

них геологічних процесів та екологічного стану середовища. Матер. VI Міжнар. наук. конф., К., 2005. 3. Кузьменко П.М., Тищенко А.П., Корониченко Є.С. Найпотужніші системи обробки сейсмічних даних (FOCUS, ProMAX) переваги і недоліки при рішенні різного роду задач обробки // Моніторинг небезпечних геологічних процесів та екологічного стану середовища: Матер. Всеукр. наук. конф. К., 2006. 4. Тищенко А.П., Кузьменко П.М., Корониченко Є.С. Способи побудови сейсмічних моделей геологічних середовищ // Проблеми нафтогазової геології: 36. наук. праць. Вип. 5. – К., 2007. 5. <http://www.aib.com/soft/geo/geoindex.htm#petrel/index.asp>. 6. Кузнецов О.Л., Мухомов А.А. Геоинформатика. – М., 1992. 7. Халтон Л., Уордстон М., Дж. Медлін. Обработка сейсмических данных. Теория и практика. Пер. с англ. – М., 1989. 8. Шериф Р., Гелдарт Л. Сейсмоавада: В 2 т. Т. 2. Пер. с англ. – М., 1987. 9. Плетчер С.Н. Анализ волновых полей для прогнозирования геологического разреза. – М.: 1989. 10. Бондарев, Крылатов С.М. Анализ данных сейсмоавада. Екатеринбург, 2002. 11. Козлов Е.А. Модели среды в разведочной сейсмологии. Тверь, 2006. 12. Yilmaz et al. Interpretive Imaging of seismic data, The Leading Edge, 2001. 13. Yilmaz et al. Seismic Data Processing. – Tulsa, SEG, 1994. 14. Petrel, Seismic to Simulation Software, Introduction Course, v. 2005, Schlumberger Information Solution – 2006. 15. Petrel, Seismic to Simulation Software, Seismic Visualization and Interpretation, v. 2005, Schlumberger Information Solution. – 2006. 16. Petrel, Seismic to Simulation Software, Property Modeling Course, v. 2005, Schlumberger Information Solution, 2006.

Надійшла до редакції 28.03.08.

УДК 550.837

Б. Маслов, д-р фіз.-мат. наук, Г. Продайвода, д-р фіз.-мат. наук, М. Рева, канд. фіз.-мат. наук

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА ОЦІНКА ДОСТОВІРНОСТІ ВИЗНАЧАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ У ГЕОЛОГІЧНИХ СЕРЕДОВИЩАХ СКЛАДНОЇ СТРУКТУРИ

Моделювання фізико-механічної поведінки геологічного середовища складної мікросруктури являє собою основоположну задачу геофізичних досліджень. Як відомо [2], визначальні рівняння включають в себе матеріальні параметри або матеріальні функції, які не завжди можна знайти з прямих експериментів, але які мають бути ідентифікованими в результаті аналізу їх впливу на еволюцію змінних задачі. Це досягається шляхом оптимальної чисельної адаптації результатів геофізичного моніторингу. Загалом ця проблема вічна математична проблема може бути розв'язаною із застосуванням процедури нелінійної оптимізації.

Розробляється нелінійна модель багатоконпонентного геологічного середовища [1], поведінка якого є залежною від наявності тришумності та флюїдонасиченості [10]. На прикладі чисельного аналізу параметрів електромагнітного поля біля геометричних та матеріальних концентраторів проведено статистичний аналіз відповідності прогнозованих результатів експериментальним даним. Визначено межу достовірності запропонованої моделі для опису поведінки середовища та типу неоднорідних концентраторів електромагнітного поля в залежності від заданого прийнятного рівня похибки та доступних статистично обґрунтованих даних геофізичних спостережень.

Робота є продовженням досліджень авторів у напрямку створення достовірної моделі бази для комп'ютерного прогнозу еволюції геофізичних механічних та електромагнітних полів у середовищах складної мікросруктури.

Modelling of the physic-mechanical behavior of geological complex structure media is the milestone problem in geophysics. It is well-known that constitutive equations contain the material parameters or material functions that can not be defined from simple experiments but have to be identifiable as a result of their influence on the problem variables evolution. It may be realized by optimal numerical adaptation of the geophysical monitoring results. It is an ill-posed mathematical problem in common case that can be solved by using nonlinear optimization procedure.

1. Континуальна пошкодженість та її зв'язок із електричними та пружинними характеристиками

Згідно із новою парадигмою геофізики, розробленою авторами в [1, 4], реальне геологічне середовище розглядається як деяка нелінійна багатокомпонентна тришумувата геосистема. Ієрарховано співзалежні компоненти цієї геосистеми дискретно-навернення заповнюють геологічний простір Ω та постійно знаходяться в напружено-деформованому стані під впливом електромагнітного поля [2].

