

УДК 550.334

Д.В. Малицький, канд. фіз.-мат. наук, О.О. Муйла, асп.

МОДЕЛЮВАННЯ ХВИЛЬОВИХ ПОЛІВ, ЗБУРЕНИХ ЕФЕКТИВНО-ТОЧКОВОЮ ДИСЛОКАЦІЄЮ

Розглядається поширення сейсмічних хвиль в шаруватому півпросторі. З використанням методу Томпсона-Хаскела та інтегральних перетворень Фур'є-Бесселя-Мелліна одержані строги аналітичні співвідношення для хвильового поля на вільній поверхні, коли джерело сейсмічних хвиль розміщене в однорідному ізотропному шарі і представлено тензором сейсмічного моменту.

Propagation of seismic waves in a stratified halfspace and exact analytic relations for the wave field on its free surface have been considered based on the Thompson-Haskell technique and the integral transformations of Fourier-Bessel-Mellin when a source of seismic waves, located in a homogeneous isotropic layer, is represented by seismic moment tensor.

Вступ.

Задачам побудови хвильових полів для вертикально неоднорідного середовища присвячено багато робіт, як у вітчизняних [1-6], так і у зарубіжних виданнях. Використовується достатньо багато підходів: променевий [5], матричний [2-4], скінчених різниць і скінчених елементів [1]. Основна увага в даній роботі присвячена матричному методу та його модифікаціям. Зокрема, в роботах [6,7] розроблено методику моделювання хвильових полів у горизонтально-шаруватому середовищі при осесиметричному поширенні хвиль. Матричний метод Томсона-Хаскела дозволяє розраховувати сейсмограми на вільній поверхні вертикально-неоднорідного середовища, якщо відома інформація про модулі зсуву (густини) і швидкості поширення пружних хвиль у кожному з шарів моделі. З даним методом безпосередньо пов'язані і інші підходи, оскільки застосування розрахункової схеми Томпсона-Хаскела виявилось обмеженим, особливо в області критичних кутів поширення хвиль. Матричний формалізм був узагальнений для різних підходів. На сьогоднішній день існують модифікації матричного методу, серед яких авторами запропонований рекурентний підхід для такого класу задач. При побудові хвильових полів, збуджених різними типами хвильових джерел, будемо використовуватися співвідношення для переміщень через скалярний і векторний потенціали ϕ, ψ, χ , що задовольняють хвильовим рівнянням. Крім того, для побудови хвильового поля, що являється суперпозицією хвиль в шаруватому середовищі, на великих відстанях від джерела використовуються інтегральні перетворення Фур'є-Бесселя-Мелліна. Точні розв'язки вказаної задачі приведені в роботах [2, 9-11], де є приведені формули для потенціалів полів ϕ, ψ, χ .

Сейсмічні джерела. Відомо [1,2], що джерела сейсмічних хвиль можуть бути поділені на зовнішні і внутрішні. В свою чергу, внутрішні джерела бувають двох типів: розривні і об'ємні. Розривне джерело представляє собою явище, яке зв'язане із внутрішньою поверхнею і являє собою рух по площині розриву. В класичних роботах внутрішні джерела математично можна описати двома способами: об'ємною силою, що прикладена до певних ділянок середовища і розривами зміщень-напружень. Другий підхід може бути включений в перший і навпаки, що буде показано далі. Треба відзначити, що з математичної точки зору джерело у вигляді об'ємної сили можна задати у правій частині рівняння руху або введенням так званих еквівалентних об'ємних сил через стрибки переміщень-напружень (подвижка по розриву), які задаються за допомогою крайових умов.

