ми вкажемо лише основні частини відповідних доведень у означеному вище скороченому вигляді.

Зауважимо, що в усіх випадках перестановка рядків початкової матриці (яка при скороченому запису не виписується) здійснюється по наступному правилу: два рядки, які містять переметр t, паралельно переміщуються на два останні місця, а решта рядків залишаються після цього на своїх (нових) місцях. Із вказаної вище нумерації вершин діаграм Динкіна випливає, що вказана перестановка буде парною в усіх випадках, окрім випадку, коли діаграмою Динкіна є E_6, а параметр t присутній в 3-у та 7-у рядках.

Отже, переходимо до решти випадків.

$D_6^{(2,3)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -t & 2 & -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -t-1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-4t^2+5}{3} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-3) \cdot \frac{-4t^2+5}{3} = -12t^2 + 15.$

Перетворення: $[5] + \frac{1}{2} \cdot [1]; [2] + [5]; [5] - [2]; [6] + \frac{2t}{3} \cdot [2]; [3] + [4]; [4] - [3]; [5] + 1 \cdot [3]; [6] - \frac{2t^2+2t-6}{3} \cdot [3]; [5] + 3 \cdot [4]; [6] - \frac{2t^2+6t-9}{2} \cdot [4]; [6] + \frac{2t-2}{3} \cdot [5].$

$D_6^{(3,4)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -t & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -t & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2t & \frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4t^2-5}{2t} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 2t \cdot \frac{4t^2-5}{2t} = -12t^2 + 15.$

Перетворення: $[2] + \frac{1}{2} \cdot [1]; [5] + \frac{2}{3} \cdot [2]; [3] + [4]; [4] - [3]; [6] + t \cdot [3]; [5] - \frac{3t-4}{3} \cdot [4]; [6] + (t-2) \cdot [4]; [6] - \frac{3}{2t} \cdot [5].$

$D_6^{(3,6)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & -t \\ 0 & 0 & -t & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3t^2+4}{2} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot 2 \cdot \frac{-3t^2+4}{2} = -9t^2 + 12.$

Перетворення: $[2] + \frac{1}{2} \cdot [1]; [5] + \frac{2}{3} \cdot [2]; [5] + \frac{4}{3} \cdot [3]; [6] + t \cdot [3]; [5] + \frac{5}{4} \cdot [4]; [6] + 2t \cdot [4]; [6] - \frac{3t}{2} \cdot [5].$

$D_6^{(4,5)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -t & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{4} & 0 & \frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5t^2-8}{3t} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot (-\frac{3}{4}) \cdot t \cdot \frac{-5t^2-8}{3t} = -5t^2 + 8.$

Перетворення: $[2] + \frac{1}{2} \cdot [1]; [3] + \frac{2}{3} \cdot [2]; [4] + \frac{3}{4} \cdot [3]; [5] + \frac{3}{4} \cdot [3]; [5] + \frac{5}{3} \cdot [4]; [6] + \frac{4t}{3} \cdot [4]; [6] - \frac{2}{t} \cdot [5].$

$D_7^{(1,2)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & -t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -t & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -t-1 & 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3t^2+4}{4} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-4) \cdot \frac{-3t^2+4}{4} = -6t^2 + 8.$

Перетворення: $[1] + [6]; [6] - [1]; [7] + \frac{t}{2} \cdot [1]; [2] + [6]; [6] - [2]; [7] + \frac{t^2+t-4}{2} \cdot [2]; [3] + [5]; [5] - [3]; [6] + 1 \cdot [3]; [7] - \frac{3t^2+t-10}{2} \cdot [3]; [4] + [5]; [5] - [4]; [6] + 3 \cdot [4]; [7] - \frac{6t^2+3t-22}{2} \cdot [4]; [6] + 6 \cdot [5]; [7] - \frac{11t^2+6t-42}{2} \cdot [5]; [7] + \frac{7t^2+4t-28}{8} \cdot [6].$

$D_7^{(2,3)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -t & 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -t-1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-8t^2+9}{6} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-4) \cdot \frac{-8t^2+9}{6} = -16t^2 + 18.$

Перетворення: $[6] + \frac{1}{2} \cdot [1]; [2] + [6]; [6] - [2]; [7] + \frac{2t}{3} \cdot [2]; [3] + [5]; [5] - [3]; [6] + 1 \cdot [3]; [7] - \frac{2t^2+2t-6}{3} \cdot [3]; [4] + [5]; [5] - [4]; [6] + 3 \cdot [4]; [7] - \frac{2t^2+6t-9}{3} \cdot [4]; [6] + 6 \cdot [5]; [7] - \frac{2t^2+12t-15}{3} \cdot [5]; [7] + \frac{8t-9}{12} \cdot [6].$

$D_7^{(3,4)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -t & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -t & 2 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3t & \frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-18t^2+20}{9t} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-3t) \cdot \frac{-18t^2+20}{9t} = -18t^2 + 20.$

Перетворення: $[2] + \frac{1}{2} \cdot [1]; [6] + \frac{2}{3} \cdot [2]; [3] + [5]; [5] - [3]; [6] + \frac{4}{3} \cdot [3]; [7] - t \cdot [3]; [4] + [5]; [5] - [4]; [6] + \frac{3t+4}{3} \cdot [4]; [7] - (t+2) \cdot [4]; [6] + \frac{9t+4}{3} \cdot [5]; [7] - (t+5) \cdot [5]; [7] + \frac{4}{3t} \cdot [6].$

$D_7^{(3,7)}(t) =$

$$
-\begin{vmatrix}
2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\
0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & -t \\
0 & 0 & -t & 0 & 0 & 0 & 2
\end{vmatrix} = -\begin{vmatrix}
2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{7}{3} & -t \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-12t^2+14}{7}
\end{vmatrix} =
$$

$= -2 \cdot \frac{3}{2} \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{-12t^2+14}{7} = -12t^2 + 14.$

Перетворення: $[2] + \frac{1}{2} \cdot [1]$; $[6] + \frac{2}{3} \cdot [2]$; $[6] + \frac{4}{3} \cdot [3]$; $[7] - t \cdot [3]$; $[6] + \frac{5}{3} \cdot [4]$; $[7] - 2t \cdot [4]$; $[6] + 2 \cdot [5]$; $[7] - 3t \cdot [5]$; $[7] + \frac{12t}{7} \cdot [6]$.

$D_7^{(4,5)}(t) =$

$$
\begin{vmatrix}
2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\
0 & 0 & -1 & 2 & -t & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -t & 2 & -1 & 0
\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}
2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{4}{3} & -1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & -\frac{3}{4} & -1 & 2 & \frac{5}{4} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2t & \frac{4}{3} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-5t^2+6}{3t}
\end{vmatrix} =
$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot (-\frac{3}{4}) \cdot 1 \cdot (-2t) \cdot \frac{-5t^2+6}{3t} = -10t^2 + 12.$

Перетворення: $[2] + \frac{1}{2} \cdot [1]$; $[3] + \frac{2}{3} \cdot [2]$; $[5] + \frac{3}{4} \cdot [3]$; $[6] + \frac{3}{4} \cdot [3]$; $[4] + [5]$; $[5] - [4]$; $[6] + \frac{5}{3} \cdot [4]$; $[7] - \frac{4t}{3} \cdot [4]$; $[6] + (\frac{3t+5}{3}) \cdot [5]$; $[7] - \frac{4t+6}{3} \cdot [5]$; $[7] + \frac{3}{2t} \cdot [6]$.

$D_7^{(5,6)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -t & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{4} & -1 & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -t & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-4t^2+6}{3t} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot (-\frac{3}{5}) \cdot (-t) \cdot \frac{-4t^2+6}{3t} = -4t^2 + 6.$

Перетворення: $[2] + \frac{1}{2} \cdot [1]; [3] + \frac{2}{3} \cdot [2]; [4] + \frac{3}{4} \cdot [3]; [5] + \frac{3}{4} \cdot [3]; [5] + \frac{3}{5} \cdot [4]; [6] + \frac{4}{5} \cdot [4]; [6] + 2 \cdot [5]; [7] - \frac{5t}{3} \cdot [5]; [7] + \frac{2}{t} \cdot [6].$

$D_8^{(1,2)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & -t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -t & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -t-1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-7t^2+8}{10} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-5) \cdot \frac{-7t^2+8}{10} = -7t^2 + 8.$

Перетворення: $[1] + [7]$; $[7] - [1]$; $[8] + \frac{t}{2} \cdot [1]$; $[2] + [7]$; $[7] - [2]$; $[8] + \frac{t^2+t-4}{2} \cdot [2]$; $[3] + [6]$; $[6] - [3]$; $[7] + 1 \cdot [3]$; $[8] - \frac{3t^2+t-10}{2} \cdot [3]$; $[4] + [6]$; $[6] - [4]$; $[7] + 3 \cdot [4]$; $[8] - \frac{6t^2+3t-22}{2} \cdot [4]$; $[5] + [6]$; $[6] - [5]$; $[7] + 6 \cdot [5]$; $[8] - \frac{11t^2+6t-42}{2} \cdot [5]$; $[7] + 10 \cdot [6]$; $[8] - (9t^2 + 5t - 35) \cdot [6]$; $[8] + \frac{9t^2+5t-36}{10} \cdot [7]$.

$D_8^{(2,3)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -t & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -t-1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & -t & 0 & 0 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & -t & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & \frac{-20t^2+21}{15} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-5) \cdot \frac{-20t^2+21}{15} = -20t^2 + 21.$

Перетворення: $[7] + \frac{1}{2} \cdot [1]$; $[2] + [7]$; $[7] - [2]$; $[8] + \frac{2t}{3} \cdot [2]$; $[3] + [6]$; $[6] - [3]$; $[7] + 1 \cdot [3]$; $[8] - \frac{2t^2+2t-6}{2} \cdot [3]$; $[4] + [6]$; $[6] - [4]$; $[7] + 3 \cdot [4]$; $[8] - \frac{2t^2+6t-9}{3} \cdot [4]$; $[5] + [6]$; $[6] - [5]$; $[7] + 6 \cdot [5]$; $[8] - \frac{2t^2+12t-15}{3} \cdot [5]$; $[7] + 10 \cdot [6]$; $[8] - \frac{2t^2+20t-24}{3} \cdot [6]$; $[8] + \frac{10t-12}{15} \cdot [7]$.

$D_8^{(3,4)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -t & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -t & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -t & 0 & 0 & -4t & \frac{5}{3} \\ 0 & 0 & -t & 2 & -1 & 0 & 0 & \frac{-24t^2+25}{12t} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-4t) \cdot \frac{-24t^2+25}{12t} = -24t^2 + 25.$

Перетворення: $[2] + \frac{1}{2} \cdot [1]$; $[7] + \frac{2}{3} \cdot [2]$; $[3] + [6]$; $[6] - [3]$; $[7] + \frac{4}{3} \cdot [3]$; $[8] - t \cdot [3]$; $[4] + [6]$; $[6] - [4]$; $[7] + \frac{3t+4}{3} \cdot [4]$; $[8] - (t+2) \cdot [4]$; $[5] + [6]$; $[6] - [5]$; $[7] + \frac{9t+4}{3} \cdot [5]$; $[8] - (t+5) \cdot [5]$; $[7] + \frac{18t+4}{3} \cdot [6]$; $[8] - (t+9) \cdot [6]$; $[8] + \frac{5}{4t} \cdot [7]$.

$D_8^{(3,8)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -t \\ 0 & 0 & -t & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{8}{3} & -t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-15t^2+16}{8} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{-15t^2+16}{8} = -15t^2 + 16.$

Перетворення: $[2] + \frac{1}{2} \cdot [1]$; $[7] + \frac{2}{3} \cdot [2]$; $[7] + \frac{4}{3} \cdot [3]$; $[8] - t \cdot [3]$; $[7] + \frac{5}{3} \cdot [4]$; $[8] - 2t \cdot [4]$; $[7] + 2 \cdot [5]$; $[8] - 3t \cdot [5]$; $[7] + \frac{7}{3} \cdot [6]$; $[8] - 4t \cdot [6]$; $[8] + \frac{15t}{8} \cdot [7]$.

$D_8^{(4,5)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -t & 2 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{4} & -1 & 2 & -1 & \frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3t & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-15t^2+16}{9t} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot (-\frac{3}{2}) \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-3t) \cdot \frac{-15t^2+16}{9t} = -15t^2 + 16.$

Перетворення: $[2] + \frac{1}{2} \cdot [1]$; $[3] + \frac{2}{3} \cdot [2]$; $[6] + \frac{3}{4} \cdot [3]$; $[7] + \frac{3}{4} \cdot [3]$; $[4] + [6]$; $[6] - [4]$; $[7] + \frac{5}{3} \cdot [4]$; $[8] - \frac{4t}{3} \cdot [4]$; $[5] + [6]$; $[6] - [5]$; $[7] + \frac{3t+5}{3} \cdot [5]$; $[8] - \frac{4t+6}{3} \cdot [5]$; $[7] + \frac{9t+5}{3} \cdot [6]$; $[8] - \frac{4t+15}{3} \cdot [6]$; $[8] + \frac{4}{3t} \cdot [7]$.

$D_8^{(5,6)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -t & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{4} & -1 & 0 & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{5} & -1 & 0 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -t & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3t^2+4}{3t} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot (-t) \cdot \frac{-3t^2+4}{3t} = -3t^2 + 4.$

Перетворення: $[2] + \frac{1}{2} \cdot [1]; [3] + \frac{2}{3} \cdot [2]; [4] + \frac{3}{4} \cdot [3]; [6] + \frac{3}{4} \cdot [3]; [5] + \frac{4}{5} \cdot [4]; [6] + \frac{3}{5} \cdot [4]; [6] + \frac{1}{2} \cdot [5]; [7] + \frac{5}{6} \cdot [5]; [7] + \frac{7}{3} \cdot [6]; [8] - 2t \cdot [6]; [8] + \frac{2}{t} \cdot [7].$

$D_8^{(6,7)}(t) =$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -t & 2 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{4} & -1 & 0 & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{5} & -1 & 0 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -t & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3t^2+4}{3t} \end{vmatrix} =$$

$= 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot (-t) \cdot \frac{-3t^2+4}{3t} = -3t^2 + 4.$

Перетворення: $[2] + \frac{1}{2} \cdot [1]; [3] + \frac{2}{3} \cdot [2]; [4] + \frac{3}{4} \cdot [3]; [6] + \frac{3}{4} \cdot [3]; [5] + \frac{4}{5} \cdot [4]; [6] + \frac{3}{5} \cdot [4]; [6] + \frac{1}{2} \cdot [5]; [7] + \frac{5}{6} \cdot [5]; [7] + \frac{7}{3} \cdot [6]; [8] - 2t \cdot [6]; [8] + \frac{2}{t} \cdot [7].$

Зауважимо, що хоча всі визначники є поліномами від t, але в проміжних обчисленнях зустрічаються і не цілі раціональні функції від t. Проте це не є недоліком схеми доведення (суттєвим є те, що відповідні знаменники неперервні відносно змінної t і перетворюються в нуль лише для скінченного числа її значень).

Теорема доведена.

3.3. Зауваження про середній член

Як видно із теореми 3.1, в усіх цілочислових P-визначальних поліномах відсутній середній член. Це випливає із загальної властивості визначників спеціального вигляду, яку ми розглянемо в тій степені загальності, яка відповідає нашій ситуації.

Твердження 3.2. *Нехай $Q = (Q_0, Q_1)$, де $Q_0 = \{1, 2, \dots, n\}$, — неорієнтований граф, який є зв'язним, не має циклів (зокрема, петель і кратних ребер) та має більше однієї вершини, і $q_Q(z)$ — його квадратична форма Тітса. Виділимо в симетричній матриці для $q_Q(z)$ ненульовий недіагональний елемент і помножимо його на параметр t разом із симетричним до нього елементом. Тоді визначник отриманої матриці є квадратним тричленом від t без середнього члена.*

Доведемо це твердження. Випадок $|Q_0| = 2$ очевидний. Якщо ж $|Q_0| > 2$, то із відсутності циклів випливає існування ребра $\lambda = (i, j)$ такого, що вершина i зв'язана ребром лише із вершиною j, і, окрім того, воно не є виділеним. Не обмежуючи загальність можна вважати, що $i = 1, j = 2$. Позначимо нашу симетричну матрицю, (яка вже з параметром t) через $M(t)$, а матрицю, отриману із M викреслюванням 1-го рядка та 1-го стовпця (відповідно 1-го і 2-го рядків та 1-го і 2-го стовпців), позначимо через $M_1(t)$ (відповідно $M_{12}(t)$). Розкладаючи визначник матриці M по першому рядку, а потім другий із отриманих визначників по першому стовпцю, маємо: $|M(t)| = |M_1(t)| - 1/4|M_{12}(t)|$. І оскільки $M_1(1)$ є симетричною матрицею квадратичної форми Тітса графа $(Q_0 \setminus \{1\}, Q_1)$, а $M_1(12)$ — симетричною матрицею квадратичної форми Тітса графа $(Q_0 \setminus \{1, 2\}, Q_1)$, то можна застосувати індукцію по числу вершин.

3.4. P-зважені графи

3.4.1. Постановка задачі. Нехай $Q = (Q_0, Q_1)$ — неорієнтований граф з множиною вершин Q_0 та множиною ребер Q_1. Для наших цілей достатньо вважати, що граф Q зв'язний і не має циклів. Граф Q називається зваженим, якщо додатково задана вагова функція $\varphi : Q_1 \to \mathbb{R}^+$ із множини ребер в множину додатних дійсних чисел; число $\varphi(\lambda)$ називається вагою ребра λ. Якщо u і v — вершини зваженого графа Q, то φ-відстанню $d_\varphi(u, v)$ між u і v називається вага $\sum_{i=1}^{m} \varphi(\lambda_i)$ єдиного шляху $\lambda = \lambda_1 \cdots \lambda_m$ між вершинами u і v. Найбільша φ-відстань між вершинами називається φ-діаметром зваженого графа.

Дамо тепер означення радіуса зваженого графа Q. Для $u \in Q_0$ позначимо $m_u = \max_{(u,v)\in Q_1} d_\varphi(u, v)$. Тоді, як легко бачити, найбільше серед чисел m_u є діаметром зваженого графа, а ось найменше із них, скажімо, r називається радіусом зваженого графа. Центром зваженого графа Q називається кожна вершина w така, що $m_w = r$.

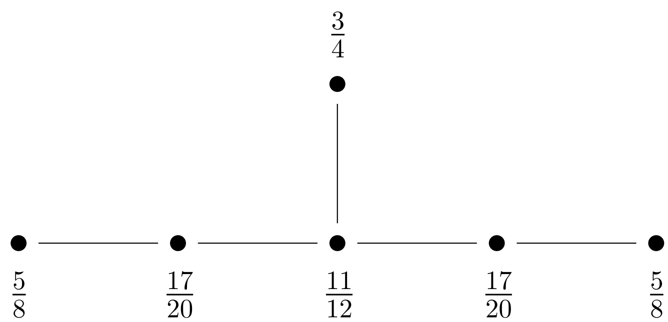
Наприклад, якщо вагою будь-якого ребра вважати число 1 та позначити через D_n і R_n — діаметр і радіус діаграми Динкіна $E_n\,(n = 6, 7, 8)$, то $D_6 = 4$, $R_6 = 2$; $D_7 = 5$, $R_7 = 3$; $D_8 = 6$, $R_8 = 3$. У цьому випадку центром E_6 є вершина 3, центром E_8 є вершина 4, а E_7 має два центри — вершини 3 і 4.

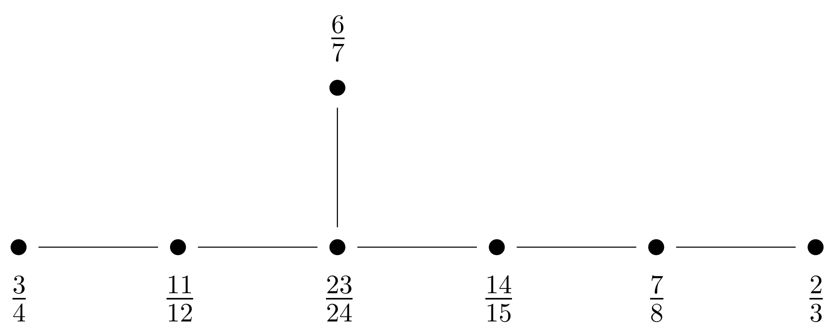
Надалі у цьому підрозділі ми розглянемо несерійні схеми Динкіна, вага яких задається P-граничними числами. При цьому ми роглянемо 2 випадки. Перший, коли вага ребра задається сумою P-граничних чисел для відповідних вершин (при поточково-локальній деформації), і другий, коли вага ребра задається його додатним P-граничним числом (при реберно-локальній деформації).

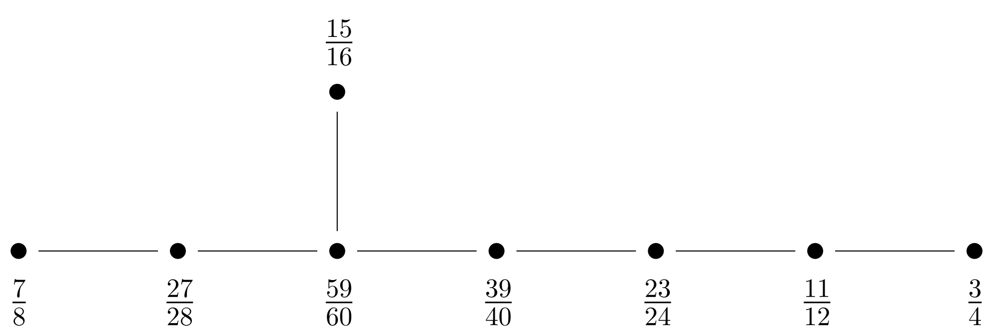
3.4.2. P-зважені діаграми Динкіна відносно поточково-локальної деформації. Як і раніше, вершини діаграми Динкіна $G = E_n$ будемо позначати числами $1, 2, \ldots, n-1$ (вершини нижнього ланцюга зліва направо) і n (верхня вершина).

Ми розглядаємо поточково-локальні деформації квадратичної форми Тітса діаграм Динкіна E_n (див. п. 1.5). З формальних міркувань зручніше говорити про P-граничні числа графів замість P-граничних чисел їх квадратичних форм Тітса. А саме, P-граничним числом вершини s графа G називається s-е P-граничне число форми Тітса $q_G(z)$.

Вкажемо всі P -граничні числа діаграм Динкіна (див. [79]):







Назвемо P-вагою ребра $\lambda = (u, v)$ діаграми Динкіна $G = E_n\,(n =$

$6, 7, 8$) суму $\mathrm{pld}^+(\lambda) = \mathrm{pld}(u) + \mathrm{pld}(v)$ P-граничних чисел $\mathrm{pld}(u)$ і $\mathrm{pld}(v)$, що відповідають вершинам u і v графа E_n. Діаметр зваженого графа G відносно такої вагової функції позначаємо через $\mathcal{D}_{\mathrm{pld}^+}(G)$, а радіус — через $\mathcal{R}_{\mathrm{pld}^+}(G)$. Множина центрів позначається через $\mathcal{C}_{\mathrm{pld}^+}(G)$.

Теорема 3.3.

$$\mathcal{D}_{\mathrm{pld}^+}(G) = \begin{cases} 6\frac{29}{60} \approx 6.48 & \textit{для } G = E_6, \\ 8\frac{47}{60} \approx 8.78 & \textit{для } G = E_7, \\ 11\frac{37}{168} \approx 11.22 & \textit{для } G = E_8. \end{cases}$$

Теорема 3.4.

$$\mathcal{R}_{\mathrm{pld}^+}(G) = \begin{cases} 3\frac{29}{120} \approx 3.24 & \textit{для } G = E_6, \\ 5\frac{29}{120} \approx 5.24 & \textit{для } G = E_7, \\ 5\frac{313}{420} \approx 5.75 & \textit{для } G = E_8. \end{cases}$$

Теорема 3.5.

$$\frac{\mathcal{D}_{\mathrm{pld}^+}(G)}{2\mathcal{R}_{\mathrm{pld}^+}(G)} = \begin{cases} 1 & \textit{для } G = E_6, \\ \approx 0.84 & \textit{для } G = E_7, \\ \approx 0.98 & \textit{для } G = E_8. \end{cases}$$

Теорема 3.6.

$$\mathcal{C}_{\mathrm{pld}^+}(G) = \begin{cases} 3 & \textit{для } G = E_6, \\ 3 & \textit{для } G = E_7, \\ 4 & \textit{для } G = E_8. \end{cases}$$

Щоб обчислити діаметр і радіус зваженого графа, який є деревом, достатньо знати відстань від кожної вершини до всіх крайніх вершин. Ми будемо записувати ці відстані в вигляді таблиці, в якій рядки — це всі вершини, а стовпці — крайні вершини. Продемонструємо це на прикладі стандартної відстані (кожному ребру відповідає 1) для діаграм Динкіна E_6, E_7, E_8.

Нагадаємо, що вершини діаграми $G = E_n$, $n \in \{6, 7, 8\}$, ми позначаємо числами $1, 2, \ldots, n-1$ (вершини нижнього ланцюга зліва направо) і n (верхня вершина).

Маємо наступні таблиці:

E_6	1	5	6
1	0	4	3
2	1	3	2
3	2	2	1
4	3	1	2
5	4	0	3
6	3	3	0

E_7	1	6	7
1	0	5	3
2	1	4	2
3	2	3	1
4	3	2	2
5	4	1	3
6	5	0	4
7	3	4	0

E_8	1	7	8
1	0	6	3
2	1	5	2
3	2	4	1
4	3	3	2
5	4	2	3
6	5	1	4
7	6	0	5
8	3	5	0

Згідно означень в кожному випадку діаметр діаграми дорівнює найбільшому числу таблиці (а точніше її основної частини, яка містить всі відстані і не містить номерів рядків та стовпців), а радіус — це найбільше число r в деякому рядку такому, що найбільше число в будь-якому іншому рядку не менше за r. Номер рядка, в якому стоїть число r (а це і номер вершини діаграми) є цетром діаграми (він не обов'язково один).

Отже, якщо для діаграми Динкіна $G = E_n\,(n = 6, 7, 8)$ через $D(G)$ і $R(G)$ позначити її діаметр і радіус, а через $C(G)$ — множину її центрів, то маємо:

$$D(G) = \begin{cases} 4 & \text{для } G = E_6, \\ 5 & \text{для } G = E_7, \\ 6 & \text{для } G = E_8. \end{cases}$$

$$R(G) = \begin{cases} 2 & \text{для } G = E_6, \\ 3 & \text{для } G = E_7, \\ 3 & \text{для } G = E_8. \end{cases}$$

$$\frac{D(G)}{2R(G)}=\begin{cases}1 & \text{для } G=E_6,\\ \frac{5}{6} & \text{для } G=E_7,\\ 1 & \text{для } G=E_8.\end{cases}$$

$$C(G)=\begin{cases}3 & \text{для } G=E_6,\\ 3,4 & \text{для } G=E_7,\\ 4 & \text{для } G=E_8.\end{cases}$$

Користуючись цією схемою, доведемо теореми 3.3 – 3.6.

Випишемо відповідні таблиці відстаней із подальшими відповідними обчисленнями. Щоб легше було порівнювати відстані, вони виписуються не у вигляді звичайних дробів, а у вигляді десяткових з точністю до другого знаку. А коли ми вже виясним відстані між якими вершинами реалізують діаметр чи радіус, тоді вже обчислюємо їх і наближено, і точно.

Випадок $G=E_6$.

E_6	1	5	6
1	0	6.48	4.91
2	1.48	5.01	3.43
3	3.24	3.24	1.67
4	5.01	1.48	3.43
5	6.48	0	4.91
6	4.91	4.91	0

Звідси маємо, що $\mathcal{D}_{\text{pld}^+}(E_6)=\text{pld}^+(1,5)=\left(\frac{5}{8}+\frac{17}{20}\right)+\left(\frac{17}{20}+\frac{11}{12}\right)+\left(\frac{11}{12}+\frac{17}{20}\right)+\left(\frac{17}{20}+\frac{5}{8}\right)=6\frac{29}{60}\approx 6.48$. Також маємо, що $\mathcal{R}_{\text{pld}^+}(E_6)=\text{pld}^+(3,1)=\text{pld}^+(3,5)=\left(\frac{5}{8}+\frac{17}{20}\right)+\left(\frac{17}{20}+\frac{11}{12}\right)=3\frac{29}{120}\approx 3.24$. А тоді $\mathcal{C}_{\text{pld}^+}(E_6)=\{3\}$ і $\frac{\mathcal{D}_{\text{pld}^+}(E_6)}{2\mathcal{R}_{\text{pld}^+}(E_6)}=6\frac{29}{60}:2\left(3\frac{29}{120}\right)=1.$

Випадок $G = E_7$.

E_7	1	6	7
1	0	8.78	5.36
2	1.67	7.12	3.69
3	3.54	5.24	1.82
4	5.43	3.35	3.71
5	7.24	1.54	5.52
6	8.78	0	7.06
7	5.36	7.06	0

Звідси маємо, що $\mathcal{D}_{\mathrm{pld}^+}(E_7) = \mathrm{pld}^+(1,6) = \left(\frac{3}{4} + \frac{11}{12}\right) + \left(\frac{11}{12} + \frac{23}{24}\right) + \left(\frac{23}{24} + \frac{14}{15}\right) + \left(\frac{14}{15} + \frac{7}{8}\right) + \left(\frac{7}{8} + \frac{2}{3}\right) = 8\frac{47}{60} \approx 8.78$. Також маємо, що $\mathcal{R}_{\mathrm{pld}^+}(E_7) = \mathrm{pld}^+(3,6) = \left(\frac{23}{24} + \frac{14}{15}\right) + \left(\frac{14}{15} + \frac{7}{8}\right) + \left(\frac{7}{8} + \frac{2}{3}\right) = 5\frac{29}{120} \approx 5.24$. А тоді $\mathcal{C}_{\mathrm{pld}^+}(E_7) = \{3\}$ і $\frac{\mathcal{D}_{\mathrm{pld}^+}(E_7)}{2\mathcal{R}_{\mathrm{pld}^+}(E_7)} = 8\frac{47}{60} : 2\left(5\frac{29}{120}\right) \approx 0.84$.