Фрагментація літосфери на блоки та пластини відображає як процеси релаксації напружень при внутрішніх енергообмінних процесах, так і особливо процеси деформування при різному термодинамічному та флюїдно-газовому режимі. Кожному конкретному типу фізико-механічного процесу відповідає свій специфічний масштабний рівень у блочній ієрархії, який відображається в макроструктурі, мезоструктурі та мікросруктурі.

Якщо роль фізико-механічних процесів на макрорівні достатньо вивчена у сенсі розуміння рухів блоків як твердих тіл, хвилювань рухів згину у плитках, квазіпластичних течій та ін., то особливості цих явищ на мезо- та мікрорівні досліджено менш детально. При цьому важливість таких процесів як дилатанція, розвиток мікро- та макротріщин та спричинених ними розломів не викликає сумнівів.

Отже, поведінку реальних геологічних середовищ при напруженнях, близьких до руйнівних, природно розглядати з точки зору нового напрямку геомеханіки – фізичної мезомеханіки. Вважається, що безпосередньо перед руйнуванням, тобто виникненням розлому, в геологічному середовищі створюється нова специфічна мезоструктура, яка складається із міцних доменів та областей текучості. Вона формується в процесі підготовки руйнування як власне реакція геологічного середовища із певними реологічними властивостями на догровтивале навантаження, а також зміну теплового та флюїдно-газового режиму. При цьому, як виявляється, перед крихким руйнуванням, що проявляється в розломах, відбуваються інтенсивні пластичні процеси – виникають фронти дефектності більш високих структурних рівнів, які розповсюджуються від кінця мікротріщини та поступово спричиняють умови руйнування геосередовища. Ці рухи та деформації літосфери призводять до розривних порушень, що супроводжуються вивільненням значної пружної енергії. Проведені експерименти з руйнування гірських порід при їх циклічному навантаженні підтверджують факт створення різного типу мікропошкоджень та подальшого розвитку домінуючої тріщини, що і призводить до формування розлому. Вважаємо, що мікропошкодження є достатньо численими та випадково розподіленими по деякій репрезентативній області Ω геологічного середовища.

Прогнозування моменту руйнування геологічного середовища є однією з центральних проблем геомеханіки, в зв'язку з моделюванням можливих небезпечних ситуацій. У зрахах гірської породи, що піддаються циклічним навантаженням, на різних внутрішніх дефектах зароджуються та отримують розвиток тріщини або ж структурні елементи другого порядку. Внаслідок їх розвитку з'являється домінуюча тріщина, яка може стати критичною у тому розумінні, що при досягненні нею певної критичної довжини вона стає нестійкою та починає розповсюджуватися із нескінченною швидкістю (практично миттєво). В класичній моделі руйнування Гріффітса вважається, що коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) на фронті тріщини якраз може бути параметром, що визначає критичність стану. Але в геологі-

чних середовищах складної структури процес руйнування не може бути спрощений до моделі, де розглядається лише одна тріщина. Практично відбувається зростання багатьох відносно малих тріщин, їх злиття та формування домінуючої тріщини або ж макроскопічного розлому.

Питання, пов'язані з моделюванням такого процесу, розглянуті в [3, 4]. Тут ми зосередимось на вивченні особливостей електричного поля в околі зони розповсюдження тріщин, оскільки кожний концентратор механічних напружень викликає також і збурення електричного поля. І це збурення у певних випадках може бути зареєстрованим саме методами електрофізики (рис. 2), сейсмоакустичні методи можна розглядати як спосіб [1] більш детального аналізу. З метою наближення моделі до реальних процесів у структурних елементах геосередовища ми вважали також, що фізико-механічні визначальні параметри є залежними від ступеню пошкодженості, тобто ступеню розвитку мікротріщинуватості. Це зумовлює необхідність прогнозування тріщин та розломів і в'язкопластичних електропровідних середовищах із врахуванням залежності їх еквівалентних характеристик від міри накопиченого пошкодження.

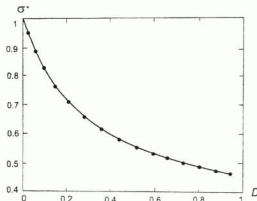


Рис. 1. Залежність коефіцієнту електропровідності σ^* від пошкодженості $D(t)$ геологічного середовища при довготривалому циклічному навантаженні

Концепція континуального пошкодження [4] включає зміну стану, що характеризує ступінь деградації пружних властивостей. В даній роботі ми розглядаємо вплив пошкодженості на електричні параметри, отже процес механічного руйнування тим самим зв'язується з процесом зміни електричних властивостей геологічного середовища (рис.1).