Вважаємо, що розміри джерела (розриву) набагато менші від відстаней, на яких ми спостерігаємо сейсмічні хвилі. Таке джерело є точковим і довжини хвиль є значно більші від геометричних розмірів вогнища землетрусу. Отже, підсумуємо: джерело сейсмічних хвиль задається подвижкою по розриву (розривами переміщень і

напружень на поверхні розриву) або так званою дислокацією на поверхні розриву, а з другого боку – розподілом деяких сил з нульовим сумарним моментом. У випадку довільно орієнтованого розриву для трьохкомпонентної сили і трьох можливих компонент напрямів плеча існує дев'ять узагальнених пар. Таким чином, еквівалентну поверхневу силу можна представити як комбінацію із дев'яти пар, яку представляємо тензором сейсмічного моменту M_{ij} . Таке джерело носить назву ефективно-точкового. Отже, подвижка по розриву генерує ті ж сейсмічні хвилі, що і хвилі, викликані комбінацією дев'яти пар сил, які представлені тензором сейсмічного моменту M_{ij} . Тензор сейсмічного моменту залежить від орієнтації розриву і сили самого джерела. Він містить всю інформацію про вогнище землетрусу, яку можна отримати із сейсмограм для хвиль з довжинами, що є набагато більші за лінійні розміри джерела. Тензор сейсмічного моменту M_{ij} є тензором другого рангу, який описує суперпозицію трьох пар сил без моменту (діагональні елементи тензора M_{ij}) і трьох подвійних пар сил з моментом (недіагональні елементи M_{ij})

Постановка задачі. Розглядається поширення сейсмічних хвиль в вертикально неоднорідному середовищі, що моделюється системою однорідних ізотропних n шарів на $(n+1)$ півпросторі (рис. 1). Вважаємо, що границі між шарами є паралельні. На кожній границі виконуються умови жорсткого контакту. В однорідному ізотропному шарі на глибині H_s діє джерело, яке представляємо тензором сейсмічного моменту M_{ij} . Метою нашого дослідження є побудова хвильового поля на вільній поверхні шаруватого середовища, коли на глибині H_s в однорідному шарі діє ефективно-точкове джерело. Для досягнення поставленої мети будемо поступати наступним чином. Спочатку введемо поняття первинного поля шляхом порівняння потенціалів, що описують поширення сейсмічних хвиль в безмежному і шаруватому середовищах. Далі обчислимо переміщення і напруження в кожному шарі і на вільній поверхні n шаруватого середовища на $(n+1)$ півпросторі.

Запишемо компоненти вектора переміщення і тензора напружень в i -му шарі в циліндричній системі координат [2]:

$$u_r = \varphi_r + \psi_{rz} + \frac{1}{r} \chi_{r\varphi}, \quad u_\varphi = \frac{1}{r} \varphi_{r\varphi} + \frac{1}{r} \psi_{z\varphi} - \chi_{r\varphi},$$

$$u_z = \varphi_z + \psi_{zz} - \frac{1}{V_s^2} \psi_{rr},$$

$$\tau_{rz} = \mu \left[2\varphi_{rz} + 2\psi_{zrz} + \frac{1}{r} \chi_{r\varphi z} - \frac{1}{V_s^2} \psi_{rrz} \right],$$

$$\tau_{z\varphi} = \frac{\mu}{r} \left[2\varphi_{,\varphi z} + 2\psi_{,zz\varphi} - r\chi_{,r z} - \frac{1}{V_s^2} \psi_{,zz\varphi} \right], \quad (1)$$

$$\tau_{zz} = \frac{\lambda}{V_p^2} \varphi_{,zz} + 2\mu \left[\varphi_{,zz} + \psi_{,zzz} - \frac{1}{V_s^2} \psi_{,zz} \right].$$

Ми перейшли від переміщень і напруження до потенціалів φ, ψ, χ в кожному шарі, причому вони задовольняють нульові початкові умови, а саме:

$$\varphi = \psi = \chi = 0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial \chi}{\partial t} = 0, \quad \text{при } t=0.$$

Первинне поле. Випишемо формули для потенціалів φ, ψ, χ сейсмічних полів хвиль в безмежному середовищі, вибравши декартову систему координат так, що від початку координат O на відстані H_s знаходиться ефективно-точкове джерело (силовий еквівалент двох в'яти пар), який представляється тензором сейсмічного моменту M_{ij} [1,4,9]:

$$\varphi(r, \varphi, z, t) = \frac{1}{4\pi\rho} \left[\text{sign}(z - H_s) \int_0^\infty \frac{k J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \frac{-2M_{xz} \cos \varphi - 2M_{yz} \sin \varphi}{\eta^2} e^{k(t\eta - |z - H_s| \alpha)} d\eta + \right.$$

