

УДК 532.5

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2021/4.12>

Троценко Я. П.¹, д.філ. (мат. та стат.)
Курилко О. Б.², к.ф.-м.н.

Ya. P. Trotsenko¹, Ph.D. (Math. and Stat.)
O. B. Kurylko², Ph.D. (Phys.-Math.)

Течія рідини в циліндричному каналі з діафрагмами прямокутного профілю

The flow of a liquid in a cylindrical duct with diaphragms of a rectangular profile

¹ Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, пр-т. Акад.
Глушкова, 4-е,
e-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com

¹ Taras Shevchenko National University of Kyiv,
03680, Kyiv, Acad. Glushkova av., 4-e,
e-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com

² Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, пр-т. Акад.
Глушкова, 4-е,
e-mail: alexandr.kurylko@gmail.com

² Taras Shevchenko National University of Kyiv,
03680, Kyiv, Acad. Glushkova av., 4-e,
e-mail: alexandr.kurylko@gmail.com

Досліджено течію в'язкої нестисливої рідини у циліндричному каналі з двома послідовно розташованими діафрагмами прямокутного профілю на основі чисельного розв'язання нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса. Показано, що при певних параметрах течія рідини в області між діафрагмами нестационарна і характеризується наявністю нестійкого зсувного шару, у якому утворюється послідовний ряд кільцевих вихорів, що викликають квазіперіодичні автоколивання поля швидкості в околі отвору другої діафрагми. У порівнянні з випадком округлого профілю діафрагм спостерігається збільшення максимальної швидкості струменя, що своєю чергою призводить до збільшення частоти автоколивань та зменшення значень чисел Рейнольдса, при яких збуджуються квазіперіодичні коливання.

Ключові слова: канал з діафрагмами, вихрові структури, автоколивання.

The flow of a viscous incompressible liquid in a cylindrical duct with two serial diaphragms of a rectangular profile is studied by the numerical solution of the unsteady Navier-Stokes equations. The discretization procedure is based on the finite volume method using the TVD scheme for the discretization of the convective terms and second order accurate in both space and time difference schemes. The resulting system of non-linear algebraic equations is solved by the PISO algorithm. It is shown that the fluid flow in the region between the diaphragms is non-stationary and is characterized by the presence of an unstable shear layer under the certain parameters. A series of ring vortices is formed in the shear layer that causes quasi-periodic self-sustained oscillations of the velocity field in the vicinity of the orifice of the second diaphragm. In comparison with the case of rounded diaphragms, an increase in the maximum jet velocity is observed, which in turn leads to an increase in the frequency of self-sustained oscillations and a decrease in the Reynolds numbers at which quasi-periodic oscillations are excited.

Key Words: duct with diaphragms, vortex structures, self-sustained oscillations.

Статтю представив член-кореспондент НАН України Жук Я.О.

1. Вступ

Течія рідини чи газу в нерегулярних каналах широко зустрічається як в природі, так і в технічних або наукових приладах: судини кровоносної системи, бронхіальні дерева, труби для транспортування технічних середовищ, вентиляційні системи, твердопаливні ракетні двигуни тощо. Через складну геометрію таких систем структура потоку може бути нестационарною, що при певних умовах

призводить до виникнення автоколивань середовища і, як наслідок, до появи тонального звуку. Дослідження проблеми генерації автоколивань у течіях має практичний інтерес у різноманітних галузях науки і техніки. З одного боку, детальне вивчення подібних процесів дозволяє застосовувати більш ефективні заходи для уникнення небажаних акустичних коливань [1]. З іншого боку, ретельний опис механізмів генерації шумів респіраторного тракту та кровоносних судин людини може стати основою

для створення нового покоління неінвазивних діагностичних засобів [2].