Міра континуальної пошкодженості $D(t)$ може бути розглянута формально як зменшення площі A поперечного перерізу досліджуваного зразка в залежності від часу спостереження t . Отже, тоді можна ввести [1, 3, 4] ефективні

густина електричного струму

$$\tilde{J} = J/(1 - D); \quad (1)$$

напруженість електричного поля

$$\tilde{E} = E/(1 - D) \quad (2)$$

та механічні напруження

$$\tilde{\sigma} = \sigma/(1 - D). \quad (3)$$

Момент руйнування ототожнюється із досягненням величиною $D(t)$ критичного значення $D=1$. Процес накопичення пошкоджень у геологічному середовищі є стохастичним за своєю природою, отже навіть при можливості проведення якісних, добре контрольованих експериментів в лабораторних умовах треба розуміти співвідношення між значенням розкиду в природних та штучних умовах. Використаємо надалі гіпотезу еквівалентності електричної енергії зразка середовища в початковому стані $t=t_0$ та в актуальному $t=t_A$ (пошкодженому до рівня $D(t)$, $t_0 \leq t \leq t_A$):

$$\frac{1}{2} J \cdot E = \frac{1}{2} \tilde{J} \cdot \tilde{E}. \quad (4)$$

Тут J – густина електричного струму, E – напруженість електричного поля. При цьому, згідно закону Ома в диференціальній формі

$$J = \sigma(x, t) E, \quad (5)$$

де $\sigma(x, t)$ – функція питомої електропровідності [9] неоднорідного геологічного середовища.

2. Визначення ефективних електричних параметрів

Теоретично цікавою та практично важливою є задача визначення локальних характеристик збурення електромагнітного поля внаслідок аномальної морфології геологічного середовища. Нові методи геоелектричних досліджень [5] інтенсивно використовують інтегральні характеристики самих джерел збудження. Схематично реалізацію цього принципу зображено на рис. 2.

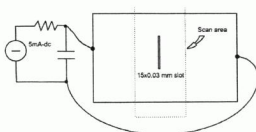


Рис. 2. Схема досліду, що показує зміну параметрів електричного поля внаслідок зародження та розвитку тріщини або розлому

Розглянемо у цьому сенсі процес послідовного наближення до точної оцінки ефективної енергії, отже тим самим ефективної електропровідності ізотропного нелінійного середовища. Використовуємо надалі варіаційний принцип Хашіна-Штрікмана-Вілліса [4; 12; 11]. Більшість попередніх досліджень за вказаним напрямком, в тому числі проведених авторами [1; 4; 5], присвячена вивченню ефективних характеристик багатокомпонентних лінійних геоструктур. В роботах Вілліса [12; 11] запропоновано метод, який дозволяє апроксимувати нелінійні властивості середовища за допомогою визначення так званого середовища порівняння з ідентичною мікроструктурою, але лінійними фізичними співвідношеннями. Це відповідає тому, що ми шукаємо ефективне середовище, поведінка якого в енергетичному сенсі є еквівалентною поведінці реального геологічного середовища.

Отже, розглянемо ізотропне геологічне середовище, що знаходиться під впливом сталого електричного поля $\mathbf{E} = -\nabla\psi$, де $\psi(\mathbf{x})$ – електричний потенціал. Дисипація енергії в ізотропному геосередовищі залежить тільки від амплітуди E поля \mathbf{E} в результаті завдання функції енергії $\omega(E)$. Густина струму \mathbf{J} визначається [2] як похідна від енергії по змінній електричного поля, а саме

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \omega(\mathbf{E})}{\partial \mathbf{E}} \quad (6)$$

Для лінійних електропровідних середовищ енергія ω є квадратичною функцією прикладеного поля $\omega(\mathbf{E}) = \sigma \mathbf{E}^2 / 2$, тому струм є пропорційним електричному полю. Отже

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (7)$$

де стала електропровідності σ залежить в загальному випадку від електричного поля $\sigma = \sigma(\mathbf{E})$. Саме цей випадок є предметом вивчення, оскільки попередні дослідження [2,4,5] були сконцентровані навколо обґрунтування застосування методів електророзвідки у електрично лінійних геосередовищах.

Розглянемо геоструктуру, складену з N компонентів [1,4], в якій функція локальної щодо області Ω щільності енергії має вигляд

$$W(\mathbf{x}, \mathbf{E}) = \sum_{\chi} \chi(\mathbf{x}) \omega_r(\mathbf{E}) \quad (8)$$

де \mathbf{x} – декартова координата точки аналізу, $\chi_r(\mathbf{x})$ – характеристична функція області Ω_r , що зайнята компонентом r , $r = 1, \dots, N$ відповідно. Таким чином, тут $\omega_r(\mathbf{E})$ є функції енергії компонентів, що мають, за визначенням, властивості

$$\omega_r \geq 0, \quad \forall \mathbf{E}, \quad \omega_r(0) = 0, \quad r = 1, \dots, N \quad (9)$$

Вважаємо також, що $\omega_r(\mathbf{E})$ ($r = 1, \dots, N$) є неперервними та випуклими функціями відносно напруженості електричного поля \mathbf{E} .

