

ПОРІВНЯННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ СТАТИСТИЧНИХ КРИТЕРІЇВ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗВ'ЯЗКІВ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ ГРАВИМЕТРІЇ

(Рекомендовано членом редакційної колегії д-ром фіз.-мат. наук І.М. Корчагіним)

Всі представлені методи умовної та безумовної оптимізації дають якісну картину розподілу щільності гірських порід (ЩГП), але з різним ступенем її відновлення, і їхні розв'язки можуть бути використані як стартові умови для будь-якого іншого методу, що забезпечує продовження відновлення поля до отримання стійкого та геологічно змістовного розв'язку в збіжному ітераційному процесі. Методи, в критерії оптимізації (КО) яких входить ітераційна поправка до ЩГП, дають найбільше відновлення ЩГП та поля. Методи, в (КО) яких входить нев'язка поля, не дають повного відновлення ЩГП та поля. Найбільшу геологічну ефективність мають екстремально-відбіркові методи з сумісним критерієм, який об'єднує всі або декілька простих КО.

All presented methods of conditional and unconditional optimization give a qualitative picture of distribution of density of rocks (DR), but with different degree of its restoration, and their decisions can be used as entry conditions for any other method which provides continuation of restoration of a field before reception steady and geologically the substantial decision in converging iterative process. Methods, criteria of optimization (CO) which include the iterative amendment to DR, give the greatest restoration DR and fields. Methods, in CO which enters it is nonviscous fields, don't give complete recovery DR and a field. Geological efficiency is extreme-selective methods with joint criterion in which are united all or a little simple CO have the greatest.

Постановка проблеми. Для автоматизованого розв'язку обернених задач гравіметрії (ОЗГ) використовують критерій безумовної оптимізації (БО) функціоналу у вигляді мінімуму суми квадратів (МСК), здебільшого, нев'язок поля (НП), який є статистичним, як аналог методу найменших квадратів. Але останнім часом, замість нев'язок поля, для підвищення однозначності розв'язку ОЗГ в критеріях оптимізації (КО) почали використовувати інші параметри. Особливо це стосується ітераційних методів (ІМ) розв'язку ОЗГ, де є можливість використовувати декілька інших параметрів, і, як наслідок, використовувати в одному загальному критерії комбінації декількох параметрів чи декількох простих статистичних критеріїв для кожного параметра [1;5].

Аналіз останніх досліджень. Насамперед, треба відзначити екстремальний алгоритм лінійної ОЗГ [1], який для дискретної інтерпретаційної моделі (ДІМ) має вигляд МСК щільностей гірських порід (ЩГП) в її блоках при додаткових умовах МСК нев'язок горизонтальної та вертикальної компонент поля сили тяжіння. Але ця частина роботи представлена тільки у вигляді інтегрального рівняння, а в програмному варіанті не реалізована. Пізніше подібні алгоритми для нелінійної ОЗГ були реалізовані в роботі [3], а згодом і по МСК відхилення ЩГП (чи іншого параметру) від відомого базового варіанту. Паралельно з цим, група вчених на чолі з академіком АН СРСР Тихоновим А.М. розвивала метод регуляризації [10], в основу якого вони поклали глобальний принцип НП. Але академік РАН В.М. Страхов розумів, що цей метод для гравіметрії є вимушеним кроком при відсутності хоча б одного рівняння в якості додаткової умови (ДУ) для умовної (лагранжевої) оптимізації (УО) розв'язку ОЗГ. А тому він спочатку розробив ІМ УО при ДУ, що середня сума квадратів НП дорівнює відомій точності зйомки. Ще одне рівняння В.М. Страхов знайшов в статистиці: скалярний добуток вектора НП на вектор корисного сигналу дорівнює нулю [8, 9]. Про конкретну реалізацію цих алгоритмів у програмі на комп'ютерах авторам невідомо, але це було великим досягненням в теорії розробки машинних алгоритмів розв'язку ОЗГ, які започаткував член-кореспондент НАНУ Булах Є.Г. використанням методу найшвидшого спуску [2]. І все ж таки досягнення суттєвих успіхів при використанні ІМ розв'язку ОЗГ гальмувалося відсутністю формули для обчислення ітераційної поправки (ІП) до ЩГП. Згодом така поправка була представлена академіком НАНУ В.І. Старостенком [7]. Але, оскільки вона була використана в неоптимізованому ІМ, її ефективність оцінити спочатку не вдалося. В роботі [4] ця поправка