Детальні експериментальні дослідження явищ генерації звуку потоками у нерегулярних каналах почалися у другій половині XX століття. Було показано, що тональний звук збуджується завдяки утворенню у зсувних шарах струменів регулярних вихрових структур, які взаємодіють з твердими поверхнями [3]. Наприкінці XX століття набули поширення також і чисельні моделювання подібних систем. У випадку малих чисел Маха для цього переважно використовуються гібридні методи, згідно з якими загальна задача розділяється на гідродинамічну та акустичну частини, які розв'язуються окремо [4].

Метою даної роботи є дослідження течії рідини в напівнескінченному циліндричному каналі з двома послідовно розташованими діафрагмами прямокутного профілю при різних швидкостях потоку, а саме: моделювання відповідних процесів та чисельний розрахунок, аналіз структури потоку в області між діафрагмами і визначення характеристик автоколивальних процесів в залежності від швидкості потоку.

2. Постановка задачі

Розглядається течія рідини у напівнескінченному циліндричному каналі з двома послідовно розташованими діафрагмами прямокутного профілю (рис. 1). Вважається, що поверхні каналу та діафрагм нерухомі й абсолютно жорсткі. Течія розглядається при швидкостях значно менших за швидкість звуку в середовищі. Потік рідини з густиною ρ потрапляє в розрахункову область з рівномірною швидкістю V_1 через ліву межу ($x = 0$) та покидає її через праву ($x = L$).

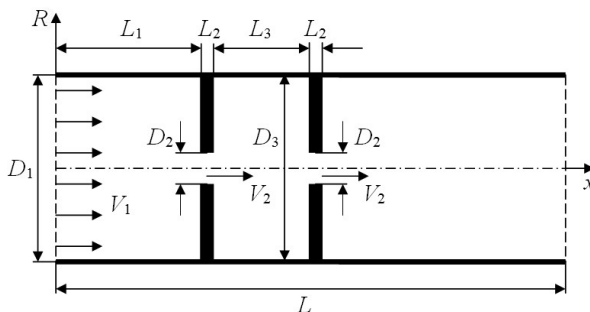


Рис. 1. Геометрія задачі

Значення геометричних параметрів для обчислень обираються такими: $D_2 = 6.35$ мм,

$D_1/D_2 = D_3/D_2 = 8.16$, $L_2/D_2 = 1$, $L_3/D_2 = 6$. Розмір області вгору за потоком від першої діафрагми – $L_1/D_2 = 12$, загальна довжина розрахункової області – $L/D_2 = 92$. Кінематична в'язкість середовища $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5}$ м²/с відповідає в'язкості повітря при температурі 20°C.

Відомо, що розміри джерел звуку, що породжується потоком, тобто розміри діафрагм та порожнини між ними, – малі в порівнянні з довжиною звукової хвилі [3]. Тому приймаються наступні гіпотези: потужність збуджених потоком акустичних коливань є значно меншою за потужність самого потоку, і породжений звук не впливає на його характер. У зв'язку з цим задача розв'язується в межах моделі в'язкої нестисливої рідини.

Також припускається, що рух рідини в області між діафрагмами є близьким до осесиметричного. В роботі [5] було показано, що незважаючи на локальні відмінності тривимірної та осесиметричної течій, їх інтегральні характеристики практично збігаються.

Основним параметром задачі є число Рейнольдса, яке можна визначити як $Re = V_2 D_2 / \nu$, де V_2 – швидкість потоку в отворах діафрагм, осереднена за поперечним перетином. Тоді масштаб довжини є діаметр отвору діафрагми D_2 , швидкості – швидкість V_2 , часу – величина D_2 / V_2 , а масштаб тиску – подвоєний швидкісний напір ρV_2^2 .

В межах прийнятої моделі процес описується системою нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса, що в безрозмірних величинах у векторній формі мають вигляд

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{U} - \nabla p, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (2)$$

де p – скалярне поле тиску, $\mathbf{U}$ – векторне поле швидкості.

