

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**ФАКУЛЬТЕТ РАДІОФІЗИКИ, ЕЛЕКТРОНІКИ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ**

**кафедра фізичної електроніки**

До захисту допущено:

«На правах рукопису»

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ Анатолій ВЕКЛИЧ

«\_19\_» червня 2023 р.

**БАКАЛАВРСЬКА РОБОТА**

на тему:

**«ОПТИЧНА МЮЛЛЕР-ПОЛЯРИМЕТРІЯ НЕОДНОРІДНИХ АНІЗОТРОПНИХ  
СЕРЕДОВИЩ»**

**Виконав:**

студент 4-го курсу

денної форми навчання

спеціальності 105 – Прикладна фізика та наноматеріали

ОП «Прикладна фізика, наноелектроніка та комп'ютерні технології»

Заболотний Денис Віталійович \_\_\_\_\_

**Науковий керівник:**

д.ф.-м.н., проф. Веклич Анатолій Миколайович \_\_\_\_\_

к.ф.-м.н., ас. Коломієць Іван Сергійович \_\_\_\_\_

**Рецензент:**

к.ф.-м.н., доц. Оберемок Євген .Анатолійович \_\_\_\_\_

Засвідчую, що у цій бакалаврській роботі  
немає запозичень з праць інших авторів без  
відповідних посилань

Студент \_\_\_\_\_

Робота допущена до захисту в ЕК рішенням кафедри фізичної електроніки  
від «15» червня 2023 р., протокол № 32.

Завідувач кафедри фізичної електроніки,

доктор фіз.-мат. наук, професор

Веклич Анатолій Миколайович \_\_\_\_\_

## ЗМІСТ

РЕФЕРАТ .....	3
Вступ.....	4
1. МАТРИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ОПИСУ ПОЛЯРИЗАЦІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ СЕРЕДОВИЩ .....	6
1.1 Матричний метод Джонса .....	6
1.2 Матричний метод Мюллера .....	8
1.3 Базові види анізотропії.....	10
1.4 Матричні моделі середовищ із складною анізотропією:.....	13
1.5 Неоднорідне закручене середовище з фазовою анізотропією .....	16
2. ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ АНІЗОТРОПІЇ В ПОЗДОВЖНЬО НЕОДНОРІДНИХ ЗАКРУЧЕНИХ СЕРЕДОВИЩ З ЛІНІЙНОЮ АМЛІТУДНОЮ АНІЗОТРОПІЄЮ.....	21
2.1 Будова середовища .....	21
2.2 Матричні моделі Джонса середовища.....	23
2.3 Поширення превалюючих хвиль.....	26
ВИСНОВКИ.....	31
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....	32

## РЕФЕРАТ

Дипломна робота: 35 с., 8 рис., 35 джерел.

В роботі розглянуто клас поздовжньо неоднорідних недеполяризуючих середовищ, що характеризується лінійною амплітудною анізотропією. Для даного класу середовищ розглянуто еквівалентне представлення послідовністю лінійних поляризаторів та розраховано і проаналізовано інтегральну матрицю Джонса на основі диференційної матриці Джонса. Використовуючи диференційне рівняння для комплексної змінної було розраховано превалюючі поляризації та проаналізовано особливості їх поширення в поздовжньо неоднорідних недеполяризуючих середовищ, що характеризується лінійною амплітудною анізотропією.

ІНТЕГРАЛЬНА МАТРИЦЯ ДЖОНСА, ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА МАТРИЦЯ ДЖОНСА,  
ПРЕВАЛЮЮЧІ ПОЛЯРИЗАЦІЇ, АНІЗОТРОПІЯ.

## ВСТУП

Поляризоване світло використовується для проведення досліджень у різних галузях науки та техніки [1]. Вивчення особливостей взаємодії світла з досліджуваним середовищем є одним із ключових джерел інформації про його поляризаційні властивості. Поляриметрія в цілому, характеризується як незбурюючим характером, високою чутливістю так і можливістю здійснення дистанційних досліджень, а тому, широко застосовується у медицині [2], біології [3,4], астрофізиці [5,6], екології [7,8] та інших галузях [9,10].

Матричні методи Джонса та Мюллера широко використовуються для дослідження еволюції стану поляризації світла у середовищах з різними типами анізотропії [1]. Ці методи використовуються для вивчення поляризаційних властивостей анізотропних середовищ з одним механізмом анізотропії, таких як кристал кальциту, розчин цукру [2,3] та інші. Основним завданням сучасної поляриметрії є аналіз поляризаційних властивостей середовищ, які характеризуються декількома видами анізотропії [4-7]. Для досягнення цієї мети застосовуються матричні методи, згадані вище. Еволюція стану поляризації описує зміну поляризації вихідної хвилі в порівнянні з поляризацією хвилі на вході у анізотропне середовище. В рамках матричного методу Мюллера цей процес описується за допомогою вектора Стокса.

Значний інтерес у сучасній поляриметрії представляють дослідження поляризаційних властивостей неоднорідних середовищ у поздовжньому напрямку. Цей тип середовища відрізняється певними особливостями матриць Джонса та Мюллера, що використовуються для їх опису [11]. Прикладом таких середовищ є рідкі кристали, такі як холестерики та кручені нематерики, які широко використовуються в радіотехніці, зокрема у виготовленні рідкокристалічних дисплеїв [12]. Даний тип середовищ в рамках матричного методу Джонса (Мюллера), може бути представлений як поздовжньо неоднорідне закручене середовище (далі просто поздовжньо неоднорідне) з лінійною фазовою анізотропією. Детальний аналіз такого середовища був розглянутий в [13-16]. Також, значний інтерес в поляриметричній

оптиці представляє клас поздовжньо неоднорідних закручених середовищ, що характеризується лінійною амплітудною анізотропією, що може бути використаний як керований лінійний поляризатор.

Отже, метою даної роботи є дослідження поляризаційних властивостей поздовжньо неоднорідних середовищ з лінійною амплітудною анізотропією.

# 1. МАТРИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ОПИСУ ПОЛЯРИЗАЦІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ СЕРЕДОВИЩ

## 1.1 Матричний метод Джонса

Метод матриць Джонса використовується для опису лінійної взаємодії поляризованого світла певної частоти  $\omega$  (довжини хвилі  $\lambda$ ) із анізотропними недеполяризуючими (за відсутності деполаризації) середовищами тобто середовищами, яке не зменшує ступінь поляризації світла при його поширенні крізь середовище. Розглянемо праву декартову систему координат, що представлена на Рис. 1.1 та світло, що поширюється в здовж осі  $z$ . В рамках методу Джонса стан поляризації світла описується вектором розміром  $2 \times 1$  - вектором Джонса (Максвела), компоненти якого є проєкціями електричного вектора  $\mathbf{E}$  електромагнітного випромінювання на осі  $x$  та  $y$  [17-18]:

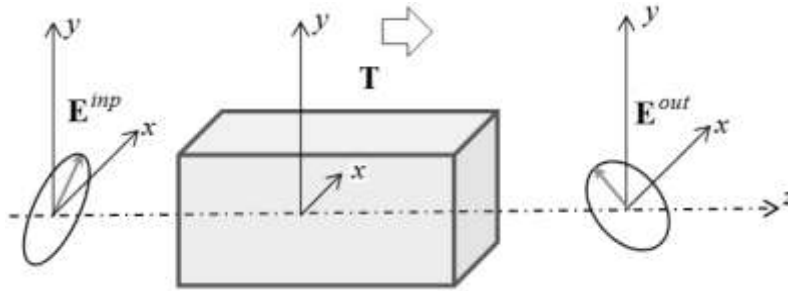


Рис. 1.1. Взаємодія поляризованого світла з анізотропним середовищем.

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ Ke^{i\Delta} \end{bmatrix} \exp \left\{ i \left[ \omega \cdot \left( t - \frac{z}{c} \right) + \phi_x \right] \right\}, \quad (1.1)$$

де  $H$  і  $K$  - амплітуди проєкцій  $E_x$  і  $E_y$  електричного вектора,  $\Delta$  - відносна різниця фаз  $E_x$  та  $E_y$ ,  $\phi_x$  - початкова фаза компоненти  $E_x$ ,  $\omega$  - частота коливань світлової хвилі. Опускаючи ізотропний множник в рівняння (1.1) можна отримати остаточний вираз для вектора Джонса [16]:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} H \\ Ke^{i\Delta} \end{bmatrix}. \quad (1.2)$$

Вектор Джонса (1.2) містить інформацію як про стан поляризації світла так і про його інтенсивність, яку можна визначити із співвідношення:

$$I = \begin{bmatrix} E_x^* & E_y^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = |E_x|^2 + |E_y|^2 = H^2 + K^2, \quad (1.3)$$

Для опису стану поляризації, повністю поляризованого світла, використовуються два основних параметри  $\theta$  - азимут (кут орієнтації еліпса в його площині, що змінюється в межах  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ ),  $\varepsilon$  - кут еліптичності ( $\varepsilon = \arctan(e)$ ), що змінюється в межах  $-\pi/4 \leq \varepsilon \leq \pi/4$ ,  $e$  - еліптичність, яка є відношенням малої  $a$  до великої  $b$  півосей еліпса  $e = b/a$  і змінюється в межах  $-1 \leq e \leq 1$ ) див. Рис. 1.2.