Випадок $G = E_8$.

E_8	1	7	8
1	0	11.22	5.71
2	1.84	9.38	3.87
3	3.79	7.43	0.94
4	5.75	5.48	3.88
5	7.68	3.54	5.81
6	9.55	1.67	6.75
7	11.22	0	9.35
8	5.71	9.35	0

Звідси маємо, що $\mathcal{D}_{\mathrm{pld}^+}(E_8) = \mathrm{pld}^+(1,7) = \left(\frac{7}{8} + \frac{27}{28}\right) + \left(\frac{27}{28} + \frac{59}{60}\right) + \left(\frac{59}{60} + \frac{39}{40}\right) + \left(\frac{39}{40} + \frac{23}{24}\right) + \left(\frac{23}{24} + \frac{11}{12}\right) + \left(\frac{11}{12} + \frac{3}{4}\right) = 11\frac{37}{168} \approx 11.22$. Також маємо, що $\mathcal{R}_{\mathrm{pld}^+}(E_8) = \mathrm{pld}^+(4,1) = \left(\frac{7}{8} + \frac{27}{28}\right) + \left(\frac{27}{28} + \frac{59}{60}\right) + \left(\frac{59}{60} + \frac{39}{40}\right) = 5\frac{313}{420} \approx 5.75$. А тоді $\mathcal{C}_{\mathrm{pld}^+}(E_8) = \{4\}$ і

$\frac{\mathcal{D}_{\mathrm{pld}^+}(E_8)}{2\mathcal{R}_{\mathrm{pld}^+}(E_8)} = 11\frac{37}{168} : 2\left(5\frac{313}{420}\right) \approx 0.98.$

Теореми доведено.

3.4.3. P-зважені діаграми Динкіна відносно реберно-локальної деформації. Назвемо P-вагою ребра (u, v) діаграми Динкіна $G = E_n$ $(n = 6, 7, 8)$ єдине додатне P-граничне число для цього ребра (той факт, що обидва P-граничні числа відрізняються лише знаком, робить це означення природним). Вказану вагу позначаємо через $\mathrm{eld}(u, v)$. Діаметр реберно-зваженого графа G відносно такої вагової функції позначаємо через $\mathcal{D}_{\mathrm{eld}}(G)$, а радіус — через $\mathcal{R}_{\mathrm{eld}}(G)$.

Теорема 3.7.

$$\mathcal{D}_{\mathrm{eld}}(G) = \begin{cases} \sqrt{5} + \frac{4\sqrt{10}}{5} \approx 4.77 & \text{\textit{для} } G = E_6, \\ \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{10}}{3} + \frac{\sqrt{30}}{5} \approx 5.59 & \text{\textit{для} } G = E_7, \\ \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{5\sqrt{6}}{12} + \frac{2\sqrt{14}}{7} + \frac{4\sqrt{15}}{15} + \frac{\sqrt{105}}{10} \approx & \\ \approx 6.36 & \text{\textit{для} } G = E_8. \end{cases}$$

Теорема 3.8.

$$\mathcal{R}_{\mathrm{eld}}(G) = \begin{cases} \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{2\sqrt{10}}{5} \approx 2.38 & \text{\textit{для} } G = E_6, \\ \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{10}}{3} \approx 3.27 & \text{\textit{для} } G = E_7, \\ \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{4\sqrt{15}}{15} \approx 3.25 & \text{\textit{для} } G = E_8. \end{cases}$$

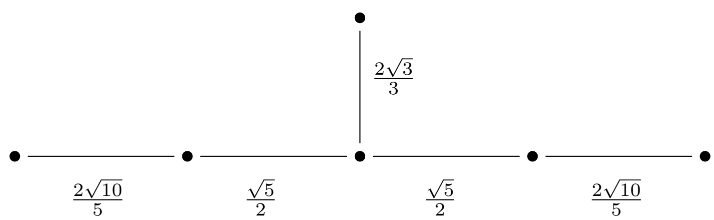
Теорема 3.9.

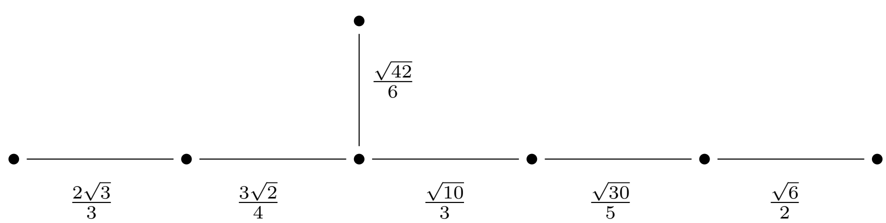
$$\frac{\mathcal{D}_{\mathrm{eld}}(G)}{2\mathcal{R}_{\mathrm{eld}}(G)} = \begin{cases} 1 & \text{\textit{для} } G = E_6, \\ \approx 0.85 & \text{\textit{для} } G = E_7, \\ \approx 0.98 & \text{\textit{для} } G = E_8. \end{cases}$$

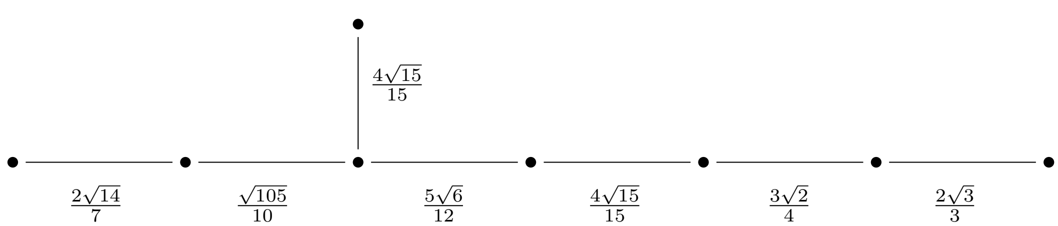
Теорема 3.10.

$$\mathcal{C}_{\mathrm{eld}}(G) = \begin{cases} 3 & \textit{для } G = E_6, \\ 4 & \textit{для } G = E_7, \\ 4 & \textit{для } G = E_8. \end{cases}$$

Доведення теорем 3.7 – 3.10. Із теореми 3.1 випливає, що додатні P-визначальні числа для несерійних діаграм Динкіна E_6, E_7, E_8 є наступними:







Доведення теорем проводимо по тій же схемі, що і в попередньому пункті у випадку поточково-локальної деформації.

Випишемо відповідні таблиці відстаней із подальшими відповідними обчисленнями.

Випадок $G = E_6$.

E_6	1	5	6
1	0	4.77	3.54
2	1.26	3.51	2.27
3	2.38	2.38	1.15
4	3.51	1.26	2.27
5	4.77	0	3.54
6	3.54	3.54	0

Звідси маємо, що $\mathcal{D}_{\text{eld}}(E_6) = \text{eld}(1,5) = \frac{2\sqrt{10}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{2\sqrt{10}}{5} = \sqrt{5} + \frac{4\sqrt{10}}{5} \approx 4.77$. Також маємо, що $\mathcal{R}_{\text{eld}}(E_6) = \text{eld}(3,1) = \text{eld}(3,5) = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{2\sqrt{10}}{5} \approx 2.38$. А тоді $\mathcal{C}_{\text{eld}}(E_6) = \{3\}$ і
$\frac{\mathcal{D}_{\text{eld}}(E_6)}{2\mathcal{R}_{\text{eld}}(E_6)} = \left(\sqrt{5} + \frac{4\sqrt{10}}{5}\right) : 2\left(\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{2\sqrt{10}}{5}\right) = 1.$

Випадок $G = E_7$.

E_7	1	6	7
1	0	5.59	3.30
2	1.15	4.43	2.14
3	2.22	3.37	1.08
4	3.27	2.32	2.13
5	4.36	1.22	3.23
6	5.59	0	4.45
7	3.30	4.45	0

Звідси маємо, що $\mathcal{D}_{\text{eld}}(E_7) = \text{eld}(1,6) = \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{10}}{3} + \frac{\sqrt{30}}{5} + \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{10}}{3} + \frac{\sqrt{30}}{5} \approx 5.59$. Також маємо, що $\mathcal{R}_{\text{eld}}(E_7) = \text{eld}(4,1) = \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{10}}{3} \approx 3.27$. А тоді $\mathcal{C}_{\text{eld}}(E_7) = \{4\}$ і
$\frac{\mathcal{D}_{\text{eld}}(E_7)}{2\mathcal{R}_{\text{eld}}(E_7)} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{10}}{3} + \frac{\sqrt{30}}{5}\right) : 2\left(\frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{10}}{3}\right) \approx 0.85.$

Випадок $G = E_8$.

E_8	1	7	8
1	0	6.36	3.13
2	1.07	5.29	2.06
3	2.09	4.27	1.03
4	3.11	3.25	2.05
5	4.15	2.22	3.09
6	5.21	1.15	4.15
7	6.36	0	5.3
8	3.13	5.3	0

Звідси маємо, що $\mathcal{D}_{\text{eld}}(E_8) = \text{eld}(1,7) = \frac{2\sqrt{14}}{7} + \frac{\sqrt{105}}{10} + \frac{5\sqrt{6}}{12} + \frac{4\sqrt{15}}{15} + \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{5\sqrt{6}}{12} + \frac{2\sqrt{14}}{7} + \frac{4\sqrt{15}}{15} + \frac{\sqrt{105}}{10} \approx 6.36$. Також маємо, що $\mathcal{R}_{\text{eld}}(E_8) = \text{eld}(4,7) = \frac{4\sqrt{15}}{15} + \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 3.25$. А тоді $\mathcal{C}_{\text{eld}}(E_8) = \{4\}$ і $\frac{\mathcal{D}_{\text{eld}}(E_8)}{2\mathcal{R}_{\text{eld}}(E_8)} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{5\sqrt{6}}{12} + \frac{2\sqrt{14}}{7} + \frac{4\sqrt{15}}{15} + \frac{\sqrt{105}}{10}\right) : 2\left(\frac{4\sqrt{15}}{15} + \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right) \approx 0.98$.

Теореми доведено.

.

3.4.4. Порівняння характеристик P-зважених діаграм. Випишемо порівняльні таблиці для несерійних діаграм Динкіна E_6, E_7, E_8 відносно стандартної відстані $\mathbb{E}$ (кожному ребру відповідає 1), відстані pld^+ та eld (які пов'язані відповідно з поточково-локальною і реберно-локальною деформаціями). Порівнюються центри діаграм (як номери вершин відносно природної нумерації) та відношення діаметра до двох радіусів.

Зауважимо, що (як і раніше) ми виписуємо дроби з точністю до другого знаку, а у випадку, коли числа, записані з такою точністю збігаються, розглядаємо і третій знак.

Спочатку випишемо таблицю порівняння центрів.

C	$\mathbb{E}$	pld^+	eld
E_6	3	3	3
E_7	$3, 4$	3	4
E_8	4	4	4

Як видно із таблиці, на відміну від стандартної відстані, відстані пов'язані з поточково-локальною та реберно-локальною деформаціями забезпечують єдиний центр для кожної діаграми — відповідно 3 і 4 (а відносно стандартної відстані центрами є і 3, і 4).

Порівняємо тепер відношення діаметра до двох радіусів.

$D/2R$	$\mathbb{E}$	pld^+	eld
E_6	1	1	1
E_7	≈ 0.83	≈ 0.84	≈ 0.85
E_8	1	≈ 0.976	≈ 0.979

Як видно із таблиці, відстань eld (яка пов'язана з реберно-локальною деформацією) краща за відстань pld^+ (яка пов'язана з поточново-локальною деформацією) у тому сенсі, що відношення діаметра до двох радіусів ближче до одиниці (в усіх випадках). Порівняти (у вказаному сенсі) ці відстані зі стандарною відстанню $\mathbb{E}$ не можна. Мабуть, первопричина цього в тому, що E_7 має два центри відносно стандарної відстані.

3.5. Висновки до розділу

У цьому розділі описано цілочислові P-визначальні поліноми та P-граничні числа несерійних діаграм Динкіна відносно реберно-локальних деформацій. У кожному з випадків обчислено геометричні інваріанти — діаметри, радіуси, центри, тощо. Такі ж інваріанти обчислено у випадку P-зважених графів відносно поточково-лоукальних деформацій.

Результати цього розділу опубліковані в роботах [85] – [89].

Розділ 4

РЕБЕРНО-ЛОКАЛЬНІ ДЕФОРМАЦІЇ КВАДРАТИЧНИХ ФОРМ ТІТСА НЕСЕРІЙНИХ ЧАСТКОВО ВПОРЯДКОВАНИХ МНОЖИН (ЗАГАЛЬНИЙ ВИПАДОК)

Основні означення, які стосуються реберно-локальних деформацій квадратичних форм, приведені в п. 1.5. Відносно квадратичної форми Тітса частково впорядкованих множин див. п. 1.3.

Ми розглядаємо задачу про опис цілочислових P-визначальних поліномів $Z\Delta_Q^{(p,q)}$, $p, q \in S$ $(p < q)$, квадратичної форми Тітса $Q = q_S(z)$ для частково впорядкованої множини S, коли ця форма додатна, а сама множина несерійна. Несерійні частково впорядковані множини з додатною формою Тітса, які вказані в таблиці 1 (див. 1.3), будемо позначати через S_i, де i пробігає вказані в таблиці номери.

Викладення матеріалу цього розділу наступне.

У підрозділі 4.1 описується всі цілочислові P-визначальні поліноми для несерійних частково впорядкованих множин з вузловими елементами.

У підрозділі 4.2 показано, що загальний випадок хводиться до випадку, розглянутому в 4.1.

У підрозділі 4.3 приведено загальні наслідки із викладеного в 4.1 та 4.2.

4.1. Опис цілочислових P-визначальних поліномів для несерійних частково впорядкованих множин з вузловими елементами

У цьому підрозділі описується всі цілочислові P-визначальні поліноми для для несерійних частково впорядкованих множин з вузловими елементами. Нагадаємо, що вузловим називається елемент, який порівняльний з усіма іншими.

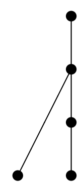
Як і раніше, "цілочисловий P-визначальний поліном квадратичної форми Тітса $q_S(z)$ для $z_p z_q$" будемо говорити "цілочисловий P-визначальний поліном частково впорядкованої множини S для p і q". Всі цілочислові P-визначальні поліноми для S будемо записувати у вигляді симетричної матриці з нульовими елементами на головній діагоналі, в якій на місці (p, q) і (q, p) стоїть цілочисловий P-визначальний поліном для p і q, якщо $p < q$, і елемент 0, якщо p і q непорівняльні. Таку матрицю називатимемо матрицею цілочислових P-визначальних поліномів для S і позначатимемо через $ZDP(S)$.

Очевидно, що якщо існує бієктивне відображення між частково впорядкованими множинами S і T, яке зберігає порівняльність елементів, то матриці $ZDP(S)$ і $ZDP(T)$, однакові з точністю до (однієї і тієї) перестановки рядків та стовпців. Оскільки таке відображення існує для дуальних частково впорядкованих множин, а також для пар множин S_i, $S_{i'}$ і S_i, $S_{i''}$ (див. 1.3), то для опису всіх P-визначальних поліномів несерійних частково впорядкованих множин з додатною формою Тітса, що мають вузлові елементи, достатньо розглянути частково впорядковані множини, які мають один максимальний елемент (тоді він є вузловим) і більше одного мінімальних елементів.

Сукупність всіх таких множин S_j позначимо через $\mathcal{P}_0$ (згідно таблиці 1 всі вони мають ширину 2). При цьому за номери таких множин беремо номери із загальної таблиці 1; аналогічно нумеруємо і відповідні випадки в теоремі, до формулювання якої ми переходимо.

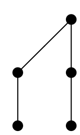
Теорема 4.1. *Цілочислові матриці P-визначальних поліномів $ZDP(S_i)$ для частково впорядкованих множин $S_i \in \mathcal{P}_0$ мають наступний вигляд:*

1)



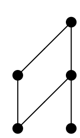
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 5t^2-4t-4 & 5t^2-4t-4 \\ 0 & 0 & 5t^2-12t+4 & 4t^2-4t-3 & 4t^2-4t-3 \\ 0 & 5t^2-12t+4 & 0 & 4t^2-4t-3 & 4t^2-4t-3 \\ 5t^2-4t-4 & 4t^2-4t-3 & 4t^2-4t-3 & 0 & 5t^2-12t+4 \\ 5t^2-4t-4 & 4t^2-4t-3 & 4t^2-4t-3 & 5t^2-12t+4 & 0 \end{pmatrix}$$

4)



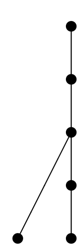
$$\begin{pmatrix} 0 & 5t^2-12t+4 & 0 & 0 & 5t^2-4t-4 \\ 5t^2-12t+4 & 0 & 0 & 0 & 5t^2-4t-4 \\ 0 & 0 & 0 & 5t^2-12t+4 & 5t^2-4t-4 \\ 0 & 0 & 5t^2-12t+4 & 0 & 5t^2-4t-4 \\ 5t^2-4t-4 & 5t^2-4t-4 & 5t^2-4t-4 & 5t^2-4t-4 & 0 \end{pmatrix}$$

5)



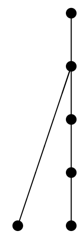
$$\begin{pmatrix} 0 & 5t^2-8t & 0 & 4t^2-4t-3 & 5t^2-8t \\ 5t^2-8t & 0 & 0 & 0 & 4t^2-4t-3 \\ 0 & 0 & 0 & 5t^2-8t & 4t^2-4t-3 \\ 4t^2-4t-3 & 0 & 5t^2-8t & 0 & 5t^2-8t \\ 5t^2-8t & 4t^2-4t-3 & 4t^2-4t-3 & 5t^2-8t & 0 \end{pmatrix}$$

6)



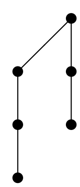
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 3t^2-3t-1 & 3t^2-3t-1 & 3t^2-3t-1 \\ 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 \\ 0 & 3t^2-8t+4 & 0 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 \\ 3t^2-3t-1 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 0 & 2t^2-5t+2 & 2t^2-5t+2 \\ 3t^2-3t-1 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-5t+2 & 0 & 2t^2-5t+2 \\ 3t^2-3t-1 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-5t+2 & 2t^2-5t+2 & 0 \end{pmatrix}$$

8)



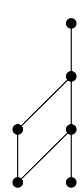
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 3t^2-2t-2 & 3t^2-2t-2 \\ 0 & 0 & 2t^2-5t+2 & 2t^2-5t+2 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 \\ 0 & 2t^2-5t+2 & 0 & 2t^2-5t+2 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 \\ 0 & 2t^2-5t+2 & 2t^2-5t+2 & 0 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 \\ 3t^2-2t-2 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 0 & 3t^2-8t+4 \\ 3t^2-2t-2 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 3t^2-8t+4 & 0 \end{pmatrix}$$

13)



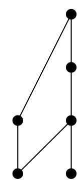
$$\begin{pmatrix} 0 & 2t^2-5t+2 & 2t^2-5t+2 & 0 & 0 & 3t^2-3t-1 \\ 2t^2-5t+2 & 0 & 2t^2-5t+2 & 0 & 0 & 3t^2-3t-1 \\ 2t^2-5t+2 & 2t^2-5t+2 & 0 & 0 & 0 & 3t^2-3t-1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-2t-2 \\ 0 & 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-2t-2 \\ 3t^2-3t-1 & 3t^2-3t-1 & 3t^2-3t-1 & 3t^2-2t-2 & 3t^2-2t-2 & 0 \end{pmatrix}$$

14)



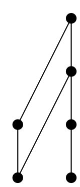
$$\begin{pmatrix} 0 & 3t^2-6t+2 & 0 & 2t^2-3t & 2t^2-3t & 2t^2-3t \\ 3t^2-6t+2 & 0 & 0 & 0 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 \\ 0 & 0 & 0 & 3t^2-6t+2 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 \\ 2t^2-3t & 0 & 3t^2-6t+2 & 0 & 2t^2-3t & 2t^2-3t \\ 2t^2-3t & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-3t & 0 & 2t^2-5t+2 \\ 2t^2-3t & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-3t & 2t^2-5t+2 & 0 \end{pmatrix}$$

16)



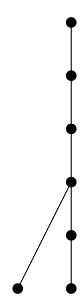
$$\begin{pmatrix} 0 & 3t^2-4t & 0 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 3t^2-6t+2 \\ 3t^2-4t & 0 & 0 & 0 & 0 & 2t^2-2t-1 \\ 0 & 0 & 0 & 2t^2-3t & 2t^2-3t & 2t^2-3t \\ 2t^2-2t-1 & 0 & 2t^2-3t & 0 & 2t^2-5t+2 & 2t^2-3t \\ 2t^2-2t-1 & 0 & 2t^2-3t & 2t^2-5t+2 & 0 & 2t^2-3t \\ 3t^2-6t+2 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-3t & 2t^2-3t & 2t^2-3t & 0 \end{pmatrix}$$

18)



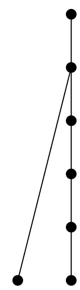
$$\begin{pmatrix} 0 & 3t^2-6t+2 & 0 & 0 & 2t^2-2t-1 & 3t^2-4t \\ 3t^2-6t+2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2t^2-2t-1 \\ 0 & 0 & 0 & 2t^2-5t+2 & 2t^2-3t & 2t^2-2t-1 \\ 0 & 0 & 2t^2-5t+2 & 0 & 2t^2-3t & 2t^2-2t-1 \\ 2t^2-2t-1 & 0 & 2t^2-3t & 2t^2-3t & 0 & 3t^2-6t+2 \\ 3t^2-4t & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 2t^2-2t-1 & 3t^2-6t+2 & 0 \end{pmatrix}$$

21)



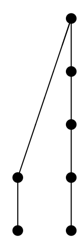
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 7t^2-8t & 7t^2-8t & 7t^2-8t & 7t^2-8t \\ 0 & 0 & 7t^2-20t+12 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 \\ 0 & 7t^2-20t+12 & 0 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 \\ 7t^2-8t & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 \\ 7t^2-8t & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 \\ 7t^2-8t & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-8t+4 \\ 7t^2-8t & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 0 \end{pmatrix}$$

24)



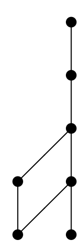
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7t^2-4t-4 & 7t^2-4t-4 \\ 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 \\ 0 & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 \\ 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-8t+4 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 \\ 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 0 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 \\ 7t^2-4t-4 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 0 & 7t^2-20t+12 \\ 7t^2-4t-4 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 7t^2-20t+12 & 0 \end{pmatrix}$$

28)



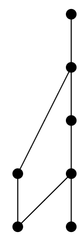
$$\begin{pmatrix} 0 & 7t^2-20t+12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7t^2-4t-4 \\ 7t^2-20t+12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7t^2-4t-4 \\ 0 & 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 7t^2-8t \\ 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 7t^2-8t \\ 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-8t+4 & 7t^2-8t \\ 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 0 & 7t^2-8t \\ 7t^2-4t-4 & 7t^2-4t-4 & 7t^2-8t & 7t^2-8t & 7t^2-8t & 7t^2-8t & 0 \end{pmatrix}$$

31)



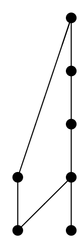
$$\begin{pmatrix} 0 & 7t^2-16t+8 & 0 & 4t^2-8t+3 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-4t \\ 7t^2-16t+8 & 0 & 0 & 0 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 \\ 0 & 0 & 0 & 7t^2-16t+8 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 \\ 4t^2-8t+3 & 0 & 7t^2-16t+8 & 0 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-4t \\ 3t^2-4t & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 3t^2-4t & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 \\ 3t^2-4t & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 3t^2-4t & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-8t+4 \\ 3t^2-4t & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 3t^2-4t & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 0 \end{pmatrix}$$

33)



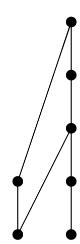
$$\begin{pmatrix} 0 & 7t^2-12t+4 & 0 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 4t^2-8t+3 & 4t^2-8t+3 \\ 7t^2-12t+4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 \\ 0 & 0 & 0 & 4t^2-8t+3 & 4t^2-8t+3 & 3t^2-4t & 3t^2-4t \\ 3t^2-4t & 0 & 4t^2-8t+3 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-4t & 3t^2-4t \\ 3t^2-4t & 0 & 4t^2-8t+3 & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-4t & 3t^2-4t \\ 4t^2-8t+3 & 4t^2-4t-1 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 0 & 3t^2-8t+4 \\ 4t^2-8t+3 & 4t^2-4t-1 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-8t+4 & 0 \end{pmatrix}$$

36)



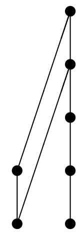
$$\begin{pmatrix} 0 & 7t^2-8t & 0 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 7t^2-16t+8 \\ 7t^2-8t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4t^2-4t-1 \\ 0 & 0 & 0 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 4t^2-8t+3 \\ 4t^2-4t-1 & 0 & 3t^2-4t & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-4t \\ 4t^2-4t-1 & 0 & 3t^2-4t & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-4t \\ 4t^2-4t-1 & 0 & 3t^2-4t & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-4t \\ 7t^2-16t+8 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-8t+3 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 0 \end{pmatrix}$$

38)



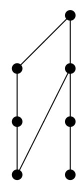
$$\begin{pmatrix} 0 & 7t^2-12t+4 & 0 & 0 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 7t^2-12t+4 \\ 7t^2-12t+4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3t^2-4t \\ 0 & 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-4t \\ 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-4t \\ 4t^2-4t-1 & 0 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 0 & 3t^2-8t+4 & 4t^2-8t+3 \\ 4t^2-4t-1 & 0 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-8t+4 & 0 & 4t^2-8t+3 \\ 7t^2-12t+4 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 4t^2-8t+3 & 4t^2-8t+3 & 0 \end{pmatrix}$$

40)



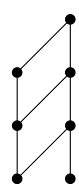
$$\begin{pmatrix}
0 & 7t^2-16t+8 & 0 & 0 & 0 & 4t^2-4t-1 & 7t^2-8t \\
7t^2-16t+8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4t^2-4t-1 \\
0 & 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-4t & 4t^2-4t-1 \\
0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-4t & 4t^2-4t-1 \\
0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 3t^2-8t+4 & 0 & 3t^2-4t & 4t^2-4t-1 \\
4t^2-4t-1 & 0 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 0 & 7t^2-16t+8 \\
7t^2-8t & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 7t^2-16t+8 & 0
\end{pmatrix}$$

44)



$$\begin{pmatrix}
0 & 4t^2-8t+3 & 4t^2-8t+3 & 0 & 0 & 3t^2-4t & 7t^2-12t+4 \\
4t^2-8t+3 & 0 & 3t^2-8t+4 & 0 & 0 & 0 & 4t^2-4t-1 \\
4t^2-8t+3 & 3t^2-8t+4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4t^2-4t-1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 4t^2-8t+3 & 4t^2-4t-1 \\
0 & 0 & 0 & 3t^2-8t+4 & 0 & 4t^2-8t+3 & 4t^2-4t-1 \\
3t^2-4t & 0 & 0 & 4t^2-8t+3 & 4t^2-8t+3 & 0 & 7t^2-12t+4 \\
7t^2-12t+4 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 4t^2-4t-1 & 7t^2-12t+4 & 0
\end{pmatrix}$$

45)



$$\begin{pmatrix}
0 & 4t^2-8t+3 & 3t^2-4t & 0 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 4t^2-8t+3 \\
4t^2-8t+3 & 0 & 4t^2-8t+3 & 0 & 0 & 3t^2-4t & 3t^2-4t \\
3t^2-4t & 4t^2-8t+3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3t^2-4t \\
0 & 0 & 0 & 0 & 4t^2-8t+3 & 3t^2-4t & 3t^2-4t \\
3t^2-4t & 0 & 0 & 4t^2-8t+3 & 0 & 4t^2-8t+3 & 3t^2-4t \\
3t^2-4t & 3t^2-4t & 0 & 3t^2-4t & 4t^2-8t+3 & 0 & 4t^2-8t+3 \\
4t^2-8t+3 & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 3t^2-4t & 4t^2-8t+3 & 0
\end{pmatrix}$$

Доведення теореми 4.1.

Нехай $S_i \in \mathcal{P}_0$ і $n = |S_i|$. Помножена на 2 матриця квадратичної форми $q_{S_i}^{(p,q)}(z,t)$ — це симетрична матриця розміру $(n+1) \times (n+1)$ вигляду

$$M_i^{(p,q)}(t) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 \\ -1 & 2 & * & \dots & * & * \\ -1 & * & 2 & \dots & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -1 & * & * & \dots & 2 & * \\ -1 & * & * & \dots & * & 2 \end{pmatrix}$$

(перший рядок і стовпець відповідають змінній z_0, тобто мають номер 0); тут на місцях (p,q) і (q,p) стоїть параметр t, а на решті місць (s,k), $s \neq k, s, k \neq 0$, стоїть 1 або 0 в залежності від того, порівняльні s і k чи ні. Оскільки S_i — частково впорядкована множина з додатною формою Тітса, то за критерієм Сільвестра всі симетричні мінори матриці $M_i^{(p,q)}(1)$ (тобто її головні мінори, а також головні мінори будь-якої матриці, яка отримана з матриці $M_i^{(p,q)}(1)$ однаковою перестановкою рядків та стовпців) є додатними. Переставимо (однаковим чином) рядки і стопці матриці $M_i^{(p,q)}(t)$ так, щоб p-ий і q-ий рядки стали відповідно n-им і $n+1$-им (а значить аналогічна умова буде виконуватися і для стовпців). Тоді всі головні мінори нової матриці, не рахуючи мінора (найбільшого) порядку $n+1$, будуть додатними. Значить (знову за критерієм Сільвестра) P-визначальний поліном (частково впорядкованої множини S_i) для p і q дорівнює, з точністю до постійного множника визначнику матриці $M_i^{(p,q)}(t)$.

Переходимо безпосередньо до доведення теореми.

1) Частково впорядкованій множині S_1 відповідає матриця

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 4$.