була використана в оптимізованому ітераційному методі (ОІМ) та ще й з новим критерієм БО розв'язку ОЗГ по МСК поправок до ЩГП в блоках ДІМ. В цьому методі за рахунок оптимізації по одному ітераційному коефіцієнту (ІК) вдалося уникнути розв'язку СЛАУ великої розмірності та отримати більш стійкий і доволі геологічно змістовний розв'язок ОЗГ, в багато разів скоротивши необхідну кількість кроків оптимізованого ітераційного процесу (ОІП), чим і було підтверджено високу геологічну ефективність нового методу. Згодом було розроблено ще ряд нових методів з високоефективними КО розв'язку ОЗГ у вигляді добуток згаданих вище критеріїв БО та часток від ділення добутку групи критеріїв на один чи два інших [5, 6].

Виділення не вирішених раніше частин проблеми. До цього часу не було виконано порівняння результатів розв'язку ОЗГ всіма вище згаданими методами. Лише в деяких випадках було виконане попарне порівняння розв'язків задач двома методами у вигляді карт залишків поля та загальної нев'язки поля після розв'язку ОЗГ.

Формулювання цілей роботи. Виконати розв'язки ОЗГ декількома методами та порівняти між собою карти ЩГП блоків ДІМ, обчислених кожним методом, та те ж саме виконати з відповідними картами залишків поля.

Виклад основного матеріалу. Відомий критерій БО для розв'язку лінійної ОЗГ по нев'язці $r_{j,n+1}$ поля g_j на наступній $n+1$ -й ітерації по обчислених на n -й ітерації значеннях щільності $\sigma_{i,n}$ гірських порід в кожному i -му блоці вибранної моделі має вигляд:

$$F_r = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = \min(\tau); \quad (1)$$

де $r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{r,n+1} Z_{j,n}$; $r_{j,n} = (\sigma_{i,n}, a_{ij}) - g_j$;

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{r,n+1} B_{i,n}; \quad (2)$$

$$F_z = (Z_{j,n}, Z_{j,n}); Z_{j,n} = (B_{i,n}, a_{ij}); B_{i,n} = (r_{j,n}, a_{ij} / \lambda_j \lambda_i);$$

$$\lambda_i = (a_{ij}, 1)_j; \lambda_j = (a_{ij}, 1)_i; f(r, Z) = (r_{j,n}, Z_{j,n});$$

$$\tau_{r,n+1} = f(r, Z) / F_z; \quad (3)$$

$B_{i,n}$ – ІП до $\sigma_{i,n}$; $Z_{j,n}$ – ІП до НП; $\tau_{r,n+1}$ – ІК в ОІМ по МСК нев'язок поля для $n+1$ -ї ітерації; $a_{ij} (i=1, M; j=1, N)$ – матриця розв'язків прямої задачі гравіметрії;

Взагалі, розв'язок ОЗГ полягає в тому, що геологічний масив гірських порід під картою поля розбивають на декілька (3-5) горизонтальних шарів (пластів), а шари – на 20x20 або більше прямокутних паралелепіпедів (блоків) з приблизно відомими початковими значеннями

(ПЗ) середньої щільності $\sigma_{i,0}$ в кожному блоці. Потім методом оптимізації з критерієм (1) для ітераційної формули (2) обчислюють ІК (3), а по (2) – нові, більш точні значення середньої ЩГП $\sigma_{i,1}$, нев'язки $r_{j,1}$ для кожної j -ої точки поля та поправки $B_{i,1}$ для щільності кожного i -го блоку. На цьому закінчується перший крок ОІП ($n = 1$). Потім переходять до другого кроку ($n = 2$) збіжного ітераційного процесу: обчислюють $\tau_{r,2}$, $\sigma_{i,2}$, $r_{j,2}$, $B_{i,2}$ і переходять до третього кроку ОІП ($n = 3$) і т.п.