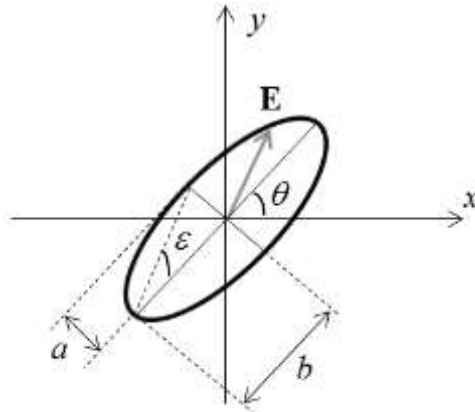


Рис. 1.2. Еліпс поляризації світла.

Вектор Джонса, як функція від азимута і кута еліптичності може бути представлений як:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \cos(\theta)\cos(\varepsilon) - i\sin(\theta)\sin(\varepsilon) \\ \sin(\theta)\cos(\varepsilon) - i\cos(\theta)\sin(\varepsilon) \end{bmatrix}. \quad (1.4)$$

Користуючись тим, що електричний вектор лінійно-поляризованої хвилі коливається в площині  $xu$  у випадку лінійної взаємодії світла із середовищем, проекції електричного вектора  $E_{x(inp)}$ ,  $E_{y(inp)}$  до взаємодії лінійно пов'язані із відповідними проекціями електричного вектора  $E_{x(out)}$ ,  $E_{y(out)}$  після взаємодії наступною системою лінійних рівнянь[11,16,17]:

$$\begin{cases} E_x^{out} = T_{11}E_x^{inp} + T_{12}E_y^{inp} \\ E_y^{out} = T_{21}E_x^{inp} + T_{22}E_y^{inp} \end{cases} \quad (1.5)$$

тут коефіцієнти  $T_{ij}$  - описують поляризаційні властивості середовища для даних дожини хвилі світла та напрямку його поширення, рівняння (1.5) може бути записане в матричному представленні:

$$\mathbf{E}^{out} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{E}^{inp}, \quad (1.6)$$

де  $\mathbf{T}$  - матриця Джонса (розмір  $2 \times 2$ , описує поляризаційні властивості середовища). Елементи матриці Джонса в загальному випадку є комплексними величинами і можуть приймати довільні значення. Матрицю  $\mathbf{T}$  також, називають інтегральною матрицею Джонса (вона пов'язує електричний вектор хвилі до і після її взаємодії з досліджуваним середовищем).

## 1.2 Матричний метод Мюллера

Як і матричний метод Джонса, матричний метод Мюллера описує зміну поляризації світла та його інтенсивності при взаємодії з анізотропним середовищем. Але, за допомогою даного методу можливо описати взаємодію поляризованого, частково поляризованого або неполяризованого світла із недеполяризуючим, або деполаризуючим середовищем.

Для опису стану поляризації світла в рамках матричного методу Мюллера використовується  $4 \times 1$  вектор Стокса  $\mathbf{S}$  елементи, якого можуть бути представлені як функція від проекцій електричного вектора та відносного фазового зсуву наступним чином [11,16]:

$$\begin{aligned} S_1 &= \langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle, \\ S_2 &= \langle E_x^2 \rangle - \langle E_y^2 \rangle, \\ S_3 &= 2 \langle E_x E_y \cos(\Delta) \rangle, \\ S_4 &= 2 \langle E_x E_y \sin(\Delta) \rangle, \end{aligned} \quad (1.7)$$

де  $\langle \rangle$  позначає усереднення по часу або по простору.

Так само як і для вектора Стокса у випадку лінійної взаємодії світла із середовищем перетворення компонент вектора Стокса падаючого світла  $S_i^{inp}$  у компоненти вектор Стокса світла на виході із середовища  $S_i^{out}$ , що описується елементами матриці Мюллера  $M_{ij}$  може бути записане наступним матричним рівнянням [18-20]:

$$\begin{bmatrix} S_1^{out} \\ S_2^{out} \\ S_3^{out} \\ S_4^{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1^{inp} \\ S_2^{inp} \\ S_3^{inp} \\ S_4^{inp} \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

або

$$\mathbf{S}^{out} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{S}^{inp}, \quad (1.9)$$

де  $\mathbf{M}$  - матриця Мюллера  $4 \times 4$ ,  $\mathbf{S}^{inp}$  і  $\mathbf{S}^{out}$  вхідний і вихідний вектори Стокса відповідно, які є з дійсними числами.

Повертаючись до рівняння (1.7) враховуючи, що компоненти вектора Стокса (параметри Стокса) є квадратичними функціями компонентів електричного вектора світла і мають розмірність інтенсивності, вони можуть бути представлені як [22]:

$S_1 = I_{0^\circ} + I_{90^\circ} = I_{45^\circ} + I_{-45^\circ} = I_L + I_R = I$ ,  $S_2 = I_{0^\circ} - I_{90^\circ}$ ,  $S_3 = I_{45^\circ} - I_{-45^\circ}$ ,  $S_4 = I_L - I_R$ , де  $I_{0^\circ, 90^\circ}$  і  $I_{\pm 45^\circ}$  - інтенсивності світла, що пройшло крізь поляризатор, орієнтований під кутами  $0^\circ$ , або  $90^\circ$  і  $\pm 45^\circ$ , відповідно;  $I_{L,R}$  - інтенсивності світла, що пройшло через лівий і правий циркулярні поляризатори. Отже перший параметр Стокса - це повна інтенсивність світла  $I$ , а всі інші параметри кількісно визначаються певною поляризацією - лінійною або циркулярною.

У випадку повністю поляризованого світла компоненти вектора Стокса мають

задовольняти співвідношення  $S_1 = \sqrt{S_2^2 + S_3^2 + S_4^2}$ .

Також можемо записати зв'язок між елементами вектора Стокса і параметрами електричного вектора хвилі (1.7) [23]:

$$\begin{aligned} S_1 &= H^2 + K^2 = I, \\ S_2 &= H^2 - K^2, \\ S_3 &= 2HK \cos(\Delta), \\ S_4 &= 2HK \sin(\Delta). \end{aligned} \tag{1.10}$$

Отже, знаючи параметри світла на вході в середовище, а також матрицю Мюллера для даного середовища, ми можемо визначити параметри світла на виході з даного середовища. На відміну від елементів матриці Джонса, елементи матриці Мюллера не можуть набувати довільних значень. Також матрицю Мюллера, що визначається у рівнянні (1.9) називають інтегральною матрицею Мюллера аналогічно інтегральній матриці Джонса.

Для класу недеполяризуючих середовищ [24-25] між матрицею Мюллера та Джонса існує однозначний зв'язок (з точністю до ізотропного множника) [26]. Тобто, кожній матриці Джонса середовища можна поставити у відповідність матрицю Мюллера і навпаки.

Також відзначимо, що в результаті виконання операції  $\langle \rangle$ , в рівнянні (1.7) при переході від компонент вектора Джонса до параметрів Стокса в методі Мюллера втрачається інформація про абсолютну фазу світла, однак залишається інформація про повну інтенсивність [27].

### 1.3 Базові види анізотропії

Поняття анізотропія у класичній електродинаміці та оптиці відноситься до залежності матеріальних параметрів середовища від напрямку поширення світла в останньому [21,22,28]. Одним з наслідків оптичної анізотропії є зміна стану поляризації падаючого (вхідного) випромінювання після взаємодії з середовищем. У поляриметрії, ключовою характеристикою анізотропного середовища є його власні

хвилі, які поширюються у певному напрямку без зміни стану поляризації. При цьому амплітуда (інтенсивність) та/або абсолютна фаза власних хвиль можуть змінюватись [21,22,28].

Згідно класифікації Джонса [24], анізотропні середовища можуть бути однорідними (зі сталими власними поляризаціями) або неоднорідними (змінюються власні поляризації), особливо в повздовжньому напрямку.