$$\left. + \int_0^\infty \frac{k J_0(kr) dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \frac{M_{xx} \cos^2 \varphi + M_{yy} \sin^2 \varphi + M_{xy} \sin 2\varphi - \alpha^2 M_{zz}}{\alpha \eta^2} e^{k(t\eta - |z - H_s| \alpha)} d\eta + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{r} \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \frac{(M_{yy} - M_{xx}) \cos 2\varphi - 2M_{xy} \sin 2\varphi}{\alpha \eta^2} e^{k(t\eta - |z - H_s| \alpha)} d\eta \right],$$

$$\psi(r, \varphi, z, t) = \frac{1}{4\pi\rho} \left[\text{sign}(z - H_s) \int_0^\infty \frac{k J_0(kr) dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \frac{M_{xx} \cos^2 \varphi + M_{yy} \sin^2 \varphi + M_{xy} \sin 2\varphi - M_{zz}}{k \eta^2} e^{k(t\eta - |z - H_s| \beta)} d\eta + \right.$$

$$\left. + \int_0^\infty \frac{k J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \frac{1 + \beta^2}{k \beta \eta^2} (-M_{xz} \cos \varphi - M_{yz} \sin \varphi) e^{k(t\eta - |z - H_s| \beta)} d\eta + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{r} \text{sign}(z - H_s) \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \frac{(M_{yy} - M_{xx}) \cos 2\varphi - 2M_{xy} \sin 2\varphi}{k \eta^2} e^{k(t\eta - |z - H_s| \beta)} d\eta \right],$$

$$\chi(r, \varphi, z, t) = \frac{1}{4\pi\rho} \int_0^\infty \frac{k J_0(kr) dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \frac{1 - \beta^2}{\beta \eta^2} \left[\frac{(M_{xx} - M_{yy}) \sin 2\varphi - 2M_{xy} \cos 2\varphi}{2} e^{k(t\eta - |z - H_s| \beta)} d\eta + \right.$$

$$\left. + \text{sign}(z - H_s) \int_0^\infty \frac{k J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \frac{\beta^2 - 1}{\eta^2} (M_{xz} \sin \varphi - M_{yz} \cos \varphi) e^{k(t\eta - |z - H_s| \beta)} d\eta - \right.$$

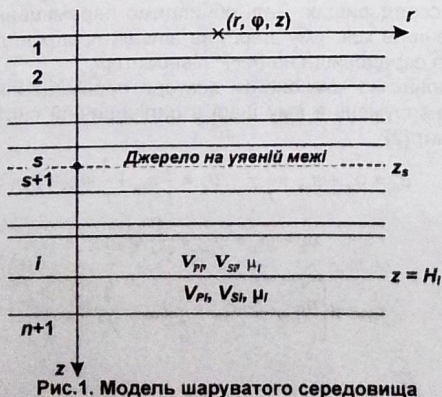
$$\left. - \frac{1}{r} \int_0^\infty \frac{J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \frac{1 - \beta^2}{\beta \eta^2} [(M_{xx} - M_{yy}) \sin 2\varphi - 2M_{xy} \cos 2\varphi] e^{k(t\eta - |z - H_s| \beta)} d\eta \right]. \quad (2)$$

В одержаних співвідношеннях: $(M_{ij} = \lim(\Delta_j \cdot f_j))$; $\Delta_j \Rightarrow 0, f_j \Rightarrow \infty, \Delta_j \cdot f_j = M_{ij}$, k – горизонтальна компонента хвильового числа, η – змінна Мелліна, φ – азимут, ρ – густина, J_0, J_1 – функції Бесселя нульового і першого порядку, r – епіцентральна відстань.

$$\text{sign}(z - H_s) = \begin{cases} 1, & z > H_s \\ -1, & z < H_s \end{cases},$$

$$H_s = h_1 + h_2 + \dots + h_s, \quad \alpha = \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{V_p^2}}, \quad \beta = \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{V_s^2}},$$

V_p, V_s – швидкості поширення поздовжньої і поперечної хвиль.



Так як для розв'язання задачі ми використовуємо інтегральні представлення для потенціалів, переміщень і напружень, то їх в часовій області (оригінали) будемо позначати малими буквами, а в частотній області (зображення) – великими буквами.

