

УДК 519.1

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2021/4.17>

Капустян<sup>1</sup> О.А. д.ф.-м.н., ст.н.с.  
Петленко Ю. В.<sup>2</sup>, к.е.н., доц.

O.A. Kapustian<sup>1</sup>, D.Sc., Senior Researcher  
Y. V. Petlenko<sup>2</sup>, Ph.D., Associate Professor

### Моделювання та керування складною освітньою системою

### Modeling and Control for Complicated Education Systems

<sup>1,2</sup> Київський національний університет імені  
Тараса Шевченка, 01033, Київ,  
вул. Володимирська, 64.

<sup>1,2</sup> Taras Shevchenko National University of Kyiv,  
Ukraine 01033, Kyiv, 64 Volodymyrska str.

e-mail: <sup>1</sup>[olenakapustian@knu.ua](mailto:olenakapustian@knu.ua), <sup>2</sup>[f\\_knu@ukr.net](mailto:f_knu@ukr.net)

*У роботі досліджено загальну математичну модель процесу формування і збереження рівня необхідного фінансування у складних освітніх системах, до яких входять класичні університети. Виходячи з міркування, що швидкість зміни величини фінансування визначається не лише потоками фінансування і реакцією системи, але і керуючими параметрами системи, досліджено відповідну задачу оптимального керування. На основі побудованого керування у формі оберненого зв'язку для незбуреної задачі обґрунтовано форму наближеного оптимального синтезу з переключенням для вихідної збуреної задачі.*

*Ключові слова:* моделювання, складна освітня система, фінансування університетів, оптимальний синтез.

*The paper aims to investigate the model of a complicated educational system, built on the basis of general principles of mathematical modeling of complex hierarchical systems. The model consists of three components, the interaction between them is provided by certain conditions. This interaction is the basis for modeling the main parameter of the study - the level of funding required for higher education.*

*An important feature of the modeled system is its controllability, because in a real educational system the controlling influence can be performed as an external management of the system to ensure an average level of funding. For the initial problem of optimal control, which consists of a parabolic equation with a multivalued reaction function of the system, the approximate synthesis problem for a certain class of target functionals with control restrictions is solved.*

*The results of modeling can be used in the development of various models of complex systems, as well as for decision-making in public administration and higher education management.*

*Key Words:* model, complicated educational system, university financing, optimal synthesis.

Вимушені обмеження, пов'язані з попередженням проявів глобальної пандемії COVID-19, докорінно змінили умови функціонування класичних університетів та зумовили необхідність посилення заходів фінансової стабілізації не тільки в Україні, а й в усьому світі. Для того, щоб допомогти закладам вищої освіти пристосуватися до швидких, інколи досить критичних, змін у їх діяльності в умовах прояву глобальних наслідків пандемії COVID – 19, виникла нагальна потреба у дослідженнях, спрямованих на розробку рекомендацій для забезпечення фінансової стабілізації класичних

університетів. Під класичним університетом розуміємо вищий навчальний заклад, що здійснює освітню діяльність в системі природничо-наукових, гуманітарних і соціально-економічних галузей знань, проводить фундаментальну науково-дослідницьку діяльність, а також здійснює виховну та культурно-просвітницьку роботи, сприяє впровадженню передових технологій в економіку, бере активну участь у міжнародному співробітництві.

Сучасні освітні та економічні процеси відбуваються у досить складних умовах, для

опису й обґрунтування яких використовуються математичні моделі. Такі моделі є основою для виявлення й обґрунтування емпіричних закономірностей. На сьогодні розроблено велику кількість таких моделей, і всі вони використовують потужний математичний апарат системного аналізу, теорії прийняття рішень, теорії оптимального керування тощо.

Системний ієрархічний підхід до моделювання та аналізу складних освітніх систем, до яких можна віднести й класичні університети державної форми управління, продемонстрував свою ефективність [1]. Зокрема, на основі цього підходу досліджувалися процеси самоорганізації в освітніх системах, процеси накопичення знань [2].