У випадку поширення поляризованого світла певної довжини хвилі в однорідних анізотропних середовищах можна виділити чотири основні (базові) види оптичної анізотропії

1) *Лінійна фазова анізотропія*, також відома як лінійне двопроневезаломлення - випадок коли власні хвилі середовища мають лінійні ортогональні поляризації і поширюються з різною фазовою швидкістю. Цей вид анізотропії характеризується значенням відносного фазового зсуву  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_0 - n_e)z = \delta_0 z$  між власними хвилями на виході середовища, та азимутом орієнтації  $\alpha$  швидкої осі анізотропії, де  $n_0$ ,  $n_e$  - показники заломлення для власних хвиль (звичайної та незвичайної),  $\delta_0$  - питома значення величини анізотропії. Даний вид анізотропії описується наступною інтегральною матрицею Джонса [24]:

$$\mathbf{T}^{LP} = \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) + e^{-i\delta} \sin^2(\alpha) & (1 - e^{-i\delta}) \cos(\alpha) \sin(\alpha) \\ (1 - e^{-i\delta}) \cos(\alpha) \sin(\alpha) & \sin^2(\alpha) + e^{-i\delta} \cos^2(\alpha) \end{bmatrix}, \quad (1.11)$$

2) *Циркулярна фазова анізотропія*, також відома як циркулярне двопроневезаломлення - випадок коли власні хвилі середовища мають циркулярні ортогональні поляризації і поширюються з різною фазовою швидкістю. Цей вид анізотропії характеризується значенням відносного фазового зсуву  $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_r - n_l)z = \varphi_0 z$  між власними хвилями на виході середовища, де  $n_r$ ,  $n_l$  - показники заломлення для власних хвиль (право та ліво циркулярно поляризованих),  $\varphi_0$  - питома значення

величини анізотропії. Даний вид анізотропії описується наступною інтегральною матрицею Джонса [24]:

$$\mathbf{T}^{CP} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix}, \quad (1.12)$$

3) *Лінійна амплітудна анізотропія*, також відома як лінійний дихроїзм - випадок коли власні хвилі середовища мають лінійні ортогональні поляризації і поширюються з різним поглинанням. Цей вид анізотропії характеризується значенням відносного поглинання  $\xi = \frac{2\pi}{\lambda}(k_0 - k_e)z = \xi_0 z$ , або  $P = \frac{E_x}{E_y} = e^{-\xi}$  між власними хвилями на виході середовища, та азимутом орієнтації  $\theta$  осі мінімального поглинання (максимального пропускання),  $k_0$ ,  $k_e$ ,  $E_x$ ,  $E_y$  - коефіцієнти поглинання та електричні вектори власних лінійно поляризованих хвиль (звичайної та незвичайної),  $\xi_0$  - питома значення величини анізотропії. Даний вид анізотропії описується наступною інтегральною матрицею Джонса [24]:

$$\mathbf{T}^{LA} = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) + P \sin^2(\theta) & (1-P)\cos(\theta)\sin(\theta) \\ (1-P)\cos(\theta)\sin(\theta) & \sin^2(\theta) + P \cos^2(\theta) \end{bmatrix}, \quad (1.13)$$

4) *Циркулярна амплітудна анізотропія*, також відома як циркулярний дихроїзм - випадок коли власні хвилі середовища мають циркулярні ортогональні поляризації і поширюються з різним поглинанням. Цей вид анізотропії характеризується значенням відносного поглинання  $r = \frac{2\pi}{\lambda}(k_l - k_r)z = r_0 z$ , або  $R = \frac{E_l - E_r}{E_l + E_r} = \tanh\left(\frac{r}{2}\right)$  для власних хвиль.  $k_r$ ,  $k_l$ ,  $E_r$ ,  $E_l$  - коефіцієнти поглинання та електричні вектори власних хвиль з право- та ліво-циркулярною поляризацією,  $r_0$  - питома значення величини анізотропії. Даний вид анізотропії описується наступною інтегральною матрицею Джонса [24]:

$$\mathbf{T}^{CA} = \begin{bmatrix} 1 & -iR \\ iR & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.14)$$

Відповідно до визначення наведені параметри анізотропії можуть змінюватись в таких межах:  $0 \leq \delta \leq 2\pi$ ,  $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ,  $0 \leq P \leq 1$  ( $0 \leq \xi \leq \infty$ ),  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $-1 \leq R \leq 1$  ( $-\infty \leq r \leq \infty$ ).

#### **1.4 Матричні моделі середовищ із складною анізотропією:**

У природі існує велика кількість, середовищ, що характеризуються одним видом анізотропії. Поляризаційні властивості таких середовищ можуть бути однозначно описані в рамках методу Джонса на основі співвідношень представлених в пункті 1.3.

Однак, існує значний клас середовищ, які одночасно характеризуються декількома видами анізотропії, такі середовища також називають середовищами із складною анізотропією. Для опису поляризаційних властивостей таких середовищ в рамках методу Джонса існує декілька підходів [25-27]. Як показано в [28-29] однозначним підходом є лише один – однорідний підхід. В рамках цього підходу поляризаційні властивості середовищ із складною анізотропією представляються як одночасна дія на поляризоване світло складових видів анізотропії.

Основою однорідного підходу є диференціальні матриці Джонса [30-31]. Для ілюстрації даного підходу розглянемо розповсюдження поляризованого світла в анізотропному середовищі в напрямку осі  $z$  правої декартової системи координат. Виділимо в цьому середовищі шар товщиною  $\Delta z$ , обмежений двома паралельними площинами із координатами  $z_1$  і  $z_2$  (див. Рис.1.3).

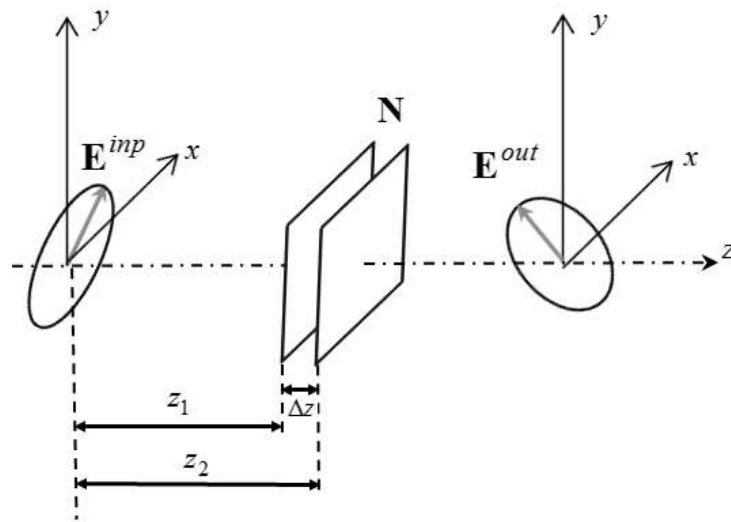


Рис. 1.3. Взаємодія поляризованого світла з нескінченно тонким шаром анізотропного середовища.

В межах кожної з площини середовища однорідне, а в додатному напрямку вісі  $z$  анізотропні властивості середовища можуть змінюватись. Для опису еволюції (зміни) стану поляризації світла в нескінченно тонкому шарі товщиною  $\Delta z$  може бути використане векторне рівняння переносу [31]:

$$\frac{d\mathbf{E}(z)}{dz} = \mathbf{N}(z)\mathbf{E}(z). \quad (1.15)$$

де  $\mathbf{N}(z)$  диференціальна матриця Джонса середовища, що описує поляризаційні властивості нескінченно тонкого шару такого середовища, який при цьому зберігає усі анізотропні властивості такого ж середовища макроскопічної (скінченної) товщини. Для розрахунку диференціальної матриці Джонса  $\mathbf{N}$  для шару товщиною  $\Delta z$  з інтегральної матриці Джонса  $\mathbf{T}_{\Delta z}$  цього шару середовища можна використати наступне рівняння:

$$\mathbf{N} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\mathbf{T}_{\Delta z} - I}{\Delta z}, \quad (1.16)$$

де  $I$  - одинична матриця  $2 \times 2$ .

Векторне рівняння переносу є по суті системою двох диференціальних скалярних рівнянь для вектора Джонса, коефіцієнти яких визначаються елементами

диференціальної матриці Джонса  $\mathbf{N}_{ij}$ . Рівняння переносу (1.15) є рівнянням в рамках якого диференціальна матриця Джонса  $\mathbf{N}$  представлена як оператор, що перетворює вектор Джонса  $\mathbf{E}$  на похідну від цього вектора  $d\mathbf{E}/dz$  в напрямку осі поширення світла  $z$ . Аналогічно диференціальна матриця Джонса може бути представлена як оператор, що діючи на інтегральну матрицю Джонса  $\mathbf{T}$  перетворює її на похідну від цієї матриці по координаті  $z$ :

$$\frac{d\mathbf{T}(z)}{dz} = \mathbf{N}(z)\mathbf{T}(z). \quad (1.17)$$

Звідки і походить назва «диференціальна матриця»

Використовуючи класифікацію представлену в пункті 1.3 усі класи недеполяризуючих середовищ можуть бути представлені як поздовжньо (вздовж вісі  $z$ ) однорідні (елементи диференціальної матриці Джонса не залежать від координати  $z$  -  $N_{ij} = f(z)$ ) та поздовжньо неоднорідні (елементи диференціальної матриці Джонса залежать від  $z$  -  $N_{ij} = f(z)$ ). Для класу поздовжньо однорідних середовищ, розв'язок рівняння переносу (1.15) можна представити у вигляді [31]:

$$\mathbf{T} = \exp(\mathbf{N}z). \quad (1.18)$$

Розв'язки спектральної задачі для диференціальної та інтегральної матриці Джонса однорідних середовищ пов'язані між собою співвідношеннями:

$$\begin{aligned} E_T &= E_N, \\ V_T &= \exp(V_N z). \end{aligned} \quad (1.19)$$

де рівність виконується з точністю до константи.