Еквівалентна однорідна фізична система може бути заданою в результаті мінімізації енергії аналогічно з принципом Діріхле для лінійних систем. Виходячи з цього, ефективна енергія $\bar{W}(\bar{\mathbf{E}})$ структурованого геологічного середовища може бути представленою у вигляді

$$\bar{W}(\bar{\mathbf{E}}) = \inf \langle W(\mathbf{x}, \mathbf{E}) \rangle \quad (10)$$

$$\text{де } \bar{\mathbf{E}} = \langle \mathbf{E}(\mathbf{x}) \rangle \quad (11)$$

Тут кутові дужки означають статистичне осереднення скалярної або ж тензорної змінної \mathbf{a} по репрезентативному об'єму ω_n , або ж по комірі періодичності Ω , тобто

$$\langle \mathbf{a} \rangle = \int \mathbf{a}(\mathbf{x}) d\Omega / \int d\Omega \quad (12)$$

Таким чином, задача полягає у визначенні границь для ефективної енергії (10).

3. Варіаційні границі та наближення до точного значення ефективної енергії

Будемо вважати додатково, що функції $\omega_r(\mathbf{E})$ зростають швидше за квадратичну функцію. Отже, вважаємо, що

$$\omega_r(\mathbf{E}) = f_r(x), \quad x = E^2, \quad f_r(x) \geq 0 \quad (13)$$

Для визначення нижньої границі ефективної енергії розглянемо лінійне середовище порівняння з мікроструктурою, ідентичною тій, що має досліджуване нелінійне геологічне середовище. Одним із варіантів завдання такого середовища може бути завдання локальної електропровідності у вигляді

$$\sigma^0(\mathbf{x}) = \sum_{\chi} \chi_r(\mathbf{x}) \sigma_r^0 \quad (14)$$

та ефективної енергії

$$\tilde{W}^0(\mathbf{E}) = \inf \left\{ \frac{1}{2} \sum_{r=1}^N \eta_r(\mathbf{x}) \sigma_r^0 E^2(\mathbf{x}) \right\}. \quad (15)$$

Лінійне геологічне середовище є достатньо вивченим, тому надалі ми вважаємо, що ефективні характеристики $\tilde{W}^0(\mathbf{E})$ багатокомпонентного структурованого середовища є відомими, звідки можна отримати відповідні нижню та верхню границі типу Фойгта або Рейсса [12]. Для цього можна використати властивість випуклих функцій [11]. Якщо ефективна енергія нелінійного електропровідного середовища задовольняє нерівності

$$\tilde{W}(\mathbf{E}) \geq \max \left\{ \tilde{W}^0(\mathbf{E}) - \sum_{r=1}^N u_r(\sigma_r^0) \chi_r \right\}, \quad (16)$$

де χ_r – об'ємні концентрації, σ_r^0 – електропровідність r компоненти, то функції u_r визначаються співвідношеннями

$$u_r(\sigma_r^0) = \sup \{ \omega_r^0(E) - \omega_r(E) \}. \quad (17)$$

Детальний виклад теоретичної основи методу енергетичної оцінки фізико-механічних властивостей неоднорідних багатоконпонентних середовищ наведено в [4]. Застосуємо його для випадку електропровідних структур. Нехай енергія лінійного середовища порівняння визначається виразом

$$\tilde{W}^0(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \sigma_e^0 E^2, \quad (18)$$

де

$$\sigma_e^0 = c_i \sigma_i^0 + c_m \sigma_m^0 - \frac{c_i c_m \sigma_i^0 \sigma_m^0}{c_m \sigma_i^0 + c_i \sigma_m^0 + 2y_0}, \quad l = \sigma_i^0 - \sigma_m^0. \quad (19)$$

Тут y_0 може бути або ж константою, або ж у загальному випадку функцією типу

$$y_0 = \xi_i \sigma_i^0 + \xi_m \sigma_m^0 - \frac{\xi_i \xi_m l^2}{\xi_m \sigma_i^0 + \xi_i \sigma_m^0 + z_0/2}. \quad (20)$$

причому тут z_0 є сталою величиною. Завдяки вибору цієї сталої можуть бути отримані відомі границі для ефективних властивостей. Наприклад, верхня границя Фойгта відповідає $y_0 = \infty$. Нижня границя Рейсса отримується при $y_0 = 0$. Нижня та верхня границі Хашіна-Штрикмана випливають з (19) при $y_0 = \sigma_{\min}^0$ та $y_0 = \sigma_{\max}^0$ відповідно. При цьому

$y_0 = \sigma_{\min}^0$ та $y_0 = \sigma_{\max}^0$ є мінімальним та максимальним значеннями електропровідності компонентів. Цей достатньо відомий граничний спектр можна розширити, якщо взяти $z_0 = 0$ та $z_0 = \infty$ відповідно та ввести додаткові геометричні параметри третього порядку $\xi_i = 1 - \xi_m$. В результаті отримуємо триточкові границі Берана [7]. Триточкові границі Милтона [11] отримуємо в результаті застосування $z_0 = \sigma_{\min}^0$ для нижньої границі та $z_0 = \sigma_{\max}^0$ – для верхньої.