Для функціонування ієрархічних освітніх систем важливою особливістю є визначення взаємодії між їх елементами. Оскільки під складною освітньою системою ми будемо розуміти саме класичні університети, які знаходяться у підпорядкуванні державних органів управління, то при дослідженні динаміки такої освітньої системи у якості основної характеристики можна вибрати певний рівень необхідного фінансування.

Важливою властивістю модельованої системи є її керованість, адже у реальній освітній системі завжди є керуючий вплив, який здійснює функції зовнішнього керування системою, щоб забезпечити у деякому сенсі середній рівень фінансування. Зовнішнє керування здійснюється державними органами управління у сфері освіти шляхом змін і уточнень планових витрат, а також через фінансування проведення різноманітних заходів у рамках бюджетних програм фінансування тощо.

Отже, швидкість зміни величини фінансування визначається не лише потоками фінансування і реакцією системи, але і керуючими параметрами системи.

### **Математичне моделювання рівня необхідного фінансування класичних університетів**

Основою запропонованої моделі освітньої системи є взаємодія між трьома основними блоками [3], а саме «Середовище класичних університетів», «Середовище державних органів управління у сфері вищої освіти» «Соціальне оточення». Під кожним з цих блоків будемо розуміти наступне.

1. Середовище університетів складається з усіх класичних університетів України. Нехай загальна кількість класичних університетів дорівнює  $N$ , і

всі вони впорядковані за певною ознакою, скажімо, за щорічним рейтингом університетів, причому кожному університету відповідає номер  $k \in [1, N]$ . Будемо вважати, що кожен університет  $k \in [1, N]$  в кожен момент часу  $t \geq 0$  отримує певний рівень фінансування  $u(k, t)$  (загальний фонд) від держави, тобто певний обсяг фінансування згідно з закладеними у бюджеті України програмами.

2. Середовище державних органів управління у сфері вищої освіти — це всі державні органи управління, які за своїм функціоналом опікуються закладами вищої освіти, розподіляють між ними фінансування у рамках загального фонду і є гарантованим джерелом фінансування для класичних університетів.

3. Соціальне оточення — це частина суспільства, яка безпосередньо не задіяна у роботі класичних університетів, проте в тій чи іншій мірі зацікавлена в його результаті (роботодавці, батьки абітурієнтів та студентів тощо). Будемо вважати, що соціальне оточення безпосередньо не впливає на рівень фінансування до загального фонду університетів, але може реагувати на цей рівень, впливаючи на університети і на середовище державних органів управління у сфері освіти за допомогою засобів масової інформації, соціологічних досліджень, через зниження попиту на освітні послуги класичних університетів тощо.

Під рівнем фінансування класичних університетів будемо розуміти спостережуваний рівень їх фінансування, отриманий при застосуванні Формули розподілу видатків державного бюджету на вищу освіту між закладами вищої освіти [4], затвердженої Постановою Кабінету Міністрів України від 24 грудня 2019 р. № 1146 «Про розподіл видатків державного бюджету між закладами вищої освіти на основі показників їх освітньої, наукової та міжнародної діяльності» зі змінами від 7 липня 2021 року. Для розрахунку цього рівня фінансування заклади вищої освіти, які належать до сфери управління Міністерства освіти і науки України, зобов'язані подавати щорічно звітність, в якій зазначається повний обсяг показників фактичної чисельності здобувачів вищої освіти, які навчаються у таких закладах, у розрізі, зокрема, рівнів вищої освіти, форм здобуття освіти, спеціальностей (спеціалізацій), джерел фінансування здобуття освіти

При моделюванні освітньої системи важливими є поняття мінімального та максимального рівнів фінансування, поняття

реакції оточення, реакції системи, потік фінансування.

Згідно з [4], державний замовник встановлює мінімальний і максимальний рівень фінансування освітньої діяльності закладу вищої освіти на відповідний рік.

Припустимо, що мінімальний та максимальний рівні знань залежать від часу. Таким чином, вважаємо, що в моделі відомі невід'ємні функції  $u_1(t)$  — мінімальний та  $u_2(t)$  — максимальний рівні фінансування у момент часу  $t$ .