Аналітичний розв'язок векторного рівняння переносу (1.15) для класу поздовжньо неоднорідних середовищ в загальному випадку не існує, а співвідношення (1.19) не виконуються. Однак існують класи поздовжньо неоднорідних середовищ (така залежність  $N_{ij} = f(z)$ ) для яких вдається побудувати аналітичний розв'язок векторного рівняння переносу. (1.15). Приклад одного із таких середовищ, буде розглянутий в наступному пункті.

Диференціальна матриця Джонса на відміну від інтегральної має особливий фізичний зміст, а саме можна записати рівняння  $\mathbf{K} = -\lambda^2 \left( \mathbf{N}^2 + \frac{d\mathbf{N}}{dz} \right)$  (або для випадку однорідного середовища  $\mathbf{K} = -(\lambda\mathbf{N})^2$ ) де  $\mathbf{K}$  - переріз тензора діелектричної проникності у заданому напрямку.  $\lambda = c / \omega$  - довжина хвилі,  $\omega$  - циклічна частота [31].

Аналогічно до диференціальної матриці Джонса в межах методу Мюллера, може бути введена диференціальна матриця Мюллера  $\mathbf{m}$ , яка може бути розрахована наступним чином: [26]:

$$\mathbf{m}(z) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\mathbf{M}(z, \Delta z) - I}{\Delta z}, \quad (1.20)$$

Векторне рівняння переносу для вектора Стокса має вигляд [26]:

$$\frac{d\mathbf{S}(z)}{dz} = \mathbf{m}(z)\mathbf{S}(z). \quad (1.21)$$

Рівняння (1.21) описує еволюцію стану поляризації, ступеня поляризації та інтенсивності повністю поляризованого, частково поляризованого або неполяризованого світла при його поширенні у відповідному анізотропному середовищі.

Так само як і між інтегральними матрицями, у випадку коли середовище недеполяризуюче, а світло повністю поляризоване, між диференціальними матрицями Джонса  $\mathbf{N}$  та Мюллера  $\mathbf{m}$  існує взаємно однозначний зв'язок [26].

### 1.5 Неоднорідне закручене середовище з фазовою анізотропією

Розглянемо клас неоднорідних середовища, у яких елементи диференціальної матриці Джонса (Мюллера)  $\mathbf{N}(\mathbf{m})$  залежать від координати  $z$  в напрямку розповсюдження світла [27]. Для певного класу таких середовищ вдається побудувати аналітичний розв'язок векторного рівняння переносу. Розглянемо один із таких випадів неоднорідних закручених середовищ з лінійною фазовою анізотропією

[27] у яких  $\alpha$  - орієнтація осі двопронезаломлення лінійно залежить від координати  $z$  в напрямку поширення світла. Прикладом даного класу середовищ є рідкі кристали холестерики, або закручені нематерики [26], що широко застосовуються для розробки дисплеїв та різних індикаторних пристроїв [27].

Для опису еволюції стану поляризації світла в даному класі середовищ замість векторного рівняння переносу можна використати скалярне диференціальне рівняння для комплексної змінної  $\chi$  [16]:

$$\frac{d\chi}{dz} = -N_{12}\chi^2 + (N_{22} - N_{11})\chi + N_{21}. \quad (1.22)$$

Дане рівняння є диференціальним рівнянням Рікати [27], розв'язок якого  $\chi(z, \chi_0)$  (де  $\chi_0$  - відношення проєкцій вектора Джонса для вхідного стану поляризації) описує еволюції стану поляризації світла в середовищі з координатою  $z$ .

Даний клас неоднорідних закручених середовищ, що описує рідкі кристали холестерики, або закручені нематерики може бути еквівалентно представлений послідовність тонких оптичних елементів що утворенні молекулами витягнутої форми, орієтованими паралельно одна одній. Кожен елемент може бути розглянутий як тонка фазова пластинка з лінійною фазовою анізотропією. В цій пластинці швидка (або повільна) вісь паралельна (або перпендикулярна) напрямку, вздовж якого орієтовані молекулярні площини, і лежить у цій площині. У холестериках, коли рухатися в напрямку, перпендикулярному до пластинок, напрямком анізотропії кожної наступної пластинки повертається (або закручується) відносно попередньої пластинки на певний кут. В результаті утворюється неоднорідне закручене недеполяризуюче середовище з лінійною фазовою анізотропією Рис. 1.4., азимут  $\alpha$  осі якої, лінійно змінюється із  $z$ :

$$\alpha = \alpha_0 z, \quad (1.23)$$

де  $\alpha_0$  - питома значення орієнтації осі двопронезаломлення на одиницю товщини:

$$\alpha_0 = \frac{2\pi}{p}, \quad (1.23)$$

$p$  - крок гвинтової структури холестеричного кристалу (найменша відстань між площинами з однаковою орієнтацією молекул).

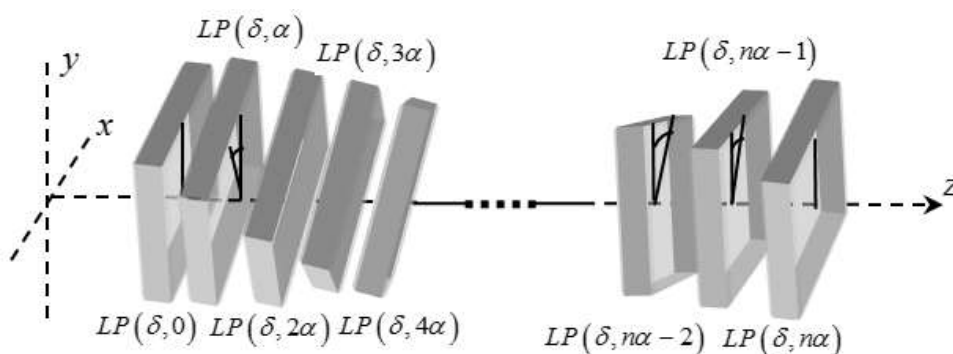


Рис. 1.4. Еквівалентне представлення рідкого кристалу типу холестерик.

Анізотропні характеристики однієї пластинки (зображеної на Рис. 1.5) даного середовища у циркулярному базисі (базисі, де власні вектори Джонса є право- та ліво-циркулярно поляризованими) можуть бути представлені такою диференціальною матрицею Джонса [27]:

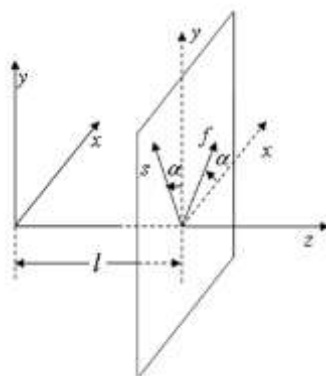


Рис. 1.5. Проміжна молекулярна площина закрученого середовища в декартовій прямокутній системі координат на відстані  $z$  від вхідної молекулярної площини.  $f$  і  $s$  - швидка та повільна осі двопронезаломлення молекулярної площини. Для вхідної молекулярної площини напрямки осей  $f$  і  $s$  співпадають з осями  $x$  і  $y$  декартової системи координат.

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & i\frac{1}{2}\delta_0 e^{2i\alpha_0 z} \\ i\frac{1}{2}\delta_0 e^{-2i\alpha_0 z} & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.24)$$

Рівняння переносу стану поляризації для даного класу середовищ (1.22) має вигляд:

$$\frac{d\chi}{dz} = -\left(i\frac{1}{2}\delta_0 e^{2i\alpha_0 z}\right)\chi^2 + i\frac{1}{2}\delta_0 e^{-2i\alpha_0 z}. \quad (1.25)$$

Частині розв'язки цього рівняння можуть бути представлені у вигляді:

$$\chi_{1,2} = K_{1,2} e^{-2i\alpha_0 z}, \quad (1.26)$$

де  $K_{1,2} = \frac{2\alpha_0}{\delta_0} \pm \sqrt{\left(\frac{2\alpha_0}{\delta_0}\right)^2 + 1}$  - корені характеристичного рівняння для (1.25), що описують дві вхідні ортогональні еліптично поляризовані хвилі. Для розрахунку азимутів та кутів еліптичності хвиль в циркулярному базисі можна скористатись співвідношеннями [25]:

$$\theta_{1,2} = \frac{1}{2} \text{Arg}(K_{1,2}), \quad (1.27)$$

$$\varepsilon_{1,2} = \arctan\left(\frac{|K_{1,2}| - 1}{|K_{1,2}| + 1}\right), \quad (1.28)$$

з яких видно, що азимути (орієнтація) еліпсів поляризації хвиль співпадають з головними осями вхідної фазової пластинки, а кути еліптичності визначаються рівнянням:

$$\varepsilon_{1,2} = \arctan\left(\frac{(\pm 2\alpha_0 / \delta_0) - 1 + \sqrt{(2\alpha_0 / \delta_0)^2 + 1}}{(\pm 2\alpha_0 / \delta_0) + 1 + \sqrt{(2\alpha_0 / \delta_0)^2 + 1}}\right). \quad (1.29)$$

Цікаво відмітити, що  $\varepsilon_{1,2} = 0$  лише при  $\alpha_0 = 0$ , тобто, коли середовище однорідне.