Матриця

$$D_1^{(1,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & t & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & t & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

після t-стандартної перестановки її рядків (яка є парною) має наступний вигляд:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & t & 1 \\ -1 & t & 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Зробивши з рядками цієї матриці послідовно перетворення $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1], [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1], [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1], [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1], [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1], [3]-[2]; [4]-(-1)\cdot[2], [5]-(-3)\cdot[2], [6]-(-2t+1)\cdot[2], [4]-(-2)\cdot[3], [5]-(-4)\cdot[3], [6]-(-3t+1)\cdot[3], [5]-\frac{5}{3}\cdot[4], [6]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4], [6]-\frac{-t+4}{3t-2}\cdot[5]$, отримуємо (верхньо) трикутну матрицю

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3t-2}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-5t^2+4t+4}{3t-2} \end{pmatrix}.$$

Отже, визначник матриці $D_1^{(1,4)}$ дорівнює (з урахуванням парності перестановки рядків на першому кроці) $2 \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot (-1) \cdot 3 \cdot \frac{3t-2}{3} \cdot \frac{-5t^2+4t+4}{3t-2} = -5t^2 + 4t + 4$. Значить цілочисловий визначальний поліном $Z\Delta_1^{(1,4)}$, що відповідає парі порівняльних елементів $1 \prec 4$ дорівнює $5t^2 - 4t - 4$.

Запишемо це доведення в скороченому вигляді наступним чином.

Матриця $D_1^{(1,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 3, \frac{3t-2}{3}, \frac{-5t^2+4t+4}{3t-2}$. Значить $Z\Delta_1^{(1,4)} = 5t^2 - 4t - 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - (-3) \cdot [2]; [6] - (-2t + 1) \cdot [2]; [4] - (-2) \cdot [3]; [5] - (-4) \cdot [3]; [6] - (-3t + 1) \cdot [3]; [5] - \frac{5}{3} \cdot [4]; [6] - \frac{4t-1}{3} \cdot [4]; [6] - \frac{-t+4}{3t-2} \cdot [5]$.

Надалі для всіх випадків ми приводимо скорочне доведення, а не діагональні елементи заключної матриці (які не впливають на доведення) вкажемо в додатку до основного тексту дисертації.

Випадок $1 \prec 5$.

Матриця $D_1^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 3, -\frac{4}{3}, \frac{-5t^2+4t+4}{4}$. Значить $Z\Delta_1^{(1,5)} = 5t^2 - 12t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] -$

$[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-(-3)\cdot[2]; [6]-(-2t+1)\cdot[2]; [4]-(-2)\cdot[3]; [5]-(-4)\cdot[3]; [6]-(-3t+1)\cdot[3]; [5]-\frac{5}{3}\cdot[4]; [6]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4]; [6]-\frac{5t-2}{4}\cdot[5]$.

Випадок $2\prec 3$.

Матриця $D_1^{(2,3)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{2}{3},t-2,1,\frac{-5t+3}{2}$. Значить $Z\Delta_1^{(2,3)}=5t^2-12t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-\frac{3t-2}{2}\cdot[3]; [4]+[5]; [5]-[4]; [6]-(-1)\cdot[4]; [6]-(-2t-1)\cdot[5]$.

Випадок $2\prec 4$.

Матриця $D_1^{(2,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{1}{3},-2,\frac{2t-1}{2},\frac{-4t^2+4t+3}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_1^{(2,3)}=4t^2-4t-3$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-4\cdot[3]; [6]-(3t-1)\cdot[3]; [5]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [6]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-\frac{2}{2t-1}\cdot[5]$.

Випадок $2\prec 5$.

Матриця $D_1^{(2,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{1}{3},-2,-2,\frac{-4t^2+4t+3}{4}$. Значить $Z\Delta_1^{(2,5)}=4t^2-4t-3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-4\cdot[3]; [6]-(3t-1)\cdot[3]; [5]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [6]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-\frac{2t-1}{2}\cdot[5]$.

Випадок $3\prec 4$.

Матриця $D_1^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{2},\frac{2t-1}{2},\frac{-4t^2+4t+3}{2t-1}$. Значить

$Z\Delta_1^{(3,4)} = 4t^2 - 4t - 3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [6]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-\frac{2}{2t-1}\cdot[5]$.

Випадок $3 \prec 5$.

Матриця $D_1^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, -2, \frac{-4t^2+4t+3}{4}$. Значить $Z\Delta_1^{(3,5)} = 4t^2 - 4t - 3$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [6]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-\frac{2t-1}{2}\cdot[5]$.

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_1^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{-5t^2+12t-4}{4}$. Значить $Z\Delta_1^{(4,5)} = 5t^2 - 12t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{5t-6}{4}\cdot[5]$.

4) Частково впорядкованій множині S_4 відповідає матриця

$$A_4 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 2$.

Матриця $D_4^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, t-2, 2, -\frac{3}{2}, \frac{-5t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_4^{(1,2)} = 5t^2 - 12t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - (-3) \cdot [2]; [6] - (-2t+1) \cdot [2]; [3] + [5]; [5] - [3]; [6] - (-1) \cdot [3]; [5] - \frac{1}{2} \cdot [4]; [6] - \frac{3t+1}{2} \cdot [4]; [6] - \frac{t-1}{3} \cdot [5]$.

Випадок $1 \prec 5$.

Матриця $D_4^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, -1, 6, \frac{-5t^2+4t+4}{6}$. Значить $Z\Delta_4^{(1,5)} = 5t^2 - 4t - 4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1) \cdot [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - 3 \cdot [2]; [6] - (2t-1) \cdot [2]; [4] - [3]; [5] - (-4) \cdot [3]; [6] - (-3t+2) \cdot [3]; [5] - (-5) \cdot [4]; [6] - (-4t+2) \cdot [4]; [6] - \frac{5t-2}{3} \cdot [5]$.

Випадок $2 \prec 5$.

Матриця $D_4^{(2,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -1, 6, \frac{-5t^2+4t+4}{6}$. Значить $Z\Delta_4^{(2,5)} = 5t^2 - 4t - 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-frac13) \cdot [2]; [4] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [5] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [6] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - [3]; [5] - (-4) \cdot [3]; [6] - (-3t+2) \cdot [3]; [5] - (-5) \cdot [4]; [6] - (-4t+2) \cdot [4]; [6] - \frac{5t-2}{6} \cdot [5]$.

Випадок $3 \prec 4$.

Матриця $D_4^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, t-2, \frac{-5t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_4^{(3,4)} = 5t^2 - 12t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім

$[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-frac13\cdot[2];[4]-\frac{1}{3}\cdot[2];[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[4]-\frac{1}{4}\cdot[3];[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[5]-\frac{5}{3}\cdot[4];[6]-\frac{4t-3}{3}\cdot[4];[6]-(-1)\cdot[5].$

Випадок $3 \prec 5$.

Матриця $D_4^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -6, \frac{-5t^2+4t+4}{6}$. Значить $Z\Delta_4^{(3,5)} = 5t^2-4t-4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-frac13\cdot[2];[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[6]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[6]-\frac{1}{4}\cdot[3];[5]-5\cdot[4];[6]-(4t-1)\cdot[4];[6]-\frac{5t-2}{6}\cdot[5].$

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_4^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{-5t^2+4t+4}{6}$. Значить $Z\Delta_4^{(4,5)} = 5t^2-4t-4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-frac13\cdot[2];[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[6]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[6]-\frac{1}{4}\cdot[3];[5]-\frac{1}{5}\cdot[4];[6]-\frac{3}{5}\cdot[4];[6]-\frac{5t-2}{6}\cdot[5].$

5) Частково впорядкованій множині S_5 відповідає матриця

$$A_5 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 2$.

Матриця $D_5^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 2, t-2, \frac{-5t^2+8t}{2t-4}$. Значить

$Z\Delta_5^{(1,2)} = 5t^2 - 8t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-1) \cdot [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - (-3) \cdot [2]; [6] - (-2t+1) \cdot [2]; [5] - (-t+2) \cdot [3]; [6] - (t-2) \cdot [3]; [5] - t \cdot [4]; [6] - \frac{t+2}{2} \cdot [4]; [6] - \frac{t+2}{2} \cdot [4]; [6] - \frac{-3t+4}{2t-4} \cdot [5]$.

Випадок $1 \prec 4$.

Матриця $D_5^{(1,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 2, \frac{2t-3}{2}, -2t - 1$. Значить $Z\Delta_5^{(1,4)} = 4t^2 - 4t - 3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-1) \cdot [2]; [4] - [2]; [5] - 3 \cdot [2]; [6] - (2t-1) \cdot [2]; [4] - (-1) \cdot [3]; [5] - (-4) \cdot [3]; [6] - (-3t+1) \cdot [3]; [5] - \frac{5}{2} \cdot [4]; [6] - \frac{4t-1}{2} \cdot [4]; [6] - (-1) \cdot [5]$.

Випадок $1 \prec 5$.

Матриця $D_5^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, -\frac{4}{3}, \frac{-5t^2+8t}{4}$. Значить $Z\Delta_5^{(1,5)} = 5t^2 - 8t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-1) \cdot [2]; [4] - [2]; [5] - 3 \cdot [2]; [5] - 3 \cdot [2]; [6] - (2t-1) \cdot [2]; [4] - (-2) \cdot [3]; [5] - (-4) \cdot [3]; [6] - (-3t+2) \cdot [3]; [5] - \frac{5}{2} \cdot [4]; [6] - \frac{4t-2}{3} \cdot [4]; [6] - \frac{5t-4}{4} \cdot [5]$.

Випадок $2 \prec 5$.

Матриця $D_5^{(2,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -2, 2, \frac{-4t^2+4t+3}{4}$. Значить $Z\Delta_5^{(2,5)} = 4t^2 - 4t - 3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [4] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [5] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [6] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - 2 \cdot [3]; [5] - (-4) \cdot [3]; [6] - (-3t+2) \cdot [3]; [5] - (-\frac{5}{2}) \cdot [4]; [6] - (-2t+1) \cdot [4]; [6] - \frac{2t-1}{2} \cdot [5]$.

Випадок $3 \prec 4$.

Матриця $D_5^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{3t-4}{3}, \frac{-5t^2+8t}{3t-4}$. Значить $Z\Delta_5^{(3,4)} = 5t^2 - 8t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [5] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [6] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - (-\frac{1}{4}) \cdot [3]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [3]; [5] - \frac{5}{3} \cdot [4]; [6] - \frac{4t-2}{3} \cdot [4]; [6] - \frac{-2t+4}{3t-4} \cdot [5]$.

Випадок $3 \prec 5$.

Матриця $D_5^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2} - 2, \frac{-4t^2+4t+3}{4}$. Значить $Z\Delta_5^{(3,5)} = -4t^2 + 4t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [5] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [6] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [3]; [5] - (-\frac{1}{4}) \cdot [3]; [6] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - \frac{5}{2} \cdot [4]; [6] - \frac{4t-1}{2} \cdot [4]; [6] - \frac{2t-1}{2} \cdot [5]$.

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_5^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{-5t^2+8t}{4}$. Значить $Z\Delta_5^{(4,5)} = 5t^2 - 8t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [5] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [6] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - (-\frac{1}{4}) \cdot [3]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [3]; [6] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - \frac{2}{5} \cdot [4]; [6] - \frac{3}{5} \cdot [4]; [6] - \frac{5t-4}{4} \cdot [5]$.

6) Частково впорядкованій множині S_6 відповідає матриця

$$A_6 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 4$.

Матриця $D_6^{(1,4)}$ = перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 3, \frac{3t-2}{3}, 1, \frac{-6t^2+6t+2}{3t-2}$. Значить

$Z\Delta_6^{(1,4)} = 6t^2 - 6t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - (-1) \cdot [2]; [6] - (-3) \cdot [2]; [7] - (-2t+1) \cdot [2]; [4] - (-2) \cdot [3]; [5] - (-2) \cdot [3]; [6] - (-4) \cdot [3]; [7] - (-3t+1) \cdot [3]; [5] - [4]; [6] - \frac{5}{3} \cdot [4]; [7] - \frac{4t-1}{3} \cdot [4]; [5] + [6]; [6] - [5]; [7] - \frac{-t+4}{3t-2} \cdot [5]; [7] - \frac{-5t^2+3t+8}{3t-2} \cdot [6]$.

Випадок $1 \prec 5$.

Матриця $D_6^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{-5t^2+4t+4}{4}, \frac{6t^2-6t-2}{5t^2-4t-4}$. Значить $Z\Delta_6^{(1,5)} = 6t^2 - 6t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{3})[2]; [4] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [5] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [6] - \frac{2t-1}{3} \cdot [2]; [7] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - \frac{1}{2} \cdot [3]; [6] - \frac{t+1}{4} \cdot [3]; [7] - \frac{1}{2} \cdot [3]; [5] - \frac{2}{5} \cdot [4]; [6] - \frac{t+1}{5} \cdot [4]; [7] - \frac{2}{5} \cdot [4]; [6] - \frac{-3t+2}{4} \cdot [5]; [7] - (-\frac{1}{4}) \cdot [5]; [7] - \frac{3t-2}{5t^2-4t-4} \cdot [6]$.

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_6^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 3, -1, -1, \frac{-6t^2+6t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_6^{(1,6)} = 6t^2 - 6t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-(-1)\cdot[2]; [6]-(-3)\cdot[2]; [7]-(-2t+1)\cdot[2]; [4]-(-2)\cdot[3]; [5]-(-2)\cdot[3]; [6]-(-4)\cdot[3]; [7]-(-3t+1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{5}{3}\cdot[4]; [7]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4]; [6]-\frac{4}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{5t-2}{3}\cdot[5]; [7]-(2t-1)\cdot[6]$.

Випадок $2 \prec 3$.

Матриця $D_6^{(2,3)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, t-2, -1, -1, -3t+2$. Значить $Z\Delta_6^{(2,3)} = 6t^2 - 16t + 8$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-[3]; [6]-2\cdot[3]; [7]-\frac{3t-2}{2}\cdot[3]; [6]-(-1)\cdot[4]; [7]-(-1)\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[5]; [7]-(2t+1)\cdot[5]; [7]-\frac{t-4}{2}\cdot[6]$.

Випадок $2 \prec 4$.

Матриця $D_6^{(2,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -2, \frac{2t-1}{2}, 1, \frac{-4t^2+4t+2}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_6^{(2,4)} = 4t^2 - 4t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-4\cdot[3]; [7]-(3t-1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [7]-(2t-1)\cdot[4]; [5]+[6]; [6]-[5]; [7]-\frac{2}{2t-1}\cdot[5]; [7]-\frac{-4t^2+4t+5}{2t-1}\cdot[6]$.

Випадок $2 \prec 5$.

Матриця $D_6^{(2,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -2, -1, \frac{2t-1}{2}, \frac{-4t^2+4t+2}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_6^{(2,5)} = 4t^2 - 4t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-4\cdot[3]; [7]-(3t-1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [7]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-\frac{2}{2t-1}\cdot[6]$.

Випадок $2 \prec 6$.

Матриця $D_6^{(2,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -2, -1, -\frac{3}{2}, \frac{-4t^2+4t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_6^{(2,6)} = 4t^2-4t-2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-4\cdot[3]; [7]-(3t-1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [7]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-\frac{4t-2}{3}\cdot[6]$.

Випадок $3 \prec 4$.

Матриця $D_6^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2t-1}{2}, 1, \frac{-4t^2+4t+2}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_6^{(3,4)} = 4t^2-4t-2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [7]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[5]; [6]-[5]; [7]-\frac{2}{2t-1}\cdot[5]; [7]-\frac{-4t^2+4t+5}{2t-1}\cdot[6]$.

Випадок $3 \prec 5$.

Матриця $D_6^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, -1, \frac{2t-1}{2}, \frac{-4t^2+4t+2}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_6^{(3,5)} = 4t^2-4t-2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot$

$[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[4]-\frac{1}{3}\cdot[2];[5]-\frac{1}{3}\cdot[2];[6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[7]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{2}\cdot[3];[5]-\frac{1}{2}\cdot[3];[6]-\frac{1}{4}\cdot[3];[7]-\frac{1}{2}\cdot[3];[5]-[4];[6]-\frac{5}{2}\cdot[4];[7]-(2t-1)\cdot[4];[6]-2\cdot[5];[7]-(2t-1)\cdot[5];[7]-\frac{2}{2t-1}\cdot[6]$.

Випадок $3\prec 6$.

Матриця $D_6^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{2},-1,-\frac{3}{2},\frac{-4t^2+4t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_6^{(3,6)}=4t^2-4t-2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[4]-\frac{1}{3}\cdot[2];[5]-\frac{1}{3}\cdot[2];[6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[7]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{2}\cdot[3];[5]-\frac{1}{2}\cdot[3];[6]-\frac{1}{4}\cdot[3];[7]-\frac{1}{2}\cdot[3];[5]-[4];[6]-\frac{5}{2}\cdot[4];[7]-(2t-1)\cdot[4];[6]-2\cdot[5];[7]-(2t-1)\cdot[5];[7]-\frac{4t-2}{3}\cdot[6]$.

Випадок $4\prec 5$.

Матриця $D_6^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},-\frac{1}{5},t-2,4t-2$. Значить $Z\Delta_6^{(4,5)}=4t^2-10t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[5]-\frac{1}{3}\cdot[2];[6]-\frac{1}{3}\cdot[2];[7]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{4}\cdot[3];[5]-\frac{1}{2}\cdot[3];[6]-\frac{1}{2}\cdot[3];[7]-\frac{1}{2}\cdot[3];[5]-\frac{2}{5}\cdot[4];[6]-\frac{2}{5}\cdot[4];[7]-\frac{2}{5}\cdot[4];[6]-(-4)\cdot[5];[7]-(-5t+6)\cdot[5];[7]-(-1)\cdot[6]$.

Випадок $4\prec 6$.

Матриця $D_6^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},-\frac{1}{5},3,\frac{-4t^2+10t-4}{3}$. Значить $Z\Delta_6^{(4,6)}=4t^2-10t+4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[5]-\frac{1}{3}\cdot[2];[6]-\frac{1}{3}\cdot[2];[7]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{4}\cdot[3];[5]-\frac{1}{2}\cdot[3];[6]-\frac{1}{2}\cdot[3];[7]-\frac{1}{2}\cdot[3];[5]-\frac{2}{5}\cdot[4];[6]-\frac{2}{5}\cdot[4];[7]-$

$\frac{2}{5}\cdot[4]$; $[6]-(-4)\cdot[5]$; $[7]-(-5t+6)\cdot[5]$; $[7]-\frac{4t-5}{3}\cdot[6]$.

Випадок $5 \prec 6$.

Матриця $D_6^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{-4t^2+10t-4}{3}$. Значить $Z\Delta_6^{(5,6)} = 4t^2-10t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[5]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[6]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[7]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-\frac{1}{4}\cdot[3]$; $[5]-\frac{1}{2}\cdot[3]$; $[6]-\frac{1}{2}\cdot[3]$; $[7]-\frac{1}{2}\cdot[3]$; $[5]-\frac{2}{5}\cdot[4]$; $[6]-\frac{2}{5}\cdot[4]$; $[7]-\frac{2}{5}\cdot[4]$; $[6]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]$; $[7]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]$; $[7]-\frac{4t-5}{3}\cdot[6]$.

8) Частково впорядкованій множині S_8 відповідає матриця

$$A_8 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 5$.

Матриця $D_8^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, -1, 4, \frac{2t-1}{2}, \frac{-3t^2+2t+2}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_8^{(1,5)} = 6t^2-4t-4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-[2]$; $[4]-[2]$; $[5]-(-1)\cdot[2]$; $[6]-(-3)\cdot[2]$; $[7]-(-2t+1)\cdot[2]$; $[4]-[3]$; $[5]-(-2)\cdot[3]$; $[6]-(-4)\cdot[3]$; $[7]-(-3t+1)\cdot[3]$; $[5]-3\cdot[4]$; $[6]-(-5)\cdot[4]$; $[7]-(-4t+1)\cdot[4]$; $[6]-\frac{3}{2}\cdot[5]$; $[7]-\frac{5t-1}{4}\cdot[5]$; $[7]-\frac{-t+5}{4t-2}\cdot[6]$.

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_8^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, -1, 4, -1, \frac{-3t^2+2t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_8^{(1,6)} = 6t^2 - 4t - 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-[2]; [4]-[2]; [5]-(-1)\cdot[2]; [6]-(-3)\cdot[2]; [7]-(-2t+1)\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-(-2)\cdot[3]; [6]-(-4)\cdot[3]; [7]-(-3t+1)\cdot[3]; [5]-3\cdot[4]; [6]-(-5)\cdot[4]; [7]-(-4t+1)\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{5t-1}{4}\cdot[5]; [7]-\frac{3t-1}{2}\cdot[6]$.

Випадок $2 \prec 3$.

Матриця $D_8^{(2,3)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, t-2, -2, -1, -2t+1$. Значить $Z\Delta_8^{(2,3)} = 4t^2 - 10t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-4\cdot[3]; [7]-(3t-2)\cdot[3]; [4]+[6]; [6]-[4]; [7]-(-1)\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[5]; [7]-(2t+2)\cdot[5]; [7]-(-2)\cdot[6]$.

Випадок $2 \prec 4$.

Матриця $D_8^{(2,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -2, t-2, 1, -2t+1$. Значить $Z\Delta_8^{(2,4)} = 4t^2 - 10t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-4\cdot[3]; [7]-(3t-2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{4t-3}{2}\cdot[4]; [5]+[6]; [6]-[5]; [7]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-2t-1)\cdot[6]$.

Випадок $2 \prec 5$.

Матриця $D_8^{(2,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -1, -2, t, \frac{-2t^2+2t+1}{t}$. Значить

$Z\Delta_8^{(2,5)} = 4t^2 - 4t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{3})[2]; [4] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [5] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [6] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [7] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - [3]; [5] - 2 \cdot [3]; [6] - 4 \cdot [3]; [7] - (3t-1) \cdot [3]; [5] - 2 \cdot [4]; [6] - 5 \cdot [4]; [7] - (4t-2) \cdot [4]; [6] - 3 \cdot [5]; [7] - \frac{5t-3}{2} \cdot [5]; [7] - \frac{t+1}{2t} \cdot [6]$.

Випадок $2 \prec 6$.

Матриця $D_8^{(2,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -1, -2, -2, \frac{-2t^2+2t+1}{2}$. Значить $Z\Delta_8^{(2,6)} = 4t^2 - 4t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{3})[2]; [4] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [5] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [6] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [7] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - [3]; [5] - 2 \cdot [3]; [6] - 4 \cdot [3]; [7] - (3t-1) \cdot [3]; [5] - 2 \cdot [4]; [6] - 5 \cdot [4]; [7] - (4t-2) \cdot [4]; [6] - 3 \cdot [5]; [7] - \frac{5t-3}{2} \cdot [5]; [7] - \frac{2t-1}{2} \cdot [6]$.

Випадок $3 \prec 4$.

Матриця $D_8^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, t-2, 1, -2t+1$. Значить $Z\Delta_8^{(3,4)} = 4t^2 - 10t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{3})[2]; [4] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [5] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [6] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [7] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [4] - \frac{1}{2} \cdot [3]; [5] - \frac{1}{2} \cdot [3]; [6] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [7] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - [4]; [6] - \frac{5}{2} \cdot [4]; [7] - \frac{4t-3}{2} \cdot [4]; [5] + [6]; [6] - [5]; [7] - (-1) \cdot [5]; [7] - (-2t-1) \cdot [6]$.

Випадок $3 \prec 5$.

Матриця $D_8^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -2, t, \frac{-2t^2+2t+1}{t}$. Значить $Z\Delta_8^{(3,5)} = 4t^2 - 4t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім:

$[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-5\cdot[4]; [7]-(4t-2)\cdot[4]; [6]-3\cdot[5]; [7]-\frac{5t-3}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{t+1}{2t}\cdot[6]$.

Випадок $3 \prec 6$.

Матриця $D_8^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -2, -2, \frac{-2t^2+2t+1}{2}$. Значить $Z\Delta_8^{(3,6)} = 4t^2-4t-2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-5\cdot[4]; [7]-(4t-2)\cdot[4]; [6]-3\cdot[5]; [7]-\frac{5t-3}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{2t-1}{2}\cdot[6]$.

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_8^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{2}{5}, t, \frac{-2t^2+2t+1}{t}$. Значить $Z\Delta_8^{(4,5)} = 4t^2-4t-2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-3\cdot[5]; [7]-\frac{5t-3}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{t+1}{2t}\cdot[6]$.

Випадок $4 \prec 6$.

Матриця $D_8^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{2}{5}, -2, \frac{-2t^2+2t+1}{2}$. Значить $Z\Delta_8^{(4,6)} = 4t^2-4t-2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot$

$[2]; [4] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - \frac{1}{2} \cdot [3]; [6] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [7] - \frac{1}{2} \cdot [3]; [5] - \frac{2}{5} \cdot [4]; [6] - \frac{1}{5} \cdot [4]; [7] - \frac{2}{5} \cdot [4]; [6] - 3 \cdot [5]; [7] - \frac{5t-3}{2} \cdot [5]; [7] - \frac{2t-1}{2} \cdot [6]$.

Випадок $5 \prec 6$.

Матриця $D_8^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{2}{3}, \frac{-3t^2+8t-4}{2}$. Значить $Z\Delta_8^{(5,6)} = 6t^2 - 16t + 8$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{3})[2]; [4] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [5] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [6] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [7] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [6] - \frac{1}{2} \cdot [3]; [7] - \frac{1}{2} \cdot [3]; [5] - \frac{1}{5} \cdot [4]; [6] - \frac{2}{5} \cdot [4]; [7] - \frac{2}{5} \cdot [4]; [6] - \frac{1}{3} \cdot [5]; [7] - \frac{1}{3} \cdot [5]; [7] - \frac{3t-4}{2} \cdot [6]$.

13) Частково впорядкованій множині S_{13} відповідає матриця

$$A_{13} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 2$.

Матриця $D_{13}^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, t - 2, 1, 1, 3, \frac{-4t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_{13}^{(1,2)} = 4t^2 - 10t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-1) \cdot [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - [2]; [6] - 3 \cdot [2]; [7] - (2t - 1) \cdot [2]; [3] + [6]; [6] - [3]; [7] - (-1) \cdot [3]; [5] - (-1) \cdot [4]; [6] - (-1) \cdot [4]; [7] - (-3t - 1) \cdot [4]; [6] - (-1) \cdot [5]; [7] - (t + 1) \cdot [5]; [7] - \frac{2t-1}{3} \cdot [6]$.

Випадок $1 \prec 3$.

Матриця $D_{13}^{(1,3)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, t-2, 2, -\frac{3}{2}, \frac{-4t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_{13}^{(1,3)} = 4t^2 + 10t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-[2]; [6]-3\cdot[2]; [7]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-4)\cdot[3]; [7]-(-3t+2)\cdot[3]; [4]+[6]; [6]-[4]; [7]-(-1)\cdot[4]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{4t+1}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{2t-1}{3}\cdot[6]$.

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_{13}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, -1, 1, -1, 7, \frac{-6t^2+6t+2}{7}$. Значить $Z\Delta_{13}^{(1,6)} = 6t^2 - 6t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-(-1)\cdot[2]; [6]-3\cdot[2]; [7]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-4\cdot[3]; [7]-(3t-2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-(-5)\cdot[4]; [7]-(-4t+3)\cdot[4]; [6]-(-6)\cdot[5]; [7]-(-5t+3)\cdot[5]; [7]-\frac{6t-3}{7}\cdot[6]$.

Випадок $2 \prec 6$.

Иатриця $D_{13}^{(2,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, 1, -1, 7, \frac{-6t^2+6t+2}{7}$. Значить $Z\Delta_{13}^{(2,6)} = -6t^2 + 6t + 2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-4\cdot[3]; [7]-(3t-2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-(-5)\cdot[4]; [7]-(-4t+3)\cdot[4]; [6]-(-6)\cdot[5]; [7]-(-5t+3)\cdot[5]; [7]-\frac{6t-3}{7}\cdot[6]$.

Випадок $3 \prec 6$.

Матриця $D_{13}^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного виг-

ляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, -\frac{1}{4}, -1, 7, \frac{-6t^2+6t+2}{7}$. Значить $Z\Delta_{13}^{(3,6)} = 6t^2 - 6t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [5] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [6] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [7] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - (-\frac{1}{4}) \cdot [3]; [5] - (-\frac{1}{4}) \cdot [3]; [6] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [7] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - [4]; [6] - (-5) \cdot [4]; [7] - (-4t+3) \cdot [4]; [6] - (-6) \cdot [5]; [7] - (-5t+3) \cdot [5]; [7] - \frac{6t-3}{7} \cdot [6]$.

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_{13}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, t - 2, \frac{-3t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_{13}^{(4,5)} = 6t^2 - 16t + 8$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [5] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [6] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [7] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [4] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [6] - (-\frac{1}{4}) \cdot [3]; [7] - (-\frac{1}{4}) \cdot [3]; [5] - \frac{1}{5} \cdot [4]; [6] - (-\frac{1}{5}) \cdot [4]; [7] - (-\frac{1}{5}) \cdot [4]; [6] - \frac{3}{2} \cdot [5]; [7] - \frac{5t-4}{4} \cdot [5]; [7] - (-1) \cdot [6]$.

Випадок $4 \prec 6$.

Матриця $D_{13}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{1}{5}, -7, \frac{-6t^2+4t+4}{7}$. Значить $Z\Delta_{13}^{(4,6)} = 6t^2 - 4t - 4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [5] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [6] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [7] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - (-\frac{1}{4}) \cdot [3]; [6] - (-\frac{1}{4}) \cdot [3]; [7] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - (-\frac{1}{5}) \cdot [4]; [6] - (-\frac{1}{5}) \cdot [4]; [7] - \frac{1}{5} \cdot [4]; [6] - 6 \cdot [5]; [7] - (5t-1) \cdot [5]; [7] - \frac{6t-2}{7} \cdot [6]$.

Випадок $5 \prec 6$.

Матриця $D_{13}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{7}{6}, \frac{-6t^2+4t+4}{7}$. Значить $Z\Delta_{13}^{(5,6)} = 6t^2 - 4t - 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[7]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-\frac{1}{4}\cdot[3]$; $[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[7]-\frac{1}{4}\cdot[3]$; $[5]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]$; $[6]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]$; $[7]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[6]-\frac{1}{6}\cdot[5]$; $[7]-\frac{2}{3}\cdot[5]$; $[7]-\frac{6t-2}{7}\cdot[6]$.

14) Частково впорядкованій множині S_{14} відповідає матриця

$$A_{14}=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 2$.