Виписавши, по аналогії з формулами (2), вирази для потенціалів хвиль $\varphi_i, \psi_i, \chi_i$ в i -му шарі [11], які збуджені джерелом, що представлено силовим еквівалентом дев'яти пар сил і порівнявши їх між собою для s і $(s+1)$ шарів, одержимо значення підінтегральних виразів, які відносяться тільки до вогнища землетрусу. Джерело знаходиться на s -ій уявній границі (рис.1).

Таким чином, ми знайдемо ту частину інтерференційного поля, що відноситься тільки до джерела, тобто, генерується джерелом в s -ій і $(s+1)$ – шари. Саме ту частину хвильового поля будемо називати первинним полем.

Таким чином, первинне поле, що генерується в s шар має вигляд:

$$Z_{xzs} = \begin{pmatrix} X_{xzs}^+ \\ X_{xzs}^- \\ Y_{xzs}^+ \\ Y_{xzs}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha_s} e^{-kH_s \alpha_s} \\ \alpha_s \\ 0 \\ e^{-kH_s \beta_s} \\ 0 \end{pmatrix} \frac{M_{xx}}{4\pi\rho_s k \eta^2}$$

$$Z_{yys} = \begin{pmatrix} X_{yys}^+ \\ X_{yys}^- \\ Y_{yys}^+ \\ Y_{yys}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha_s} e^{-kH_s \alpha_s} \\ \alpha_s \\ 0 \\ e^{-kH_s \beta_s} \\ 0 \end{pmatrix} \frac{M_{xy}}{4\pi\rho_s \eta^2}$$

$$\begin{aligned}
 Z_{xzs} &= \begin{pmatrix} X_{xzs}^+ \\ X_{xzs}^- \\ Y_{xzs}^+ \\ Y_{xzs}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2e^{-kH_s \alpha_s} \\ 0 \\ 1 + \beta_s^2 e^{-kH_s \beta_s} \\ \beta_s \end{pmatrix} \frac{M_{xz}}{4\pi\rho_s\eta^2} \\
 Z_{yys} &= \begin{pmatrix} X_{yys}^+ \\ X_{yys}^- \\ Y_{yys}^+ \\ Y_{yys}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha_s} e^{-kH_s \alpha_s} \\ 0 \\ e^{-kH_s \beta_s} \\ 0 \end{pmatrix} \frac{M_{yy}}{4\pi\rho_s\eta^2} \\
 Z_{yzs} &= \begin{pmatrix} X_{yzs}^+ \\ X_{yzs}^- \\ Y_{yzs}^+ \\ Y_{yzs}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2e^{-kH_s \alpha_s} \\ 0 \\ 1 + \beta_s^2 e^{-kH_s \beta_s} \\ \beta_s \end{pmatrix} \frac{M_{yz}}{4\pi\rho_s\eta^2} \\
 Z_{zxs} &= \begin{pmatrix} X_{zxs}^+ \\ X_{zxs}^- \\ Y_{zxs}^+ \\ Y_{zxs}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_s e^{-kH_s \alpha_s} \\ 0 \\ e^{-kH_s \beta_s} \\ 0 \end{pmatrix} \left(-\frac{M_{zx}}{4\pi\rho_s\eta^2} \right) \\
 Z_{xzs}^* &= \begin{pmatrix} Z_{xzs}^+ \\ Z_{xzs}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{4\pi\rho_s\eta^2} \frac{1-\beta_s^2}{2\beta_s} M_{xz} e^{-kH_s \beta_s} \\
 Z_{yys}^* &= \begin{pmatrix} Z_{yys}^+ \\ Z_{yys}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \left(-\frac{1}{4\pi\rho_s\eta^2} \frac{1-\beta_s^2}{\beta_s} M_{yy} e^{-kH_s \beta_s} \right)
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$Z_{zxs}^* = \begin{pmatrix} Z_{zxs}^+ \\ Z_{zxs}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1-\beta_s^2) M_{zx} \frac{1}{4\pi\rho_s\eta^2} e^{-kH_s \beta_s}$$

$$Z_{yys}^* = \begin{pmatrix} Z_{yys}^+ \\ Z_{yys}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{4\pi\rho_s\eta^2} \frac{1-\beta_s^2}{2\beta_s} M_{yy} e^{-kH_s \beta_s}$$

$$Z_{yzs}^* = \begin{pmatrix} Z_{yzs}^+ \\ Z_{yzs}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{4\pi\rho_s\eta^2} (1-\beta_s^2) M_{yz} e^{-kH_s \beta_s}$$