Частинні розв'язки (1.26) описують еволюцію станів поляризації  $K_{1,2}$  вхідного світла при його розповсюдженні вздовж осі закручування середовища. Азимути цих

поляризацій змінюються з координатою  $z$  за законом  $\theta_1 = -\alpha_0 z$ ,  $\theta_2 = -\alpha_0 z + 90^\circ$ , а кути еліптичності від  $z$  не залежать і визначаються рівнянням (1.29).

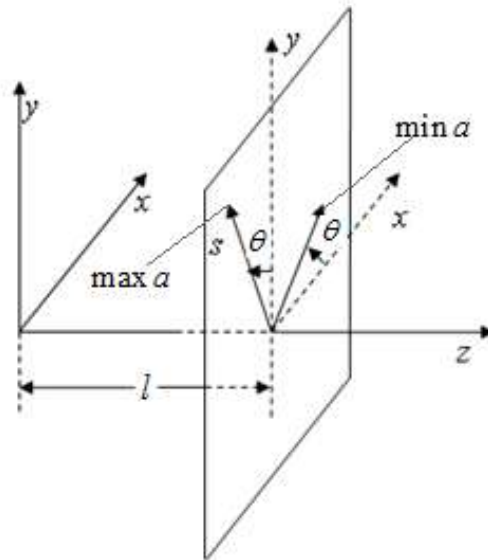
Таким чином, еліптичні поляризації  $K_{1,2}$  є ортогональними і, при поширенні вздовж осі гвинтової структури середовища, піддаються рівномірному та неперервному обертанню азимутів, не змінюючи своєї еліптичності. При цьому ортогональність поляризацій  $K_{1,2}$  зберігається вздовж осі закручування на всьому шляху поширення хвиль, а орієнтація еліпсів поляризації співпадає з орієнтацією головних осей кожної послідовної фазової пластинки. Відповідно до досліджень [29], ці стани поляризації світла  $K_{1,2}$  називаються «превалюючими». Їх існування є характерною особливістю саме описаного типу неоднорідних анізотропних середовищ, де відсутня деполаризація.

## 2. ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ АНІЗОТРОПІЇ В ПОЗДОВЖНЬО НЕОДНОРІДНИХ ЗАКРУЧЕНИХ СЕРЕДОВИЩ З ЛІНІЙНОЮ АМПЛІТУДНОЮ АНІЗОТРОПІЄЮ

### 2.1 Будова середовища

У цьому розділі буде розглянуте неоднорідне закручене середовище, що характеризується лінійною амплітудною анізотропією [26-27]. Даний клас середовищ може бути еквівалентно представлений послідовністю молекулярних площин, які складаються з видовжених молекул орієнтованими паралельно одна одній [31-32]. Така будова молекулярних площин обумовлює те, що кожна з них є анізотропним середовищем, яке характеризується лінійною амплітудною анізотропією (лінійним дихроїзмом) і описується однаковим параметром відносного поглинання  $\xi = \frac{2\pi}{\lambda}(k_0 - k_e)z = \xi_0 z$ . Швидка та повільна вісь лінійного дихроїзму співпадає з відповідними осями молекул конкретної площини. Отже молекули утворюють молекулярні площини, які є еквівалентні тонким лінійним поляризаторам, при цьому товщина пластинок достатньо мала у порівнянні з розміром середовища в напрямку, в якому поширюється світло Рис. 2.1.

Кожна наступна молекулярна площина в таких середовищах повернута на певний сталий кут  $\theta_0$  відносно попередньої, що призводить до закручення середовища в поздовжньому напрямку, перпендикулярному до молекулярних площин. Цей кут також визначає орієнтацію осі анізотропії середовища у конкретній площині. Отже, такі середовища можна розглядати як закручені вздовж осі напрямку розповсюдження випромінювання, що призводить до їхньої поздовжньої неоднорідності. На Рис. 2.1 як приклад представлена молекулярна площина, яка знаходиться на відстань  $l$  від вхідної молекулярної площини.



*Рис. 2.1. Проміжна молекулярна площина закрученого середовища з лінійною амплітудною анізотропією на відстані  $l$  від вхідної молекулярної площини.  $\max a$  і  $\min a$  - осі найбільшого та найменшого поглинання молекулярної площини, відповідно. Для вхідної молекулярної площини осі  $\max a$  і  $\min a$  спрямовані вдовж координатних осей  $x$  і  $y$  декартової системи координат.*

Розглядаючи поширення поляризованого світла вздовж осі  $z$  декартової прямокутної системи координат, що співпадає з віссю закручування такого шаруватого середовища (рис. 2.1), величина азимут осі дихроїзму  $\theta$  молекулярної площини на відстані  $z$  від початку координат визначається як:

$$\theta = \theta_0 z \quad (2.1)$$

де  $\theta_0$  - питоме значення орієнтації осі дихроїзму на одиницю товщини, що визначаються як:

$$\theta_0 = \frac{2\pi}{p} \quad (2.2)$$

де  $p$  - крок гвинтової структури такого середовища (найменша відстань між площинами з однакою орієнтацією молекул).

Опишемо поляризаційні властивості кожного молекулярного шару (пластинки), за допомогою диференціальної матриці Джонса, для випадку неоднорідного закрученого середовища з лінійною амплітудною анізотропією:

$$N = \frac{1}{2} \xi_0 \begin{bmatrix} 0 & e^{2i\theta_0 z} \\ e^{-2i\theta_0 z} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

На Рис. 2.2 зображено еквівалентне представлення поздовжнього неоднорідного закрученого середовища з лінійною амплітудною анізотропією послідовністю лінійних поляризаторів.

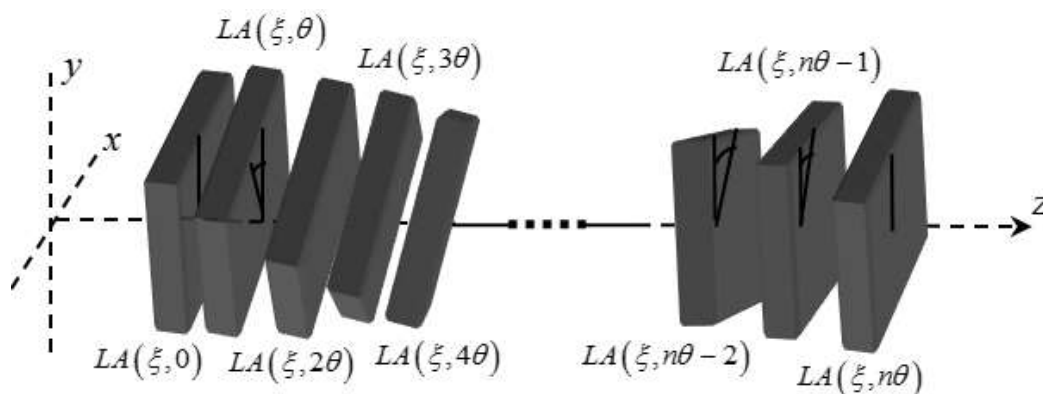


Рис. 2.2. Еквівалентне представлення закрученого середовища з лінійною амплітудною анізотропією

У випадку, коли актуальною є інформація лише про стан поляризації, більш зручно використати комплексну змінну  $\chi$ , замість вектору Джонса [11]:

$$\chi = \frac{E_y}{E_x} \quad (2.4)$$

Тому для опису еволюції стану поляризації в анізотропних середовищах можна використати скалярне диференціальне рівняння для комплексної змінної (1.22).