Крайові умови для швидкості: рівномірний потік на вході в розрахункову область, умова прилипання на твердих поверхнях та рівність нулю нормального градієнту на виході з розрахункової області:

$$\mathbf{U}|_{x=0} = (V_1, 0, 0), \quad \mathbf{U}|_{\Sigma} = \mathbf{0}, \quad \left. \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} \right|_{x=L} = \mathbf{0}. \quad (3)$$

Дослідження проводилися для значень вхідної швидкості $V_1 \in \{0.07, 0.1, 0.13\}$ м/с, що відповідає числам Рейнольдса $Re \in \{1973, 2819, 3664\}$.

Для тиску задається рівність нулю нормального градієнту на всій межі розрахункової області окрім виходу з неї, де обирається постійний тиск:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Sigma} = 0, \quad p|_{x=L} = 0. \quad (4)$$

В початковий момент середовище знаходиться у стані спокою:

$$U(t=0) = 0, \quad p(t=0) = 0. \quad (5)$$

3. Чисельний алгоритм розв'язання задачі

Розв'язання поставленої задачі проводиться чисельно за методом скінченних об'ємів. Внаслідок припущення щодо осової симетрії потоку за розрахункову область обирається циліндричний сектор (клин) з кутом розкриття 4° та одним елементом в азимутальному напрямку. Для дискретизації області використовується ортогональна блочно-структурована сітка зі згущенням вузлів в отворах діафрагм та при наближенні до їх поверхонь. Кількість контрольних об'ємів вздовж поперечного перетину діафрагми – 59 з найменшим кроком біля поверхні – $2.5 \cdot 10^{-5}$ м, загальна кількість об'ємів – 225523.

Для розрахунку об'ємних інтегралів за контрольними об'ємами застосовується узагальнена процедура Гауса-Остроградського. Для інтерполяції конвективних членів використовується TVD форма центрально-різницевої схеми для векторного поля з обмежувачем потоку типу Sweby [6]. Нормальні градієнти швидкості на поверхні елементів обчислюються зі значень швидкості в центроїдах сусідніх комірок за схемою другого порядку. В якості схеми дискретизації похідної за часом обирається неявна триточкова несиметрична схема другого порядку з різницями назад.

Зв'язаний розрахунок поля швидкості й тиску проводиться за допомогою процедури PISO [7]. Для розв'язання отриманої системи лінеаризованих алгебраїчних рівнянь використовуються ітераційні розв'язники, що побудовані на основі методу спряжених та біспряжених градієнтів для симетричних та асиметричних матриць. В якості

передобумовлення обрано спрощені схеми неповної факторизації Холецкого та неповної LU-факторизації для симетричних і асиметричних матриць відповідно [8].

Задача розв'язується за допомогою бібліотек інструментарію з відкритим кодом OpenFOAM з використанням обчислювальних потужностей суперкомп'ютера СКІТ Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України. Для розпаралелювання обчислень використовується технологія MPI та метод декомпозиції області розв'язання [7]. Більш детально алгоритм чисельного розв'язання та обґрунтування вибору відповідних методів розглянуто у роботі [9].

З метою контролю точності обчислень поле швидкості чисельно інтегрується за поперечними перетинами отворів діафрагм S_1 ($x = L_1$) та S_2 ($x = L_1 + 2L_2 + L_3$). Це дозволяє контролювати точність виконання умови нестисливості середовища, яку можна подати у вигляді

$$\left| \frac{4 \int_{S_i} U_x ds - \pi D_1^2 V_1}{\pi D_1^2 V_1} \right| < \delta, \quad i = 1, 2. \quad (6)$$

Для результатів, представлених у даній роботі, відносна похибка δ не перевищує $8 \cdot 10^{-3}$.