Цей метод з ІП $B_{i,n}$ та ІК $\tau_{r,n+1}$ вперше реалізовано в [4]. В тій же роботі реалізовано і ОІМ з тією ж ІП та новим КО по МСК ІП до ЩГП блоків ДІМ:

$$F_B = (B_{i,n+1}, B_{i,n+1}) = \min(\tau); \quad (4)$$

де $B_{i,n+1} = B_{i,n} - \tau_{B,n+1} C_{i,n}$; $C_{i,n} = (Z_{j,n}, a_{ij} / \lambda_j \lambda_j)$; $F_C = (C_{i,n}, C_{i,n})$;
 $f(C, B) = (B_{i,n}, C_{i,n})$; $\tau_{B,n+1} = f(C, B) / F_C$; (5)

В ряді робіт авторів, наприклад, в [5], приведено розроблені та реалізовані авторами лінеаризовані ОІМ з суміщеними (6) та екстремально-відбірковими (8) критеріями з ІК (7), (10) для підвищення точності розв'язку ОЗГ та виділення блоків з екстремальною ЩГП:

$$F_{rB} = (B_{i,n+1}, B_{i,n+1})(r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = F_r F_B = \min(\tau); \quad (6)$$

$$\tau_{rB,n+1} = ((C, B)(r, r) + (r, Z)(B, B)) / ((C, C)(r, r) + (Z, Z)(B, B) + 4(r, Z)(C, B)) \quad (7)$$

(тут і далі індекси в ІК опущені).

$$F_{rB/\sigma} = (B_{i,n+1}, B_{i,n+1})(r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) / (\sigma_{i,n+1}, \sigma_{i,n+1}) = F_r F_B / F_\sigma = \min(\tau); \quad (8)$$

$$F_\sigma = (\sigma_{i,n+1}, \sigma_{i,n+1}); \quad (9)$$

$$\tau_{rB/\sigma,n+1} = ((\sigma, \sigma)(C, B)(r, r) + (r, Z)(B, B)) - (\sigma, B)(r, r)(B, B) / ((\sigma, \sigma)(C, C)(r, r) + (Z, Z)(B, B) + 4(r, Z)(C, B)) - (r, r)(B, B)^2); \quad (10)$$

Авторами також розроблені та реалізовані методи умовної оптимізації, наприклад, по МСК ІП при МСК НП (11)-(12) і навпаки (13)-(14):

$$F_{B,r} = (B_{i,n+1}, B_{i,n+1}) + \lambda((r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = \min(\sigma)) = \min(\tau); \quad (11)$$

$$\tau_{B,r,n+1} = ((C, B) + \lambda(\lambda_j, Z_j)) / (C, C); \quad \lambda = -(B_{i,n}, 1) / (\lambda_j, \lambda_j); \quad (12)$$

$$F_{r,B} = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) + \lambda((B_{i,n+1}, B_{i,n+1}) = \min(\sigma)) = \min(\tau); \quad (13)$$

$$\tau_{r,B,n+1} = (\lambda(C, 1) + (r, Z)) / (Z, Z); \quad \lambda = -(\lambda_j, r_j) / M; \quad (14)$$

Те ж саме реалізовано в методі із [1] для МСК ЩГП при МСК НП (15)-(16) та по аналогії при МСК ІП до ЩГП (17)-(18):

$$F_{\sigma,r} = (\sigma_{i,n+1}, \sigma_{i,n+1}) + \lambda((r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = \min(\sigma)) = \min(\tau); \quad (15)$$

$$\tau_{\sigma,r,n+1} = ((\sigma, B) + \lambda(\lambda_j, Z_j)) / (B, B); \quad \lambda = -(\sigma_{i,n}, 1) / (\lambda_j, \lambda_j); \quad (16)$$

$$F_{\sigma,B} = (\sigma_{i,n+1}, \sigma_{i,n+1}) + \lambda((B_{i,n+1}, B_{i,n+1}) = \min(\sigma)) = \min(\tau); \quad (17)$$

$$\tau_{\sigma,B,n+1} = ((\sigma, B) + \lambda(C, 1)) / (B, B); \quad \lambda = -(\sigma_{i,n}, 1) / M; \quad (18)$$