## 2.2 Матричні моделі Джонса середовища

Для розрахунку поляризаційних властивостей поздовжнього неоднорідного закрученого середовища скінченної товщини  $z$  з лінійною амплітудною анізотропією, що описано в пункті 1.2 потрібно із диференціальної матриці Джонса

розрахувати відповідну їй інтегральну матрицю Джонса. Для такого розрахунку елементи інтегральної матриці Джонса (2.3), потрібно підставити в векторне рівняння переносу для вектора Джонса (1.15):

$$\frac{dE}{dz} = NE \quad (2.5)$$

яке може бути представлено як система скалярних диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dE_x}{dz} = N_{11}E_x + N_{12}E_y \\ \frac{dE_y}{dz} = N_{21}E_x + N_{22}E_y \end{cases} \quad (2.6)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (2.6) із початковими умовами  $E_x(0) = E_{01}, E_y(0) = E_{02}$  в результаті можна отримати наступну систему

$$\begin{cases} E_x = T_{11}E_{01} + T_{12}E_{02} \\ E_y = T_{21}E_{01} + T_{22}E_{02} \end{cases} \quad (2.7)$$

де  $E_x, E_y$  – елементи вихідного вектора Джонса,  $E_{01}, E_{02}$  – елементи вектора Джонса на вході в анізотропне середовище (початкові умови),  $T_{11}, T_{12}, T_{21}, T_{22}$  – елементи інтегральної матриці Джонса які є функціями відповідних елементів диференційної матриці Джонса для певного виду анізотропії. Для розрахунку елементів інтегральної матриці Джонса із рівняння (2.7) можна скористатись наступними співвідношення:

$$\begin{aligned} T_{11} &= \left. \frac{E_x}{E_{01}} \right|_{E_{02}=0} ; T_{12} = \left. \frac{E_x}{E_{02}} \right|_{E_{01}=0} \\ T_{21} &= \left. \frac{E_y}{E_{01}} \right|_{E_{02}=0} ; T_{22} = \left. \frac{E_y}{E_{02}} \right|_{E_{01}=0} \end{aligned} \quad (2.8)$$

В результаті можна розрахувати інтегральну матрицю Джонса в циркулярному базисі  $T_{Cir}$  (базис в якому була задана диференціальна матриця Джонса (2.3) виходячи із симетрії задачі). Для розрахунку інтегральної матриці Джонса в лінійному базисі можна використати співвідношення:

$$T = T_{Lin} = FT_{Cir}F^{-1} \quad (2.9)$$

де матриця переходу  $F$  дається рівнянням [15]:

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

В результаті отримуємо інтегральну матрицю Джонса для закрученого неоднорідного середовища з лінійною амплітудною анізотропією:

$$T = \frac{1}{A_3} \begin{bmatrix} A_3 c_{\theta_0 z} ch_{zA_3/2} + (\xi_0 c_{\theta_0 z} + 2\theta_0 s_{\theta_0 z}) sh_{zA_3/2} \\ A_3 ch_{zA_3/2} s_{\theta_0 z} + (\xi_0 s_{\theta_0 z} - 2\theta_0 c_{\theta_0 z}) sh_{zA_3/2} \\ -A_3 ch_{zA_3/2} s_{\theta_0 z} + (\xi_0 s_{\theta_0 z} + 2\theta_0 c_{\theta_0 z}) sh_{zA_3/2} \\ A_3 c_{\theta_0 z} ch_{zA_3/2} + (-\xi_0 c_{\theta_0 z} + 2\theta_0 s_{\theta_0 z}) sh_{zA_3/2} \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

де використано наступні заміни:

$A_3 = \sqrt{\xi_0^2 - 4\theta_0^2}$ ,  $c_x = \cos(x)$ ,  $s_x = \sin(x)$ ,  $ch_x = \cosh(x)$ ,  $sh_x = \sinh(x)$ . Отже отримавши інтегральну матрицю (2.11) ми фактично розв'язали пряму задачу поляриметрії для даного класу середовищ. Таким чином використовуючи отриману матрицю (2.11) і основне рівняння методу Джонса (1.6) можна визначити зміну стану поляризації для довільної падаючої світлової хвилі.

Далі використавши аналогічний перехід від циркулярного до лінійного базису для диференціального методу Джонса використавши в якості диференціальної матриці Джонса в циркулярному базисі матрицю (2.3) була отримана наступна диференціальна матриця Джонса даного класу середовищ в лінійному базисі:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \xi_0 \cos(2\theta_0 z) & \frac{1}{2} \xi_0 \sin(2\theta_0 z) \\ \frac{1}{2} \xi_0 \sin(2\theta_0 z) & -\frac{1}{2} \xi_0 \cos(2\theta_0 z) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Отримана таким чином диференціальна матриця Джонса відрізняється від диференціальної матриці Джонса однорідного середовища з лінійною амплітудною анізотропією лише тим, що у випадку даного класу неоднорідних середовищ азимут орієнтації осі лінійного дихроїзму  $\theta$  залежним від  $z$ .

### 2.3 Поширення превалюючих хвиль

У випадку поздовжньо неоднорідних закручених середовищ кожна молекулярна площина характеризується двома своїми власними хвилями із певними станами поляризацій (власними поляризаціями). В результаті у середовища даного класу скінченної товщини поняття власних хвиль, як хвиль стани поляризації яких не змінюються при поширенні в анізотропному середовищі без зміни стану поляризації втрачає свій фізичний зміст [27]. Однак, поздовжньо неоднорідні закручені середовища характеризуються унікальною парою хвиль азимуту поляризації яких рівномірно і неперервно змінюють з кожним наступним молекулярним шаром з законом (2.1). При цьому кути еліптичності таких станів поляризації лишаються незмінними. Такі стани поляризації отримали назву «превалюючі поляризації», а хвилі, які ними характеризуються називаються «превалюючими хвилями». Таким чином, поздовжньо неоднорідні закручені середовища обертають площину поляризації для превалюючих хвиль.

Для розрахунку превалюючих поляризацій скористаємось диференціальним рівнянням для комплексної змінної (1.22). Підставляючи у це рівняння елементи диференціальної матриці Джонса (2.3), можна отримати наступне рівняння:

$$d\chi / dz = -\frac{1}{2} \xi_0^{-2i\theta_0 z} \left( \xi_0^{4i\theta_0 z} \chi^2 - 1 \right) \quad (2.13)$$

Розв'язки рівняння (2.13) шукаються у вигляді (1.26):

$$\chi_{1,2} = K_{1,2} e^{-2i\theta_0 z} \quad (2.14)$$

де

$$K_{1,2} = \frac{2i\theta_0}{\xi_0} \pm \sqrt{\left( \frac{2i\theta_0}{\xi_0} \right)^2 + 1}, \quad (2.15)$$

корені характеристичного рівняння для (2.14) які і описують превалюючі поляризації поздовжньо неоднорідного закрученого середовища з лінійною амплітудною анізотропією. Для аналізу отриманих превалюючих поляризацій скористаємось

виразами для азимута  $\theta_{1,2}$  і кута еліптичності  $e_{1,2}$  (1.27), (1.28) та отримуємо наступні значення:

$$\theta_{1,2} = \frac{1}{2} \arg \left( \pm \sqrt{1 - \frac{4\theta_0^2}{\xi_0^2}} + \frac{2i\theta_0}{\xi_0} \right), \quad (2.16)$$

$$\varepsilon_{1,2} = \arctan \left( \frac{\left| \sqrt{1 - (2\theta_0 / \xi_0)^2} \pm (2i\theta_0 / \xi_0) \right| - 1}{\left| \sqrt{1 - (2\theta_0 / \xi_0)^2} \pm (2i\theta_0 / \xi_0) \right| + 1} \right). \quad (2.17)$$

Аналізуючи рівняння (2.16), (2.17) був отриманий наступний результат:

- 1) При  $4\theta_0^2 < \xi_0^2$ ,  $K_{1,2}$  - дві неортогональні лінійні превалюючі поляризації.
- 2) При  $4\theta_0^2 = \xi_0^2$  маємо  $K_1 = K_2$  - превалюючі поляризації співпадають (вироджений випадок) та відповідають лінійній поляризації з орієнтацією  $45^\circ$ .
- 3) При  $4\theta_0^2 > \xi_0^2$ ,  $K_{1,2}$  - дві неортогональні еліптичні поляризації з однаковим азимутом орієнтації  $45^\circ$ .