Наведемо схему, яка описує взаємодію між компонентами моделі (Рисунок 1).

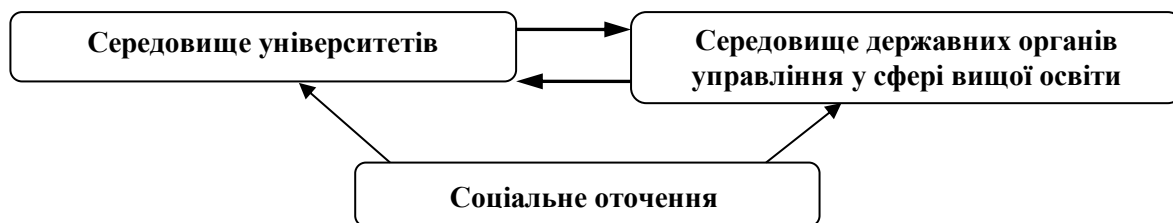


Рисунок 1. Схема взаємодій між компонентами моделі

Згідно [4], при описі взаємодії між компонентами моделі реакція системи визначається функцією

$$f(u, k, t) = f_1(u, u_1(t), u_2(t), k, t) - f_2(u, u_1(t), u_2(t), k, t),$$

де  $f_1(u, u_1(t), u_2(t), k, t)$  - реакція університету  $k$  (фактично, міра прагнення університету до зміни рівня свого фінансування), а  $f_2(u, u_1(t), u_2(t), k, t)$  - реакція оточуючого середовища на університет  $k$ . Функції  $f_1, f_2$  можуть набувати як додатних, так і від'ємних значень.

При моделюванні маємо замкнену дискретну модель розподілу рівня фінансування  $u(k, t)$  у даній системі. Переходячи до неперервної моделі, одержуємо крайову задачу

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + f(u, x, t), x \in (0, l), t \in (0, T), \\ \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0, \\ u \Big|_{x=0} = u_0(x), \end{cases} \quad (1)$$

де нашим основним завданням буде з'ясування умов, за яких з часом зберігається деякий гарантований рівень фінансування  $q(t) > 0$ . Згідно схеми, яка описує взаємодію між компонентами моделі, та за певних припущень [5], можна визначити величину  $a$ , що

1. Соціальне оточення впливає на середовище державних органів управління у сфері вищої освіти, виступаючи як «стейкхолдери».

2. Між середовищами державних органів управління у сфері вищої освіти та університетів існує прямий і зворотній зв'язок, оскільки держані органи є джерелом фінансування для університетів і державний орган повинен розрахувати рівень фінансування закладу вищої освіти за допомогою Формули на основі звітності останнього.

3. Соціальне оточення реагує на формування рівня фінансування закладу вищої освіти через зниження або зростання попиту на освітні послуги класичних університетів.

характеризує інтенсивність потоку фінансування, через величину та характер реакції системи  $f(u, x, t)$ .

Сформулюємо основні умови, яким мають задовольняти параметри моделі (1):

1) функція  $a$ , що характеризує інтенсивність потоку фінансування, має бути додатною на  $(0, l)$ . Тому будемо вважати, що

$$a \in L^\infty(0, l), \quad a(x) \geq a_0 > 0 \quad \text{м. с. на } (0, l), \quad (2)$$

2) для функції реакції системи  $f(u, x, t)$  виконуються умови:

відображення  $(t, u) \mapsto f(u, x, t)$  неперервне для майже всіх  $x \in (0, l)$ ,

відображення  $x \mapsto f(u, x, t)$  вимірне для всіх  $(u, t) \in [0, +\infty) \times (0, T)$ ,

а також виконані оцінки

$$|f(u, x, t)| \leq C_1 (1 + |u|^{p-1}), \quad (3)$$

$$f(u, x, t) \leq -\gamma |u|^p + C_2, \quad p \geq 2, \quad \gamma, C_1, C_2 > 0. \quad (4)$$

За умов (2)-(6) для довільних початкових умов  $u_0 \in L^2(0, l)$  існує (не обов'язково єдиний) розв'язок задачі (1).