Більша частина приведених методів оптимізації розв'язку ОЗГ перевірена при інтерпретації реального поля варіацій сили тяжіння (рис. 1, 2). Оскільки останні два методи абсолютно нечутливі до зміни ЩГП (рис. 1,б,в), розроблено зворотні для них методи: для МСК НП при МСК ЩГП (19)-(20) та МСК ІП до ЩГП при МСК ЩГП (21)-(22), які дають набагато більше відновлення ЩГП та поля:

$$F_{r,\sigma} = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) + \lambda((\sigma_{i,n+1}, \sigma_{i,n+1}) = \min(\sigma)) = \min(\tau); \quad (19)$$

$$\tau_{r,\sigma,n+1} = ((Z, r) + (r, \lambda_j)(B, 1)^2 / M) / (Z, Z); \quad (20)$$

$$F_{B,\sigma} = (B_{i,n+1}, B_{i,n+1}) + \lambda((\sigma_{i,n+1}, \sigma_{i,n+1}) = \min(\sigma)) = \min(\tau); \quad (21)$$

$$\tau_{B,\sigma,n+1} = ((C, B) + (B, 1)^2 / M) / (C, C); \quad (22)$$

Заслужують на увагу ще декілька методів стійкого розв'язку ОЗГ. Насамперед, історично важливий критерій В.М.Страхова про перпендикулярність вектора похибки до вектора корисного сигналу:

$$F_{rR} = (r_{j,n+1}, R_{j,n+1}) = 0; \quad R_{j,n+1} = r_{j,n+1} + g_j; \quad (23)$$

$$\tau_{rR,n+1} = (r, r) / (Z, R_g); \quad R_g = 2r_{j,n+1} + g_j; \quad (24)$$

Оскільки метод (23)-(24), не дає розв'язку, а лише трансформує тільки декілька відсотків поля в будь-яку ЩГП (рис. 1,д), цей критерій в якості додаткового позитивно використано в методах умовної оптимізації з основними критеріями по НП (рис. 1,е) чи по ІП до ЩГП (формули (25)-(28)):

$$F_{r,R} = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) + \lambda((r_{j,n+1}, R_{j,n+1}) = 0) = \min(\tau); \quad (25)$$

$$\tau_{r,R,n+1} = ((Z, r) + \lambda(Z, R_g)) / ((Z, Z)(1 + \lambda)); \quad \lambda = -(\lambda_j, r) / (\lambda_j, R_g); \quad (26)$$

$$F_{B,R} = (B_{i,n+1}, B_{i,n+1}) + \lambda((r_{j,n+1}, R_{j,n+1}) = 0) = \min(\tau); \quad (27)$$

$$\tau_{B,R,n+1} = ((B, C) + \lambda(Z, R_g)) / ((C, C) + (Z, Z)\lambda); \quad \lambda = -(B, 1) / (\lambda_j, R_g); \quad (28)$$

Як видно з рис. 1,е, метод УО (25)-(26) дає таку ж геологічну змістовність розв'язку ОЗГ, як і метод БО (1)-(3) (див. рис. 1,ж).

Важливо також порівняти метод БО по НП (1)-(3) з лінеаризованим методом

$$F_{r^4} = \sum (r_{j,n+1}^4) = \min; \quad \tau_{r^4,n+1} = ((Z, r^3) / (3(Z^2, r^2))); \quad (29)$$

Як видно з рис. 2,а, цей метод також дає високу геологічну змістовність розв'язку ОЗГ, як і метод БО (1)-(3) (див. рис. 1,ж). Перевірка ефективності приведених методів виконана розв'язком лінійних ОЗГ для реального поля (рис. 1,а) з використанням 4-х шарової інтерпретаційної моделі по 400 блоків у кожному шарі. Для порівняння результатів розв'язку ОЗГ після 10-ї ітерації для всіх методів використано карти ЩГП 2-го шару (рис. 1,б-з, рис. 2,а,д) та карти залишків поля (рис. 2,б,г,е,з). Найбільше відновлення ЩГП до 0,3 г/см³ та поля з точністю до 0,09 мгл отримано методом БО (4)-(5) по МСК ІП до ЩГП (рис. 1,з). Деяко менше відновлення ЩГП (до 0,15 г/см³) та поля з точністю до 0,11-0,12 мгл методами УО (19)-(20), (25)-(26) (рис. 2,г,е) та методами БО (1)-(3) (рис. 1,ж) й (29) (рис. 2,а).