В роботі Біллса та Торкуато [11] отримано узагальнене наближення для ефективної електропровідності ізотропного середовища із застосуванням формули

$$z_0 = B \sigma_m, \quad B = 2 \frac{2 - \xi_i}{1 - 2\xi_i}. \quad (21)$$

де стала B залежить від морфології середовища, а не від фізичних властивостей компонентів.

Використавши процедуру осереднення, запропоновану в [12], для нелінійного електропровідного геомасиву отримуємо наближення ефективної енергії

$$\tilde{W}(\mathbf{E}) = \min \left[c_i \omega_i \left(\sqrt{(1 + c_m \omega)^2 + 2c_m \xi_i \omega^2 (1 + \xi_m \gamma)^2} E \right) + c_m \omega_m \left(\sqrt{(1 - c_i \omega)^2 + 2c_i \xi_m \omega^2 + B c_i \xi_m \xi_i \omega^2 \gamma^2} E \right) \right]. \quad (22)$$

Тут мінімальні значення функціоналу шукається на множині двох скалярних параметрів $\omega \in (-\infty, \infty)$ та $\gamma \in (-\infty, \infty)$. Це можна зробити або аналітично у випадку відносно простих виразів для нелінійних потенціалів, або ж застосувати чисельні методи у більш складних випадках. Для того, щоб пояснити подальшу процедуру ідентифікації параметрів, розглянемо практично важливий випадок середовища із вмістом ідеальних ізоляторів або ідеальних провідників.

4. Ідентифікація визначальних параметрів

Звичайні матеріальні параметри, що входять до загальної системи рівнянь математичної моделі та, зокрема, до визначальних рівнянь геологічного середовища, неможна визначити в прямий спосіб, оскільки вони, власне кажучи, являють собою фізичні величини, які не завжди можна виміряти безпосередньо. Скоріше ці параметри можна розглядати як причину, що призводить до зміни тих чи інших фізико-механічних змінних у процесі моніторингу. При цьому моделювання фізико-механічної поведінки компонентів та структуру геосередовища із заданими визначальними параметрами розглядається як пряма задача. Ідентифікація ж матеріальних параметрів на підставі аналізу ефектів, що спостерігаються в процесі моніторингу доступних до вимірювання змінних, відноситься до задач інверсії. Очевидною є взаємозалежність результатів однієї та другої задачі, виходячи з потреб забезпечення необхідної достовірності, з одного боку, та практичних обмежень щодо можливостей отримання бази статистично обґрунтованих даних як розрахункових, так і експериментальних.

Справа є ускладненою внаслідок того, що диференціальні або ж інтегральні оператори системи рівнянь, що відображають зв'язок матеріальних параметрів із змінними, що піддаються спостереженню, є суттєво нелінійними. Отже,

не маючи достовірного, статистично обґрунтованого способу побудови математичної моделі процесу, є абсолютно неможливим сподіватися на достовірні результати інверсних процедур. Звідси випливає, що проблема ідентифікації параметрів геофізичної системи має бути розв'язаною лише в сенсі наближеного, але з постійним контролем достовірності, результату як на етапі побудови прямої моделі, так і на етапі прогнозу результатів інверсії. З точки зору математики мова йде про мінімізацію цільової функції із ступенем похибки, який був би обґрунтований на всіх етапах дослідження, оскільки спроба отримати результат безвідносно до статистично обґрунтованого рівня достовірності на кожному з етапів аналізу не може привести до розуміння та передбачення тих складних процесів, що відбуваються в геологічному середовищі. Отже, виходячи з цього, ідентифікація матеріальних параметрів так званої прямої задачі має розглядатися як задача оптимізації із визначенням та обґрунтованим простором прийнятних розв'язків та можливих помилок обчислень або ж спостережень.