Потрібно встановити умови, за яких для рівня фінансування на часовому проміжку  $[0, T]$

зберігається деякий гарантований рівень  $q(t) > 0$  (це фіксована функція). Для цього достатньо, щоб рівень фінансування у початковий момент часу  $t=0$  був не нижче показника  $q(0)$  і щоб у кожний момент часу  $t \in [0, T]$  швидкість зміни рівня  $q(t)$  визначалася реакцією системи на цей рівень. Це твердження встановлюється такою теоремою про збереження на деякому часовому проміжку заданого гарантованого рівня фінансування.

**Теорема 1. [4]** Нехай для задачі (1) виконані умови (2) – (6) і, крім того,

$$u_0(x) \geq q(0) \text{ для майже всіх } x \in (0, l), \quad (7)$$

$$f(q(t), x, t) > q'(t) \text{ для майже всіх } x \in (0, l), \\ \text{для всіх } t \in [0, T]. \quad (8)$$

Тоді існує розв'язок  $u = u(x, t)$  задачі (1), для якого

$$u(x, t) \geq q(t) \text{ для майже всіх } x \in (0, l), \\ \text{для всіх } t \in [0, T]. \quad (9)$$

Отже, досліджено загальну математичну модель процесу формування і збереження рівня необхідного фінансування класичних університетів у складних освітніх системах.

### Побудова наближеного синтезу для керування рівнем фінансування освітньої системи

Оскільки реальна освітня система завжди має керуючий вплив, який забезпечує у деякому сенсі середній рівень фінансування, то необхідно дослідити відповідну задачу оптимального керування. Для моделі, яка розглядається, нам потрібно знайти оптимальне керування у формі оберненого зв'язку (синтез). Щоб зробити це, нам потрібно представити функцію, яка характеризує реакцію системи, у вигляді  $f(u, x, t) := \varepsilon F(y)$ , де  $\varepsilon > 0$  – малий параметр. Через те, що так представлена функція реакції системи є багатозначною, ми повинні перейти до простішої наближеної моделі. У цьому підрозділі для пошуку і обґрунтування форми наближеного синтезу в задачі оптимального керування, що складається з параболічного рівняння з багатозначною функцією реакції системи, на розв'язках якого потрібно мінімізувати коерцитивний цільовий функціонал при наявності обмежень на керування, ми зведемо початкову задачу до нескінченної сукупності задач оптимального керування малої розмірності. Принциповою відмінністю від існуючих результатів є врахування точки переключення, коли наближене керування виходить на обмеження. Використовуючи формулу

оптимального параметричного синтезу з переключенням для незбуреної задачі ( $\varepsilon = 0$ ),

Нехай задано трійку гільбертових просторів  $V \subset H \subset V^*$  з компактними та щільними вкладеннями. Позначимо через  $\|\cdot\|$  та  $(\cdot, \cdot)$  норму та скалярний добуток в просторі  $H$  відповідно. Позначимо через  $\|\cdot\|_V$  норму в просторі  $V$ . Нехай при цьому

$$\forall u \in V \quad \|u\| \leq c \|u\|_V.$$

Розглянемо задачу:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} + Ay = \varepsilon F(y) + u(t), & t \in [0, T] \\ y|_{t=0} = y_0 \in H \end{cases} \quad (10)$$

$$u(t) \in U = \{v \in H \mid |(v, X)| \leq \xi\} \subset H, \quad (11)$$

$$J(y, u) = \|y(T)\|^2 + \gamma \int_0^T \|u(t)\|^2 dt \rightarrow \inf \quad (12)$$

Тут  $\varepsilon \in (0, 1)$  – малий параметр,  $X \in H$  – фіксований елемент,  $\xi > 0$  та  $\gamma > 0$  – константи,  $A: V \rightarrow V^*$  – лінійний неперервний самоспряжений оператор,

$$\langle Au, u \rangle \geq \nu_1 \|u\|_V^2, \quad (13)$$

нелінійне відображення  $F: H \rightarrow H$  – неперервне і таке, що задача (10) для кожного  $u(t) \in U$  має єдиний розв'язок. Наприклад, це виконується, якщо  $F: H \rightarrow H$  локально ліпшецеве, тобто

$$\forall R > 0 \exists C(R) > 0 \forall y, z \in H, \|y\| \leq R, \|z\| \leq R \\ \|F(y) - F(z)\| \leq C(R) \|y - z\|. \quad (14)$$