Нереальне відновлення ЩГП (всього лише для окремих аномалій до 0,005 г/см³) та поля з точністю до 1,45-1,7 мгл отримано методами УО (15)-(18) (рис. 1,б,в), методом (23)-(24) (рис. 1,д) та нелінійним методом (8)-(10) (рис. 2,д) з довільних початкових значень ЩГП. Але після отримання далеко неповного розв'язку методом (29) з довільних початкових значень ЩГП метод (8)-(10) після додаткових 40 ітерацій дає значно більше та реальне відновлення ЩГП до 0,35 г/см³ та поля з точністю до 0,066 мгл (рис. 2,в), як і метод (4)-(5) після 50 ітерацій, починаючи з довільних початкових значень ЩГП (рис. 2,ж). Після 100 ітерацій методом ІП (4)-(5) ЩГП відновлюється до 0,40 г/см³ з точністю 0,062 мгл, а методом НП (1)-(3) – тільки до 0,22 г/см³ з точністю 0,084 мгл (ці рисунки тут не наведені).

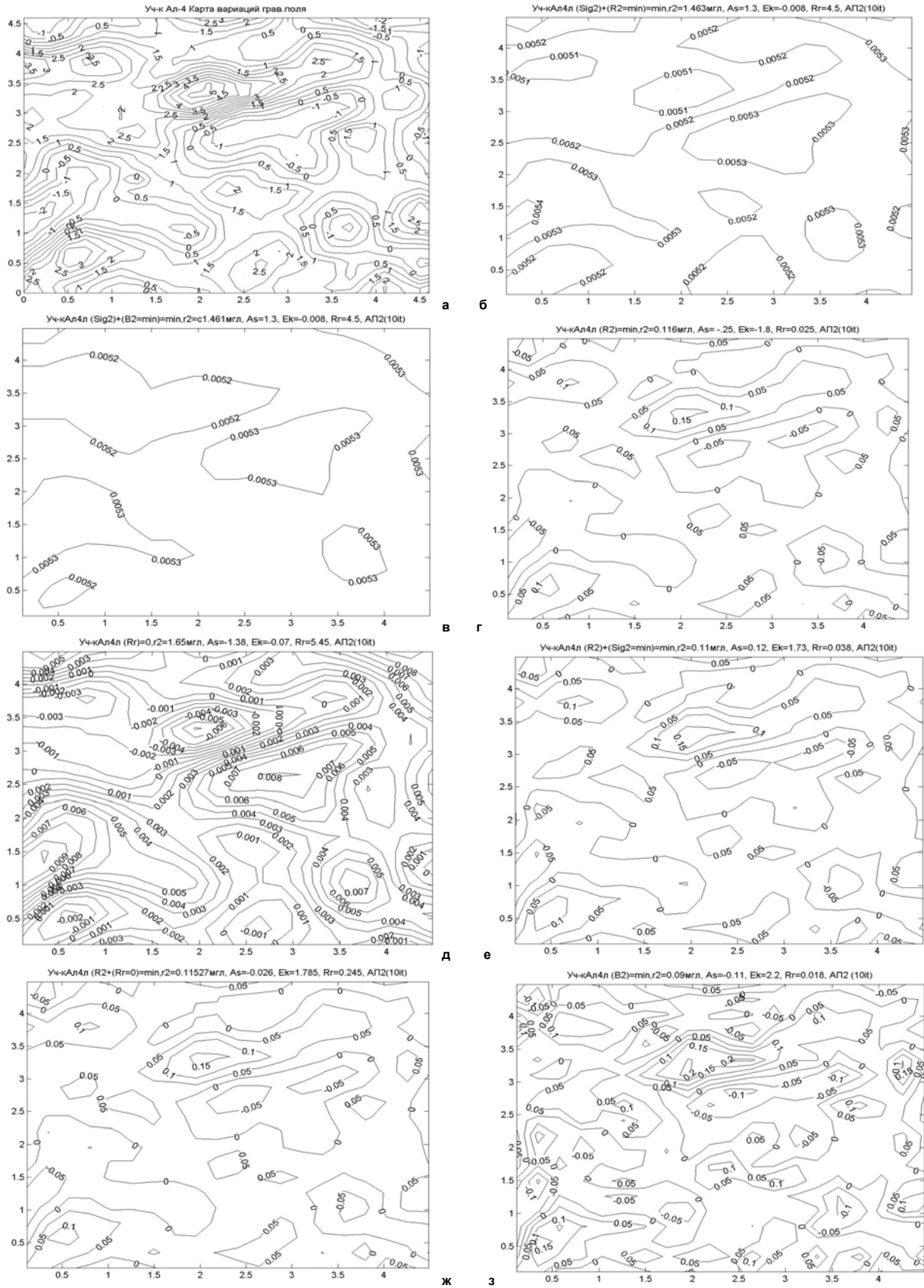


Рис. 1. а) Карта вариаций вимрюваного поля сили тяжіння (у мгл);