У випадку коли  $\theta_0 = 0$  (усі молекулярні шари є паралельними) середовища стає однорідним середовищем з лінійною амплітудною анізотропією, а превалюючі поляризації перетворюються на дві лінійні ортогональними власні поляризації. Проаналізуємо тепер ортогональність превалюючих поляризацій в даному класі середовищ, для цього має виконуватись співвідношення  $K_1 K_2^* = -1$ . Домножимо вирази для превалюючих поляризацій (2.15) на множник  $z/z$ , та врахувавши співвідношення  $P = -\ln(\xi_0 z)$ ,  $\theta = \theta_0 z$  перейдемо від питомих до інтегральних значень параметрів анізотропії на скінченній товщині  $z$ . Графічна залежність дійсної та уявної частини добутку  $K_1 K_2^*$  від параметрів анізотропії середовища представлена на

Рис. 2.3

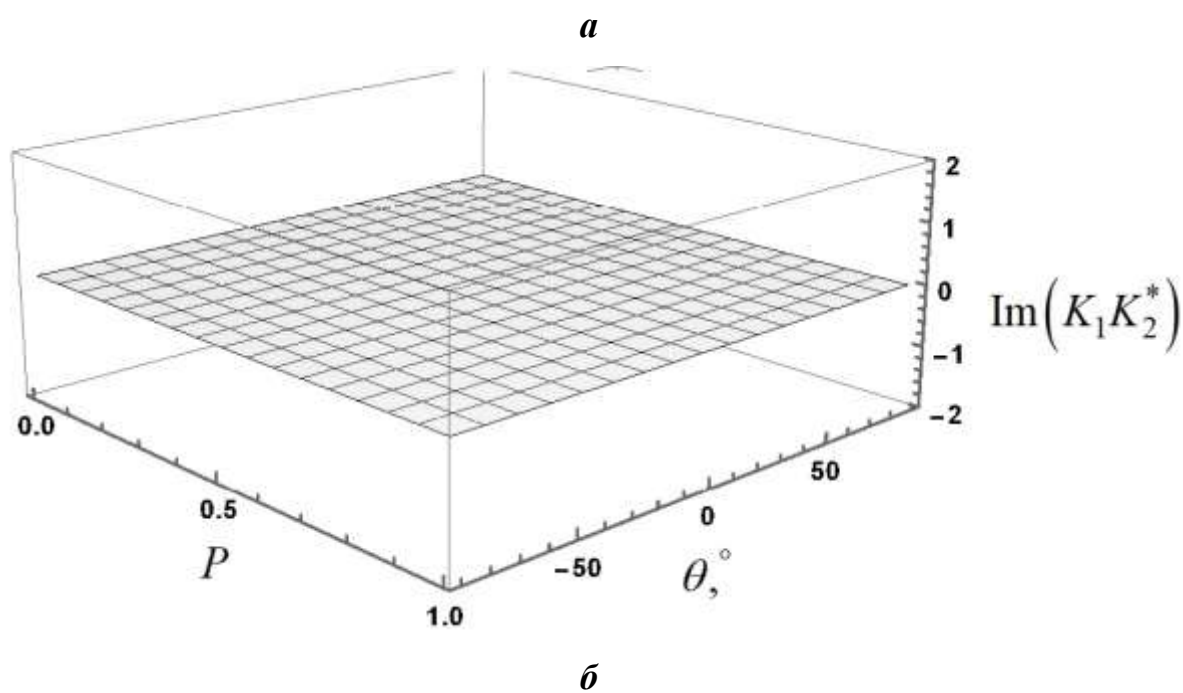
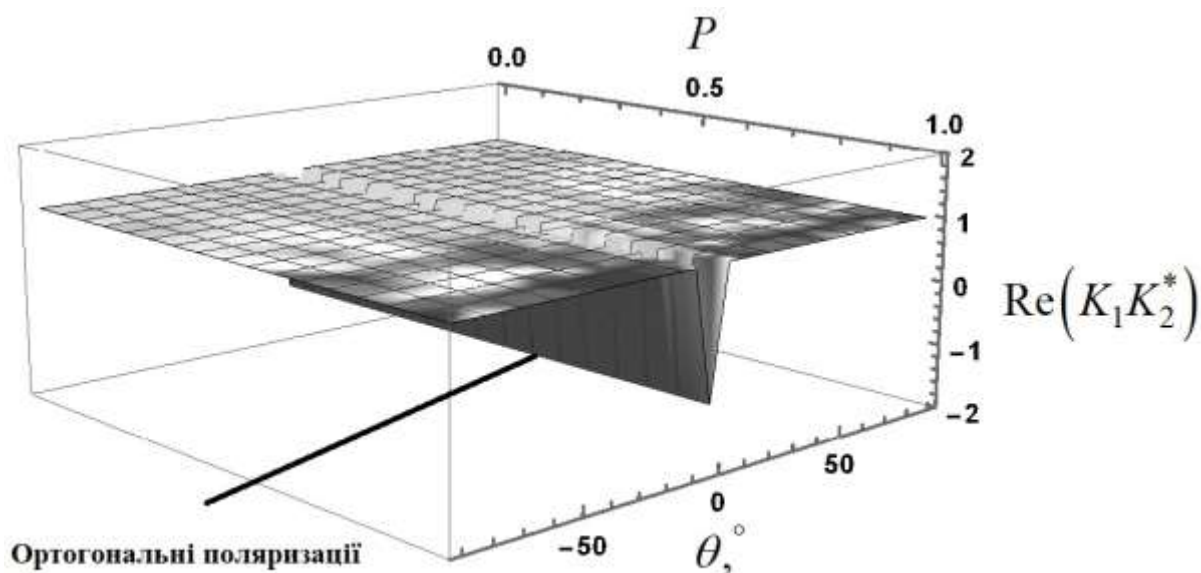


Рис. 2.3 Залежність співвідношення  $K_1 K_2^*$  від параметрів анізотропії для поздовжньо неоднорідного середовища з лінійним дихроїзмом.

Аналізуючи Рис. 2.3 можна бачити, що в загальному випадку превалюючі поляризації  $K_{1,2}$  неортогональні, а їх добуток  $K_1 K_2^*$  завжди є дійсною величиною. Ортогональність превалюючих поляризацій можлива лише у випадку  $\theta = 0$ , який відповідає однорідному середовищу даного класу і вже був описаний вище.

Проаналізуємо тепер еволюцію превалюючих поляризацій  $K_{1,2}$  з координатою  $z$  в напрямку поширення світла в середовищі. На Рис. 2.4 представлена залежність азимута і кута еліптичності для комплексних змінних (2.14), із врахуванням превалюючих поляризацій (2.15) розрахованих на основі співвідношень (1.27), (1.28).

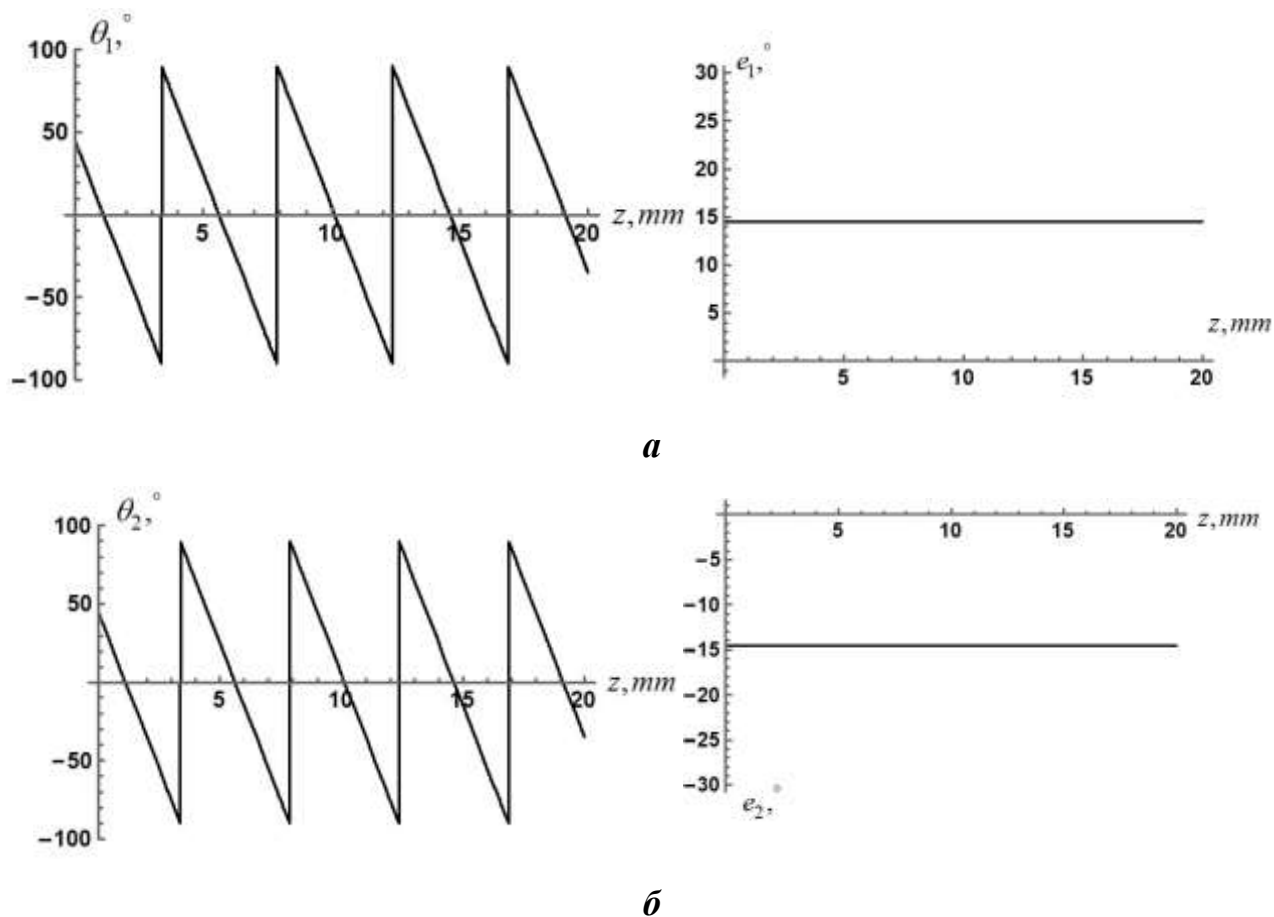


Рис. 2.4 Еволюція азимута і кута еліптичності превалюючих поляризацій а)  $K_1$ , б)