За виконання умов (13), (14) відомо [5], що задача оптимального керування (10)-(12) для всіх  $\varepsilon \in (0, 1)$  має розв'язок. При цьому для незбуреної задачі (тобто при  $\varepsilon = 0$ ) для широкого класу початкових даних і параметрів вдається знайти формулу оптимального керування в формі оберненого зв'язку [6, 7]. А саме, формула оптимального параметричного синтезу має вигляд:

$$u(t, y) = \begin{cases} -\alpha(t)(y, x), & t \in [0, \tau] \\ -\xi, & t \in [\tau, T] \end{cases} \quad (15)$$

де  $\tau$  – розв'язок рівняння

$$\alpha(\tau)(y(\tau), x) = \xi, \quad (16)$$

$y(\cdot)$  – розв'язок рівняння (10) при  $\varepsilon = 0$  з керуванням  $u = -\alpha(t)(y, x)$ .

Зауважимо, що точка переключення  $\tau$  визначається як момент виходу керування на обмеження (11). Необхідно показати, що формули (15), (16) визначають закон синтезу, який є близьким до оптимального при достатньо малих значеннях параметра  $\varepsilon$ , а також враховує можливий вихід наближеного керування на обмеження (11).

Спочатку побудуємо оптимальний синтез незбуреної задачі (при  $\varepsilon = 0$ ):

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} + Ay = u(t), & t \in [0, T] \\ y|_{t=0} = y_0 \in H \end{cases} \quad (17)$$

$$u(t) \in U = \{v \in H \mid |(v, X)| \leq \xi\}, \quad (18)$$

$$J(y, u) = \|y(T)\|^2 + \gamma \int_0^T \|u(t)\|^2 dt \rightarrow \inf. \quad (19)$$

Будемо вважати, що  $X = X_1$ , де тут і надалі  $\{\lambda_i\}_{i=1}^\infty \subset (0, +\infty)$ ,  $\{X_i\}_{i=1}^\infty \subset V$  – розв’язки спектральної задачі

$$Ax = \lambda x, \quad x \in V.$$

Тоді задача (17) – (19) розщеплюється на скінченну кількість одновимірних лінійно квадратичних задач вигляду:

$$\begin{cases} \frac{dy_i}{dt} + \lambda_i y_i = u_i(t) \\ y_i|_{t=0} = (y_0, X_i) \\ \left( \|y_i(T)\|^2 + \gamma \int_0^T u_i^2(t) dt \right) \rightarrow \inf, \end{cases} \quad (20)$$

перша з яких має обмеження на керування:

$$|u_1(t)| \leq \xi. \quad (21)$$

Використовуючи необхідні й достатні умови оптимальності [8], можна показати, що за виконання умов

$$\frac{|(y_0, X_1)| e^{-2\lambda_1 T}}{\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{2\lambda_1}(1 - e^{-2\lambda_1 T})} < \xi_1, \quad \frac{|(y_0, X_1)| e^{-2\lambda_1 T}}{\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{2\lambda_1}(1 - e^{-2\lambda_1 T})} > \xi_1 \quad (22)$$

оптимальний синтез задачі (17) – (19) має вигляд:

$$u(t, y) = \begin{cases} -\sum_{i=2}^\infty \alpha_i(t) (y, X_i) X_i - \alpha(t) (y, X_1) X_1, & t \in [0, \tau] \\ -\sum_{i=2}^\infty \alpha_i(t) (y, X_i) X_i - \xi X_1, & t \in [\tau, T], \end{cases} \quad (23)$$

де точка переключення керування  $\tau = \tau_0$  – розв’язок рівняння

$$\alpha(\tau) (y(\tau), X_1) = \xi, \quad (24)$$

функції  $\alpha_i(t), i \geq 2$  та  $\alpha(t) = \alpha_1(t)$  визначаються рівністю:

$$\alpha_i(t) = \frac{e^{2\lambda_i(t-T)}}{\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{2\lambda_i}(1 - e^{2\lambda_i(t-T)}), \quad i \geq 1. \quad (25)$$

Тепер обґрунтуємо форму наближеного оптимального синтезу з переключенням для вихідної задачі.