б)-з) Результати рішення лінійної оберненої задачі гравіметрії після виконання

10 ітерацій з однакових для всіх методів початкових значень ЩГП блоків ДІМ – карти ізоліній аномальної ЩГП блоків 2-го шару ДІМ (тут і далі у $г/см^3$): б) методом (15)-(16); в) методом (17)-(18); г) методом (19)-(20); д) методом (23)-(24); е) методом (25)-(26) ж) методом (1)-(3); з) методом (4)-(5)

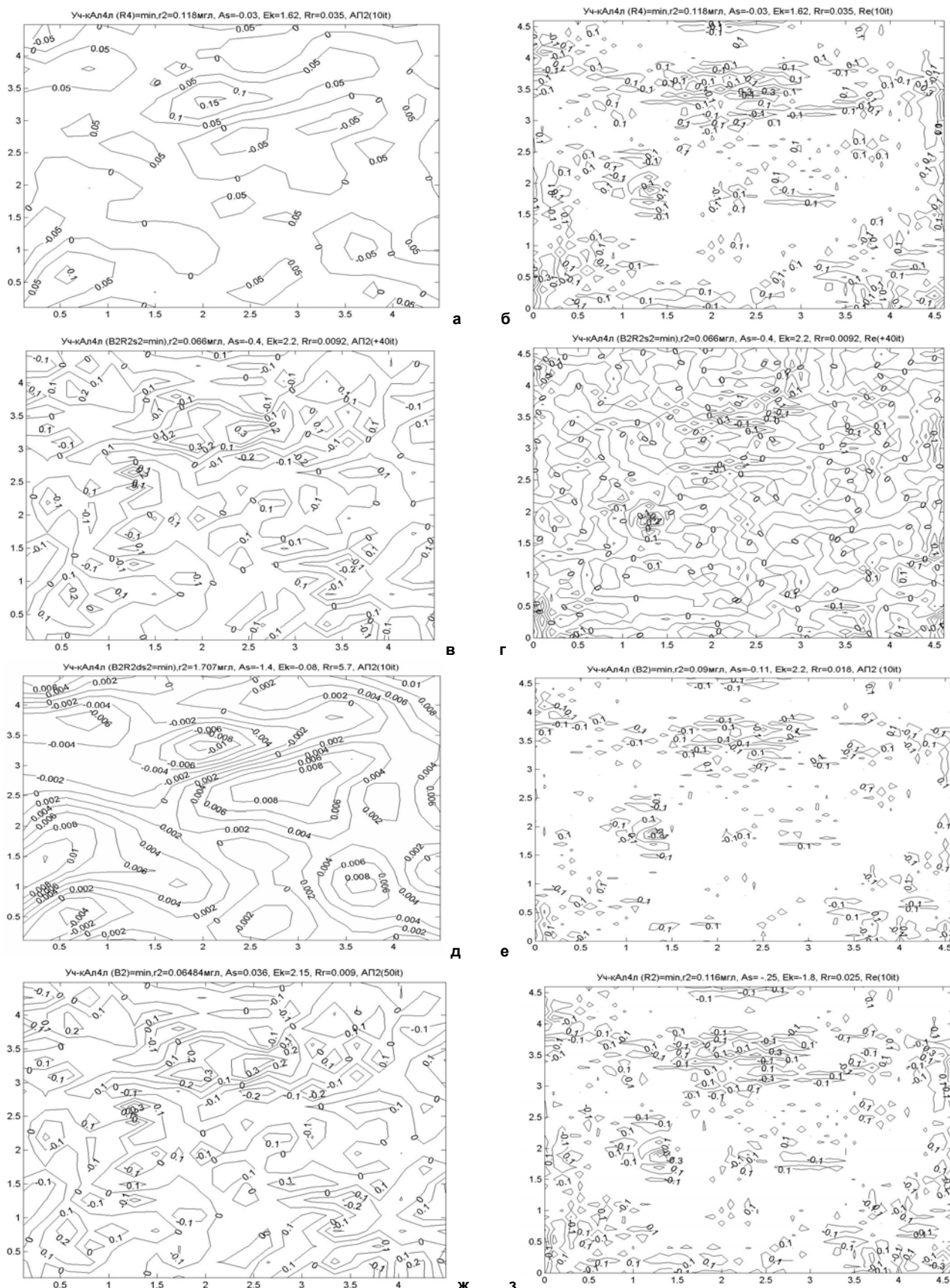


Рис. 2. Результати рішення ОЛЗГ: а,б) методом (29): карти ізолій АЩ блоків 2-го шару ІМ та карта залишків поля (тут і далі у мгл); в,г) карта ізолій АЩ того ж 2-го шару та карта залишків поля при продовженні 40 ітерацій методом (8)-(10) після виконання методом (29) 10 ітерацій з довільних початкових умов; д) карта ізолій АЩ 2-го шару після виконання 10 ітерацій методом (8)-(10) з довільних початкових умов; е) карти залишків поля для результатів по методу ІП (4)-(5), приведених на рис. 1,з; ж) карта ізолій АЩ того ж 2-го шару при продовженні розв'язку методом (4)-(5), приведеного на рис. 1з, ще на 40 додаткових ітераціях тим же методом; з) карти залишків поля для результатів розв'язку методом НП(1)-(3), приведених на рис. 1,ж

Висновки. 1. Всі представлені лінійні методи умовної та безумовної оптимізації розв'язку ОЗГ дають якісну картину розподілу щільності гірських порід (ЩГП), але з різним ступенем її відновлення, і їхні розв'язки можуть бути використані як стартові умови для будь-якого іншого методу, що забезпечує продовження відновлення поля до отримання стійкого та геологічно змістовного розв'язку в збіжному ітераційному процесі.

2. Методи, в критерії оптимізації (КО) яких входить ітераційна поправка до ЩГП, дають найбільше відновлення ЩГП та поля. Методи, в (КО) яких входить нев'язка поля, дають суттєве, але неповне відновлення ЩГП та поля.

3. Найбільшу геологічну ефективність мають лінеаризовані екстремально-відбіркові методи з сумісними критеріями, які об'єднують декілька простих КО, але тільки після того як буде зроблено декілька ітерацій для отримання стійкого та геологічно змістовного розв'язку ОЗГ рекомендованими вище стартовими методами (1)-(5), (11)-(14), (25)-(28).