4.1. Цільова функція та процедура оптимізації

Функція моделі процесу електропровідності неоднорідного геологічного середовища включає основні змінні – величини густини струму J , напруженості поля E , матеріальну константу електропровідності σ , а також і інші параметри, що позначимо вектором p . Отже, надалі будемо застосовувати вираз векторної функції моделі геологічного середовища у вигляді

$$y = y(x, p). \quad (23)$$

Ідентифікація параметрів має за мету визначення величин цих параметрів, при яких досягається найкраще наближення спостережених значень (вектор \tilde{y}) при деяких відомих змінних (вектор x) з функцією моделі. Найчастіше для визначення якості наближення застосовують метод найменших квадратів та ін. Вектор оптимальних параметрів p та найкраще наближення до значень, отриманих моніторингом, знаходиться, коли сума квадратів вектору похибок набуває мінімуму

$$\sum_{i=1}^n [\tilde{y}_i - y(x_i, p)]^2 \rightarrow \min. \quad (24)$$

Функцію цілі $\Phi(p)$ можна, таким чином, представити у вигляді

$$\Phi(p) = \frac{1}{2} r^T(p) r(p) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n r_i^2(p) \rightarrow \min. \quad (25)$$

Тут позначено

$$r(p) = \{r_i(p)\}_l, \quad r_i(p) = \tilde{y}_i - y(x_i, p). \quad (26)$$

Число l експериментальних спостережень повинне бути набагато більшим за число n_p параметрів, що входять до рівнянь системи. Необхідною умовою оптимальності є рівняння

$$\nabla \Phi(p^*) = 0, \quad (27)$$

яке призводить у випадку лінійної, щодо параметрів p , моделі до системи лінійних рівнянь відносно компонентів вектору оптимальних параметрів p^* . Тут J позначає якобіан перших похідних від вектору похибок по кожному з параметрів

$$J = \frac{\partial r_i}{\partial p_j}. \quad (28)$$

У випадку нелінійної моделі треба встановити ітераційну процедуру

$$p_{k+1} = p_k + s_k. \quad (29)$$

Найбільш широко застосованою методикою є ітераційний процес Гауса-Ньютона, де на кожному кроці розглядається лінійна система

$$J_k^T J_k s_k = -J_k^T r_k. \quad (30)$$

Цей вираз може бути інтерпретований як необхідна умова оптимальності наближення до $\Phi(p_k)$ в межах точності до членів другого порядку у виразі $\nabla \Phi(p^*)$. Головна перевага тут полягає у тому, що застосовуються лише перші похідні якобіану J .

5. Приклади

5.1. Середовища, що вміщують породи з ідеальною провідністю

Розглянемо випадок, коли скелет середовища вміщує породи з властивостями суперпровідників, тобто

$$\omega = \begin{cases} 0, & E = 0 \\ \infty, & E \neq 0 \end{cases} \quad (31)$$

В такому випадку права сторона рівняння (18) прямує до нескінченності, якщо аргумент функції (19) дорівнює нулеві, тобто

$$\tilde{E} \sqrt{(1 + c_m \omega)^2 + 2c_m \varepsilon_1 \omega^2 (1 + \varepsilon_m \gamma)^2} = 0. \quad (32)$$

Звідси визначасмо оптимальні значення параметрів ω та γ як

$$\omega = -\sqrt{c_m}, \quad \gamma = -\sqrt{\varepsilon_m}. \quad (33)$$

Звідси випливає, що енергія геологічного середовища визначається виразом

$$\tilde{\omega}(E) = c_m \omega_m \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_m + 2c_1 + Bc_1 \varepsilon_1 E}{\varepsilon_m c_m^2}} \right). \quad (34)$$

Практично цікавим є випадок, коли скелет геосередовища має нелінійні властивості, що можуть бути описані степеневим законом, тобто має функцію енергії типу

$$\bar{\omega}_m(\bar{E}) = \frac{1}{n} \sigma_e^{\text{exp}} \bar{E}^n, \quad (35)$$

отже ефективна енергія головної структури, виходячи з (34), буде визначатися

$$\begin{aligned} \bar{\omega}(\bar{E}) &= \frac{1}{n} \sigma_e^{\text{exp}} \bar{E}^n, \\ \frac{\sigma_e^{\text{exp}}}{\sigma_m} &= c_m \left[\frac{\bar{E}}{\xi_m} + 2c_1 \frac{\bar{E}}{\xi_m} \right]^{\gamma/2}. \end{aligned} \quad \text{ЮТШ (36)}$$

Ми розглядаємо, для простоти, ізотропне середовище, для якого безрозмірні коефіцієнти морфології мають вигляд

$$\xi_i = 0.21068c_1 - 0.04693c_1^2. \quad (37)$$

За результатами проведених розрахунків треба відмітити, що безрозмірний коефіцієнт електропровідності швидко зростає зі зростанням параметра показника нелінійності.