4. Аналіз результатів обчислень

В роботі [10] було показано, що течія рідини в циліндричному каналі з двома послідовно розташованими діафрагмами округлого профілю в діапазоні чисел Рейнольдса $Re \in [2687, 4228]$ є нестационарною. В області між діафрагмами встановлюється циркуляційний рух середовища, який переносить частину кінетичної енергії струменя з області отвору другої діафрагми вгору за потоком. Цей процес можна інтерпретувати як гідродинамічний канал зворотного зв'язку. На межі струменя та порожнини утворюється кільцевий зсувний шар, у якому виникає послідовний ряд кільцевих вихорів, що викликають автоколивання полів швидкості й тиску в околі отвору другої діафрагми. Ці коливання можуть бути джерелом звуку в каналі та дають змогу оцінити його частоту.

Розглянемо вплив зміни профілю діафрагм з округлого на прямокутний на структуру потоку в області між діафрагмами та характеристики автоколивань. На рис. 2 зображено поле завихреності ω в половині поздовжнього перетину каналу після закінчення перехідних

процесів при $Re \approx 1973$. Діапазон значень завихреності на всіх рисунках обмежено проміжком $\omega \in [-2 \cdot 10^3; 2 \cdot 10^3] \text{ c}^{-1}$ з метою більш чіткої передачі структури поля завихреності. З рис. 2 видно, що при даній швидкості потоку автоколивання в системі не виникають. Тобто після закінчення перехідних процесів зсувний шар стабілізується, а в глибині порожнини, утвореної діафрагмами, формується великий стійкий вихор. У випадку округлого профілю діафрагм зсувний шар утворювався внаслідок зриву ламінарного примежового шару з поверхні першої діафрагми у перетині з найменшим діаметром [10]. У даному випадку зсувний шар зривається з передньої кромки діафрагми. Внаслідок цього в отворі першої діафрагми формується примежовий шар протилежної завихреності.



Рис. 2. Поле завихреності при $Re \approx 1973$

При наближенні до другої діафрагми кільцевий зсувний шар дещо розширюється, внаслідок чого він розщеплюється передньою кромкою діафрагми на дві частини. Одна частина проходить далі у отвір діафрагми, а друга втягується у циркуляційний рух. Незважаючи на наявність гострого кута, збурення потоку в області другого звуження не виникають. Отже, в даному випадку енергії в каналі зворотного зв'язку виявляється не достатньо для збудження автоколивань.

На рис. 3 зображено поле завихреності ω після закінчення перехідних процесів при $Re \approx 2819$. В даному випадку при наближенні до другої діафрагми у зсувному шарі періодично утворюються кільцеві вихори. Ці вихори набігають на поверхню другої діафрагми та спричиняють в околі її отвору квазіперіодичні коливання полів швидкості й тиску. Подібно до попереднього випадку, передня кромка діафрагми розрізає вихори на дві частини, одна з яких проходить далі у отвір діафрагми, а друга втягується у циркуляційний рух. У порівнянні з випадком округлих діафрагм потік енергії у

циркуляційний рух є менш регулярним внаслідок наявності гострого кута.

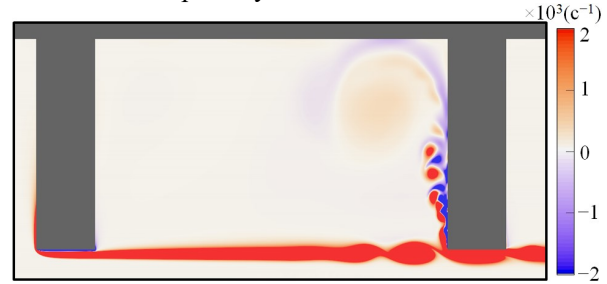


Рис. 3. Поле завихреності при $Re \approx 2819$

На рис. 4 зображено лінії течії в половині поздовжнього перетину каналу при $Re \approx 2819$. З рис. добре видно, як частина струменя з околу отвору другої діафрагми потрапляє у циркуляційний рух, який переносить її вгору за потоком до першої діафрагми. У такий спосіб збурення, що утворюються при зіткненні кільцевих вихорів у зсувному шарі з другою діафрагмою, взаємодіють зі струменем від його початку вздовж всієї відстані між діафрагмами. При взаємодії великого вихора в глибині порожнини з примежовим шаром поверхні каналу утворюються області рідини протилежної завихреності, які вливаються у другорядний великий вихор, що формується біля першої діафрагми.