Відомо [5], що умови (13) та (14) забезпечують для задачі (10) – (12) існування розв’язку

$$\{\bar{y}^\varepsilon, \bar{u}^\varepsilon\} \in W(0, T) \times L^2(0, T, H),$$

де  $W(0, T) = \left\{ y \in L^2(0, T; V) \mid \frac{dy}{dt} \in L^2(0, T; V^*) \right\}$ .

Розглянемо задачу:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} + Ay = \varepsilon F(y) - \sum_{i=1}^\infty \alpha_i(t) (y, X_i) X_i, \\ y|_{t=0} = y_0 \end{cases} \quad (26)$$

Відзначимо, що для довільного  $i \geq 1$  функції  $\alpha_i(\cdot)$  монотонно зростають та задовольняють нерівностям  $0 \leq \alpha_i(t) \leq \gamma$ . Тоді відображення  $F_1: [0, T] \times H \rightarrow H$ , визначене формулою:

$$F_1(t, y) = - \sum_{i=1}^\infty \alpha_i(t) (y, X_i) X_i,$$

є неперервним за змінною  $t$  і глобально ліпшицевим за  $y$ . Тоді задача (26) є однозначно розв’язною в  $W(0, T)$ , тобто існує єдиний розв’язок задачі (26)  $y^\varepsilon \in W(0, T)$ .

**Теорема 2.** [9] Нехай початкові дані задовольняють умови (22). Тоді для достатньо малих  $\varepsilon > 0$  рівняння

$$\alpha(\tau) (y^\varepsilon(\tau), X) = \xi$$

має розв’язок  $\tau = \tau_\varepsilon$ . Більш того, справедлива нерівність

$$|\tau_\varepsilon - \tau_0| \leq K\varepsilon$$

для деякої сталої  $K > 0$ , що не залежить від  $\varepsilon$ .

**Теорема 3.** [9] Синтез, визначений формулою (23), з точкою переключення  $\tau = \tau_\varepsilon$  з теореми 2 є наближенням до оптимального в такому сенсі: для будь-якого  $\delta > 0$  існує таке значення  $\varepsilon_0 > 0$ , що для всіх  $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0)$  справедливо, що:

$$|J(\bar{y}^\varepsilon, \bar{u}^\varepsilon) - J(y^\varepsilon, u^\varepsilon(t, y^\varepsilon))| < \delta,$$

де  $y^\varepsilon$  – розв’язок задачі (10) з керуванням  $u^\varepsilon(t, y^\varepsilon)$ .

### Висновки.

У роботі розглянута модель складної освітньої системи, побудованої на основі загальних принципів математичного моделювання складних ієрархічних систем. Модель складається з трьох компонент, взаємодія між якими забезпечується певними умовами і являє собою основу моделювання основного параметру дослідження – рівня необхідного фінансування закладу вищої освіти.

Для вихідної задачі оптимального керування, що складається з параболічного рівняння з багатозначною функцією реакції системи, розв’язана задача наближеного синтезу для певного класу цільових функціоналів при наявності обмежень на керування.

Результати моделювання можуть бути застосовані при розробці різноманітних моделей складних систем, а також для прийняття рішень у сфері державного управління й вищої освіти на основі їх аналізу.

### Список використаних джерел

1. Малинецкий Г.Г. Математическое моделирование образовательных систем / Малинецкий Г.Г. // Синергетическая парадигма. Синергетика образования. – М.: Прогресс-Традиция, 2007. – С.328-345.