Перспективи подальших розвідок. Варто розширити пошуки нових методів УО розв'язку ОЗГ, більш

ефективних по витратах комп'ютерного часу, але таких, які не знижують якості рішення ОЗ.

1. Андреев В.И., Соколовский К.И. Интерпретация материалов подземных гравитационных и магнитных наблюдений. – К., 1971.
2. Булах Е.Г. Об интерпретации гравитационных и магнитных аномалий на СЦВМ методом скорейшего спуска // Труды Всесоюзной науч.-техн. конф. – Новосибирск, 1963. – С. 1-7.
3. Кобрунов А.И. О методе оптимизации при решении обратной задачи гравитационной разведки // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1978. – № 8. – С. 73–78.
4. Миненко П.А. Оптимизационные линейные алгоритмы обработки геологической и геофизической информации при поисках рудных залежей // Проблемы разработки руд черных металлов: Сб. научн. тр. НИГРИ. – Кр. Пор., 1991. – С. 107-111.
5. Миненко П.А. Модификация метода регуляризации в ОЛЗГ для поисковых работ в кристаллических породах // Науковий вісник НГУ.– Дн-ськ, 2006. – № 9. – С. 34- 91.
6. Миненко П.А., Миненко Р.В. О поисках избирательных экстремальных решений обратной задачи магнитометрии при исследованиях на кристаллическом фундаменте // Науковий вісник НГУ. – Днепропетровск, 2006. – № 9. – С. 39-44.
7. Старостенко В.И., Козленко В.Г., Костюкевич А.С. Сейсмогравитационный метод: принципы, алгоритмы, результаты // Вісник АН УРСР. – К., 1986. – № 12. – С. 28-42.
8. Страхов В.Н. К теории линейной обратной задачи гравиметрии // ДАН СССР. – 1990. – 311, №5. – С. 1093-1096.
9. Страхов В.Н. К Про ефективні за швидкодією та точністю методи побудови лінійних аналітичних апроксимацій в геодезії, геоінформатиці та гравиметрії // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики: Сб. наук. пр. – К., 2005. – С. 12-57.
10. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М., 1979.

Надійшла до редколегії 29.09.12