$K_2$  з координатою  $z$  вздовж осі поширення світла в поздовжньо неоднорідному

закрученому середовищі з лінійним дихроїзмом, що характеризується

$$\text{параметрами } \xi_0 = 1,22[1 / \text{мм}], \theta_0 = 40[^\circ / \text{мм}]$$

Аналізуючи Рис. 2.4 бачимо, що дві еліптично поляризовані (в даному випадку) превалюючі хвилі поширюються в поздовжньо неоднорідному закрученому середовищі з лінійним дихроїзмом, при цьому відчувають лише рівномірне і неперервне обертання азимутів з відстанню  $z$ , а їх еліптичність не змінюються. Отже превалюючі поляризації  $K_{1,2}$  «відчувають» в даному класі середовищ ефективно циркулярне двопронезаломлення (оптичну активність) з величиною кута обертання

$\varphi = \theta_0 [^\circ/\text{мм}]$  і не проявляє лінійного дихроїзму. Тобто в середовищі для даного типу поляризацій з'являється ефективний вид анізотропії, яким середовище не характеризується, а реальний вид анізотропії яким середовище характеризується ніяк не проявляється.

## ВИСНОВКИ

В роботі був розглянутий клас поздовжньо неоднорідних закручених середовищ з лінійною амплітудною анізотропією (лінійним дихроїзмом) для якого було встановлено існування превалюючих хвиль стани поляризації яких зазнають лише обертання площини поляризації без зміни кута еліптичності при поширенні таких хвиль в середовищі.

Аналіз поляризаційних властивостей превалюючих хвиль показав, що в загальному випадку вони характеризуються неортогональними поляризаціями, які можуть бути лінійними, еліптичними, або навіть співпадати за встановлених в даній роботі умов.

Даний клас середовищ може бути використаний для синтезу поляризаційного елемента, що обертає площину поляризації із заданими параметрами стану поляризації.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Goldstein D. Polarized Light / Goldstein D. - New York: Taylor and Francis, 2003. – 680 p.
2. Tuchin V.V. Handbook of Optical Biomedical diagnostics / Tuchin V.V. - Bellingham: SPIE Press, 2002. – 1110 p.
3. Пішак В.П. Лазерна поляриметрична діагностика в біології і медицині / В.П. Пішак, О.Г. Ушенко. - Чернівці: Медакадемія, 2000. – 302 с.
4. Hovenier J.W. Transfer of polarized light in planetary atmospheres: basic, concepts and practical methods / Hovenier J.W., van der Mee C.V.M., Domke H. - Dordrecht: Springer, 2004. – 272 p.
5. Polarimetric Remote Sensing of Solar System Objects / [Mishchenko M.I., Rosenbush V.K., Kiselev N.N. et al.]. – K.: Akadempriodyka, 2010. – 292 p.
6. Radar polarimetry: analysis tools and applications / D.L. Evans, T.G. Farr, J.J. Van Zyl, H.A. Zebker // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – 1988. – Vol.26. – P. 774-789.
7. Muttiah R.S. From Laboratory Spectroscopy to Remotely Sensed Spectra of Terrestrial Ecosystems / Muttiah R.S. - Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 300 p.
8. Bohren C.F. Absorption and scattering of light of light by small particles / C.F. Bohren, E.R. Huffman. - New York: Wiley, 1983. – 530 p.
9. Mishchenko M.I. Light scattering by nonspherical particles: theory, measurements and applications / Mishchenko M.I., Hovenier J.W., Travis L.D. - San Diego: AcademicPress, 2000. - 690 p.
10. Azzam R.M. Ellipsometry and Polarized Light / R.M. Azzam, N.M. Bashara. - New York: North-Holland Publishing Company, 1977. – 584 p.
11. Marathay A.S. Matrix-Operator Description of the Propagation of Polarized Light through Cholesteric Liquid Crystals / A.S. Marathay // J. Opt. Soc. Am. - 1971. - Vol. 61. – P. 1363 - 1372.

12. Chandrasekhar S. Liquid crystals / Chandrasekhar S. – Cambridge: Camb Univ Press, 1977. – 343 p.
13. de Gennes P.G. The Physics of Liquid Crystals 2nd ed. / P.G. de Gennes, J. Prost. - New York: Oxford Univ. Press, 1995. – 597 p.
14. Jones R.C. A new calculus for the treatment of optical systems I. Description and discussion of the calculus / R.C. Jones // J. Opt. Soc. Am. – 1941. – Vol.31. – P. 488-493.
15. Stokes G.G. On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources / G.G. Stokes // Trans. Cambridge Philos. Soc. – 1852. – Vol.9. – P. 399-416.
16. Anderson D.G.M. Necessary and sufficient conditions for a Mueller matrix to be derivable from a Jones matrix / D.G.M. Anderson, R. Barakat // J. Opt. Soc. Am. A. – 1994. – Vol.11. – P. 2305-2319.
17. Hurwitz H. A new calculus for the treatment of optical systems II. Proof of three general equivalence theorems / H. Hurwitz, R.C. Jones // J. Opt. Soc. Am. – 1941. – Vol.31. – P. 493-499.
18. Nye J.F. Physical Properties of Crystals: Their Representation by Tensors and Matrices / Nye J.F. – Oxford: Clarendon Press, 1957. – 322 p.
19. Newnham R.E. Properties of materials: Anisotropy, Symmetry, Structure / Newnham R.E. – Oxford: Oxford Univ. Press, 2004. - 390 p.
20. Jones R.C. A new calculus for the treatment of optical systems. VII, Properties of the N – matrices / R.C. Jones // J. Opt. Soc. Am. - 1948. - Vol.38. - P. 671-685.
21. Jones R.C. A new calculus for the treatment of optical systems. VIII. Electromagnetic Theory / R.C. Jones // J. Opt. Soc. Am. - 1956. – Vol.46. – No.2. – P.126-131.
22. Azzam R.M.A. Propagation of partially polarized light through anisotropic media with or without depolarization. A differential 4 X 4 matrix calculus / R.M.A. Azzam // J. Opt. Soc. Am. - 1979. - Vol.68. - P. 1756 - 1767.
23. Azzam R.M.A. Simplified Approach to the Propagation of Polarized Light in Anisotropic Media-Application to Liquid Crystals / R.M.A. Azzam, N.M. Bashara // J. Opt. Soc. Am. - 1972. - Vol.62. - P. 1252-1257.

24. Barakat R. Exponential versions of the Jones and Mueller–Jones polarization matrices / R. Barakat // J. Opt. Soc. Am. A. – 1996. - Vol.13. - No.1. – P. 158- 163.
25. Devlaminck V. Spatial propagation of coherency matrix in polarization optics / V. Devlaminck // J. Opt. Soc. Am. A. – 2012. - Vol.29. – P. 1247-1251.
26. Coates D. Low-Power Large-Area Cholesteric Displays / D. Coates // Information Display. – 2009. – Vol.25. – No.3. – P. 16-19.
27. Transmission type twisted nematic liquid crystal display for three gray-level phase-modulated holographic data storage systems / Das B., Vyas S., Joseph J. et al. // Optics and Lasers in Engineering. – 2009. – Vol.47. - Iss.11. - P. 1150-1159.
28. Xing, Z.F. On the deterministic and nondeterministic Mueller matrix / Z.F. Xing // J. Mod. Opt. - 1992. – Vol.39. P. 461-484.
29. Parke N.G. Optical algebra / N.G. Parke // J. Math. Phys. – 1949. – Vol.28. – P. 131-139.
30. Ossikovski R. Differential and product Mueller matrix decompositions: a formal comparison / R. Ossikovski // Opt. Letters. - 2012. - Vol. 37. - No.2. – P. 220-222.
31. Noble H.D. Mueller matrix roots algorithm and computational considerations / H.D. Noble, R.A. Chipman // Opt. Express. – 2011. – Vol.20. – No.1. – P. 17-31.