Иатриця $D_{14}^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 2, t-2, 1, \frac{-3t^2+6t-2}{t-2}$. Значить $Z\Delta_{14}^{(1,2)}=6t^2-12t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-1)\cdot[2]$; $[4]-(-1)\cdot[2]$; $[5]-(-1)\cdot[2]$; $[6]-(-3)\cdot[2]$; $[7]-(-2t+1)\cdot[2]$; $[6]-(-t+2)\cdot[3]$; $[7]-(t-2)\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-t\cdot[4]$; $[7]-\frac{t+2}{2}\cdot[4]$; $[5]+[6]$; $[6]-[5]$; $[7]-\frac{-3t+4}{2t-4}\cdot[5]$; $[7]-\frac{-5t^2+5t+4}{2t-4}\cdot[6]$.

Випадок $1 \prec 4$.

Значить $D_{14}^{(1,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 2, \frac{2t-3}{2}, 1, -2t$. Значить $Z\Delta_{14}^{(1,4)}=4t^2-6t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot$

$[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-3\cdot[2]; [7]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-4)\cdot[3]; [7]-(-3t+1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{4t-1}{2}\cdot[4]; [5]+[6]; [6]-[5]; [7]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-2t-2)\cdot[6]$.

Випадок $1 \prec 5$.

Матриця $D_{14}^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, -\frac{1}{3}, t, -4t+6$. Значить $Z\Delta_{14}^{(1,5)} = 4t^2 - 6t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-3\cdot[2]; [7]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-2)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-4)\cdot[3]; [7]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-\frac{2}{3}\cdot[4]; [6]-\frac{5}{3}\cdot[4]; [7]-\frac{4t-2}{3}\cdot[4]; [6]-4\cdot[5]; [7]-(5t-4)\cdot[5]; [7]-[6]$.

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_{14}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, -\frac{1}{3}, -3, \frac{-4t^2+6t}{3}$. Значить $Z\Delta_{14}^{(1,6)} = 4t^2 - 6t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-3\cdot[2]; [7]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-2)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-4)\cdot[3]; [7]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-\frac{2}{3}\cdot[4]; [6]-\frac{5}{3}\cdot[4]; [7]-\frac{4t-2}{3}\cdot[4]; [6]-4\cdot[5]; [7]-(5t-4)\cdot[5]; [7]-\frac{4t-3}{3}\cdot[6]$.

Випадок $2 \prec 5$.

Матриця $D_{14}^{(2,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -2, 1, \frac{2t-1}{2}, \frac{-4t^2+4t+2}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{14}^{(2,5)} = 4t^2 - 4t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-3\cdot[2]; [7]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-2)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-4)\cdot[3]; [7]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-\frac{2}{3}\cdot$

$[4]; [6] - \frac{5}{3} \cdot [4]; [7] - \frac{4t-2}{3} \cdot [4]; [6] - 4 \cdot [5]; [7] - (5t-4) \cdot [5]; [7] - \frac{4t-3}{3} \cdot [6]$.

Випадок $2 \prec 6$.

Матриця $D_{14}^{(2,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -2, 1, -\frac{3}{2}, \frac{-4t^2+4t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_{14}^{(2,6)} = 4t^2 - 4t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [4] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [5] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [6] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [7] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - 2 \cdot [3]; [5] - (-1) \cdot [3]; [6] - (-4) \cdot [3]; [7] - (-3t+2) \cdot [3]; [5] - (-1) \cdot [4]; [6] - (-\frac{5}{2}) \cdot [4]; [7] - (-2t+1) \cdot [4]; [6] - 2 \cdot [5]; [7] - (2t-1) \cdot [5]; [7] - \frac{4t-2}{3} \cdot [6]$.

Випадок $3 \prec 4$.

Матриця $D_{14}^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{3t-4}{3}, 1, \frac{-6t^2+12t-4}{3t-4}$. Значить $Z\Delta_{14}^{(3,4)} = 6t^2 - 12t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [5] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [6] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [7] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [6] - (-\frac{1}{4}) \cdot [3]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [3]; [5] - [4]; [6] - (-\frac{5}{3}) \cdot [4]; [7] - \frac{4t-2}{3} \cdot [4]; [5] + [6]; [6] - [5]; [7] - \frac{-2t+4}{3t-4} \cdot [5]; [7] - \frac{-5t^2+6t+4}{3t-4} \cdot [6]$.

Випадок $3 \prec 5$.

Матриця $D_{14}^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, -1, \frac{2t-1}{2}, \frac{-4t^2+4t+2}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{14}^{(3,5)} = 4t^2 - 4t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [5] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [6] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [7] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [3]; [5] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [6] - (-\frac{1}{4}) \cdot [3]; [7] - \frac{1}{4} \cdot [3]; [5] - \frac{3}{2} \cdot [4]; [6] - \frac{5}{2} \cdot [4]; [7] - \frac{4t-1}{2} \cdot [4]; [6] - 2 \cdot [5]; [7] - (2t-1) \cdot [5]; [7] - \frac{2}{2t-1} \cdot [6]$.

Випадок $3 \prec 6$.

Матриця $D_{14}^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, -1, -\frac{3}{2}, \frac{-4t^2+4t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_{14}^{(3,6)} = 4t^2 - 4t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [6]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{4t-1}{2}\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-\frac{4t-2}{3}\cdot[6]$.

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_{14}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{1}{5}, t, -4t+6$. Значить $Z\Delta_{14}^{(4,5)} = 4t^2 - 6t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-4\cdot[5]; [7]-(5t-4)\cdot[5]; [7]-[6]$.

Випадок $4 \prec 6$.

Матриця $D_{14}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{1}{5}, -3, \frac{-4t^2+6t}{3}$. Значить $Z\Delta_{14}^{(4,6)} = 4t^2 - 6t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-4\cdot[5]; [7]-(5t-4)\cdot[5]; [7]-\frac{4t-3}{3}\cdot[6]$.

Випадок $5 \prec 6$.

Матриця $D_{14}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{-4t^2+10t-4}{3}$. Значить

$Z\Delta_{14}^{(5,6)} = 4t^2 - 10t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-\frac{4t-5}{3}\cdot[6]$.

16) Частково впорядкованій множині S_{16} відповідає матриця

$$A_{16} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 2$.

Матриця $D_{16}^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 2, 1, t-2, \frac{-3t^2+4t}{t-2}$. Значить $Z\Delta_{16}^{(1,2)} = 6t^2 - 8t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-(-1)\cdot[2]; [6]-(-3)\cdot[2]; [7]-(-2t+1)\cdot[2]; [4]-[3]; [6]-(-t+2)\cdot[3]; [7]-(t-2)\cdot[3]; [4]+[5]; [5]-[4]; [6]-t\cdot[4]; [7]-\frac{t+2}{2}\cdot[4]; [6]-(2t-2)\cdot[5]; [7]-(-t+3)\cdot[5]; [7]-\frac{-2t+2}{t-2}\cdot[6]$.

Випадок $1 \prec 4$.

Матриця $D_{16}^{(1,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, \frac{1}{3}, t-2, \frac{-4t^2+4t+2}{t-2}$. Значить $Z\Delta_{16}^{(1,4)} = -4t^2 + 4t + 2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім:

$[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-1)\cdot[2];[4]-[2];[5]-[2];[6]-3\cdot[2];[7]-(2t-1)\cdot[2];[4]-(-2)\cdot[3];[5]-(-1)\cdot[3];[6]-(-4)\cdot[3];[7]-(-3t+1)\cdot[3];[5]-\frac{2}{3}\cdot[4];[6]-\frac{5}{3}\cdot[4];[7]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4];[6]-(3t-2)\cdot[5];[7]-(-t+4)\cdot[5];[7]-\frac{-2t+2}{t-2}\cdot[6]$.

Випадок $1\prec 5$.

Матриця $D_{16}^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{1}{2},1,3,-\frac{1}{3},t-2,\frac{-4t^2+4t+2}{t-2}$. Значить $Z\Delta_{16}^{(1,5)}=4t^2-4t-2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-1)\cdot[2];[4]-[2];[5]-[2];[6]-3\cdot[2];[7]-(2t-1)\cdot[2];[4]-(-2)\cdot[3];[5]-(-1)\cdot[3];[6]-(-4)\cdot[3];[7]-(-3t+1)\cdot[3];[5]-\frac{2}{3}\cdot[4];[6]-\frac{5}{3}\cdot[4];[7]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4];[6]-4\cdot[5];[7]-(5t-2)\cdot[5];[7]-\frac{-2t+2}{t-2}\cdot[6]$.

Випадок $1\prec 6$.

Матриця $D_{16}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{1}{2},1,3,-1,-1,\frac{-6t^2+12t-4}{3}$. Значить $Z\Delta_{16}^{(1,6)}=6t^2-12t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-1)\cdot[2];[4]-[2];[5]-[2];[6]-3\cdot[2];[7]-(2t-1)\cdot[2];[4]-(-2)\cdot[3];[5]-(-2)\cdot[3];[6]-(-4)\cdot[3];[7]-(-3t+2)\cdot[3];[5]-[4];[6]-\frac{5}{3}\cdot[4];[7]-\frac{4t-2}{3}\cdot[4];[6]-\frac{4}{3}\cdot[5];[7]-\frac{5t-4}{3}\cdot[5];[7]-(2t-2)\cdot[6]$.

Випадок $2\prec 6$.

Матриця $D_{16}^{(2,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},-\frac{1}{3},-2,-1,\frac{3}{2},\frac{-4t^2+4t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_{16}^{(2,6)}=4t^2-4t-2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[4]-\frac{1}{3}\cdot[2];[5]-\frac{1}{3}\cdot[2];[6]-\frac{1}{3}\cdot[2];[7]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-$

$2\cdot[3];[5]-2\cdot[3];[6]-(-4)\cdot[3];[7]-(-3t+2)\cdot[3];[5]-[4];[6]-(-\frac{5}{2})\cdot[4];[7]-(-2t+1)\cdot[4];[6]-(-2)\cdot[5];[7]-(-2t+1)\cdot[5];[7]-\frac{4t-2}{3}\cdot[6]$.

Випадок $3\prec 4$.

Матриця $D_{16}^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{2},\frac{1}{2},2t-3,-2t$. Значить $Z\Delta_{16}^{(3,4)}=4t^2-6t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{3}\cdot[2];[5]-\frac{1}{3}\cdot[2];[6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[7]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3];[5]-\frac{1}{4}\cdot[3];[6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3];[5]-\frac{3}{2}\cdot[4];[6]-\frac{5}{2}\cdot[4];[7]-(2t-1)\cdot[4];[6]-(2t-1)\cdot[5];[7]-2\cdot[5];[7]-(-1)\cdot[6]$.

Випадок $3\prec 5$.

Матриця $D_{16}^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{2},-1,\frac{2t-3}{2},-2t$. Значить $Z\Delta_{16}^{(3,5)}=4t^2-6t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{3}\cdot[2];[5]-\frac{1}{3}\cdot[2];[6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[7]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3];[5]-\frac{1}{4}\cdot[3];[6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3];[5]-\frac{3}{2}\cdot[4];[6]-\frac{5}{2}\cdot[4];[7]-(2t-1)\cdot[4];[6]-2\cdot[5];[7]-(2t-1)\cdot[5];[7]-(-1)\cdot[6]$.

Випадок $3\prec 6$.

Матриця $D_{16}^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{2},-1,-\frac{3}{2},\frac{-4t^2+6t}{3}$. Значить $Z\Delta_{16}^{(3,6)}=4t^2-6t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{3}\cdot[2];[5]-\frac{1}{3}\cdot[2];[6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[7]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3];[6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[7]-\frac{1}{4}\cdot[3];[5]-[4];[6]-\frac{5}{2}\cdot[4];[7]-\frac{4t-1}{2}\cdot[4];[6]-2\cdot[5];[7]-(2t-1)\cdot[5];[7]-\frac{4t-3}{3}\cdot[6]$.

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_{16}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{1}{5}, t-2, -4t+2$. Значить $Z\Delta_{16}^{(4,5)} = 4t^2 - 10t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-4\cdot[5]; [7]-(5t-6)\cdot[5]; [7]-(-1)\cdot[6]$.

Випадок $4 \prec 6$.

Матриця $D_{16}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{1}{5}, 3, \frac{-4t^2+6t}{3}$. Значить $Z\Delta_{16}^{(4,6)} = 4t^2 - 6t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-(-4)\cdot[5]; [7]-(-5t+4)\cdot[5]; [7]-\frac{4t-3}{3}\cdot[6]$.

Випадок $5 \prec 6$.

Матриця $D_{16}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{-4t^2+6t}{3}$. Значить $Z\Delta_{16}^{(5,6)} = 4t^2 - 6t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-\frac{4t-3}{3}\cdot[6]$.

18) Частково впорядкованій множині S_{18} відповідає матриця

$$A_{18} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 2$.

Матриця $D_{18}^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 1, 3, \frac{3t-5}{3}, \frac{-6t^2+12t-4}{3t-5}$. Значить $Z\Delta_{18}^{(1,2)} = 6t^2 - 12t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - (-1) \cdot [2]; [6] - (-3) \cdot [2]; [7] - (-2t+1) \cdot [2]; [3] + [4]; [4] - [3]; [6] - (-t+2) \cdot [3]; [7] - (t-2) \cdot [3]; [5] - 2 \cdot [4]; [6] - (t+2) \cdot [4]; [7] - 2t \cdot [4]; [6] - \frac{3t-1}{3} \cdot [5]; [7] - \frac{t+3}{3} \cdot [5]; [7] - \frac{-4t+6}{3t-5} \cdot [6]$.

Випадок $1 \prec 5$.

Матриця $D_{18}^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, -1, 3, t-1, \frac{-4t^2+4t+2}{3t-3}$. Значить $Z\Delta_{18}^{(1,5)} = 4t^2 - 4t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-1) \cdot [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - [2]; [6] - 3 \cdot [2]; [7] - (2t-1) \cdot [2]; [4] - [3]; [5] - (-1) \cdot [3]; [6] - (-4) \cdot [3]; [7] - (-3t+1) \cdot [3]; [5] - (-2) \cdot [4]; [6] - (-5) \cdot [4]; [7] - (-4t+1) \cdot [4]; [6] - 2 \cdot [5]; [7] - \frac{5t-1}{3} \cdot [5]; [7] - \frac{-2t+4}{3t-3} \cdot [6]$.

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_{18}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, -1, 4, -1, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить

$Z\Delta_{18}^{(1,6)} = 6t^2 - 8t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-[2]; [6]-3\cdot[2]; [7]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-(-2)\cdot[3]; [6]-(-4)\cdot[3]; [7]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-(-3)\cdot[4]; [6]-(-5)\cdot[4]; [7]-(-4t+2)\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{5t-2}{4}\cdot[5]; [7]-\frac{3t-2}{2}\cdot[6]$.

Випадок $2 \prec 6$.

Матриця $D_{18}^{(2,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -1, -2, 2, \frac{-2t^2+2t+1}{2}$. Значить $Z\Delta_{18}^{(2,6)} = 4t^2 - 4t - 2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-(-4)\cdot[3]; [7]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-(-5)\cdot[4]; [7]-(-4t+2)\cdot[4]; [6]-(-3)\cdot[5]; [7]-\frac{-5t+2}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{2t-1}{2}\cdot[6]$.

Випадок $3 \prec 4$.

Матриця $D_{18}^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, t-2, 1, -2t+1$. Значить $Z\Delta_{18}^{(3,4)} = 4t^2 - 10t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [6]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{4t-3}{2}\cdot[4]; [5]+[6]; [6]-[5]; [7]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-2t-1)\cdot[6]$.

Випадок $3 \prec 5$.

Матриця $D_{18}^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -3, t-1, \frac{-4t^2+6t}{3t-3}$. Значить $Z\Delta_{18}^{(3,5)} = 4t^2 - 6t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім:

$[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-3\cdot[4]; [6]-5\cdot[4]; [7]-(4t-2)\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-\frac{5t-3}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{-t+3}{3t-3}\cdot[6]$.

Випадок $3\prec 6$.

Матриця $D_{18}^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -2, -2, \frac{-2t^2+2t+1}{2}$. Значить $Z\Delta_{18}^{(3,6)}=-4t^2+4t+2$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-5\cdot[4]; [7]-(4t-1)\cdot[4]; [6]-3\cdot[5]; [7]-\frac{5t-2}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{2t-1}{2}\cdot[6]$.

Випадок $4\prec 5$.

Матриця $D_{18}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{3}{5}, t-1, \frac{-4t^2+6t}{3t-3}$. Значить $Z\Delta_{18}^{(4,5)}=4t^2-6t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-\frac{5t-3}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{-t+3}{3t-3}\cdot[6]$.

Випадок $4\prec 6$.

Матриця $D_{18}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{2}{5}, -2, \frac{-2t^2+2t+1}{2}$. Значить $Z\Delta_{18}^{(4,6)}=4t^2-4t-2$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot$

$[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-3\cdot[5]; [7]-\frac{5t-2}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{2t-1}{2}\cdot[6]$.

Випадок $5\prec 6$.

Матриця $D_{18}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{2}{3}, \frac{-3t^2+6t-2}{2}$. Значить $Z\Delta_{18}^{(5,6)} = -6t^2+12t-4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{3t-3}{2}\cdot[6]$.

21) Частково впорядкованій множині S_{21} відповідає матриця

$$A_{21} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1\prec 4$.

Матриця $D_{21}^{(1,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 3, \frac{3t-2}{3}, -1, -1, \frac{-7t^2+8t}{3t-2}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(1,4)} = 7t^2-8t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-(-1)\cdot[2]; [6]-(-1)\cdot[2]; [7]-(-3)\cdot[2]; [8]-(-2t+1)\cdot[2]; [4]-(-2)\cdot[3]; [5]-(-2)\cdot[3]; [6]-$

$(-2)\cdot[3]$; $[7]-(-4)\cdot[3]$; $[8]-(-3t+1)\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-[4]$; $[7]-\frac{5}{3}\cdot[4]$; $[8]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4]$; $[5]+[7]$; $[7]-[5]$; $[8]-\frac{-t+4}{3t-2}\cdot[5]$; $[7]-(-1)\cdot[6]$; $[8]-\frac{5t^2-3t-8}{3t-2}\cdot[6]$; $[8]-\frac{t^2-3t+6}{3t-2}\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 5$.

Матриця $D_{21}^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 3, -1, \frac{3t-2}{3}, 1, \frac{-7t^2+8t}{3t-2}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(1,5)} = 7t^2 - 8t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-[2]$; $[4]-(-1)\cdot[2]$; $[5]-(-1)\cdot[2]$; $[6]-(-1)\cdot[2]$; $[7]-(-3)\cdot[2]$; $[8]-(-2t+1)\cdot[2]$; $[4]-(-2)\cdot[3]$; $[5]-(-2)\cdot[3]$; $[6]-(-2)\cdot[3]$; $[7]-(-4)\cdot[3]$; $[8]-(-3t+1)\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-[4]$; $[7]-\frac{5}{3}\cdot[4]$; $[8]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4]$; $[6]-[5]$; $[7]-\frac{4}{3}\cdot[5]$; $[8]-\frac{5t-2}{3}\cdot[5]$; $[6]+[7]$; $[7]-[6]$; $[8]-\frac{-t+4}{3t-2}\cdot[6]$; $[8]-\frac{-6t^2+5t+6}{3t-2}\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_{21}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 3, -1, -1, \frac{3t-2}{3}, \frac{-7t^2+8t}{3t-2}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(1,6)} = 7t^2 - 8t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-[2]$; $[4]-(-1)\cdot[2]$; $[5]-(-1)\cdot[2]$; $[6]-(-1)\cdot[2]$; $[7]-(-3)\cdot[2]$; $[8]-(-2t+1)\cdot[2]$; $[4]-(-2)\cdot[3]$; $[5]-(-2)\cdot[3]$; $[6]-(-2)\cdot[3]$; $[7]-(-4)\cdot[3]$; $[8]-(-3t+1)\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-[4]$; $[7]-\frac{5}{3}\cdot[4]$; $[8]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4]$; $[6]-[5]$; $[7]-\frac{4}{3}\cdot[5]$; $[8]-\frac{5t-2}{3}\cdot[5]$; $[7]-[6]$; $[8]-(2t-1)\cdot[6]$; $[8]-\frac{-t+4}{3t-2}\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 7$.

Матриця $D_{21}^{(1,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 3, -1, -1, -\frac{2}{3}, \frac{-7t^2+8t}{2}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(1,6)} = 7t^2 - 8t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-[2]$; $[4]-(-1)\cdot[2]$; $[5]-(-1)\cdot[2]$; $[6]-(-1)\cdot$

$[2]; [7]-(-3)\cdot[2]; [8]-(-2t+1)\cdot[2]; [4]-(-2)\cdot[3]; [5]-(-2)\cdot[3]; [6]-(-2)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-\frac{5}{3}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-\frac{4}{3}\cdot[5]; [8]-\frac{5t-2}{3}\cdot[5]; [7]-[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{7t-4}{2}\cdot[7]$.

Випадок $2\prec 3$.

Матриця $D_{21}^{(2,3)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, t-2, -1, -1, 1, \frac{-7t+6}{2}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(2,3)} = 7t^2-20t+12$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-[3]; [6]-[3]; [7]-2\cdot[3]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[3]; [4]+[7]; [7]-[4]; [8]-(-1)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-(-1)\cdot[5]; [8]-(2t+1)\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-\frac{t-4}{2}\cdot[6]; [8]-(-\frac{5t}{2})\cdot[7]$.

Випадок $2\prec 4$.

Матриця $D_{21}^{(2,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -2, \frac{2t-1}{2}, -1, -1, \frac{-4t^2+4t+1}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(2,4)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-2\cdot[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-(2t-1)\cdot[4]; [5]+[7]; [7]-[5]; [8]-\frac{2}{2t-1}\cdot[5]; [7]-(-1)\cdot[6]; [8]-\frac{4t^2-4t-5}{2t-1}\cdot[6]; [8]-\frac{3}{2t-1}\cdot[7]$.

Випадок $2\prec 5$.

Матриця $D_{21}^{(2,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -2, -1, \frac{2t-1}{2}, 1, \frac{-4t^2+4t+1}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(2,5)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot$

$[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot [2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-2\cdot[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]- (3t-1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot [5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-\frac{2}{2t-1}\cdot[6]; [8]-\frac{-4t^2+4t+4}{2t-1}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 6$.

Матриця $D_{21}^{(2,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -2, -1, -1, \frac{2t-1}{2}, \frac{-4t^2+4t+1}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(2,6)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot [1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]- \frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-2\cdot[3]; [7]-4\cdot [3]; [8]-(3t-1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-(2t-1)\cdot[4]; [6]- [5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-\frac{3}{2}\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{2}{2t-1}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 7$.

Матриця $D_{21}^{(2,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -2, -1, -1, -1, \frac{-4t^2+4t+1}{2}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(2,7)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot [1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]- \frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-2\cdot[3]; [7]-4\cdot [3]; [8]-(3t-1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-(2t-1)\cdot[4]; [6]- [5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-\frac{3}{2}\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 4$.

Матриця $D_{21}^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2t-1}{2}, -1, -1, \frac{-4t^2+4t+1}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(3,4)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім:

$[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[4]-\frac{1}{3}\cdot[2];[5]-\frac{1}{3}\cdot[2];[6]-\frac{1}{3}\cdot[2];[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[8]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{2}\cdot[3];[5]-\frac{1}{2}\cdot[3];[6]-\frac{1}{2}\cdot[3];[7]-\frac{1}{4}\cdot[3];[8]-\frac{1}{2}\cdot[3];[5]-[4];[6]-[4];[7]-\frac{5}{2}\cdot[4];[8]-(2t-1)\cdot[4];[5]+[7];[7]-[5];[8]-\frac{2}{2t-1}\cdot[5];[7]-(-1)\cdot[6];[8]-\frac{4t^2-4t-5}{2t-1}\cdot[6];[8]-\frac{3}{2t-1}\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 5$.

Матриця $D_{21}^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{2},-1,\frac{2t-1}{2},1,\frac{-4t^2+4t+1}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(3,5)}=4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[4]-\frac{1}{3}\cdot[2];[5]-\frac{1}{3}\cdot[2];[6]-\frac{1}{3}\cdot[2];[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[8]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{2}\cdot[3];[5]-\frac{1}{2}\cdot[3];[6]-\frac{1}{2}\cdot[3];[7]-\frac{1}{4}\cdot[3];[8]-\frac{1}{2}\cdot[3];[5]-[4];[6]-[4];[7]-\frac{5}{2}\cdot[4];[8]-(2t-1)\cdot[4];[6]-[5];[7]-2\cdot[5];[8]-(2t-1)\cdot[5];[6]+[7];[7]-[6];[8]-\frac{2}{2t-1}\cdot[6];[8]-\frac{-4t^2+4t+4}{2t-1}\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 6$.

Матриця $D_{21}^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{2},-1,-1,\frac{2t-1}{2},\frac{-4t^2+4t+1}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(3,6)}=4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[4]-\frac{1}{3}\cdot[2];[5]-\frac{1}{3}\cdot[2];[6]-\frac{1}{3}\cdot[2];[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[8]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{2}\cdot[3];[5]-\frac{1}{2}\cdot[3];[6]-\frac{1}{2}\cdot[3];[7]-\frac{1}{4}\cdot[3];[8]-\frac{1}{2}\cdot[3];[5]-[4];[6]-[4];[7]-\frac{5}{2}\cdot[4];[8]-(2t-1)\cdot[4];[6]-[5];[7]-2\cdot[5];[8]-(2t-1)\cdot[5];[7]-\frac{3}{2}\cdot[6];[8]-(2t-1)\cdot[6];[8]-\frac{2}{2t-1}\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 7$.

Матриця $D_{21}^{(3,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{2},-1,-1,-1,\frac{-4t^2+4t+1}{2}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(3,7)}=-4t^2+4t+1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-\frac{3}{2}\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $4\prec 5$.

Матриця $D_{21}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},-\frac{1}{5},t-2,1,3t-2$. Значить $Z\Delta_{21}^{(4,5)}=3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-(-4)\cdot[5]; [8]-(-5t+6)\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(-1)\cdot[6]; [8]-(4t-3)\cdot[7]$.

Випадок $4\prec 6$.

Матриця $D_{21}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},-\frac{1}{5},-1,t-2,3t-2$. Значить $Z\Delta_{21}^{(4,6)}=3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-(-4)\cdot[5]; [8]-(-5t+6)\cdot[5]; [7]-(-3)\cdot[6]; [8]-(-4t+5)\cdot[6]; [8]-(-1)\cdot[7]$.

Випадок $4\prec 7$.

Матриця $D_{21}^{(4,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},-\frac{1}{5},-1,2,\frac{-3t^2+8t-4}{2}$. Значить

$Z\Delta_{21}^{(4,7)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-(-4)\cdot[5]; [8]-(-5t+6)\cdot[5]; [7]-(-3)\cdot[6]; [8]-(-4t+5)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-4}{2}\cdot[7]$.

Випадок $5 \prec 6$.

Матриця $D_{21}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, -\frac{1}{4}, t-2, 3t-2$. Значить $Z\Delta_{21}^{(5,6)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [8]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [7]-(-3)\cdot[6]; [8]-(-4t+5)\cdot[6]; [8]-(-1)\cdot[7]$.

Випадок $5 \prec 7$.

Матриця $D_{21}^{(5,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, -\frac{1}{4}, 2, \frac{-3t^2+8t-4}{2}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(5,7)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [8]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [7]-(-3)\cdot[6]; [8]-(-4t+5)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-4}{2}\cdot[7]$.

Випадок $6 \prec 7$.

Матриця $D_{21}^{(6,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного виг-

ляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{-3t^2+8t-4}{2}$. Значить $Z\Delta_{21}^{(6,7)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [8]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[6]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[6]; [8]-\frac{3t-4}{2}\cdot[7]$.

24) Частково впорядкованій множині S_{24} відповідає матриця

$$A_{24} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_{24}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, -1, -1, 5, \frac{5t-2}{5}, \frac{-7t^2+4t+4}{5t-2}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(1,6)} = 7t^2 - 4t - 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-(-1)\cdot[2]; [7]-(-3)\cdot[2]; [8]-(-2t+1)\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-[3]; [6]-(-2)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-(-3)\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+1)\cdot[4]; [6]-(-4)\cdot[5]; [7]-(-6)\cdot[5]; [8]-(-5t+1)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{5}\cdot[6]; [8]-\frac{6t-1}{5}\cdot[6]; [8]-\frac{-t+6}{5t-2}\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 7$.

Матриця $D_{24}^{(1,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, -1, -1, 5, -\frac{4}{5}, \frac{-7t^2+4t+4}{4}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(1,7)} = 7t^2 - 4t - 4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-(-1)\cdot[2]; [7]-(-3)\cdot[2]; [8]-(-2t+1)\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-[3]; [6]-(-2)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-(-3)\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+1)\cdot[4]; [6]-(-4)\cdot[5]; [7]-(-6)\cdot[5]; [8]-(-5t+1)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{5}\cdot[6]; [8]-\frac{6t-1}{5}\cdot[6]; [8]-\frac{7t-2}{4}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 3$.

Матриця $D_{24}^{(2,3)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, t-2, -2, -1, 1, \frac{-3t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(2,3)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-2\cdot[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-2)\cdot[3]; [4]+[7]; [7]-[4]; [8]-(-1)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[5]; [8]-\frac{4t+3}{2}\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(t-1)\cdot[6]; [8]-(-t-1)\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 4$.

Матриця $D_{24}^{(2,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -1, t-2, -2, -1, \frac{-3t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(2,4)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-2\cdot[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-2)\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-2\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-3)\cdot[4]; [5]+[7]; [7]-[5]; [8]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-1)\cdot[6]; [8]-\frac{5t+4}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{-t-4}{2}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 5$.

Матриця $D_{24}^{(2,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -1, -2, t-2, 1, \frac{-3t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(2,5)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-2\cdot[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-2)\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-2\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-3)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-4}{2}\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(-1)\cdot[6]; [8]-(-2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 6$.