5.2. Середовище із вмістом абсолютних ізоляторів

Розглянемо тепер оцінки типу (16) для випадку, коли нелінійний скелет середовища вміщує породи, що є практично ідеальними ізоляторами. Отже, вважаємо

$$\omega_i(E) = 0, \quad \forall E. \quad (38)$$

В цьому випадку знайдемо оптимальні значення параметрів ω та γ , що мінімізують аргумент функції $\omega_m(E)$ у рівнянні (22). Відповідні обчислення приводять до виразів

$$\omega = \frac{2\xi_m + B}{2(c_1\xi_i + B\xi_m) + Bc_1}, \quad \gamma = \frac{2}{2\xi_m + B}. \quad (39)$$

Тоді енергія головної структури може бути ідентифікованою за допомогою рівняння

$$\bar{\omega}(\bar{E}) = c_m \omega_m \left(\sqrt{\frac{2B\xi_m}{2(c_1\xi_i + B\xi_m) + Bc_1}} \bar{E} \right). \quad (40)$$

Таким чином, для скелету, властивості якого описуються рівнянням (38), ефективна енергія набуває вигляду

$$\begin{aligned} \bar{\omega}(\bar{E}) &= \frac{1}{n} \sigma_e^{\text{im}} \bar{E}^n \\ \frac{\sigma_e^{\text{im}}}{\sigma_m} &= c_m \left[\frac{2B\xi_m}{2(c_1\xi_i + B\xi_m) + Bc_1} \right]^{\gamma/2}. \end{aligned} \quad (41)$$

На рис. 3 зображено графіки залежності параметру пошкодженості $D(t)$ від тривалості дії $T = t/t_*$ циклічного навантаження. Верхня крива, помічена крапками, відповідає випадку моделі лінійного накопичення пошкодженості, крива з квадратиками описує модель уповільненого накопичення, коли основні руйнівні процеси в геологічному середовищі відбуваються на заключному етапі життєвого циклу структури, який вимірюється часом t .

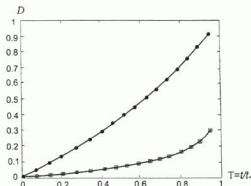


Рис. 3. Залежність параметру D пошкодженості геологічного середовища від тривалості дії циклічного навантаження $T = t/t_*$

Проведений аналіз з точки зору випадків властивостей електропровідності структури дає можливість стверджувати придатність пропонуваного методу для застосування його в моніторингу об'єктів з суттєво нелінійною поведінкою. Визначено форму залежності ефективного коефіцієнту електропровідності від вмісту породи з властивостями ідеального ізолятора або ж ідеального провідника. Відмітимо, що на відміну від випадку геологічного середовища із вмі-

том ідеально струмопровідної породи безрозмірний коефіцієнт електропровідності зменшується при зменшенні показника нелінійності. Підкреслимо також, що встановлені значення визначальних параметрів відповідають точним вершинам триточковим оцінкам роботи [7].

6. Висновки

В роботі розглянуто узагальнення моделі, запропонованої в [1; 4; 10], на випадок геологічного електропровідного середовища. Ефективна електропровідність середовища складної структури визначається на підставі оптимізації наближено визначеної енергії для нелінійно струмопровідних гірських масивів. Такий підхід дозволяє фізично та математично обґрунтовано підійти до процедури вибору середовища порівняння [4, 12]. При цьому еківалентність поведінки реального геологічного та модельного середовищ базується на оптимально обчислених параметрах, що визначають ступінь провідності. В тому числі розглянуто випадки суттєво нелінійної поведінки компонентів, а також екстремальні (аномальні) випадки середовищ із вмістом ідеальної провідності та ідеального ізолятора.

1. Выхва С.А., Маслов Б.П., Прохадова Г.Т. Эффективные упругие свойства нелинейных многокомпонентных геологических сред // Геофиз. журн. – Т. 27 (2005), С.86-96. 2. Мисин Ж. Механика электромагнитных сплошных сред. – Москва, 1991. 3. Маслов Б.П., Лышенко Я.Г. Концентрация напряжений в трещинах иокрупняках изомпактах з мікро тріщинами // Вісник Дніп. ун-ту. – 2002. – №2. – С. 50-53. 4. Маслов Б.П., Прохадова Г.Т., Выхва С.А. Новый метод математического моделирования процессов разрушения в литосфере // Геоинформатика, 2006 – №3. – С. 24-32. 5. Руда М.В., Руденко Т.В., Сорогов Н.С. До питання про визначення ефективних параметрів геоелектричного розпаду в методі інтегральних індукційних зондувань // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. Геологія, 2007. – Вип. 41. – С. 13-17. 6. De Botto and P.P. Castaneda. Variational estimates for the creep behavior of polycrystals // Proc. R.Soc.Lond., 1995. – A. 443-121-142. 7. Kanani S.K. Dielectric properties of matrix composite materials with high volume concentrations of inclusions (effective field approach) // International Journal of Engineering Science 4.2003. – С. 1287-1312. 8. Maslov B.P. Stress concentration in non-compressible multi-component material // Int.Appl. Mech., 2000 – 38, No. 3. – С. 108-114. 9. Maslov B.P. Thermal-stress concentration near inclusions in viscoelastic random composites // Journal of Engineering Mathematics Springe, 2008. – Т. 58. – С. 34-59. 10. Maslov B.P., Prokhadova G.T. Dispersion and scatter of elastic waves in a jointed geological medium // Geophysics. J., – 1998. – P. 303-316. 11. Tabbot, D.R.S. and J.R. Willis. Bounds for the Effective Constitutive Relation of a Non-linear Composite // Proc.R.Soc.Lond., 2004. – A (460).2705-2723. 12. Willis J.R. On methods for bounding the overall properties of nonlinear composites // J.Mech. Phys. Solids, 1991. – 39(1). – P. 73-86.