де $Z_{xzs} = \begin{pmatrix} X_{xzs}^+ \\ X_{xzs}^- \\ Y_{xzs}^+ \\ Y_{xzs}^- \end{pmatrix}$ – первинне поле, яке генерується в s -ий

шар парю сил, представлених тензором M_{xx} . Аналогічно, Z_{xys} , Z_{xzs} , Z_{yys} , Z_{yzs} , Z_{zxs} – первинні поля, викликані парами сил, що представлені компонентами тензора M_{xy} , M_{xz} , M_{yy} , M_{yz} , M_{zx} .

Аналогічно можна виписати значення для первинного поля, що генерується в $(s+1)$ шар.

Одержані співвідношення (3) для первинних полів, що генеруються в s і $(s+1)$ шари, а точніше їх зображення використовуються для встановлення зв'язків між компонентами тензора сейсмічного моменту і векторами стрибків переміщень-напружень.

Хвильове поле і формули для поля зміщень і напружень.

Після підстановки потенціалів хвиль $\varphi_i, \psi_i, \chi_i$, виписані для i -го шару [11] у формули (1) одержуємо співвідношення для компонент переміщень і напружень в інтегральній формі. Як приклад, випишемо формулу для компоненти переміщень $u_{zi}(r, z, \varphi, t)$:

$$\begin{aligned}
 u_{zi}(r, z, \varphi, t) &= \cos\varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\delta-j}^{\delta+j} U_{zi}^{(5)}(k, \eta, z) e^{k\eta n} d\eta + \\
 &+ \sin\varphi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr) dk}{2\pi j} \int_{\delta-j}^{\delta+j} U_{zi}^{(6)}(k, \eta, z) e^{k\eta n} d\eta + \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr) dk}{2\pi j} \int_{\delta-j}^{\delta+j} U_{zi}^{(4)}(k, \eta, z) e^{k\eta n} d\eta + \\
 &+ \int_0^\infty \frac{\left(\cos^2\varphi \cdot k^2 J_0(kr) - \cos 2\varphi \cdot \frac{k J_1(kr)}{r} \right)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j}^{\delta+j} U_{zi}^{(1)}(k, \eta, z) e^{k\eta n} d\eta + \\
 &+ \int_0^\infty \frac{\left(\sin^2\varphi \cdot k^2 J_0(kr) + \cos 2\varphi \cdot \frac{k J_1(kr)}{r} \right)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j}^{\delta+j} U_{zi}^{(2)}(k, \eta, z) e^{k\eta n} d\eta + \\
 &+ \int_0^\infty \frac{\left(\sin 2\varphi \cdot k^2 J_0(kr) - 2 \sin 2\varphi \cdot \frac{k J_1(kr)}{r} \right)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j}^{\delta+j} U_{zi}^{(3)}(k, \eta, z) e^{k\eta n} d\eta
 \end{aligned} \tag{4}$$

де

$$U_{zi}^{(j)}(k, \eta, z) = \alpha_j \left(X_{ppq}^+ e^{k\alpha_j(z-H_{j-1})} - X_{ppq}^- e^{k\alpha_j(H_{j-1}-z)} \right) - \left(Y_{ppq}^+ e^{k\beta_j(z-H_{j-1})} + Y_{ppq}^- e^{k\beta_j(H_{j-1}-z)} \right)$$

$j=1,2,3,4,5,6$; $pg = xx, yy, xy, xz, yz, zz$. Кожному значенню j відповідає відповідне значення pq . Наприклад, якщо $j=1$, то $pg = xx$, якщо $j=2$, то $pg = yy$ і т.д.

Аналогічні вирази можна записати для інших компонент переміщень і напружень.