Матриця $D_{24}^{(2,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -1, -1, -2, \frac{2t+1}{2}, \frac{-4t^2+4t+1}{2t+1}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(2,6)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-[3]; [6]-2\cdot[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-2\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-2)\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-6\cdot[5]; [8]-(5t-3)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{2}\cdot[6]; [8]-(3t-2)\cdot[6]; [8]-\frac{2t}{2t+1}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 7$.

Матриця $D_{24}^{(2,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, -1, -1, -2, -2, \frac{-4t^2+4t+1}{4}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(2,7)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-[3]; [6]-2\cdot[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-2\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-2)\cdot[4]; [6]-2\cdot$

$[5]; [7]-6\cdot[5]; [8]-(5t-3)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{2}\cdot[6]; [8]-(3t-2)\cdot[6]; [8]-\frac{2t-1}{2}\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 4$.

Матриця $D_{24}^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, t-2, -2, -1, \frac{-3t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(3,4)} = 3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-2\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-3)\cdot[4]; [5]+[7]; [7]-[5]; [8]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-1)\cdot[6]; [8]-\frac{5t+4}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{-t-4}{2}\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 5$.

Матриця $D_{24}^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -2, t-2, 1, \frac{-3t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(3,5)} = 3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-2\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-3)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-4}{2}\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(-1)\cdot[6]; [8]-(-2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 6$.

Матриця $D_{24}^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -1, -2, \frac{2t+1}{2}, \frac{-4t^2+4t+1}{2t+1}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(3,6)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-$

$\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-2\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-2)\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-6\cdot[5]; [8]-(5t-3)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{2}\cdot[6]; [8]-(3t-2)\cdot[6]; [8]-\frac{2t}{2t+1}\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 7$.

Матриця $D_{24}^{(3,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -1, -2, -2, \frac{-4t^2+4t+1}{4}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(3,7)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-2\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-2)\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-6\cdot[5]; [8]-(5t-3)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{2}\cdot[6]; [8]-(3t-2)\cdot[6]; [8]-\frac{2t-1}{2}\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_{24}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{2}{5}, t-2, 1, \frac{-3t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(4,5)} = 3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-4}{2}\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(-1)\cdot[6]; [8]-(-2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 6$.

Матриця $D_{24}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{1}{5}, -2, \frac{2t+1}{2}, \frac{-4t^2+4t+1}{2t+1}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(4,6)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-$

$\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-6\cdot[5]; [8]-(5t-3)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{2}\cdot[6]; [8]-(3t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{2t}{2t+1}\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 7$.

Матриця $D_{24}^{(4,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{1}{5}, -2, -2, \frac{-4t^2+4t+1}{4}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(4,7)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-6\cdot[5]; [8]-(5t-3)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{2}\cdot[6]; [8]-(3t-2)\cdot[6]; [8]-\frac{2t-1}{2}\cdot[7]$.

Випадок $5 \prec 6$.

Матриця $D_{24}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{1}{3}, \frac{2t+1}{2}, \frac{-4t^2+4t+1}{2t+1}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(5,6)} = -4t^2+4t+1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{6}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{7}{2}\cdot[6]; [8]-(3t-2)\cdot[6]; [8]-\frac{2t}{2t+1}\cdot[7]$.

Випадок $5 \prec 7$.

Матриця $D_{24}^{(5,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{1}{3}, -2, \frac{-4t^2+4t+1}{4}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(5,7)} = 4t^2-4t-1$

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-$

$(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{6}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{7}{2}\cdot[6]; [8]-(3t-2)\cdot[6]; [8]-\frac{2t-1}{2}\cdot[7]$.

Випадок $6\prec 7$.

Матриця $D_{24}^{(6,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},\frac{6}{5},\frac{7}{6},\frac{4}{7},\frac{-7t^2+20t-12}{4}$. Значить $Z\Delta_{24}^{(6,7)}=7t^2-20t+12$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{6}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{2}{7}\cdot[6]; [8]-\frac{2}{7}\cdot[6]; [8]-\frac{7t-10}{4}\cdot[7]$.

28) Частково впорядкованій множині S_{28} відповідає матриця

$$A_{28}=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1\\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1\\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1\\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1\\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1\\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1\prec 2$.

Матриця $D_{28}^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,-\frac{1}{2},t-2,-1,1,1,5,\frac{-7t+6}{5}$. Значить $Z\Delta_{28}^{(1,2)}=7t^2-20t+12$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot$

$[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-(-1)\cdot[2]; [7]-(-3)\cdot[2]; [8]-(-2t+1)\cdot[2]; [3]+[7]; [7]-[3]; [8]-(-1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-(-2)\cdot[4]; [7]-(-1)\cdot[4]; [8]-(-3t-1)\cdot[4]; [5]+[6]; [6]-[5]; [7]-(-1)\cdot[5]; [8]-(t+1)\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{t-3}{5}\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 7$.

Матриця $D_{28}^{(1,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, -1, -1, -1, 8, \frac{-7t^2+4t+4}{8}$. Значить $Z\Delta_{28}^{(1,7)} = -7t^2+4t+4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-(-1)\cdot[2]; [6]-(-1)\cdot[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-[3]; [6]-[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+2)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-(-6)\cdot[5]; [8]-(-5t+2)\cdot[5]; [7]-(-7)\cdot[6]; [8]-(-6t+2)\cdot[6]; [8]-\frac{7t-2}{8}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 7$.

Матриця $D_{28}^{(2,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -1, -1, -1, 8, \frac{-7t^2+4t+4}{8}$. Значить $Z\Delta_{28}^{(2,7)} = 7t^2-4t-4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-[3]; [6]-[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+2)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-(-6)\cdot[5]; [8]-(-5t+2)\cdot[5]; [7]-(-7)\cdot[6]; [8]-(-6t+2)\cdot[6]; [8]-\frac{7t-2}{8}\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 4$.

Матриця $D_{28}^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, t-2, -3, -1, \frac{-3t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_{28}^{(3,4)} = 3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім:

$[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[6]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[6]-\frac{1}{4}\cdot[3]$; $[7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[8]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-3\cdot[4]$; $[7]-5\cdot[4]$; $[8]-(4t-3)\cdot[4]$; $[5]+[7]$; $[7]-[5]$; $[8]-(-1)\cdot[5]$; $[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[6]$; $[8]-\frac{5t+3}{3}\cdot[6]$; $[8]-(t-1)\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 5$.

Матриця $D_{28}^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{4},-1,t-2,3,\frac{-3t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_{28}^{(3,5)}=3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[6]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[6]-\frac{1}{4}\cdot[3]$; $[7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[8]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-3\cdot[4]$; $[7]-5\cdot[4]$; $[8]-(4t-3)\cdot[4]$; $[6]-3\cdot[5]$; $[7]-6\cdot[5]$; $[8]-(5t-4)\cdot[5]$; $[6]+[7]$; $[7]-[6]$; $[8]-(-1)\cdot[6]$; $[8]-\frac{-6t-5}{3}\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 6$.

Матриця $D_{28}^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{4},-1,-3,t-2,\frac{-3t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_{28}^{(3,6)}=3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[6]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[6]-\frac{1}{4}\cdot[3]$; $[7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[8]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-3\cdot[4]$; $[7]-5\cdot[4]$; $[8]-(4t-3)\cdot[4]$; $[6]-3\cdot[5]$; $[7]-6\cdot[5]$; $[8]-(5t-4)\cdot[5]$; $[7]-\frac{7}{3}\cdot[6]$; $[8]-\frac{6t-5}{3}\cdot[6]$; $[8]-(-1)\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 7$.

Матриця $D_{28}^{(3,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{4},-1,-1,-8,\frac{-7t^2+8t}{8}$. Значить $Z\Delta_{28}^{(3,7)}=7t^2-8t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[8]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[8]-\frac{1}{4}\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-[4]$; $[7]-5\cdot[4]$; $[8]-(4t-1)\cdot[4]$; $[6]-[5]$; $[7]-6\cdot[5]$; $[8]-(5t-2)\cdot[5]$; $[7]-7\cdot[6]$; $[8]-(6t-3)\cdot[6]$; $[8]-\frac{7t-4}{8}\cdot[7]$.

Випадок $4\prec 5$.

Матриця $D_{28}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},\frac{1}{5},t-2,3,\frac{-3t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_{28}^{(4,5)}=3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[6]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[6]-\frac{1}{4}\cdot[3]$; $[7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[8]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[6]-\frac{3}{2}\cdot[4]$; $[7]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[8]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[6]-3\cdot[5]$; $[7]-6\cdot[5]$; $[8]-(5t-4)\cdot[5]$; $[6]+[7]$; $[7]-[6]$; $[8]-(-1)\cdot[6]$; $[8]-\frac{-6t-5}{3}\cdot[7]$.

Випадок $4\prec 6$.

Матриця $D_{28}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},\frac{1}{5},-3,t-2,\frac{-3t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_{28}^{(4,6)}=3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[6]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[6]-\frac{1}{4}\cdot[3]$; $[7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[8]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[6]-\frac{3}{5}\cdot[4]$; $[7]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[8]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[6]-3\cdot[5]$; $[7]-6\cdot[5]$; $[8]-(5t-4)\cdot[5]$; $[7]-\frac{7}{3}\cdot[6]$; $[8]-\frac{6t-5}{3}\cdot[6]$; $[8]-(-1)\cdot[7]$.

Випадок $4\prec 7$.

Матриця $D_{28}^{(4,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},\frac{1}{5},-1,-8,\frac{-7t^2+8t}{8}$. Значить

$Z\Delta_{28}^{(4,7)} = 7t^2 - 8t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[8]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[8]-\frac{1}{4}\cdot[3]$; $[5]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[6]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[7]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[8]-\frac{3}{5}\cdot[4]$; $[6]-[5]$; $[7]-6\cdot[5]$; $[8]-(5t-2)\cdot[5]$; $[7]-7\cdot[6]$; $[8]-(6t-3)\cdot[6]$; $[8]-\frac{7t-4}{8}\cdot[7]$.

Випадок $5\prec 6$.

Матриця $D_{28}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{1}{2}, t-2, \frac{-3t+2}{3}$. Значить $Z\Delta_{28}^{(5,6)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[6]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[6]-\frac{1}{4}\cdot[3]$; $[7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[8]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[6]-\frac{3}{5}\cdot[4]$; $[7]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[8]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[6]-\frac{1}{2}\cdot[5]$; $[7]-\frac{1}{6}\cdot[5]$; $[8]-\frac{1}{6}\cdot[5]$; $[7]-\frac{7}{3}\cdot[6]$; $[8]-\frac{6t-5}{3}\cdot[6]$; $[8]-(-1)\cdot[7]$.

Випадок $5\prec 7$.

Матриця $D_{28}^{(5,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{1}{6}, -8, \frac{-7t^2+8t}{8}$. Значить $Z\Delta_{28}^{(5,7)} = 7t^2 - 8t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]$; $[8]-\frac{1}{3}\cdot[2]$; $[4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]$; $[8]-\frac{1}{4}\cdot[3]$; $[5]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[6]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[7]-\frac{1}{5}\cdot[4]$; $[8]-\frac{3}{5}\cdot[4]$; $[6]-\frac{1}{6}\cdot[5]$; $[7]-\frac{1}{6}\cdot[5]$; $[8]-\frac{1}{2}\cdot[5]$; $[7]-7\cdot[6]$; $[8]-(6t-3)\cdot[6]$; $[8]-\frac{7t-4}{8}\cdot[7]$.

Випадок $6\prec 7$.

Матриця $D_{28}^{(6,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного виг-

ляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{7}{6}, \frac{8}{7}, \frac{-7t^2+8t}{8}$. Значить $Z\Delta_{28}^{(6,7)} = 7t^2 - 8t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{6}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{6}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{7}\cdot[6]; [8]-\frac{3}{7}\cdot[6]; [8]-\frac{7t-4}{8}\cdot[7]$.

31) Частково впорядкованій множині S_{31} відповідає матриця

$$A_{31} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 2$.

Матриця $D_{31}^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 2, t-2, -1, -1, \frac{-7t^2+16t-8}{2t-4}$. Значить

$Z\Delta_{31}^{(1,2)} = 7t^2 - 16t + 8$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-(-1)\cdot[2]; [6]-(-1)\cdot[2]; [7]-(-3)\cdot[2]; [8]-(-2t+1)\cdot[2]; [7]-(-t+2)\cdot[3]; [8]-(t-2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-t\cdot[4]; [8]-\frac{t+2}{2}\cdot[4]; [5]+[7]; [7]-[5]; [8]-\frac{-3t+4}{2t-4}\cdot[5]; [7]-(-1)\cdot[6]; [8]-\frac{5t^2-5t-4}{2t-4}\cdot[6]; [8]-\frac{t^2-7t+8}{2t-4}\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 4$.

Матриця $D_{31}^{(1,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 2, \frac{2t-3}{2}, -1, -1, -2t+1$. Значить $Z\Delta_{31}^{(1,4)} = 4t^2 - 8t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-1)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-1}{2}\cdot[4]; [5]+[7]; [7]-[5]; [8]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-1)\cdot[6]; [8]-(2t+2)\cdot[6]; [8]-(-2)\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 5$.

Матриця $D_{31}^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, -\frac{1}{3}, t, 1, -3t+4$. Значить $Z\Delta_{31}^{(1,5)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-2)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-1)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-\frac{2}{3}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{3}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{3}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-2}{3}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-4\cdot[5]; [8]-(5t-4)\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-[6]; [8]-(-4t+7)\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_{31}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, -\frac{1}{3}, -1, t, -3t+4$. Значить $Z\Delta_{31}^{(1,6)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-2)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-1)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-\frac{2}{3}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{3}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{3}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-2}{3}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-4\cdot[5]; [8]-(5t-4)\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-3)\cdot[6]; [8]-[7]$.

Випадок $1 \prec 7$.

Матриця $D_{31}^{(1,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, -\frac{1}{3}, -1, -2, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{31}^{(1,7)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-2)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-1)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-\frac{2}{3}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{3}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{3}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-2}{3}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-4\cdot[5]; [8]-(5t-4)\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-3)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{4}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 5$.

Матриця $D_{31}^{(2,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -2, 1, \frac{2t-1}{2}, 1, \frac{-4t^2+4t+1}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{31}^{(2,5)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[4]; [7]-(-\frac{5}{2})\cdot[4]; [8]-(-2t+1)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-\frac{2}{2t-1}\cdot[6]; [8]-\frac{-4t^2+4t+4}{2t-1}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 6$.

Матриця $D_{31}^{(2,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -2, 1, -1, \frac{2t-1}{2}, \frac{-4t^2+4t+1}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{31}^{(2,6)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-1)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[4]; [7]-(-\frac{5}{2})\cdot[4]; [8]-(-2t+1)\cdot$

$[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-\frac{3}{2}\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{2}{2t-1}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 7$.

Матриця $D_{31}^{(2,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -2, 1, -1, -1, \frac{-4t^2+4t+1}{2}$. Значить $Z\Delta_{31}^{(2,7)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-1)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[4]; [7]-(-\frac{5}{2})\cdot[4]; [8]-(-2t+1)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-\frac{3}{2}\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 4$.

Матриця $D_{31}^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{3t-4}{3}, -1, -1, \frac{-7t^2+16t-8}{3t-4}$. Значить $Z\Delta_{31}^{(3,4)} = 7t^2 - 16t + 8$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-\frac{5}{3}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-2}{3}\cdot[4]; [5]+[7]; [7]-[5]; [8]-\frac{-2t+4}{3t-4}\cdot[5]; [7]-(-1)\cdot[6]; [8]-\frac{5t^2-6t-4}{3t-4}\cdot[6]; [8]-\frac{t^2-6t+8}{3t-4}\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 5$.

Матриця $D_{31}^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, -1, \frac{2t-1}{2}, 1, \frac{-4t^2+4t+1}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{31}^{(3,5)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot$

$[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-1}{2}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-\frac{2}{2t-1}\cdot[6]; [8]-\frac{-4t^2+4t+4}{2t-1}\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 6$.

Матриця $D_{31}^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{2},-1,-1,\frac{2t-1}{2},\frac{-4t^2+4t+1}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{31}^{(3,6)}=4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-1}{2}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-\frac{3}{2}\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{2}{2t-1}\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 7$.

Матриця $D_{31}^{(3,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{2},-1,-1,-1,\frac{-4t^2+4t+1}{2}$. Значить $Z\Delta_{31}^{(3,7)}=4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-1}{2}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-\frac{3}{2}\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $4\prec 5$.

Матриця $D_{31}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},\frac{1}{5},t,1,-3t+4$. Значить $Z\Delta_{31}^{(4,5)}=3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-$

$\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-4\cdot[5]; [8]-(5t-4)\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-[6]; [8]-(-4t+7)\cdot[7]$.

Випадок $4\prec 6$.

Матриця $D_{31}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},\frac{1}{5},-1,t,-3t+4$. Значить $Z\Delta_{31}^{(4,6)}=3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-4\cdot[5]; [8]-(5t-4)\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-3)\cdot[6]; [8]-[7]$.

Випадок $4\prec 7$.

Матриця $D_{31}^{(4,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},\frac{1}{5},-1,-2,\frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{31}^{(4,7)}=3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-4\cdot[5]; [8]-(5t-4)\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-3)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[7]$.

Випадок $5\prec 6$.

Матриця $D_{31}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},\frac{4}{5},-\frac{1}{4},t-2,3t-2$. Значить $Z\Delta_{31}^{(5,6)}=3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot$

$[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-(-3)\cdot[6]; [8]-(-4t+5)\cdot[6]; [8]-(-1)\cdot[7].$

Випадок $5 \prec 7$.

Матриця $D_{31}^{(5,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, -\frac{1}{4}, 2, \frac{-3t^2+8t-4}{2}$. Значить $Z\Delta_{31}^{(5,7)} = 3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-(-3)\cdot[6]; [8]-(-4t+5)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-4}{2}\cdot[7].$

Випадок $6 \prec 7$.

Матриця $D_{31}^{(6,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{-3t^2+8t-4}{2}$. Значить $Z\Delta_{31}^{(6,7)} = -3t^2+8t-4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[6]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[6]; [8]-\frac{3t-4}{2}\cdot[7].$

33) Частково впорядкованій множині S_{33} відповідає матриця

$$A_{33} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 2$.

Матриця $D_{33}^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 2, 1, t-2, 1, \frac{-7t^2+12t-4}{2t-4}$. Значить $Z\Delta_{33}^{(1,2)} = 7t^2 - 12t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [8] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-1) \cdot [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - (-1) \cdot [2]; [6] - (-1) \cdot [2]; [7] - (-3) \cdot [2]; [8] - (-2t+1) \cdot [2]; [4] - [3]; [7] - (-t+2) \cdot [3]; [8] - (t-2) \cdot [3]; [4] + [5]; [5] - [4]; [6] - [4]; [7] - [4]; [8] - \frac{t+2}{2} \cdot [4]; [6] - [5]; [7] - (2t-2) \cdot [5]; [8] - (-t+3) \cdot [5]; [6] + [7]; [7] - [6]; [8] - \frac{-2t+2}{t-2} \cdot [6]; [8] - \frac{-3t^2+2t+2}{t-2} \cdot [7]$.

Випадок $1 \prec 4$.

Матриця $D_{33}^{(1,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, \frac{1}{3}, t-2, 1, \frac{-3t^2+4t}{t-2}$. Значить $Z\Delta_{33}^{(1,4)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [8] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-1) \cdot [2]; [4] - [2]; [5] - [2]; [6] - [2]; [7] - 3 \cdot [2]; [8] - (2t-1) \cdot [2]; [4] - (-2) \cdot [3]; [5] - (-1) \cdot [3]; [6] - (-1) \cdot [3]; [7] - (-4) \cdot [3]; [8] - (-3t+1) \cdot [3]; [5] - \frac{2}{3} \cdot [4]; [6] - \frac{2}{3} \cdot [4]; [7] - \frac{5}{3} \cdot [4]; [8] - \frac{4t-1}{3} \cdot [4]; [6] - [5]; [7] - (3t-2) \cdot [5]; [8] - (-t+4) \cdot [5]; [6] + [7]; [7] - [6]; [8] - \frac{-2t+2}{t-2} \cdot [6]; [8] - \frac{-4t^2+2t+4}{t-2} \cdot [7]$.

Випадок $1 \prec 5$.

Матриця $D_{33}^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, -\frac{1}{3}, t-2, 1, \frac{-3t^2+4t}{t-2}$. Значить $Z\Delta_{33}^{(1,5)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-1)\cdot[2]$; $[4]-[2]$; $[5]-[2]$; $[6]-[2]$; $[7]-3\cdot[2]$; $[8]-(2t-1)\cdot[2]$; $[4]-(-2)\cdot[3]$; $[5]-(-1)\cdot[3]$; $[6]-(-1)\cdot[3]$; $[7]-(-4)\cdot[3]$; $[8]-(-3t+1)\cdot[3]$; $[5]-\frac{2}{3}\cdot[4]$; $[6]-\frac{2}{3}\cdot[4]$; $[7]-\frac{5}{3}\cdot[4]$; $[8]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4]$; $[6]-[5]$; $[7]-4\cdot[5]$; $[8]-(5t-2)\cdot[5]$; $[6]+[7]$; $[7]-[6]$; $[8]-\frac{-2t+2}{t-2}\cdot[6]$; $[8]-\frac{-4t^2+2t+4}{t-2}\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_{33}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, -1, -1, \frac{1}{3}, -4t^2+8t-3$. Значить $Z\Delta_{33}^{(1,6)} = 4t^2 - 8t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-1)\cdot[2]$; $[4]-[2]$; $[5]-[2]$; $[6]-[2]$; $[7]-3\cdot[2]$; $[8]-(2t-1)\cdot[2]$; $[4]-(-2)\cdot[3]$; $[5]-(-2)\cdot[3]$; $[6]-(-1)\cdot[3]$; $[7]-(-4)\cdot[3]$; $[8]-(-3t+2)\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-\frac{2}{3}\cdot[4]$; $[7]-\frac{5}{3}\cdot[4]$; $[8]-\frac{4t-2}{3}\cdot[4]$; $[6]-\frac{1}{3}\cdot[5]$; $[7]-\frac{4}{3}\cdot[5]$; $[8]-\frac{5t-4}{3}\cdot[5]$; $[6]+[7]$; $[7]-[6]$; $[8]-(2t-2)\cdot[6]$; $[8]-(-6t^2+14t-6)\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 7$.

Матриця $D_{33}^{(1,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, -1, -1, -\frac{2}{3}, \frac{-4t^2+8t-3}{2}$. Значить $Z\Delta_{33}^{(1,7)} = 4t^2 - 8t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-1)\cdot[2]$; $[4]-[2]$; $[5]-[2]$; $[6]-[2]$; $[7]-3\cdot[2]$; $[8]-(2t-1)\cdot[2]$; $[4]-(-2)\cdot[3]$; $[5]-(-2)\cdot[3]$; $[6]-(-1)\cdot[3]$; $[7]-(-4)\cdot[3]$; $[8]-(-3t+2)\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-\frac{2}{3}\cdot[4]$; $[7]-\frac{5}{3}\cdot[4]$; $[8]-\frac{4t-2}{3}\cdot[4]$; $[6]-\frac{1}{3}\cdot$

$[5]; [7] - \frac{4}{3}\cdot[5]; [8] - \frac{5t-4}{3}\cdot[5]; [6] + [7]; [7] - [6]; [8] - (2t-2)\cdot[6]; [8] - \frac{4t-3}{2}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 6$.

Матриця $D_{33}^{(2,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -2, -1, 1, \frac{2t-1}{2}, \frac{-4t^2+4t+1}{2t-1}$. Значить $Z\Delta_{33}^{(2,6)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3] - (-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [5] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [6] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [7] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [8] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [4] - 2\cdot[3]; [5] - 2\cdot[3]; [6] - (-1)\cdot[3]; [7] - (-4)\cdot[3]; [8] - (-3t+2)\cdot[3]; [5] - [4]; [6] - (-1)\cdot[4]; [7] - (-\frac{5}{2})\cdot[4]; [8] - (-2t+1)\cdot[4]; [6] - (-1)\cdot[5]; [7] - (-2)\cdot[5]; [8] - (-2t+1)\cdot[5]; [7] - \frac{3}{2}\cdot[6]; [8] - (2t-1)\cdot[6]; [8] - \frac{2}{2t-1}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 7$.

Матриця $D_{33}^{(2,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -2, -1, 1, -1, \frac{-4t^2+4t+1}{2}$. Значить $Z\Delta_{33}^{(2,7)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3] - (-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [5] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [6] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [7] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [8] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [4] - 2\cdot[3]; [5] - 2\cdot[3]; [6] - (-1)\cdot[3]; [7] - (-4)\cdot[3]; [8] - (-3t+2)\cdot[3]; [5] - [4]; [6] - (-1)\cdot[4]; [7] - (-\frac{5}{2})\cdot[4]; [8] - (-2t+1)\cdot[4]; [6] - (-1)\cdot[5]; [7] - (-2)\cdot[5]; [8] - (-2t+1)\cdot[5]; [7] - \frac{3}{2}\cdot[6]; [8] - (2t-1)\cdot[6]; [8] - (2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 4$.

Матриця $D_{33}^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2t-3, 1, -2t+1$. Значить $Z\Delta_{33}^{(3,4)} = 4t^2 - 8t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8] - (-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [4] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [5] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [6] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [7] - (-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8] - \frac{1}{3}\cdot[2]; [4] - (-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5] - \frac{1}{4}\cdot[3]; [6] - \frac{1}{4}\cdot[3]; [7] - (-\frac{1}{4})\cdot$

$[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-(2t-1)\cdot[5]; [8]-2\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(-1)\cdot[6]; [8]-(-2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 5$.

Матриця $D_{33}^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, -1, \frac{2t-3}{2}, 1, -2t+1$. Значить $Z\Delta_{33}^{(3,5)} = 4t^2 - 8t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(-1)\cdot[6]; [8]-(-2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 6$.

Матриця $D_{33}^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, t, -3t+4$. Значить $Z\Delta_{33}^{(3,6)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-1}{2}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-3)\cdot[6]; [8]-[7]$.

Випадок $3 \prec 7$.

Матриця $D_{33}^{(3,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, -2, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{33}^{(3,7)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot$

$[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-1}{2}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-3)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}[7]$.

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_{33}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{1}{5}, t-2, 1, -3t+2$. Значить $Z\Delta_{33}^{(4,5)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-4\cdot[5]; [8]-(5t-6)\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(-1)\cdot[6]; [8]-(-4t+1)\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 6$.

Матриця $D_{33}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{1}{5}, 1, t, -3t+4$. Значить $Z\Delta_{33}^{(4,6)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-4)\cdot[5]; [8]-(-5t+4)\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-3)\cdot[6]; [8]-[7]$.

Випадок $4 \prec 7$.

Матриця $D_{33}^{(4,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{1}{5}, 1, -2, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{33}^{(4,7)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot$

$[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-4)\cdot[5]; [8]-(-5t+4)\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-3)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[7]$.

Випадок $5 \prec 6$.

Матриця $D_{33}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{4}, t, -3t+4$. Значить $Z\Delta_{33}^{(5,6)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-3)\cdot[6]; [8]-[7]$.

Випадок $5 \prec 7$.

Матриця $D_{33}^{(5,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{4}, -2, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{33}^{(5,7)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-3)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}[7]$.

Випадок $6 \prec 7$.

Матриця $D_{33}^{(6,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{-3t^2+8t-4}{2}$. Значить $Z\Delta_{33}^{(6,7)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім:

$[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-4\cdot[5]; [8]-(5t-6)\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(-1)\cdot[6]; [8]-(-4t+1)\cdot[7]$.

36) Частково впорядкованій множині S_{36} відповідає матриця

$$A_{36}=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 2$.

Матриця $D_{36}^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, -1, 2, -1, -1, t-2, \frac{-7t^2+8t}{2t-4}$. Значить $Z\Delta_{36}^{(1,2)} = 7t^2-8t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-(-1)\cdot[2]; [6]-(-1)\cdot[2]; [7]-(-3)\cdot[2]; [8]-(-2t+1)\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-[3]; [7]-(-t+2)\cdot[3]; [8]-(t-2)\cdot[3]; [4]+[6]; [6]-[4]; [7]-t\cdot[4]; [8]-\frac{t+2}{2}\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-2t+2)\cdot[5]; [8]-(t-3)\cdot[5]; [7]-t\cdot[6]; [8]-(t+1)\cdot[6]; [8]-\frac{-5t+4}{2t-4}\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 4$.

Матриця $D_{36}^{(1,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, \frac{1}{3}, 1, -1, 4t^2-4t-1$. Значить $Z\Delta_{36}^{(1,4)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-1)\cdot[2]$; $[4]-[2]$; $[5]-[2]$; $[6]-[2]$; $[7]-3\cdot[2]$; $[8]-(2t-1)\cdot[2]$; $[4]-(-2)\cdot[3]$; $[5]-(-2)\cdot[3]$; $[6]-(-1)\cdot[3][7]-(-4)\cdot[3]$; $[8]-(-3t+1)\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-\frac{2}{3}\cdot[4]$; $[7]-\frac{5}{3}\cdot[4]$; $[8]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4]$; $[5]+[6]$; $[6]-[5]$; $[7]-(3t-2)\cdot[5]$; $[8]-(-t+4)\cdot[5]$; $[7]-(4t-4)\cdot[6]$; $[8]-(-3t+6)\cdot[6]$; $[8]-(2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $1\prec 5$. Матриця $D_{36}^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1\cdot 3, -1, \frac{1}{3}, -1, 4t^2-4t-1$. Значить $Z\Delta_{36}^{(1,5)}=4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-1)\cdot[2]$; $[4]-[2]$; $[5]-[2]$; $[6]-[2]$; $[7]-3\cdot[2]$; $[8]-(2t-1)\cdot[2]$; $[4]-(-2)\cdot[3]$; $[5]-(-2)\cdot[3]$; $[6]-(-1)\cdot[3][7]-(-4)\cdot[3]$; $[8]-(-3t+1)\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-\frac{2}{3}\cdot[4]$; $[7]-\frac{5}{3}\cdot[4]$; $[8]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4]$; $[6]-\frac{1}{3}\cdot[5]$; $[7]-\frac{4}{3}\cdot[5]$; $[8]-\frac{5t-2}{3}\cdot[5]$; $[7]-(3t-2)\cdot[6]$; $[8]-(-t+4)\cdot[6]$; $[8]-(2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $1\prec 6$.