Надійшла до редакції 11.03.08.

УДК 56.569(119)

С. Попов, зав. лаб., А. Сухорада, канд. геол.-мін. наук, М. Решетник, асп.

МАГНІТНІ ВЛАСТИВОСТІ ГІРСЬКИХ ПОРІД ТА ЇХ ЗВ'ЯЗОК З РУДОНОСНІСТЮ НА ПРИКЛАДІ КРИСТАЛІЧНОГО ФУНДАМЕНТУ УКРАЇНСЬКОГО ШИТА

Отримано дані про магнітні властивості рудоконтролюючих та фонових порід рудоперспективних ділянок та родовищ Українського щита (Азовське, Майське, Суразьське). Виявлені та проінтерпретовані характерні риси магнітних параметрів, що пов'язані з процесом рудоутворення.

The data concerning the magnetic properties of the ore-controlling (Azovske, Maiske, Surozke ore deposit) and background rocks of Ukrainian shield have been obtained. The characteristic pattern of the ore genesis connected magnetic parameters has been established and interpreted.

Вступ. На сьогодні розвиток методів магнітометрії дозволяє отримати магнітну модель території, що часом є основою складової геологічної моделі. Насичення геологічних даних магнітометричними вже давно є традиційним при дослідженні порід кристалічного фундаменту. Ефективність використання магнітної складової в багатьох випадках залежить від досвіду інтерпретатора. Низько дослідників зафіксовано та вивчені закономірні зміни магнітних властивостей, що пов'язані зі зміною геологічних, зокрема рудних характеристик. Печерським Д. М. та Романовським М.П. виявлено зв'язок магнітних властивостей гранітоїдів Північного Сходу з їх металогенічною перспективністю [6; 7; 8]. Бродська С.Ю., Бакланова В.В., Шпилько Л.Г. встановили суттєві зміни магнітних параметрів в зонах зруднення гірських порід [1; 4; 5; 10]. В попередніх дослідженнях авторів доведено зростання параметрів магнітної жорсткості в зонах рідкісноземельного зруднення [9]. Отже доведено існування зв'язку між магнетизмом та рудоносністю гірських порід.

Зважаючи на високу металогенічну перспективність кристалічного фундаменту Українського щита (УЩ), необхідним є вивчення магнітометалогенічних залежностей в його межах. Перш за все потрібне вивчення вже відомих рудних областей, для виявлення та інтерпретації притаманних рудоперспективним структурам УЩ магнітних властивостей.

Матеріали і методи. Об'єктами досліджень були обрані Азовське, Майське та Суразьське родовища [2; 9]. Всі породи, що представлені в наведених родовищах були поділені на фонові (вміщуючі) породи, та породи, пов'язані з рудоутворенням. Перш вивчались нами в польових умовах та на керні картувальних свердловин, друп – на керні розвідувальних свердловин.

Виконано лабораторні магнітометричні дослідження презентативної колекції прських порід відібраних на наведених об'єктах досліджень. Вимірювались: α – магнітна сприйнятливості, I_p – природна залишкова намагніченість; I_s – намагніченість насичення (поле насичення близько 3000 Е); I_{rs} – залишкова намагніченість насичення. Застосовуючи метод неперервного нагріву та метод послідовних нагрівів, реструєвалися криві температурних залежностей $\alpha(t)$, $I_s(t)$, $I_{rs}(t)$. Перелічені параметри досліджувались за допомогою аstatичного магнітометра LAM-24 та лабораторного капамістка KLY-2. Розраховувались: індуктивна намагніченість $I_i = \alpha \cdot Z$, де Z – вертикальна складова геомагнітного поля; фактор Кенігсбергера $Q = I_p/I_s$; а також параметри, що відповідають за магнітну жорсткість $\alpha = I_s/I_i$, $\beta = I_{rs}/I_s$. Окрім того виконано мінераграфічні дослідження.

Результати. Процес рудоутворення є за своєю природою азмалітним. В нормальних умовах характерним є утворення типового феромагнетиту – магнетиту. В областях рудоутворення мають підвищуватися окислювальні або відновлювальні умови, що призводить до появи висококоерцитивних феромагнетиків. Загальноновживаним магнітним параметром, який менше залежить від кількості феромагнетиту, а більше від його мінерального складу, є фактор Кенігсбергера (Q). Слід зауважити, що величина Q визначається залишковою намагніченістю, яка може сильно змінюватися.