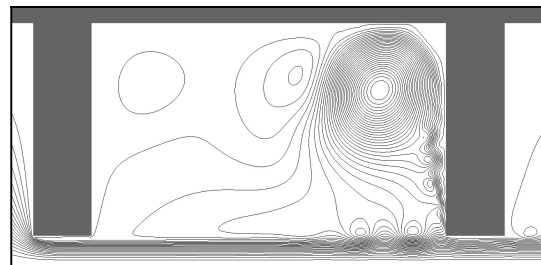


Рис. 4. Лінії течії при $Re \approx 2819$

На рис. 5 зображено поле поздовжньої швидкості U_x в половині поздовжнього перетину каналу при $Re \approx 2819$. Отже, після закінчення перехідних процесів в області між діафрагмами формується швидкісний ламінарний струмінь, який зносить кільцеві вихори, що формуються у зсувному шарі, до другої діафрагми. Внизу за потоком від першої діафрагми швидкість струменя рівномірно розподілена навколо осі каналу в області радіусу близько $3D_2/8$, а потім різко спадає.

Оскільки зсувний шар зривається з передньої кромки першої діафрагми, то в отворі діафрагми

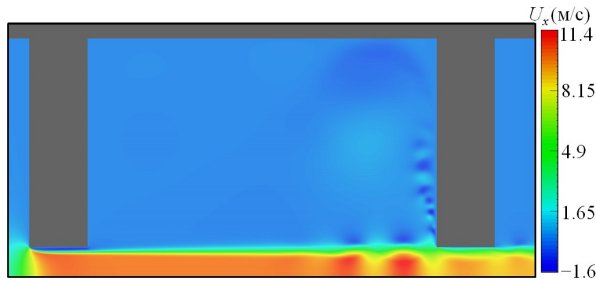


Рис. 5. Поле швидкості U_x при $Re \approx 2819$

утворюється область, в якій рідина рухається проти течії. Це призводить до збільшення максимальної швидкості струменя у порівнянні з випадком округлої форми діафрагм при незмінних числах Рейнольдса. Внаслідок цього також збільшується швидкість перенесення кільцевих вихорів у зсувному шарі, і відповідно зростає частота автоколивань.

На рис. 6 зображено амплітудно-частотний спектр коливань в точці M ($x = L_1 + 2L_2 + L_3$, $R = 0.45D_1$) перетину отвору другої діафрагми S_2 при $Re \approx 2819$. З рис. видно, що в системі дійсно встановились квазіперіодичні коливання з вираженою основною частотою $f \approx 889$ Гц, амплітуда якої значно переважає амплітуди інших гармонічних складових спектру. Відношення частот автоколивань у випадку прямокутного та округлого профілю діафрагм становить $f_r/f_c \approx 1.6$.

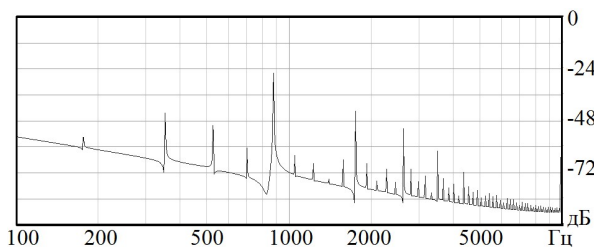


Рис. 6. Амплітудно-частотний спектр коливань поздовжньої швидкості U_x при $Re \approx 2819$

На рис. 7 зображено поле завихреності ω при $Re \approx 3664$. У даному випадку течія в області між діафрагмами значно ускладнюється. Великий вихор біля другої діафрагми не утворюється, внаслідок чого втрачається регулярність циркуляційного руху. Зберігається утворення кільцевих вихорів у зсувному шарі, проте цей процес вже не є періодичним. Частота утворення вихорів та швидкість їх переміщення змінюється внаслідок взаємодії з циркуляційним рухом біля другої діафрагми. При взаємодії циркуляційного руху з поверхнею другої діафрагми утворюються