Матриця $D_{36}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, -1, -1, -\frac{1}{3}, 4t^2-4t-1$. Значить $Z\Delta_{36}^{(1,6)}=4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]$; $[3]-(-1)\cdot[2]$; $[4]-[2]$; $[5]-[2]$; $[6]-[2]$; $[7]-3\cdot[2]$; $[8]-(2t-1)\cdot[2]$; $[4]-(-2)\cdot[3]$; $[5]-(-2)\cdot[3]$; $[6]-(-1)\cdot[3][7]-(-4)\cdot[3]$; $[8]-(-3t+1)\cdot[3]$; $[5]-[4]$; $[6]-\frac{2}{3}\cdot[4]$; $[7]-\frac{5}{3}\cdot[4]$; $[8]-\frac{4t-1}{3}\cdot[4]$; $[6]-\frac{1}{3}\cdot[5]$; $[7]-\frac{4}{3}\cdot[5]$; $[8]-\frac{5t-2}{3}\cdot[5]$; $[6]+[7]$; $[7]-[6]$; $[8]-(2t-1)\cdot[6]$; $[8]-(6t^2-4t-3)\cdot[7]$.

Випадок $1\prec 7$.

Матриця $D_{36}^{(1,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, 3, -1, -1, -\frac{2}{3}, \frac{-7t^2+16t-8}{2}$. Значить $Z\Delta_{36}^{(1,7)}=7t^2-16t+8$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-2)\cdot[3]; [5]-(-2)\cdot[3]; [6]-(-2)\cdot[3][7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-\frac{5}{3}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-2}{3}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-\frac{4}{3}\cdot[5]; [8]-\frac{5t-4}{3}\cdot[5]; [7]-[6]; [8]-(2t-2)\cdot[6]; [8]-\frac{7t-8}{2}\cdot[7]$.

Випадок $2\prec 7$.

Матриця $D_{36}^{(2,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},-\frac{1}{3},-2,-1,-1,1,\frac{-4t^2+4t+1}{2}$. Значить $Z\Delta_{36}^{(2,7)}=4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-2\cdot[3][7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-(-\frac{5}{2})\cdot[4]; [8]-(-2t+1)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-(-2)\cdot[5]; [8]-(-2t+1)\cdot[5]; [7]-(-\frac{3}{2})\cdot[6]; [8]-(-2t+1)\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 4$.

Матриця $D_{36}^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{2},\frac{1}{2},1,t-2,\frac{-3t^2+4t}{t-2}$. Значить $Z\Delta_{36}^{(3,4)}=3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-(-2t-1)\cdot[4]; [5]+[6]; [6]-[5]; [7]-(2t-1)\cdot[5]; [8]-2\cdot[5]; [7]-(4t-4)\cdot[6]; [8]-(-2t+5)\cdot[6]; [8]-\frac{-2t+2}{t-2}\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 5$.

Матриця $D_{36}^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{1}{2},-1,\frac{1}{2},t-2,\frac{-3t^2+4t}{t-2}$. Значить

$Z\Delta_{36}^{(3,5)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-2\cdot[6]; [8]-\frac{-2t+2}{t-2}\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 6$.

Матриця $D_{36}^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, t-2, \frac{-3t^2+4t}{t-2}$.Значить $Z\Delta_{36}^{(3,6)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-(2t-1)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-2)\cdot[6]; [8]-\frac{-2t+2}{t-2}\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 7$.

Матриця $D_{36}^{(3,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, -1, -1, -1, \frac{-4t^2+8t-3}{2}$. Значить $Z\Delta_{36}^{(3,7)} = 4t^2 - 8t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-1}{2}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-(2t-1)\cdot[5]; [7]-\frac{3}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{4t-3}{2}\cdot[6]; [8]-(2t-2)\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_{36}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного виг-

ляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{1}{5}, t-2, -1, -3t+2$. Значить $Z\Delta_{36}^{(4,5)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-4)\cdot[5]; [8]-(-5t+6)\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(-1)\cdot[6]; [8]-(-4t+1)\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 6$.

Матриця $D_{36}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{1}{5}, 1, t-2, -3t+2$. Значить $Z\Delta_{36}^{(4,6)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-4)\cdot[5]; [8]-(-5t+6)\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-5)\cdot[6]; [8]-(-1)\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 7$.

Матриця $D_{36}^{(4,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{1}{5}, -1, 2, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{36}^{(4,7)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-(-4)\cdot[5]; [8]-(-5t+4)\cdot[5]; [7]-(-3)\cdot[6]; [8]-(-4t+3)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[7]$.

Випадок $5 \prec 6$.

Матриця $D_{36}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{4}, t-2, -3t+2$. Значить $Z\Delta_{36}^{(5,6)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [8]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [7]-3\cdot[6]; [8]-(4t-5)\cdot[6]; [8]-(-1)\cdot[7]$.

Випадок $5 \prec 7$.

Матриця $D_{36}^{(5,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, -\frac{1}{4}, 2, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{36}^{(5,7)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-(-3)\cdot[6]; [8]-(-4t+3)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[7]$.

Випадок $6 \prec 7$.

Матриця $D_{36}^{(6,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{36}^{(6,7)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[5]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[6]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[7]$.

38) Частково впорядкованій множині S_{38} відповідає матриця

$$A_{38} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 2$.

Матриця $D_{38}^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, 1, 3, 1, \frac{3t-4}{3}, \frac{-7t^2+12t-4}{3t-4}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(1,2)} = 7t^2 - 12t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [8] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - (-1) \cdot [2]; [6] - (-1) \cdot [2]; [7] - (-3) \cdot [2]; [8] - (-2t+1) \cdot [2]; [3] + [4]; [4] - [3]; [5] - [3]; [7] - (-t+2) \cdot [3]; [8] - (t-2) \cdot [3]; [5] - [4]; [6] - 2 \cdot [4]; [7] - (t+2) \cdot [4]; [8] - 2t \cdot [4]; [5] + [6]; [6] - [5]; [7] - \frac{3t-1}{3} \cdot [5]; [8] - \frac{t+3}{3} \cdot [5]; [7] - (2t-2) \cdot [6]; [8] - (-t+3) \cdot [6]; [8] - \frac{-5t+6}{3t-4} \cdot [7]$.

Випадок $1 \prec 5$.

Матриця $D_{38}^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, -1, 4, \frac{1}{4}, 2t-2, \frac{-4t^2+4t+1}{2t-2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(1,5)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [8] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-1) \cdot [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - [2]; [6] - [2]; [7] - 3 \cdot [2]; [8] - (2t-1) \cdot [2]; [4] - [3]; [5] - (-2) \cdot [3]; [6] - (-1) \cdot [3]; [7] - (-4) \cdot [3]; [8] - (-3t+1) \cdot [3]; [5] - (-3) \cdot [4]; [6] - (-2) \cdot [4]; [7] - (-5) \cdot [4]; [8] - (-4t+1) \cdot [4]; [6] - \frac{3}{4} \cdot [5]; [7] - \frac{3}{2} \cdot [5]; [8] - \frac{5t-1}{4} \cdot [5]; [7] - (4t-2) \cdot [6]; [8] - (-t+5) \cdot [6]; [8] - \frac{-2t+3}{2t-2} \cdot [7]$.

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_{38}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, -1, 4, -\frac{1}{2}, t-1, \frac{-4t^2+4t+1}{2t-2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(1,6)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [8] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-1) \cdot [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - [2]; [6] - [2]; [7] - 3 \cdot [2]; [8] - (2t-1) \cdot [2]; [4] - [3]; [5] - (-2) \cdot [3]; [6] - (-1) \cdot [3]; [7] - (-4) \cdot [3]; [8] - (-3t+1) \cdot [3]; [5] - (-3) \cdot [4]; [6] - (-2) \cdot [4]; [7] - (-5) \cdot [4]; [8] - (-4t+1) \cdot [4]; [6] - \frac{3}{4} \cdot [5]; [7] - \frac{3}{2} \cdot [5]; [8] - \frac{5t-1}{4} \cdot [5]; [7] - 2 \cdot [6]; [8] - (3t-1) \cdot [6]; [8] - \frac{-2t+3}{2t-2} \cdot [7]$.

Випадок $1 \prec 7$.

Матриця $D_{38}^{(1,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, -1, 4, -1, -\frac{1}{2}, \frac{-7t^2+12t-4}{2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(1,7)} = 7t^2 - 12t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [8] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-1) \cdot [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - [2]; [6] - [2]; [7] - 3 \cdot [2]; [8] - (2t-1) \cdot [2]; [4] - [3]; [5] - (-2) \cdot [3]; [6] - (-2) \cdot [3]; [7] - (-4) \cdot [3]; [8] - (-3t+2) \cdot [3]; [5] - (-3) \cdot [4]; [6] - (-3) \cdot [4]; [7] - (-5) \cdot [4]; [8] - (-4t+2) \cdot [4]; [6] - [5]; [7] - \frac{3}{2} \cdot [5]; [8] - \frac{5t-2}{4} \cdot [5]; [7] - [6]; [8] - \frac{3t-2}{2} \cdot [6]; [8] - \frac{7t-6}{2} \cdot [7]$.

Випадок $2 \prec 7$.

Матриця $D_{38}^{(2,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -1, -2, -1, 1, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(2,7)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [8] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [4] - (-\frac{1}{3}) \cdot [2]; [5] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [6] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [7] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [8] - \frac{1}{3} \cdot [2]; [4] - [3]; [5] - 2 \cdot [3]; [6] - 2 \cdot [3]; [7] - (-4) \cdot [3]; [8] - (-3t+2) \cdot [3]; [5] - 2 \cdot [4]; [6] - 2 \cdot [4]; [7] - (-5) \cdot [4]; [8] - (-4t+2) \cdot [4]; [6] -$

$[5]; [7]-(-3)\cdot[5]; [8]-\frac{-5t+2}{2}\cdot[5]; [7]-(-2)\cdot[6]; [8]-(-2t+1)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 4$.

Матриця $D_{38}^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{2}, t-2, -1, -\frac{1}{2}, -3t+2$. Значить $Z\Delta_{38}^{(3,4)} = 3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[4]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[4]; [8]-\frac{4t-3}{2}\cdot[4]; [5]+[7]; [7]-[5]; [8]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-1)\cdot[6]; [8]-(2t+1)\cdot[6]; [8]-(2t-3)\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 5$.

Матриця $D_{38}^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -2, \frac{1}{2}, 2t-2, \frac{-3t^2+4t}{2t-2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(3,5)} = 3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-3\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-2)\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-3}{2}\cdot[5]; [7]-2t\cdot[6]; [8]-(t+1)\cdot[6]; [8]-\frac{-t+2}{2t-2}\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 6$.

Матриця $D_{38}^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -2, -1, t-1, \frac{-3t^2+4t}{2t-2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(3,6)} = 3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-$

$(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-3\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-2)\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-3}{2}\cdot[5]; [7]-2\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{-t+2}{2t-2}\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 7$.

Матриця $D_{38}^{(3,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -2, -1, -1, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(3,7)} = 3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-2\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-1)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-2}{2}\cdot[5]; [7]-2\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_{38}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, 2t-2, \frac{-3t^2+4t}{2t-2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(4,5)} = 3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-3}{2}\cdot[5]; [7]-2t\cdot[6]; [8]-(t+1)\cdot[6]; [8]-\frac{-t+2}{2t-2}\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 6$.

Матриця $D_{38}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{2}{5}, -1, t-1, \frac{-3t^2+4t}{2t-2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(4,6)} = 3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot$

$[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-3}{2}\cdot[5]; [7]-2\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{-t+2}{2t-2}\cdot[7]$.

Випадок $4\prec 7$.

Матриця $D_{38}^{(4,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{2}{5}, -1, -1, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(4,7)} = 3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-2}{2}\cdot[5]; [7]-2\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[7]$.

Випадок $5\prec 6$.

Матриця $D_{38}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{2}{3}, \frac{-3t^2+8t-4}{2}, \frac{1}{2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(5,6)} = 3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-\frac{3t-4}{2}\cdot[6]; [7]+[8]; [8]-[7]$.

Випадок $5\prec 7$.

Матриця $D_{38}^{(5,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, -\frac{1}{3}, 1, \frac{-4t^2+8t-3}{2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(5,7)} = 4t^2-8t+3$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-$

$(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [7]-(-2)\cdot[6]; [8]-(-3t+3)\cdot[6]; [8]-(2t-2)[7]$.

Випадок $6 \prec 7$.

Матриця $D_{38}^{(6,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{-4t^2+8t-3}{2}$. Значить $Z\Delta_{38}^{(6,7)} = 4t^2 - 8t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[6]; [8]-(2t-2)[7]$.

40) Частково впорядкованій множині S_{40} відповідає матриця

$$A_{40} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 2$.

Матриця $D_{40}^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, -\frac{1}{2}, -1, -1, -1, 4, \frac{2t-3}{2}, \frac{-7t^2+16t-8}{4t-6}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(1,2)} = 7t^2 - 16t + 8$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot$

$[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-[2]; [4]-[2]; [5]-(-1)\cdot[2]; [6]-(-1)\cdot [2]; [7]-(-3)\cdot[2]; [8]-(2t+1)\cdot[2]; [3]+[5]; [5]-[3]; [7]-(-t+2)\cdot[3]; [8]-(t-2)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[4]; [6]-(-2)\cdot[4]; [7]-(-t-2)\cdot[4]; [8]-(-2t)\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot [5]; [7]-(-2t+3)\cdot[5]; [8]-(t-3)\cdot[5]; [7]-\frac{2t-1}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{t+4}{4}\cdot[6]; [8]-\frac{-5t+8}{4t-6}\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_{40}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, -1, -1, 4, \frac{4t-3}{4}, \frac{-4t^2+4t+1}{4t-3}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(1,6)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-(-1)\cdot[2]; [6]-[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-[3]; [6]-(-1)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+1)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-(-2)\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+1)\cdot[4]; [6]-(-3)\cdot[5]; [7]-(-6)\cdot[5]; [8]-(5t+1)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{4}\cdot[6]; [8]-\frac{6t-1}{4}\cdot[6]; [8]-\frac{-2t+5}{4t-3}\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 7$.

Матриця $D_{40}^{(1,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, -1, -1, 5, -\frac{4}{5}, \frac{-7t^2+8t}{4}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(1,7)} = 7t^2-8t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-(-1)\cdot[2]; [6]-[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-[3]; [6]-(-2)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-(-3)\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+2)\cdot[4]; [6]-(-4)\cdot[5]; [7]-(-6)\cdot[5]; [8]-(-5t+2)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{5}\cdot[6]; [8]-\frac{6t-2}{5}\cdot[6]; [8]-\frac{7t-4}{4}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 7$.

Матриця $D_{40}^{(2,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -1, -1, -2, 2, \frac{-4t^2+4t+1}{4}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(2,7)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім:

$[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-[3]; [6]-2\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-3\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+2)\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-(-6)\cdot[5]; [8]-(-5t+2)\cdot[5]; [7]-(-\frac{7}{2})\cdot[6]; [8]-(-3t+1)\cdot[6]; [8]-\frac{2t-1}{2}\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 4$.

Матриця $D_{40}^{(3,4)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, t-2, -3, -\frac{2}{3}, \frac{-3t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(3,4)}=3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-3\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-3)\cdot[4]; [5]+[7]; [7]-[5]; [8]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-\frac{2}{3})\cdot[6]; [8]-\frac{5t+4}{3}\cdot[6]; [8]-\frac{t-4}{2}\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 5$.

Матриця $D_{40}^{(3,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -2, t-2, 1, \frac{-3t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(3,5)}=3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-3\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-3)\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-4}{2}\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(-1)\cdot[6]; [8]-(-2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $3\prec 6$.

Матриця $D_{40}^{(3,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -1, -3, \frac{3t-2}{3}, \frac{-3t^2+4t}{3t-2}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(3,6)}=3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-3\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-2)\cdot[4]; [6]-3\cdot[5]; [7]-6\cdot[5]; [8]-(5t-3)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{3}\cdot[6]; [8]-\frac{6t-4}{3}\cdot[6]; [8]-\frac{2}{3t-2}\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 7$.

Матриця $D_{40}^{(3,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, -1, -2, -2, \frac{-4t^2+4t+1}{4}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(3,7)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-2\cdot[4]; [7]-5\cdot[4]; [8]-(4t-1)\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-6\cdot[5]; [8]-(5t-2)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{6t-3}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{2t-1}{2}\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_{40}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{2}{5}, t-2, 1, \frac{-3t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(4,5)} = 3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-4}{2}\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(-1)\cdot[6]; [8]-(-2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 6$.

Матриця $D_{40}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{1}{5}, -3, \frac{3t-2}{3}, \frac{-3t^2+4t}{3t-2}$. Значить

$Z\Delta_{40}^{(4,6)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-3\cdot[5]; [7]-6\cdot[5]; [8]-(5t-3)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{3}\cdot[6]; [8]-\frac{6t-4}{3}\cdot[6]; [8]-\frac{2}{3t-2}\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 7$.

Матриця $D_{40}^{(4,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{1}{5}, -2, -2, \frac{-4t^2+4t+1}{4}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(4,7)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-6\cdot[5]; [8]-(5t-2)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{6t-3}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{2t-1}{2}\cdot[7]$.

Випадок $5 \prec 6$.

Матриця $D_{40}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3t-2}{3}, \frac{-3t^2+4t}{3t-2}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(5,6)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{6}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{7}{3}\cdot[6]; [8]-\frac{6t-4}{3}\cdot[6]; [8]-\frac{2}{3t-2}\cdot[7]$.

Випадок $5 \prec 7$.

Матриця $D_{40}^{(5,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного виг-

ляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{1}{3}, -2, \frac{-4t^2+4t+1}{4}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(5,7)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{6}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{7}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{6t-3}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{2t-1}{2}\cdot[7]$.

Випадок $6 \prec 7$.

Матриця $D_{40}^{(6,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{7}{6}, \frac{4}{7}, \frac{-7t^2+16t-8}{4}$. Значить $Z\Delta_{40}^{(6,7)} = 7t^2 - 16t + 8$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [7]-\frac{2}{5}\cdot[4]; [8]-\frac{3}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{6}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{2}{7}\cdot[6]; [8]-\frac{3}{7}\cdot[6]; [8]-\frac{7t-8}{4}\cdot[7]$.

44) Частково впорядкованій множині S_{44} відповідає матриця

$$A_{44} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1 \prec 2$.

Матриця $D_{44}^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, -1, 1, -1, 3, \frac{2t-4}{3}, \frac{-4t^2+8t-3}{2t-4}$. Значить $Z\Delta_{44}^{(1,2)} = 4t^2 - 8t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [8] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-1) \cdot [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - [2]; [6] - [2]; [7] - 3 \cdot [2]; [8] - (2t-1) \cdot [2]; [3] + [5]; [5] - [3]; [7] - (-t+2) \cdot [3]; [8] - (t-2) \cdot [3]; [5] - (-1) \cdot [4]; [6] - (-1) \cdot [4]; [7] - (-t-2) \cdot [4]; [8] - (-2t) \cdot [4]; [6] - (-1) \cdot [5]; [7] - (-2t+3) \cdot [5]; [8] - (t-3) \cdot [5]; [7] - \frac{4t-2}{3} \cdot [6]; [8] - \frac{t+4}{3} \cdot [6]; [8] - \frac{-4t+5}{2t-4} \cdot [7]$.

Випадок $1 \prec 3$.

Матриця $D_{44}^{(1,3)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, -1, 1, 3, \frac{2t-4}{3}, \frac{-4t^2+8t-3}{2t-4}$. Значить $Z\Delta_{44}^{(1,3)} = 4t^2 - 8t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [8] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-1) \cdot [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - [2]; [6] - [2]; [7] - 3 \cdot [2]; [8] - (2t-1) \cdot [2]; [4] - [3]; [5] - (-2) \cdot [3]; [6] - (-1) \cdot [3]; [7] - (-4) \cdot [3]; [8] - (-3t+2) \cdot [3]; [4] + [5]; [5] - [4]; [7] - (-t+2) \cdot [4]; [8] - (t-2) \cdot [4]; [6] - 2 \cdot [5]; [7] - (2t+1) \cdot [5]; [8] - (2t+1) \cdot [5]; [7] - \frac{4t-2}{3} \cdot [6]; [8] - \frac{t+4}{3} \cdot [6]; [8] - \frac{-4t+5}{2t-4} \cdot [7]$.

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_{44}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, -1, 1, -1, 3, \frac{3t-4}{3}, -t$. Значить $Z\Delta_{44}^{(1,6)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [4] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [5] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [6] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [7] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [8] - (-\frac{1}{2}) \cdot [1]; [3] - [2]; [4] - (-1) \cdot [2]; [5] - (-1) \cdot [2]; [6] - [2]; [7] - 3 \cdot [2]; [8] - (2t-1) \cdot [2]; [4] - (-1) \cdot [3]; [5] - (-1) \cdot [3]; [6] - [3]; [7] - 4 \cdot [3]; [8] - (3t-1) \cdot [3]; [5] - [4]; [6] - (-1) \cdot [4]; [7] - (-5) \cdot [4]; [8] - (-4t+1) \cdot [4]; [6] - (-2) \cdot [5]; [7] - (-6) \cdot [5]; [8] - (-5t+1) \cdot [5]; [7] - \frac{7}{3} \cdot [6]; [8] - \frac{6t-1}{3} \cdot [6]; [8] - (-1) \cdot [7]$.

Випадок $1 \prec 7$.

Матриця $D_{44}^{(1,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, -1, 1, -1, 5, -\frac{4}{5}, \frac{-7t^2+12t-4}{4}$. Значить $Z\Delta_{44}^{(1,7)} = 7t^2 - 12t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-(-1)\cdot[2]; [6]-[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-2\cdot[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-(-3)\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+3)\cdot[4]; [6]-(-4)\cdot[5]; [7]-(-6)\cdot[5]; [8]-(-5t+3)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{5}\cdot[6]; [8]-\frac{6t-3}{5}\cdot[6]; [8]-\frac{7t-6}{4}\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 3$.

Матриця $D_{44}^{(2,3)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, t-2, -2, 1, 1, \frac{-3t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_{44}^{(2,3)} = 3t^2 - 8t + 4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-(-1)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [4]+[7]; [7]-[4]; [8]-(-1)\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[5]; [8]-\frac{-4t-1}{2}\cdot[5]; [7]-(-1)\cdot[6]; [8]-(t+1)\cdot[6]; [8]-(t-1)\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 7$.

Матриця $D_{44}^{(2,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, 1, -1, -2, 2, \frac{-4t^2+4t+1}{4}$. Значить $Z\Delta_{44}^{(2,7)} = 4t^2 - 4t - 1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-2)\cdot[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-2\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+3)\cdot[4]; [6]-2\cdot$

$[5]; [7]-(-6)\cdot[5]; [8]-(-5t+3)\cdot[5]; [7]-(-\frac{7}{2})\cdot[6]; [8]-\frac{-6t+3}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{2t-1}{2}\cdot[7]$.

Випадок $3 \prec 7$.

Матриця $D_{44}^{(3,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, -\frac{1}{4}, -1, -2, 2, \frac{-4t^2+4t+1}{4}$. Значить $Z\Delta_{44}^{(3,7)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-2\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+3)\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-(-6)\cdot[5]; [8]-(-5t+3)\cdot[5]; [7]-(-\frac{7}{2})\cdot[6]; [8]-\frac{-6t+3}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{2t-1}{2}\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_{44}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{2}{5}, t-2, 1, \frac{-3t+2}{2}$. Значить $Z\Delta_{44}^{(4,5)} = 3t^2-8t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{2}{5})\cdot[4]; [6]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [7]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [8]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-4}{2}\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-(-1)\cdot[6]; [8]-(-2t-1)\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 6$.

Матриця $D_{44}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{1}{5}, -4, \frac{4t-5}{4}, \frac{-4t^2+8t-3}{4t-5}$. Значить $Z\Delta_{44}^{(4,6)} = 4t^2-8t+3$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-$

$(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [6]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [7]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [8]-(-\frac{2}{5})\cdot[4]; [6]-4\cdot[5]; [7]-6\cdot[5]; [8]-(5t-3)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{4}\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{-2t+4}{4t-5}\cdot[7]$.

Випадок $4\prec 7$.

Матриця $D_{44}^{(4,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{1}{5}, -2, -2, \frac{-4t^2+4t+1}{4}$. Значить $Z\Delta_{44}^{(4,7)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [6]-(-\frac{2}{5})\cdot[4]; [7]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [8]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-6\cdot[5]; [8]-(5t-1)\cdot[5]; [7]-\frac{7}{2}\cdot[6]; [8]-(3t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{2t-1}{2}\cdot[7]$.

Випадок $5\prec 6$.

Матриця $D_{44}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4t-5}{4}, \frac{-4t^2+8t-3}{4t-5}$. Значить $Z\Delta_{44}^{(5,6)} = 4t^2-8t+3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [6]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [7]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [8]-(-\frac{2}{5})\cdot[4]; [6]-\frac{2}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{6}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{7}{4}\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{-2t+4}{4t-5}\cdot[7]$.

Випадок $5\prec 7$.

Матриця $D_{44}^{(5,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{1}{3}, -2, \frac{-4t^2+4t+1}{4}$. Значить $Z\Delta_{44}^{(5,7)} = 4t^2-4t-1$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-$

$(-\frac{1}{3})\cdot[2];[8]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{4}\cdot[3];[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3];[7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[8]-\frac{1}{4}\cdot[3];[5]-(-\frac{1}{5})\cdot[4];[6]-(-\frac{2}{5})\cdot[4];[7]-(-\frac{1}{5})\cdot[4];[8]-\frac{1}{5}\cdot[4];[6]-\frac{1}{3}\cdot[5];[7]-\frac{1}{6}\cdot[5];[8]-\frac{2}{3}\cdot[5];[7]-\frac{7}{2}\cdot[6];[8]-(3t-1)\cdot[6];[8]-\frac{2t-1}{2}\cdot[7].$

Випадок $6\prec 7$.

Матриця $D_{44}^{(6,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{3}{2},\frac{4}{3},\frac{5}{4},\frac{6}{5},\frac{7}{6},\frac{4}{7},\frac{-7t^2+12t-4}{4}$. Значить $Z\Delta_{44}^{(6,7)}=7t^2-12t+4$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{3}\cdot[2];[5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[6]-(-\frac{1}{3})\cdot[2];[7]-\frac{1}{3}\cdot[2];[8]-\frac{1}{3}\cdot[2];[4]-\frac{1}{4}\cdot[3];[5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[6]-(-\frac{1}{4})\cdot[3];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3];[8]-\frac{1}{4}\cdot[3];[5]-(-\frac{1}{5})\cdot[4];[6]-(-\frac{1}{5})\cdot[4];[7]-(-\frac{2}{5})\cdot[4];[8]-\frac{1}{5}\cdot[4];[6]-\frac{1}{6}\cdot[5];[7]-\frac{1}{3}\cdot[5];[8]-\frac{2}{3}\cdot[5];[7]-\frac{2}{7}\cdot[6];[8]-\frac{4}{7}\cdot[6];[8]-\frac{7t-6}{4}\cdot[7].$

45) Частково впорядкованій множині S_{45} відповідає матриця

$$A_{45}=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1\\ -1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1\\ -1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1\\ -1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1\\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1\\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1\\ -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1\\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Випадок $1\prec 2$.

Матриця $D_{45}^{(1,2)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2,\frac{1}{2},-1,-1,3,\frac{1}{3},-1,4t^2-8t+3$. Значить $Z\Delta_{45}^{(1,2)}=4t^2-8t+3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1];[3]-(-1)\cdot[2];[4]-[2];[5]-[2];[6]-$

$[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [3]+[4]; [4]-[3]; [7]-(-t+2)\cdot[3]; [8]-(t-2)\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-[4]; [7]-(t+2)\cdot[4]; [8]-2t\cdot[4]; [6]-\frac{2}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{3t-1}{3}\cdot[5]; [8]-\frac{t+3}{3}\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-(3t-5)\cdot[6]; [8]-(-4t+6)\cdot[6]; [8]-(2t-2)\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 3$.

Матриця $D_{45}^{(1,3)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, 1, -1, -1, -1, t-2, \frac{-3t^2+4t}{t-2}$. Значить $Z\Delta_{45}^{(1,3)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-1)\cdot[2]; [4]-[2]; [5]-[2]; [6]-[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-2)\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-1)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [5]-[4]; [6]-[4]; [7]-(-t+2)\cdot[4]; [8]-(t-2)\cdot[4]; [6]-(-2)\cdot[5]; [7]-(-3t+1)\cdot[5]; [8]-(-t-3)\cdot[5]; [7]-(t+1)\cdot[6]; [8]-(2t)\cdot[6]; [8]-\frac{-2t+2}{t-2}\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 5$.

Матриця $D_{45}^{(1,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, -1, 1, 3, \frac{1}{3}, t-2, \frac{-3t^2+4t}{t-2}$. Значить $Z\Delta_{45}^{(1,5)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-[2]; [6]-[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[3]; [5]-[3]; [6]-[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-1)\cdot[3]; [5]-(-2)\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+1)\cdot[4]; [6]-\frac{2}{3}\cdot[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-\frac{5t-1}{3}\cdot[5]; [7]-(3t-3)\cdot[6]; [8]-(-2t+4)\cdot[6]; [8]-\frac{-2t+2}{t-2}\cdot[7]$.

Випадок $1 \prec 6$.

Матриця $D_{45}^{(1,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, -1, 1, 4, -1, \frac{-3t^2+4t}{2}, \frac{1}{2}$. Значить $Z\Delta_{45}^{(1,6)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-$

$(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-[2]; [6]-[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-2)\cdot[3]; [5]-(-3)\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+2)\cdot[4]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{3}{2}\cdot[5]; [8]-\frac{5t-2}{4}\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[6]; [7]+[8]; [8]-[7]$.

Випадок $1 \prec 7$.