2. Ясинский В.В. Исследование процессов самоорганизации в образовательных системах на основе метода синергетического моделирования / Ясинский В.В. // Кибернетика и системный анализ, 2010. – №2. – С.161-174  
<http://www.kibernetika.org/contents/10.doc>
3. Капустян О. Математична модель процесу формування та збереження колективних знань / Ясинський В., Капустян О., Валеро Х. // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2009. – № 2. – С. 67-75.
4. Постанова Кабінету Міністрів України від 24 грудня 2019 р. № 1146 «Про розподіл видатків державного бюджету між закладами вищої освіти на основі показників їх освітньої, наукової та міжнародної діяльності»  
<https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-rozpodil-vidatkiv-derzhavnogo-byudzhetu-mizh-zakladami-vishchoyi-osviti-na-osnovi-pokaznikiv-yih-osvitnoyi-naukovoyi-ta-mizhnarodnoi-diyalnosti-1146-241219>
5. Denkowski Z. Asymptotic behavior of optimal solutions to control problems for systems described by differential inclusions corresponding to partial differential equations / Denkowski Z., Mortola S. // Journal of Optimization Theory and Applications, 1993. – Vol. 78, N 2. – PP. 365-391, <https://doi.org/10.1007/BF00939675>
6. Белозеров В.Е. Геометрические методы модального управления / Белозеров В.Е., Капустян В.Е. – К.: Наукова думка, 1999. – 260 с.
7. Kapustian O.A. Approximate bounded synthesis for distributed systems / Kapustyan O.V., Kapustian O.A., Sukretna A.V. – Lambert academic publishing, 2013. – 236 p.
8. Бублик Б.Н. Основы теории управления / Бублик Б.Н., Кириченко Н.Ф. – К.: Вища школа, 1975. – 328 с.
9. Kapustian O.A. Approximate Optimal Controller for Weakly Nonlinear Evolutionary Equation of Parabolic Type / Gorban N.V., Kapustian O.A., Kapustyan O.V. // Cybernetics and System Analysis. – 2021. – Vol. 57 (6). – PP. 883-888  
<https://doi.org/10.1007/s10559-021-00414-1>

## References

1. MALINETSKIY G.G. Matematicheskoe modelirovanie obrazovatelnyh sistem // Sinergeticheskaya paradigma. Sinergetika obrazovaniya. – M.: Progress-Tradiciya, 2007. – PP. 328-345.
2. YASINSKIY V.V. Issledovanie processov samoorganizacii v obrazovatelnyh sistemah na osnove metoda sinergeticheskogo modelirovaniya // Kibernetika i sistemnyi analiz, 2010. – No 2. – PP. 161-174.
3. YASINSKIY V., KAPUSTYAN O. and VALERO J. Matematychna model procesu formuvannia ta zberezhennia kolektyvnyh znan. // Systemni doslidzhennia ta informatsiyni technologii. – 2009. – No 2. – PP. 67-75.
4. Resolution of the Cabinet of Ministers of Ukraine of December 24, 2019 № 1146 “On the distribution of state budget expenditures between higher education institutions on the basis of indicators of their educational, scientific and international activities”.
5. DENKOWSKI Z. Asymptotic behavior of optimal solutions to control problems for systems described by differential inclusions corresponding to partial differential equations / Denkowski Z., Mortola S. // Journal of Optimization Theory and Applications, 1993. – Vol. 78, N 2. – PP. 365-391.
6. BELOZEROV V.Y., KAPUSTYAN V.Y. Geometricheskie metody modalnogo upravleniya. – K.: Naukova Dumka, 1999. – 260 p.
7. KAPUSTYAN O.V., KAPUSTIAN O.A. and SUKRETNA A.V. Approximate bounded synthesis for distributed systems. – Lambert academic publishing, 2013. – 236 p.
8. BUBLIK B.N., KIRICHENKO N.F. Osnovy teorii upravleniya. – K.: Vyshcha Shkola, 1975. – 328 p.
9. GORBAN N.V., KAPUSTIAN O.A. and KAPUSTYAN O.V. Approximate Optimal Controller for Weakly Nonlinear Evolutionary Equation of Parabolic Type // Cybernetics and System Analysis. – 2021. – Vol. 57 (6). – PP. 883-888.

Надійшла до редколегії 30.11.2021