вихори протилежних знаків завихреності, які рухаються проти потоку та вглибину порожнини. Отже, при даній швидкості потоку циркуляційний рух в порожнині між діафрагмами, який переносить частину енергії струменя вгору за потоком, не утворюється. У випадку округлих діафрагм при даній швидкості потоку зберігалось квазіперіодичне утворення вихорів у зсувному шарі, оскільки максимальна швидкість струменя була меншою [10].

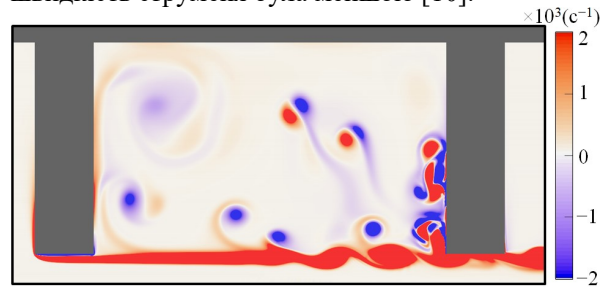


Рис. 7. Поле завихреності при $Re \approx 3664$

На рис. 8 зображено амплітудно-частотний спектр коливань в точці M при $Re \approx 3664$. В даному випадку автоколивання в системі стають багаточастотними, і відповідно структура спектру набуває вигляду характерного для шуму. Отже, при течії рідини в каналі з діафрагмами прямокутного профілю автоколивання втрачають періодичність при менших числах Рейнольдса, ніж у випадку округлого профілю діафрагм.

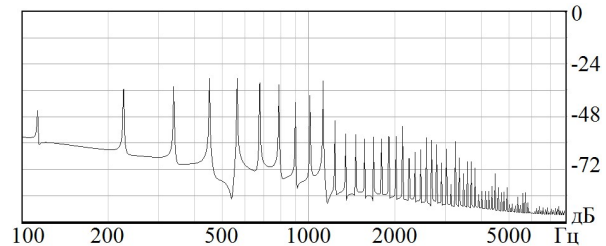


Рис. 8. Амплітудно-частотний спектр коливань поздовжньої швидкості U_x при $Re \approx 3664$

5. Висновки

Проведено чисельне моделювання течії в'язкої нестисливої рідини в циліндричному каналі з двома послідовно розташованими діафрагмами прямокутного профілю. Проведено аналіз особливостей руху середовища в області між діафрагмами та характеристик автоколивань залежно від швидкості течії.

Показано, що при певних параметрах у зсувному шарі утворюється послідовний ряд вихорів, що спричиняють квазіперіодичні коливання поля поздовжньої швидкості в околі

отвору другої діафрагми. Встановлено, що форма діафрагми суттєво не впливає на структуру потоку, проте змінює кількісні характеристики автоколивань. У порівнянні з випадком округлого профілю діафрагм спостерігається

збільшення максимальної швидкості струменя. Це призводить до збільшення частоти автоколивань та зменшення значень числа Рейнольдса, при яких збуджуються квазіперіодичні автоколивання.