Матриця $D_{45}^{(1,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{1}{2}, -1, 1, 4, -\frac{1}{2}, -1, \frac{-4t^2+8t-3}{2}$. Значить $Z\Delta_{45}^{(1,7)} = 4t^2-8t+3$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-[2]; [4]-(-1)\cdot[2]; [5]-[2]; [6]-[2]; [7]-3\cdot[2]; [8]-(2t-1)\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[3]; [5]-2\cdot[3]; [6]-[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-2)\cdot[3]; [5]-(-3)\cdot[4]; [6]-(-2)\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+3)\cdot[4]; [6]-\frac{3}{4}\cdot[5]; [7]-\frac{3}{2}\cdot[5]; [8]-\frac{5t-3}{4}\cdot[5]; [7]-2\cdot[6]; [8]-(3t-3)\cdot[6]; [8]-(2t-2)\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 3$.

Матриця $D_{45}^{(2,3)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, -1, 2, 1, \frac{2t-3}{2}, -2t+1$. Значить $Z\Delta_{45}^{(2,3)} = 4t^2-8t+3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-2\cdot[3]; [5]-(-1)\cdot[3]; [6]-(-1)\cdot[3]; [7]-(-4)\cdot[3]; [8]-(-3t+2)\cdot[3]; [4]+[5]; [5]-[4]; [7]-(-t+2)\cdot[4]; [8]-(t-2)\cdot[4]; [6]-[5]; [7]-\frac{5}{2}\cdot[5]; [8]-\frac{4t-3}{2}\cdot[5]; [7]-t\cdot[6]; [8]-t\cdot[6]; [8]-(-1)\cdot[7]$.

Випадок $2 \prec 6$.

Матриця $D_{45}^{(2,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, 1, -2, 1, t-1, \frac{-3t^2+4t}{2t-2}$. Значить $Z\Delta_{45}^{(2,6)} = 3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім:

$[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[3]; [5]-(-2)\cdot[3]; [6]-[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-2)\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+2)\cdot[4]; [6]-(-1)\cdot[5]; [7]-(-3)\cdot[5]; [8]-\frac{-5t+2}{2}\cdot[5]; [7]-2\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{-t+2}{2t-2}\cdot[7].$

Випадок $2 \prec 7$.

Матриця $D_{45}^{(2,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, 1, -2, 1, -1, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{45}^{(2,7)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-1)\cdot[3]; [5]-(-2)\cdot[3]; [6]-[3]; [7]-4\cdot[3]; [8]-(3t-2)\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-(-2)\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+3)\cdot[4]; [6]-(-\frac{3}{2})\cdot[5]; [7]-(-3)\cdot[5]; [8]-\frac{-5t+3}{2}\cdot[5]; [7]-2\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[7].$

Випадок $3 \prec 7$.

Матриця $D_{45}^{(3,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, -\frac{1}{4}, -2, -1, 1, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{45}^{(3,7)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-2\cdot[4]; [6]-3\cdot[4]; [7]-(-5)\cdot[4]; [8]-(-4t+3)\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[5]; [7]-(-3)\cdot[5]; [8]-\frac{-5t+3}{2}\cdot[5]; [7]-(-2)\cdot[6]; [8]-(-2t+1)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[7].$

Випадок $4 \prec 5$.

Матриця $D_{45}^{(4,5)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{3}{5}, \frac{1}{3}, 2t-3, -2t+1$. Значить $Z\Delta_{45}^{(4,5)} = 4t^2 - 8t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [5]-(-\frac{3}{5})\cdot[4]; [6]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [7]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [8]-(-\frac{2}{5})\cdot[4]; [6]-\frac{4}{3}\cdot[5]; [7]-2\cdot[5]; [8]-\frac{5t-3}{2}\cdot[5]; [7]-(3t-3)\cdot[6]; [8]-(-t+3)\cdot[6]; [8]-(-1)\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 6$.

Матриця $D_{45}^{(4,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{2}{5}, -1, t-1, \frac{-3t^2+4t}{2t-2}$. Значить $Z\Delta_{45}^{(4,6)} = 3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{2}{5})\cdot[4]; [6]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [7]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [8]-(-\frac{3}{5})\cdot[4]; [6]-2\cdot[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-2}{2}\cdot[5]; [7]-2\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{-t+2}{2t-2}\cdot[7]$.

Випадок $4 \prec 7$.

Матриця $D_{45}^{(4,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{2}{5}, -1, -1, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{45}^{(4,7)} = 3t^2-4t$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{2}{5})\cdot[4]; [6]-(-\frac{3}{5})\cdot[4]; [7]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [8]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{3}{2}\cdot[5]; [7]-3\cdot[5]; [8]-\frac{5t-1}{2}\cdot[5]; [7]-2\cdot[6]; [8]-(2t-1)\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[7]$.

Випадок $5 \prec 6$.

Матриця $D_{45}^{(5,6)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{1}{3}, t-1, \frac{-4t^2+8t-3}{2t-2}$. Значить

$Z\Delta_{45}^{(5,6)} = 4t^2 - 8t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [6]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [7]-(-\frac{2}{5})\cdot[4]; [8]-(-\frac{3}{5})\cdot[4]; [6]-\frac{2}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [7]-2\cdot[6]; [8]-(3t-3)\cdot[6]; [8]-\frac{1}{2t-2}\cdot[7]$.

Випадок $5 \prec 7$.

Матриця $D_{45}^{(5,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, \frac{-3t^2+4t}{2}$. Значить $Z\Delta_{45}^{(5,7)} = 3t^2 - 4t$.

Вкажемо ці перетворення: непарна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [6]-(-\frac{3}{5})\cdot[4]; [7]-(-\frac{2}{5})\cdot[4]; [8]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [8]-\frac{2}{3}\cdot[5]; [6]+[7]; [7]-[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[6]; [8]-\frac{3t-2}{2}\cdot[7]$.

Випадок $6 \prec 7$.

Матриця $D_{45}^{(6,7)}$ перетвореннями рядків приводиться до трикутного вигляду з діагональними елементами $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{-4t^2+8t-3}{2}$. Значить $Z\Delta_{45}^{(6,7)} = 4t^2 - 8t + 3$.

Вкажемо ці перетворення: парна t-стандартна перестановка і потім: $[2]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [4]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [5]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [7]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [8]-(-\frac{1}{2})\cdot[1]; [3]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [5]-(-\frac{1}{3})\cdot[2]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [7]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [8]-\frac{1}{3}\cdot[2]; [4]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{4})\cdot[3]; [6]-(-\frac{1}{2})\cdot[3]; [7]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [8]-\frac{1}{4}\cdot[3]; [5]-(-\frac{1}{5})\cdot[4]; [6]-(-\frac{2}{5})\cdot[4]; [7]-(-\frac{3}{5})\cdot[4]; [8]-\frac{1}{5}\cdot[4]; [6]-\frac{1}{3}\cdot[5]; [7]-\frac{1}{2}\cdot[5]; [8]-\frac{2}{3}\cdot[5]; [8]-\frac{1}{2}\cdot[6]; [8]-(2t-2)\cdot[7]$.

Теорема 4.1 доведена.

4.2. Загальні теореми

У цьому підрозділі сформульовані та доведені загальні теореми про ч. в. множини з додатною формою Тітса, що є несерійними. Усі цілочислові P-визначальні поліноми розташовуються в лексикографічному порядку відносно їх коефіцієнтів, а P-граничні числа (у випадку, коли вони виписуються без відповідних поліномів) — в порядку зростання.

4.2.1. Зведення до випадку з вузловими елементами. Дамо означення мінімаксної еквівалентності частково впорядкованих множин [46].

Нехай S — (скінченна) ч. в. множина. Для її мінімального (відповідно максимального) елемента $a \in S$ позначимо через $S_a^{\uparrow}$ (відповідно $S_a^{\downarrow}$) ч. в. множину, яка збігається із заданою як звичайна множина, і при цьому відношення часткового порядку задається наступними умовами:

a) a — максимальний (відповідно мінімальний) елемент $S_a^{\uparrow}$ (відповідно $S_a^{\downarrow}$);

b) якщо $x, y \neq a$, то $x < y$ в $S_a^{\uparrow}$ (відповідно $S_a^{\downarrow}$) тоді і лише тоді, коли $x < y$ в S;

c) $a > x$ в $S_a^{\uparrow}$ (відповідно $a < x$ $S_a^{\downarrow}$) тоді і лише тоді, коли $a \not\lessgtr x$ в S.

Надалі будемо писати $S_{xy}^{\uparrow\uparrow}$ замість $(S_x^{\uparrow})_y^{\uparrow}$, тощо.

Частково впорядкована множина T називається мінімаксно еквівалентною частково впорядкованій множині S, якщо T має вигляд $S_{x_1 x_2 \ldots x_p}^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_p}$, $p \geq 0$, де $\varepsilon_i \in \{\uparrow, \downarrow\}$ і для кожного $i = 1, \ldots, p$ елемент x_i є мінімальним (відповідно максимальним) в $\overline{S}_{i-1} = S_{x_1 x_2 \ldots x_{i-1}}^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_{i-1}}$, якщо $\varepsilon_i =\uparrow$ (відповідно $\varepsilon_i =\downarrow$); для $p = 0$ вважаємо, що $\overline{S} = S$. Частково впорядковані множини S і S' називаються мінимаксно ізоморфними, якщо існує ч. в. множина T, яка мінімаксно еквівалентна S і ізоморфна S'.

У випадку, коли всі x_i попарно різні і $\varepsilon_1 = \ldots = \varepsilon_p = \varepsilon$, замість $S_{x_1 x_2 \ldots x_p}^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_p}$ пишуть S_X^{ε}, де $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_p\}$.

Твердження 4.2. *Нехай a — елемент частково впорядкованої множини S. Тоді існує мінімаксно еквівалентна до S частково впорядкована множина T, в якій a є максимальним вузловим елементом.*

Це твердження можна узагальнити наступним чином.

Твердження 4.3. *Нехай a, b — елементи частково впорядкованої множини S такі, що $a > b$. Тоді існує мінімаксно еквівалентна до S частково впорядкована множина T така, що виконуються наступні умови:*

a) при переході від S до T операції вигляду S_a^ε і S_b^ε не використовуються;

b) a є максимальним вузловим елементом в T (тоді, враховуючи a) маємо, що $a > b$ в T).

Дійсно, в обох випадках, якщо позначити через A підмножину частково впорядкованої множини S, що складається із усіх $x > a$, а через B підмножину, що складається із усіх x, непорівняльних із a, то, як легко бачити, $T = (S_A^\downarrow)_B^\downarrow$ є потрібною частково впорядкованою множиною.

Згідно твердження 19 [47] мінімаксно еквівалентні частково впорядковані множини мають Z-еквівалентні квадратичні форми Тітса. При цьому, якщо говорити про еквівалентні форми Тітса $q_S(z)$ для S та $q_{S'}(z)$ для $S' = S_a^\varepsilon(\varepsilon \in \{\uparrow, \downarrow\})$, то за відповідну лінійну заміну можна взяти наступну: $z'_a = -z_a$, $z'_0 = z_0 - z_a$, $z'_x = z_x$ для $x \in S, x \neq a$. Звідси, враховуючи твердження 4.3, випливає, як легко бачити (наприклад, користуючись трактовкою P-граничних поліномів через визначники матриць квадратичних форм), наступна теорема.

Теорема 4.4. *Будь-який цілочисловий P-визначальний поліном несерійної частково впорядкованої множини дорівнює деякому такому ж поліному деякої несерійної частково впорядкованої множини з максимальним вузловим елементом.*

4.2.2. Теореми про цілочислові P-визначальні поліноми.

Теорема 4.5. *Цілочисловими P-визначальними поліномами несерійних частково впорядкованих множин порядку 5 є наступні і лише наступні поліноми:*

$$4t^2-4t-3,\quad 5t^2-4t-4,\quad 5t^2-8t,\quad 5t^2-12t+4.$$

Теорема 4.6. *Цілочисловими P-визначальними поліномами несерійних частково впорядкованих множин порядку 6 є наступні і лише наступні поліноми:*

$$\begin{gathered}2t^2-2t-1,\quad 2t^2-3t,\quad 2t^2-5t+2,\quad 3t^2-2t-2,\\ 3t^2-3t-1,\quad 3t^2-4t,\quad 3t^2-6t+2,\quad 3t^2-8t+4.\end{gathered}$$

Теорема 4.7. *Цілочисловими P-визначальними поліномами несерійних частково впорядкованих множин порядку 7 є наступні і лише наступні поліноми:*

$$\begin{array}{lllll}3t^2-4t, & 3t^2-8t+4, & 4t^2-4t-1, & 4t^2-8t+3, & 7t^2-4t-4,\\ 7t^2-8t, & 7t^2-12t+4, & 7t^2-16t+8, & 7t^2-20t+12. & \end{array}$$

Теореми 4.5 – 4.7 випливають із результатів двох попередніх підрозділів. Із них випливає наступне твердження.

Теорема 4.8. *Цілочисловими P-визначальними поліномами несерійних частково впорядкованих множин є наступні і лише наступні поліноми:*

$$\begin{array}{lllll}2t^2-2t-1, & 2t^2-3t, & 2t^2-5t+2, & 3t^2-2t-2, & 3t^2-3t-1,\\ 3t^2-4t, & 3t^2-6t+2, & 3t^2-8t+4, & 4t^2-4t-1, & 4t^2-4t-3,\\ 4t^2-8t+3, & 5t^2-4t-4, & 5t^2-8t, & 5t^2-12t+4, & 7t^2-4t-4,\\ 7t^2-8t, & 7t^2-12t+4, & 7t^2-16t+8, & 7t^2-20t+12. & \end{array}$$

4.2.3. Теореми про P-граничні числа.

Теорема 4.9. *P-граничними числами несерійних частково впорядкованих множин порядку 5 є наступні і лише наступні дійсні числа:*

$$\tfrac{2-2\sqrt{6}}{5},\quad -\tfrac{1}{2},\quad 0,\quad \tfrac{2}{5},\quad \tfrac{2+2\sqrt{6}}{5},\quad 1\tfrac{1}{2},\quad 1\tfrac{3}{5},\quad 2.$$

Теорема 4.10. *P-граничними числами несерійних частково впорядкованих множин порядку 6 є наступні і лише наступні дійсні числа:*

$$\begin{array}{ccccccc}
\tfrac{1-\sqrt{7}}{3}, & \tfrac{1-\sqrt{3}}{2}, & \tfrac{3-\sqrt{21}}{6}, & 0, & \tfrac{3-\sqrt{3}}{3}, & \tfrac{1}{2}, & \tfrac{2}{3}, \\
\tfrac{1+\sqrt{7}}{3}, & \tfrac{3+\sqrt{21}}{6}, & 1\tfrac{1}{3}, & \tfrac{1+\sqrt{3}}{2}, & 1\tfrac{1}{2}, & \tfrac{3+\sqrt{3}}{3}, & 2.
\end{array}$$

Теорема 4.11. *P-граничними числами несерійних частково впорядкованих множин порядку 7 є наступні і лише наступні дійсні числа:*

$$\begin{array}{cccccccc}
\tfrac{2-4\sqrt{2}}{7}, & \tfrac{1-\sqrt{2}}{2}, & 0, & \tfrac{6-2\sqrt{2}}{7}, & \tfrac{1}{2}, & \tfrac{2}{3}, & \tfrac{8-2\sqrt{2}}{7}, & \tfrac{6}{7}, \\
\tfrac{2+4\sqrt{2}}{7}, & 1\tfrac{1}{7}, & \tfrac{1+\sqrt{2}}{2}, & \tfrac{6+2\sqrt{2}}{7}, & 1\tfrac{1}{3}, & 1\tfrac{1}{2}, & \tfrac{8+2\sqrt{2}}{7}, & 2.
\end{array}$$

Теореми 4.9 – 4.11 випливають із результатів попереднього підрозділа. Із них випливає наступне твердження.

Теорема 4.12. *P-граничними числами несерійних частково впорядкованих множин є наступні і лише наступні дійсні числа:*

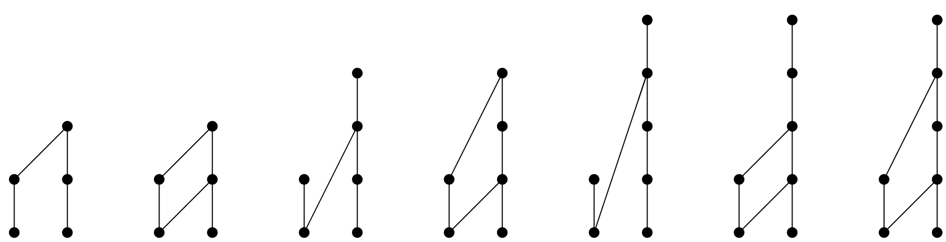
$$\begin{array}{cccccccccc}
\tfrac{2-2\sqrt{6}}{5}, & \tfrac{1-\sqrt{7}}{3}, & \tfrac{2-4\sqrt{2}}{7}, & -\tfrac{1}{2}, & \tfrac{1-\sqrt{3}}{2}, & \tfrac{3-\sqrt{21}}{6}, & \tfrac{1-\sqrt{2}}{2}, & 0, & \tfrac{2}{5}, & \tfrac{3-\sqrt{3}}{3}, \\
\tfrac{6-2\sqrt{2}}{7}, & \tfrac{1}{2}, & \tfrac{2}{3}, & \tfrac{8-2\sqrt{2}}{7}, & \tfrac{6}{7}, & \tfrac{2+4\sqrt{2}}{7}, & 1\tfrac{1}{7}, & \tfrac{1+\sqrt{2}}{2}, & \tfrac{1+\sqrt{7}}{3}, & \tfrac{6+2\sqrt{2}}{7}, \\
\tfrac{3+\sqrt{21}}{6}, & 1\tfrac{1}{3}, & \tfrac{1+\sqrt{3}}{2}, & \tfrac{2+2\sqrt{6}}{5}, & 1\tfrac{1}{2}, & \tfrac{8+2\sqrt{2}}{7}, & \tfrac{3+\sqrt{3}}{3}, & 1\tfrac{3}{5}, & 2. &
\end{array}$$

4.2.4. Підсумкова таблиця. Викладені вище результати обчислень про цілочислові P-визначальні поліноми (несерійних ч. в. множин) та їх корені запишемо, для наглядності, у вигляді таблиці.

№	Порядок множини	Поліном	Менший корінь	Більший корінь
1	6	$2t^2-2t-1$	$\frac{1-\sqrt{3}}{2}\approx-0.37$	$\frac{1+\sqrt{3}}{2}\approx 1.37$
2	6	$2t^2-3t$	0	$1\frac{1}{2}=1.5$
3	6	$2t^2-5t+2$	$\frac{1}{2}=0.5$	2
4	6	$3t^2-2t-2$	$\frac{1-\sqrt{7}}{2}\approx-0.55$	$\frac{1+\sqrt{7}}{2}\approx 1.22$
5	6	$3t^2-3t-1$	$\frac{3-\sqrt{21}}{6}\approx-0.26$	$\frac{3+\sqrt{21}}{6}\approx 1.26$
6	6, 7	$3t^2-4t$	0	$1\frac{1}{3}\approx 1.33$
7	6	$3t^2-6t+2$	$\frac{3-\sqrt{3}}{3}\approx 0.42$	$\frac{3+\sqrt{3}}{3}\approx 1.58$
8	6, 7	$3t^2-8t+4$	$\frac{2}{3}\approx 0.67$	2
9	7	$4t^2-4t-1$	$\frac{1-\sqrt{2}}{2}\approx-0.21$	$\frac{1+\sqrt{2}}{2}\approx 1.21$
10	5	$4t^2-4t-3$	$-\frac{1}{2}=-0.5$	$1\frac{1}{2}=1.5$
11	7	$4t^2-8t+3$	$\frac{1}{2}=0.5$	$1\frac{1}{2}=1.5$
12	5	$5t^2-4t-4$	$\frac{2-2\sqrt{6}}{5}\approx-0.58$	$\frac{2+2\sqrt{6}}{5}\approx 1.38$
13	5	$5t^2-8t$	0	$1\frac{3}{5}=1.6$
14	5	$5t^2-12t+4$	$\frac{2}{5}=0.4$	2
15	7	$7t^2-4t-4$	$\frac{2-4\sqrt{2}}{7}\approx-0.52$	$\frac{2+4\sqrt{2}}{7}\approx 1.09$
16	7	$7t^2-8t$	0	$1\frac{1}{7}\approx 1.14$
17	7	$7t^2-12t+4$	$\frac{6-2\sqrt{2}}{7}\approx 0.45$	$\frac{6+2\sqrt{2}}{7}\approx 1.26$
18	7	$7t^2-16t+8$	$\frac{8-2\sqrt{2}}{7}\approx 0.74$	$\frac{8+2\sqrt{2}}{7}\approx 1.55$
19	7	$7t^2-20t+12$	$\frac{6}{7}\approx 0.86$	2

4.2.5. Мінімальні реалізації всіх P-визначальних поліномів. Нехай $\mathcal{P}_0$ позначає сукупність всіх несерійних частково впорядкованих множин і нехай $X \subset \mathcal{P}_0$. Будемо говорити, що на X реалізуються всі цілочислові P-визначальні поліноми, якщо будь-який цілочисловий P-визначальний поліном несерійної частково впорядкованої множини дорівнює деякому такому ж поліному деякої частково впорядкованої множини із X.

Використовуючи теореми 4.1 і 4.4, легко впевнитися, що всі цілочислові P-визначальні поліноми реалізуються на підмножині із $\mathcal{P}_0$, що складається із наступних семи частково впорядкованих множин:



4.3. Висновки до розділу

У цьому розділі описано P-визначальні поліноми несерійних частково впорядкованих множин з вузловими елементами і доведено, що до таких множин зводиться загальний випадок. Описано цілочислові поліноми, які можуть бути цілочисловими P-визначальними поліномами несерійних частково впорядкованих множин, а також вказано їх корені. Вказано мінімальну реалізацію всіх P-визначальних поліномів.

Результати цього розділу опубліковані в роботах [81] – [84] і [90].

ВИСНОВКИ

Дисертаційну роботу присвячено вивченню локальних деформацій додатних цілочислових квадратичних форм над полем дійсних чисел. Основна увага приділена квадратичним формам Тітса несерійних діаграм Динкіна та частково впорядкованих множин.

Описано цілочислові P-визначальні поліноми та P-граничні числа несерійних діаграм Динкіна відносно реберно-локальних деформацій. У кожному з випадків обчислено геометричні інваріанти P-зваженого відносно таких деформацій графа — діаметри, радіуси, центри, тощо. Такі ж інваріанти обчислено у випадку P-зважених графів відносно поточково-локальних деформацій. Зроблено порівняння трьох типів зважених діаграм Динкіна: відносно реберно-локальних і поточково-локальних деформацій та класичного випадку.

Описано цілочислові P-визначальні поліноми несерійних частково впорядкованих множин з вузловими елементами і доведено, що до таких множин зводиться загальний випадок. Описано цілочислові поліноми, які можуть бути цілочисловими P-визначальними поліномами несерійних частково впорядкованих множин, а також вказано їх корені. Вказано мінімальну реалізацію всіх цілочислових P-визначальних поліномів несерійних частково впорядкованих множин.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Митропольский Ю. А. Применение квадратичных форм к исследованию систем линейных дифференциальных уравнений / Ю. А. Митропольский, А. М. Самойленко, В. Л. Кулик // Дифференциальные уравнения. – 1985. – Т. 21, №5. – С. 776–788.

2. Crandall M. G. Semidifferentials, quadratic forms and fully nonlinear elliptic equations of second order / M. G. Crandall // Ann. Just. H. Poincaré Anal Non Linéare. – 1989. – Vol. 6, №6. – P. 419–435.

3. Corovei I. Some functional equations connected with quadratic forms / I. Corovei // Anal. Numér. Théor. Approx. – 1990. – Vol. 19, №2. – P. 123–127.

4. Lehman L. M. Matrix equation solutions and distribution theory of quadratic forms / L. M. Lehman // Thesis (Ph.D.)–Baylor University. – 1993. – 128 pp.

5. Pfister A. Quadratic forms with applications to algebraic geometry and topology / A. Pfister // London Mathematical Society Lecture Note Series, Cambridge University Press, Cambridge. – 1995. – №217. – P. 179.

6. Al-Naggar I. Quadratic forms and solutions of the Schrödinger equation / I. Al-Naggar, D. B. Pearson // J. Phys. – 1996. – P.6581–6584.

7. Alsina M. Quaternion orders, quadratic forms, and Shimura curves / M. Alsina, P. Bayer // CRN Monograph Series, AMS, Providence, RI. – 2004. – Vol.22. – P. 196.

8. Shimura G. Arithmetic and analytic theories of quadratic forms and Clifford groups / G. Shimura // Mathematical Surveys and Monographs, AMS, Providence, RI. – 2004. – Vol.109. – 275pp.

9. Hoffmann D. W. Quadratic forms and Pfister neighbors in characteristic 2 / D. W. Hoffmann, A. Lanhribi // Trans. Amer. Math. Soc. – 2004. – №10. – P. 4019–4052.

10. Ateiwi A. M. A study of dichotomy of linear systems of difference equations using the quadratic forms / A. M. Ateiwi // J. Fract. Calc. – 2004. – Vol.25. – P. 93–100.

11. Ueno T. Modular forms arising from zeta functions in two variables attached to prehomogeneous vector spaces related to quadratic forms / T. Ueno // Nagoya Math. J. – 2004. – Vol.175. – P. 1–37.

12. Chan W. K. Quaternary quadratic forms and Hilbert modular surfaces / W. K. Chan, M. Peters // Contemp. Math. – 2004. – Vol.344. – P.85–97.

13. Fitzgerald R. W. Pensils of quadratic forms over finite fields / R. W. Fitzgerald, J. L. Yucas // Discrete. Math. – 2004. – Vol.283. – P. 71–79.

14. Li M. Systems of Hermitian quadratic forms / M. Li, C. Dezhong // Canad. Math. Byll. –2004. – Vol.47, №1. – P. 73–81.

15. Sivatski A. S. Applications of Clifford algebras to involutions and quadratic forms / A. S. Sivatski // Comm. Algebra.– 2005.– Vol.33, №3.– P.937–951.

16. Genton M. G. Generalized skew-elliptical distributions and their quadratic forms / M. G. Genton, N. M. Loperfido // Ann. Inst. Statist. Math. – 2005. – Vol.57, №2. – P. 389–401.

17. Hibey J. L. Quadratic forms for Feynman-Kac semigroups / J. L. Hibey, C. D. Charalambous // Phys. Lett. – 2006. – Vol.353, №6. – P. 446–451.

18. Keller J. The use of quadratic forms in the calculation of ground state electronic structures / J. Keller, P. Weinberger // J. Math. Phys. – 2006. – Vol.47,№8. – P. 12.

19. Marcos E. Quadratic forms associated to stratifying systems / E. Marcos, O. Mendoza, C. Saenz, R. Zuazua // Journal of Algebra. – 2006. – Vol.302, №2. – P. 750–770.

20. Kakizawa Y. Moderate deviations for quadratic forms in Gaussian stationary processes / Y. Kakizawa // J. Multivariate Anal. – 2007. – Vol.98, №5. – P. 992–1017.

21. Hartung R. J. Public key identification based on the equivalence of quadratic forms / R. J. Hartung, C. P. Schnorr // Mathematical foundations of computer science, Lecture Notes in Comput. Sci., Springer, Berlin. – 2007. – Vol. 4708. – P. 333–345.

22. Barot M. The Lie algebra associated to a unit form / M. Barot, D. Kussin and H. Lenzing // J. Algebra. – 2007. – Vol.296. – P. 1-17.

23. Barot M. Generalized Serre relations for Lie algebras associated to positive unit forms / M. Barot, D. Rivera // J. Pure Appl. Algebra. – 2007. – Vol. 211. – P. 360-373.

24. Pan G. Central limit theorem of random quadratics forms involving random matrices / G. Pan, B. Miao, B. Jin // Statist. Probab. Lett. – 2008. – Vol. 78, №6. – P. 804–809.

25. Moon H. A congruence for the Fourier coefficients of a modular form and its application to quadratic forms / H. Moon // Ramanujan J. – 2008. – Vol.16, №1. – P. 73–81.

26. Gruber P. M. Geometry of the cone of positive quadratic forms / P. M. Gruber // Forum Math. – 2009. – Vol.21, №1. – P. 147–166.

27. Preszler J. Nilpotent orbits of symplectic p-adic Lie algebras and quadratic forms / J. Preszler // Thesis (Ph.D.)–The University of Utah. – 2009. – P. 38.

28. Florin A. On a Szegotype limit theorem, the Ho"lder-Young-Brascamp-Lieb inequality, and the asymptotic theory of integrals and quadratic forms of stationary fields / A. Florin, N. Leonenko, L. Sakhno // ESAIM Probab. Stat. – 2010. – Vol.14. – P. 210–255.

29. Suresh V. Quadratic forms, Galois cohomology and function fields of p-adic curves / V. Suresh // Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Hindustan Book Agency, New Delhi. – 2010. – Vol.II. – P.189–199.

30. Kadem A. Solution of a fractional transport equation by using the generalized quadratic form / A. Kadem, D. Baleanu // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. – 2011. – Vol.16, №8. – P. 3011–3014.

31. Peng H. A new optimal portfolio selection strategy based on a quadratic form mean-variance model with transaction costs / H. Peng, G. Kitagawa, M. Gan, X. Chen // Optimal Control Appl. Methods. – 2011. – Vol.32, №2. – P. 127–138.

32. Tekcan A. Quadratic forms, elliptic curves and integer sequences / A. Tekcan, A. Ož̈koc, E. Cetin, H. Alkan, I. N. Cangül // Acta Univ. Apulensis Math. Inform. No. – 2011. – Vol.25. – P. 9–30.

33. Nabarro A. C. Families of curve congruences on Lorentzian surfaces and pencils of quadratic forms / A. C. Nabarro, F. Tari // Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. – 2011. – Vol.141, №3. – P. 655–672.

34. Pappas D. Minimization of constrained quadratic forms in Hilbert spaces / D. Pappas // Ann. Funct. Anal. – 2011. – Vol.2, №1. – P. 1–12.

35. Eghbal N. On the Kolmogorov inequalities for quadratic forms of dependent uniformly bounded random variables. / N. Eghbal, M. Amini, A. Bozorgnia // Statist. Probab. Lett. – 2011. – Vol.81, №8. – P. 1112–1120.

36. Moriyama T. Generalized Whittaker functions on $GSp(2, R)$ associated with indefinite quadratic forms / T. Moriyama // J. Math. Soc. Japan. – 2011. – Vol.63, №4. – P. 1203–1262.

37. Szyjewski M. Dualization in algebraic K-theory and the invariant e1 of quadratic forms over schemes / M. Szyjewski // Fund. Math. – 2011. – Vol.215, №3. – P. 233–299.

38. Li N. Several classes of codes and sequences derived from a Z4-valued quadratic form / N. Li, X. Tang, T. Helleseth // IEEE Trans. Inform. Theory. – 2011. – Vol.57, №11. – P. 7618–7628.

39. Gabriel P. Unzerlegbare Darstellungen /P. Gabriel // Manuscripts Math. – 1972. – Vol. 6. – P. 71–103,309.

40. Назарова Л. А. Представления частично упорядоченных множеств / Л. А. Назарова, А. В. Ройтер // Зап. науч. сем. ЛОМИ. – 1972. – Т. 28.– С. 5–31.

41. Дрозд Ю. А. Преобразования Кокстера и представления частично упорядоченных множеств / Ю. А. Дрозд // Функц. анализ и его прил. – 1974. – Т. 8. – С. 34–42.

42. Клейнер М. М. Представления дифференциальных градуированных категорий / М. М. Клейнер, А. В. Ройтер // Матричные задачи. – Киев: Ин-т математики АН УССР. – 1977. – С. 5–70.

43. Brenner S. Quivers with commutativity conditions and some phenomenology of forms / S. Brenner // Proc. Int. Conf. Representations Algebras. – Ottawa: Carleton Univ. – 1974. – Vol.488. – P. 29–53.

44. Barot M. The Dynkin type of a non-negative unit form / M. Barot, J. A. de la Peña // Exposition. Math. – 1999. – Vol.17, №4. – P. 339–348.

45. Barot M. Derived tubularity: a computational approach. Computational methods for representations of groups and algebras / M. Barot, J. A. de la Peña // Euroconference in Essen, Germany. – 1997. – Vol.173. – P. 87–106.

46. Bondarenko V. M. On (min, max)-equivalence of posets and applications to the Tits forms / V. M. Bondarenko // Вісник Київського університету (серія: фізика і математика). – 2005. – №1. – С. 24–25.

47. Бондаренко В. М. (Min, max)-эквивалентность частично упорядоченных множеств и квадратичная форма Титса / В. М. Бондаренко, М. В. Степочкина // Проблеми аналізу і алгебри: Зб. праць Ін-ту математики НАН України. – 2005. – Т. 2, №3. – С. 18–58.

48. Bondarenko V. M. On posets of width two with positive Tits form / V. M. Bondarenko, M. V. Styopochkina // Algebra Duscrete Math. – 2005. – №2. – P. 20–35.

49. Бондаренко В. М. Про серійні частково впорядковані множини з додатно означеною квадратичною формою Тітса / В. М. Бондаренко, М. В. Степочкина // Нелінійні коливання. – 2006. – Т. 9, №3. – Р. 320–325.

50. Bondarenko V. M. On finite posets of inj-finite type and their Tits forms / V. M. Bondarenko, M. V. Styopochkina // Algebra Duscrete Math. – 2006. – №2. – P. 17–21.

51. Dräxler P. Towads the classification of sincere weakly positive unit forms / P. Dräxler, Yu. A. Drozd, N. S. Golovachtchuk, S. A. Ovsienko, M. V. Zeldich // Europ. J. Combinatorics – 1995. – Vol. 16. – P. 1–16.

52. Dräxler P. Coordinates of maxinal roots of weakly non-negative unit forms / P. Dräxler, N. Golovachtchuk, S. Ovsienko, J. A. de la Peña // Colloq. Math. – 1998. – Vol. 78, №2. – P. 163–193.

53. H. J. von Höhne. On weakly positive unit forms. Comment. Math. Helvetici. – 1988. – Vol.63. – P. 312–336.

54. H. J. von Höhne. On weakly non-negative unit forms. Proc. London Math. Soc. –1996. – Vol.3, №73. – P. 47–67.

55. Zeldich M. V. Integral critical and hypercritical quadratic forms / M. V. Zeldich // Comm. Algebra – 1994. – Vol.22, №9. – P. 3629–3634.

56. Овсиенко С. А. Целые слабо положительные формы / С. А. Овсиенко // Шуровские матричные задачи и квадратичные формы: Препринт 78.25. – Киев: Ин-т математики АН УССР. – 1978. – С. 3-17.

57. Овсиенко С. А. Ограниченность корней целых слабо положительных форм / С. А. Овсиенко // Представления и квадратичные формы. – Киев: Ин-т математики АН УССР. – 1979. – С. 106–123.

58. Ringel C. M. Tame algebras and integral quadratic forms / C. M. Ringel // Lectures Noths in Math. Berlin–Heidelberg–New York–Tokyo: Springer-Verlag. – 1984. – Vol. 1099. – 376 pp.

59. Ройтер А. В. Корни целых квадратичных форм / А. В. Ройтер // Труды матем. ин-та АН СССР им. В. А. Стеклова. – 1978. – Т. 148. – С. 201–210.

60. Simson D. Mesh geometries of root orbits of integral quadratic forms / D. Simson // J. Pure Appl. Algebra. – 2011. – Vol. 215, №1. – P. 13–34.

61. Gerstenhaber M. Algebras, bialgebras, quantum groups, and algebraic deformations / M. Gerstenhaber, S. D. Schack // Deformation theory and quantum groups with applications to mathematical physics, Amherst, Contemp. Math., Amer. Math. Soc., Providence, RI. – 1990. – Vol.134. – P. 51–92.

62. Gerstenhaber M. On the deformation of rings and algebras / M. Gerstenhaber // Ann. of Math. – 1964. – Vol.2, №79. – P. 59–104.

63. Nijenhuis A. Cohomology and deformations of algebraic structures / A. Nijenhuis, R. W. Jr. Richardson // Bull. Amer. Math. Soc. –1964. – Vol.70. – P. 406–411.

64. Кострикин А. И. О деформациях классических алгебр Ли характеристики три / А. И. Кострикин, М. И. Кузнецов // Докл. РАН.– 1995. – Т.343, №3. – С. 299–301.

65. Тюрин С. А. Классификация деформаций специальной алгебры Ли картановского типа / С. А. Тюрин // Матем. заметки. – 1978. – Т.24, №6.– С. 847–857.

66. Fuchs J. A. Affine Lie Algebras and Quantum Groups / J. A. Fuchs // Cambridge University Press. – 1995. – 448 pp.

67. Bolibruch A. A. On isomonodromic deformations of Fuchsian systems / A. A. Bolibruch // J. Dyn. Control Syst. – 1997. – Vol.3, №4. – P. 589–604.

68. Jimbo M. Monodromy preserving deformations of linear differential equations with rational coefficients / M. Jimbo, T. Miwa, K. Ueno // I. General theory and τ-function, Phys. D. – 1981. – Vol.2, №2. – P. 306–352.

69. Mano T. Monodromy preserving deformation of linear differential equations on a rational nodal curve / T. Mano // Kumamoto J. Math. – 2011. – Vol.24. – P. 1–32.

70. Гонцов Р. Р. Деформации систем линейных дифференциальных уравнений / Р. Р. Гонцов, В. А. Побережный, Г. Ф. Хельминк // УМН. – 2011. – Т.66, №1(397). – С. 65–110.

71. Бобылев Н. А. О деформации функционалов, имеющих единственную критическую точку / Н. А. Бобылев // Матем. заметки. –1983. – Т.34, №3. – С.387–398.

72. Kodaira K. On the existence of deformation of complex analytic structures / K. Kodaira, L. Nirenberg, D. Spencer // Ann. of Math. –1958. – Vol.2, №68. – P. 450-459.

73. Kuranishi M. On the locally complete families of complex analytic structures / M. Kuranishi // Ann. of Math. – 1962. – Vol.2, №75. – P. 536–577.

74. Поммаре Ж. Системы уравнений с частными производными и псевдогруппы Ли / Ж. Поммаре // Перевод с англ. А. В. Бочарова и др. - М.: Мир. – 1983. – 398 с.

75. Клейнер М. М. Частично упорядоченные множества конечного типа / М. М. Клейнер // Зап. науч. семинаров ЛОМИ. – 1972. – Т.28. – С. 32–41.

76. Bondarenko V. M. On types of local deformations of quadratic forms / V. M. Bondarenko // Algebra Discrete Math. – 2014. – Vol.18, №2. – P. 163–170.

77. Bondarenko V. M. On P-numbers of quadratic forms / V. M. Bondarenko, Yu. M. Pereguda // Геометрія, топологія та їх застосування: Зб. праць Ін-ту математики НАН України. – 2009. – Т.6, №2. – С. 474–477.

78. Бондаренко В. М. Опис Р-чисел для вузлових точок частково впорядкованих множин з додатно визначеною формою Тітса / В. М. Бондаренко, Ю. М. Перегуда // Науковий вісник Ужгородського ун-ту (серія: математика і інформатика). – 2010. – №21. – С. 35-39.

79. Бондаренко В. М. Локальные деформации положительно определенных квадратичных форм / В. М. Бондаренко, В. В. Бондаренко, Ю. Н. Перегуда // Укр. мат. журнал. – 2012. – №7. – С. 892-907.

80. Курош А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош // М.: Наука. – 1968. – 431 с.

81. Лісикевич В. А. Про реберно-локальні деформації додатних квадратичних форм Тітса для примітивних несерійних частково впорядкованих множин / В. А. Лісикевич // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: математика і інформатика. – 2014. – Т.25, №2. – С. 82–90.

82. Бондаренко В. М. Описание P-граничных чисел реберного типа для P-несерийных примитивных ч.у. множеств / В. М. Бондаренко, В. А. Лисикевич // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 1: фізико-математичні науки. – 2014. – №16. – С. 31–48.

83. Лісикевич В. А. Про реберно-локальні деформації квадратичних форм Тітса найменших несерійних ч. в. множин / В. А. Лісикевич // Збірник праць Інституту математики НАН України. – 2015. – Т.12, №3. – С. 175–183.

84. Бондаренко В. М. P-визначальні поліноми для несерійних частково впорядкованих множин ширини 2 / В. М. Бондаренко, В. А. Лісикевич // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: математика і інформатика. – 2015. – Т.27, №2. – С. 30–40.

85. Bondarenko V. M. On a deformation diameter of Dynkin diagrams / V. M. Bondarenko, V. V. Bondarenko, V. A. Lisykevych, Yu. M. Pereguda // J. Algebra and discrete mathematics. – 2015. – Vol.19, №1. – P.39–43.

86. Бондаренко В. М. Реберно-локальні деформації квадратичних форм Тітса несерійних діаграм Динкіна / В. М. Бондаренко, В. А. Лісикевич // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: математика і інформатика. – 2016. – Т.28, №1. – С. 35-47.

87. Bondarenko V. M. On a deformation diameter of Dynkin diagrams / V. M. Bondarenko, V. A. Lisykevych // X International Algebraic Conference in Ukraine dedicated to the 70th anniversary of Yu. A. Drozd: Odessa, August 20-27, 2015: abstracts. – Odessa, 2015. – P. 23.

88. Bondarenko V. M. On the diameter of Dynkin diagrams with respect to the point-local deformation / V. M. Bondarenko, V. V. Bondarenko, V. A. Lisykevych, Yu. M. Pereguda // Міжнародна конференція молодих математиків: Київ, 3-6 червня 2015р., Тези доповідей. – Київ, 2015. – С. 8.

89. Лісикевич В. А. Про P-визначальні поліноми для несерійних діаграм Динкіна / В. А. Лісикевич // Сімнадцята Міжнародна наукова конференція імені академіка Михайла Кравчука: Київ, 19–20 травня

2016р., Матеріали конференції, Т.2 (Алгебра. Геометрія. Математичний аналіз). – Київ, 2016. – С. 129.

90. Лісикевич В. А. Про опис P-визначальних поліномів для додатних квадратичних форм Тітса частково впорядкованих множин / В. А. Лісикевич // XI літня школа. Алгебра, топологія, аналіз: Одеса, 1–14 серпня 2016р., Тези доповідей. – Київ, 2016. – С. 70–71.

ДОДАТОК

Додаткові дані про пов'язані з матрицями обчислення

1. Детальне обчислення визначників у доведенні теореми 2.1

Розглянемо спочатку випадок $S = P_1$. Оскільки (в силу симетрії квадратичної форми $q_1(z)$) $\Delta_{q_1}^{(2,3)}(t) = \Delta_{q_1}^{(4,5)}(t)$, то достатньо обчислити поліном $\Delta_{q_1}^{(4,5)}(t)$.

Обчислимо визначник $D_1^{(4,5)}$ матриці

$$A_1^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & t \\ 1 & 0 & 0 & 0 & t & 2 \end{pmatrix}.$$

Розкладемо по останньому рядку спочатку сам визначник, а потім всі нові визначники, які містять параметр t:

$$D_1^{(4,5)} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & t \end{vmatrix} - t\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & t \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= -\left\{-2\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} + t\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}\right\} -$$

$$-t\left\{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} + t\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}\right\} + 2\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}.$$

Оскільки (як легко порахувати)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -6, \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 5, \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 4,$$

то

$$D_1^{(4,5)} = -(12-6t) - t(-6+5t) + 8 = -5t^2 + 12t - 4.$$

Отже, $\Delta_{q_1}^{(4,5)} = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}$.

Розглянемо тепер випадок $S = P_2$. Оскільки (в силу симетрії квадратичної форми $q_2(z)$) $\Delta_{q_2}^{(4,5)}(t) = \Delta_{q_2}^{(5,6)}(t) = \Delta_{q_2}^{(4,6)}(t)$, то достатньо обчислити поліноми $\Delta_{q_2}^{(2,3)}(t)$ і $\Delta_{q_2}^{(5,6)}(t)$.

a) Обчислимо визначник $D_2^{(2,3)}$ матриці

$$A_2^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & t & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & t & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Розкладемо по останньому рядку сам визначник, а потім всі нові визначники, які містять параметр t:

$$D_2^{(2,3)} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} - t\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & t & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= -\left\{ -2\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} + t\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \right\} -$$

$$-t\left\{ \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} + t\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \right\} + 2\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Оскільки (як легко порахувати)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -8, \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 6, \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 4,$$

то

$$D_2^{(2,3)} = -(16-8t) - t(-8+6t) + 8 = -6t^2 + 16t - 8.$$

Отже, $\Delta_{q_2}^{(2,3)} = t^2 - \frac{8}{3}t + \frac{4}{3}$.

b) Обчислимо визначник $D_2^{(5,6)}$ матриці

$$A_2^{(5,6)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & t \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & t & 2 \end{pmatrix}.$$

Розкладемо по останньому рядку сам визначник, а потім всі нові визначники, які містять параметр t:

$$\Delta_{q_2}^{(5,6)} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & t \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & t \end{vmatrix} -$$

$$-t\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & t \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= \left\{ \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} + t\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} \right\} +$$

$$+ \left\{ -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} + t\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \right\} -$$

$$-t \left\{ -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} + t\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} \right\} +$$

$$+2\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Оскільки (як легко порахувати)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 6, \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -1,$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 4, \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 3,$$

то

$$D_2^{(5,6)} = (0 - 12 + 6t) + (0 + 2 - t) - t(-6 + 1 + 4t) + 6 = -4t^2 + 10t - 4.$$

Отже, $\Delta_{q_2}^{(5,6)} = t^2 - \frac{5}{2}t + 1$.

Розглянемо, нарешті, випадок $S = P_3$. Оскільки (в силу симетрії квадратичної форми $q_3(z)$) $\Delta_{q_3}^{(4,5)}(t) = \Delta_{q_3}^{(5,6)}(t) = \Delta_{q_3}^{(6,7)}(t) = \Delta_{q_3}^{(4,6)}(t) = \Delta_{q_3}^{(5,7)}(t) = \Delta_{q_3}^{(4,7)}(t)$, то достатньо обчислити поліноми $\Delta_{q_3}^{(2,3)}(t)$ і $\Delta_{q_3}^{(6,7)}(t)$.

a) Обчислимо визначник $D_3^{(2,3)}$ матриці

$$A_3^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & t & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Розкладемо по останньому рядку сам визначник, а потім всі нові визначники, які містять параметр t:

$$D_3^{(2,3)} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} - t \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} +$$

$$+2 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= -\left\{ -2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} + t \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \right\} -$$

$$-t\left\{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} + t\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}\right\} + 2\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Оскільки (як легко порахувати)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -10, \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 7, \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 4,$$

то

$$D_3^{(2,3)} = -(20 - 10t) - t(-10 + 7t) + 8 = -7t^2 + 20t - 12.$$

Отже, $\Delta_{q_3}^{(2,3)} = t^2 - \frac{20}{7}t + \frac{12}{7}$.

b) Обчислимо визначник $D_3^{(6,7)}$ матриці

$$A_3^{(6,7)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & t \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & t & 2 \end{pmatrix}.$$

Розкладемо по останньому рядку сам визначник, а потім всі нові визначники, які містять параметр t:

$$D_3^{(6,7)} = -\begin{vmatrix} 1&1&1&1&1&1&1\\ 2&0&0&0&0&0&0\\ 0&2&1&0&0&0&0\\ 0&1&2&0&0&0&0\\ 0&0&0&2&1&1&1\\ 0&0&0&1&2&1&1\\ 0&0&0&1&1&2&t \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2&1&1&1&1&1&1\\ 1&2&0&0&0&0&0\\ 1&0&2&1&0&0&0\\ 1&0&1&2&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&1\\ 1&0&0&0&2&1&1\\ 1&0&0&0&1&2&t \end{vmatrix} +$$

$$+\begin{vmatrix} 2&1&1&1&1&1&1\\ 1&2&0&0&0&0&0\\ 1&0&2&1&0&0&0\\ 1&0&1&2&0&0&0\\ 1&0&0&0&2&1&1\\ 1&0&0&0&1&1&1\\ 1&0&0&0&1&2&t \end{vmatrix} - t\begin{vmatrix} 2&1&1&1&1&1&1\\ 1&2&0&0&0&0&0\\ 1&0&2&1&0&0&0\\ 1&0&1&2&0&0&0\\ 1&0&0&0&2&1&1\\ 1&0&0&0&1&2&1\\ 1&0&0&0&1&1&t \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2&1&1&1&1&1&1\\ 1&2&0&0&0&0&0\\ 1&0&2&1&0&0&0\\ 1&0&1&2&0&0&0\\ 1&0&0&0&2&1&1\\ 1&0&0&0&1&2&1\\ 1&0&0&0&1&1&2 \end{vmatrix} =$$

$$= -\left\{ -\begin{vmatrix} 1&1&1&1&1&1\\ 2&0&0&0&0&0\\ 0&2&1&0&0&0\\ 0&1&2&0&0&0\\ 0&0&0&1&1&1\\ 0&0&0&2&1&1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1&1&1&1&1&1\\ 2&0&0&0&0&0\\ 0&2&1&0&0&0\\ 0&1&2&0&0&0\\ 0&0&0&2&1&1\\ 0&0&0&1&1&1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1&1&1&1&1&1\\ 2&0&0&0&0&0\\ 0&2&1&0&0&0\\ 0&1&2&0&0&0\\ 0&0&0&2&1&1\\ 0&0&0&1&2&1 \end{vmatrix} + \right.$$

$$\left. +t\begin{vmatrix} 1&1&1&1&1&1\\ 2&0&0&0&0&0\\ 0&2&1&0&0&0\\ 0&1&2&0&0&0\\ 0&0&0&2&1&1\\ 0&0&0&1&2&1 \end{vmatrix} \right\} - \left\{ \begin{vmatrix} 1&1&1&1&1&1\\ 2&0&0&0&0&0\\ 0&2&1&0&0&0\\ 0&1&2&0&0&0\\ 0&0&0&1&1&1\\ 0&0&0&2&1&1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2&1&1&1&1&1\\ 1&2&0&0&0&0\\ 1&0&2&1&0&0\\ 1&0&1&2&0&0\\ 1&0&0&0&1&1\\ 1&0&0&0&1&1 \end{vmatrix} - \right.$$

$$-2\begin{vmatrix}2&1&1&1&1&1\\1&2&0&0&0&0\\1&0&2&1&0&0\\1&0&1&2&0&0\\1&0&0&0&1&1\\1&0&0&0&2&1\end{vmatrix}+t\begin{vmatrix}2&1&1&1&1&1\\1&2&0&0&0&0\\1&0&2&1&0&0\\1&0&1&2&0&0\\1&0&0&0&1&1\\1&0&0&0&2&1\end{vmatrix}\Bigg\}+\Bigg\{\begin{vmatrix}1&1&1&1&1&1\\2&0&0&0&0&0\\0&2&1&0&0&0\\0&1&2&0&0&0\\0&0&0&2&1&1\\0&0&0&1&1&1\end{vmatrix}+$$

$$+\begin{vmatrix}2&1&1&1&1&1\\1&2&0&0&0&0\\1&0&2&1&0&0\\1&0&1&2&0&0\\1&0&0&0&1&1\\1&0&0&0&1&1\end{vmatrix}-2\begin{vmatrix}2&1&1&1&1&1\\1&2&0&0&0&0\\1&0&2&1&0&0\\1&0&1&2&0&0\\1&0&0&0&2&1\\1&0&0&0&1&1\end{vmatrix}+t\begin{vmatrix}2&1&1&1&1&1\\1&2&0&0&0&0\\1&0&2&1&0&0\\1&0&1&2&0&0\\1&0&0&0&2&1\\1&0&0&0&1&1\end{vmatrix}\Bigg\}-$$

$$-t\Bigg\{\begin{vmatrix}1&1&1&1&1&1\\2&0&0&0&0&0\\0&2&1&0&0&0\\0&1&2&0&0&0\\0&0&0&2&1&1\\0&0&0&1&2&1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}2&1&1&1&1&1\\1&2&0&0&0&0\\1&0&2&1&0&0\\1&0&1&2&0&0\\1&0&0&0&1&1\\1&0&0&0&2&1\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}2&1&1&1&1&1\\1&2&0&0&0&0\\1&0&2&1&0&0\\1&0&1&2&0&0\\1&0&0&0&2&1\\1&0&0&0&1&1\end{vmatrix}+$$

$$+t\begin{vmatrix}2&1&1&1&1&1\\1&2&0&0&0&0\\1&0&2&1&0&0\\1&0&1&2&0&0\\1&0&0&0&2&1\\1&0&0&0&1&2\end{vmatrix}\Bigg\}+2\begin{vmatrix}2&1&1&1&1&1&1\\1&2&0&0&0&0&0\\1&0&2&1&0&0&0\\1&0&1&2&0&0&0\\1&0&0&0&2&1&1\\1&0&0&0&1&2&1\\1&0&0&0&1&1&2\end{vmatrix}.$$

Оскільки (як легко порахувати)

$$\begin{vmatrix} 1&1&1&1&1&1\\ 2&0&0&0&0&0\\ 0&2&1&0&0&0\\ 0&1&2&0&0&0\\ 0&0&0&1&1&1\\ 0&0&0&2&1&1 \end{vmatrix}=0,\quad \begin{vmatrix} 1&1&1&1&1&1\\ 2&0&0&0&0&0\\ 0&2&1&0&0&0\\ 0&1&2&0&0&0\\ 0&0&0&2&1&1\\ 0&0&0&1&1&1 \end{vmatrix}=0,\quad \begin{vmatrix} 1&1&1&1&1&1\\ 2&0&0&0&0&0\\ 0&2&1&0&0&0\\ 0&1&2&0&0&0\\ 0&0&0&2&1&1\\ 0&0&0&1&2&1 \end{vmatrix}=-6,$$

$$\begin{vmatrix} 2&1&1&1&1&1\\ 1&2&0&0&0&0\\ 1&0&2&1&0&0\\ 1&0&1&2&0&0\\ 1&0&0&0&1&1\\ 1&0&0&0&1&1 \end{vmatrix}=0,\quad \begin{vmatrix} 2&1&1&1&1&1\\ 1&2&0&0&0&0\\ 1&0&2&1&0&0\\ 1&0&1&2&0&0\\ 1&0&0&0&1&1\\ 1&0&0&0&2&1 \end{vmatrix}=1,\quad \begin{vmatrix} 2&1&1&1&1&1\\ 1&2&0&0&0&0\\ 1&0&2&1&0&0\\ 1&0&1&2&0&0\\ 1&0&0&0&2&1\\ 1&0&0&0&1&1 \end{vmatrix}=-1,$$

$$\begin{vmatrix} 2&1&1&1&1&1\\ 1&2&0&0&0&0\\ 1&0&2&1&0&0\\ 1&0&1&2&0&0\\ 1&0&0&0&2&1\\ 1&0&0&0&1&2 \end{vmatrix}=3,\quad \begin{vmatrix} 2&1&1&1&1&1&1\\ 1&2&0&0&0&0&0\\ 1&0&2&1&0&0&0\\ 1&0&1&2&0&0&0\\ 1&0&0&0&2&1&1\\ 1&0&0&0&1&2&1\\ 1&0&0&0&1&1&2 \end{vmatrix}=2,$$

то $D_3^{(6,7)}=-(0+0+12-6t)-(0+0-2+t)+(0+0+2-t)-t(-6+1+1+3t)+4=-3t^2+8t-4.$

Отже, $\Delta_{q_3}^{(6,7)}=t^2-\frac{8}{3}t+\frac{4}{3}.$

2. Детальне доведення теореми 2.4

Із сказаного у вступній частині статті маємо, що P-визначальний поліном $\Delta_{q_i}^{(p,q)}(t)$ квадратичної форми $q_i(z)$ для $z_p z_q$ можна розглядати як визначник помноженої на 2 симетричної матриці квадратичної форми $q_i^{(p,q)}(z,t)$. Таку матрицю будемо позначати через $A_i^{(p,q)}$, а її визначник через $D_i^{(p,q)}$.

Для квадратичної форми Тітса частково впорядкованих множин M_1 – M_{10} маємо такі матриці та їх визначники.

$$A_1^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & t & 0 & 0 \\ -1 & 0 & t & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_2^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & t & 0 & 1 \\ -1 & 0 & t & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_1^{(2,3)} = -5t^2 + 12t - 4; \qquad D_2^{(2,3)} = -5t^2 + 8t;$$

$$A_2^{(2,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 0 & t \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & t & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_2^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & t \\ -1 & 0 & 1 & 0 & t & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_2^{(2,5)} = -4t^2 + 4t + 3; \qquad D_2^{(4,5)} = -5t^2 + 8t;$$

$$A_3^{(1,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & t & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & t & 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_3^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & t & 0 & 1 \\ -1 & 1 & t & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_3^{(1,3)} = -4t^2 + 4t + 3; \qquad D_3^{(2,3)} = -5t^2 + 4t + 4;$$

$$A_4^{(2,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & t \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & t & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_4^{(3,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & t & 1 \\ -1 & 0 & 0 & t & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_4^{(2,5)} = -5t^2 + 4t + 4; \qquad D_4^{(3,4)} = -5t^2 + 12t - 4;$$

$$A_4^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & t \\ -1 & 0 & 1 & 1 & t & 2 \end{pmatrix}, \quad A_5^{(1,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & t & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & t & 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_4^{(4,5)} = -4t^2 + 4t + 3; \qquad D_5^{(1,4)} = -4t^2 + 4t + 3;$$

$$A_5^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & t & 0 & 1 \\ -1 & 0 & t & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_6^{(1,2)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & t & 0 & 1 & 1 \\ -1 & t & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_5^{(2,3)} = -5t^2 + 4t + 5; \qquad D_6^{(1,2)} = -5t^2 + 4t + 4;$$

$$A_6^{(1,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & t & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & t & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_6^{(3,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & t & 1 \\ -1 & 1 & 0 & t & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_6^{(1,4)} = -5t^2 + 4t + 4; \qquad D_6^{(3,4)} = -4t^2 + 4t + 3;$$

$$A_6^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & t \\ -1 & 1 & 0 & 1 & t & 2 \end{pmatrix}, \quad A_7^{(1,2)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & t & 0 & 0 & 1 \\ -1 & t & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_6^{(4,5)} = -5t^2 + 12t - 4; \qquad D_7^{(1,2)} = -5t^2 + 12t - 4;$$

$$A_7^{(2,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & t \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & t & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_7^{(3,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & t & 1 \\ -1 & 0 & 0 & t & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_7^{(2,5)} = -5t^2 + 4t + 4; \qquad D_7^{(3,4)} = -5t^2 + 12t - 4;$$

$$A_7^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & t \\ -1 & 1 & 1 & 1 & t & 2 \end{pmatrix}, \quad A_8^{(1,2)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & t & 0 & 1 & 1 \\ -1 & t & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_7^{(4,5)} = -5t^2 + 4t + 4; \qquad D_8^{(1,2)} = -5t^2 + 8t;$$

$$A_8^{(1,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & t & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & t & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_8^{(2,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & t \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & t & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_8^{(1,4)} = -4t^2 + 4t + 3; \qquad D_8^{(2,5)} = -4t^2 + 4t + 3;$$

$$A_8^{(3,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & t & 1 \\ -1 & 1 & 0 & t & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_8^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & t \\ -1 & 1 & 1 & 1 & t & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_8^{(3,4)} = -5t^2 + 8t; \qquad D_8^{(4,5)} = -5t^2 + 8t;$$

$$A_9^{(1,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & t & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & t & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_9^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & t & 1 & 1 \\ -1 & 0 & t & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_9^{(1,4)} = -5t^2 + 4t + 4; \qquad D_9^{(2,3)} = -5t^2 + 12t - 4;$$

$$A_9^{(3,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & t & 1 \\ -1 & 1 & 1 & t & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_9^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 2 & t \\ -1 & 1 & 1 & 1 & t & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_9^{(3,4)} = -4t^2 + 4t + 3; \qquad D_9^{(4,5)} = -5t^2 + 12t - 4;$$

$$A_{10}^{(1,2)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & t & 1 & 1 & 1 \\ -1 & t & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_{10}^{(1,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & t & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & t & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_{10}^{(1,2)} = -5t^2 + 4t + 4; \qquad D_{10}^{(1,3)} = -4t^2 + 4t + 3;$$

$$A_{10}^{(3,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 & t & 1 \\ -1 & 1 & 0 & t & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_{10}^{(3,4)} = -5t^2 + 12t - 4.$$

Безпосередньо із вказаних значень визначників випливає твердження теореми 2.4. Обчислюються ці визначники стандартним чином (див. попередній параграф).