Список використаних джерел

1. Ziada S. Flow-excited acoustic resonance excitation mechanism, design guidelines and counter measures / S. Ziada, P. Lafon // *Appl. Mech. Rev.* – 2014. – **66** (1). – P. 010802.
2. Вовк И.В. Акустика дыхания и сердечной деятельности / И.В. Вовк, В.Т. Гринченко, А.П. Макаренков // *Акуст. вісн.* – 2011. – **14**, №1. – С. 3–19.
3. Wilson T.A. Experiments on the fluid mechanics of whistling / T.A. Wilson, G.S. Beavers, M.A. DeCoster, D.K. Holger, M.D. Regenfuss // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1971. – **50** (1B). – P. 366–372.
4. Вовк И.В. Звуковое поле, генерируемое потоком в канале со стенозами / И.В. Вовк, В.С. Малюга // *Прикл. гідромех.* – 2012. – **14**, № 1. – С. 23–48.
5. Trotsenko Ya. Numerical simulation of the 3-D flow in a cylindrical duct with two diaphragms at low Mach numbers / Ya. Trotsenko, I. Vovk // *J. Theor. Appl. Mech. (Bulgaria)*. – 2020. – **50** (2). – P. 190–201.
6. Sweby P.K. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws / P.K. Sweby // *J. Numer. Anal.* – 1984. – **21** (5) – P. 995–1011.
7. Ferziger J.H. Computational methods for fluid dynamics / J.H. Ferziger, M. Peric. – Berlin: Springer, 2002. – 424 p.
8. Barrett R. Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods, 2nd Edition / R. Barrett, M. Berry, T.F. Chan, J. Demmel, J.M. Donato, J. Dongarra, V. Eijkhout, R. Pozo, C. Romine, H. Van der Vorst. – Philadelphia: SIAM, 1994. – 107 p.
9. Малюга В.С. Численное исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Алгоритм решения / В.С. Малюга // *Прикл. гідромех.* – 2010. – **12**, № 4. – С. 45–62.
10. Vovk I. V. Excitation of self-sustained oscillations by a flow of liquid in a cylindrical duct with two diaphragms/ I. V. Vovk, V. T. Matsypura, Ya. P. Trotsenko // *J. Math.Sci.* – 2020. – **247** (2). – P. 258–275.

References

1. ZIADA, S. and LAFON, P. (2014) Flow-excited acoustic resonance excitation mechanism, design guidelines and counter measures. *Appl. Mech. Rev.*, 66 (1), p. 010802.
2. VOVK, I.V., GRINCHENKO, V.T. and MAKARENKOV, A.P. (2011) Akustika dyihaniya I serdechnoj deyatel'nosti. *Akust. visn.*, 14 (1), p. 3–19.
3. WILSON, T.A., BEAVERS, G.S., DECOSTER, M.A., HOLGER, D.K. and REGENFUSS, M.D. (1971). Experiments on the fluid mechanics of whistling. *J. Acoust. Soc. Am.*, 50 (1B), p. 366–372.
4. VOVK, I.V. & MALYUGA, V.S. (2012). Zvukovoye pole, generiruyemoye potokom v kanale so stenoziyami. *Prykl. Hidromekh.*, 11 (4), p. 17–30.
5. TROTSSENKO, YA. and VOVK, I. (2020) Numerical simulation of the 3-D flow in a cylindrical duct with two diaphragms at low Mach numbers. *J. Theor. Appl. Mech. (Bulgaria)*, 50 (2), p. 190–201.
6. SWEBY, P.K. (1984). High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *J. Numer. Anal.*, 21 (5), p.995–1011.
7. FERZIGER, J.H. and PERIC, M. (2002). *Computational methods for fluid dynamics*. Berlin: Springer.
8. BARRETT, R., BERRY, M., CHAN, T.F., DEMMEL, J., DONATO, J.M., DONGARRA, J., EIJKHOUT, V., POZO, R., ROMINE, C. and VAN DER VORST, H. (1994). *Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods*, 2nd Ed. Philadelphia: SIAM.
9. MALYUGA, V.S. (2010). Chislennoye issledovaniye techeniya v kanale s dvumya posledovatel'no raspolzozhennymi stenoziyami. Algoritm resheniya. *Prikl. Hidromekh.*, 12 (4), p. 45–62.
10. VOVK, I.V., MATSYUPURA, V.T. and TROTSSENKO, Ya.P. (2020) Excitation of self-sustained oscillations by a flow of liquid in a cylindrical duct with two diaphragms. *J. Math. Sci.*, 247 (2), p. 258–275.

Надійшла до редколегії 16.08.21