Як було показано в роботах [6-8], що використання крайових умов (неперервність напружень і переміщень) та умов випромінювання (хвилі із $(n+1)$ півпростору не повертаються) приводять до співвідношень для компонент переміщень на вільній поверхні шаруватого середовища.

Отже, виписуємо хвильове поле на вільній поверхні:

для дальньої зони:

$$\begin{pmatrix} u_z^{(0)} \\ u_r^{(0)} \end{pmatrix} = \sum_{l=1}^3 \int_0^\infty k^2 l L^{-1} [M_{gl}] dk, \quad u_\varphi^{(0)} = \sum_{l=5}^6 \int_0^\infty k^2 J_l L^{-1} [M_{gl}] dk \tag{5}$$

$$l_1 = \begin{pmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_0 \end{pmatrix}, \quad l_2 = \begin{pmatrix} J_0 & 0 \\ 0 & J_1 \end{pmatrix}, \quad l_3 = l_2, \quad g_l = \begin{pmatrix} g_{lz} \\ g_{lr} \end{pmatrix},$$

$$J_5 = J_0, \quad J_6 = J_1;$$

для ближньої зони:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_r^{(0)} \\ u_\varphi^{(0)} \end{pmatrix} &= \frac{1}{r} \cdot \left[\int_0^\infty k \cdot J_1(kr) \cdot L^{-1} \left[\begin{pmatrix} M_1 \\ -M_5 \end{pmatrix} \cdot (g_{1r} + 2g_{5\varphi}) \right] dk + \right. \\ &+ \left. \int_0^\infty \left(kJ_0(kr) - \frac{2J_1(kr)}{r} \right) \cdot L^{-1} \left[\begin{pmatrix} -M_4 \\ M_6 \end{pmatrix} \cdot (g_{3r} + 2g_{6\varphi}) \right] dk \right] \quad (6) \\ u_z^{(0)} &= \frac{1}{r} \cdot \int_0^\infty kJ_1(kr) \cdot L^{-1} [M_4 \cdot g_{3z}] dk. \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{xz} \cos \varphi + M_{yz} \sin \varphi, \quad M_2 = M_{zz}, \\ M_3 &= \cos^2 \varphi \cdot M_{xx} + \sin^2 \varphi \cdot M_{yy} + \sin 2\varphi \cdot M_{xy}, \\ M_4 &= -\cos 2\varphi \cdot M_{xx} + \cos 2\varphi \cdot M_{yy} - 2 \sin 2\varphi \cdot M_{xy}, \\ M_5 &= M_{yz} \cos \varphi - M_{xz} \sin \varphi, \\ M_6 &= \sin 2\varphi \cdot M_{xx} - \sin 2\varphi \cdot M_{yy} - 2 \cos 2\varphi \cdot M_{xy}, \\ g_{1z} &= \left(-d_{21}^- + \frac{A}{B} d_{31}^- + \frac{M}{B} d_{41}^- \right) \cdot \frac{1}{2\pi\mu_s}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{2z} &= \\ &= \left\{ - \left[d_{22}^- \frac{1}{\rho_s V_p^2} + d_{23}^- \left(\frac{2V_s^2}{V_p^2} - 1 \right) \right] + \frac{A}{B} \left[d_{32}^- \frac{1}{\rho_s V_p^2} + d_{33}^- \left(\frac{2V_s^2}{V_p^2} - 1 \right) \right] + \right. \\ &+ \left. \frac{M}{B} \left[d_{42}^- \frac{1}{\rho_s V_p^2} + d_{43}^- \left(\frac{2V_s^2}{V_p^2} - 1 \right) \right] \right\} \cdot \frac{1}{2\pi}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{3z} &= \left(-d_{23}^- + \frac{A}{B} d_{33}^- + \frac{M}{B} d_{43}^- \right) \cdot \frac{1}{2\pi}, \\ g_{1r} &= \frac{1}{2\pi\mu_s} \cdot \left(-d_{11}^- + \frac{N}{B} d_{31}^- + \frac{A}{B} d_{41}^- \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{2r} &= \\ &= -\frac{1}{2\pi} \cdot \left\{ - \left[d_{12}^- \frac{1}{\rho_s V_p^2} + d_{13}^- \left(\frac{2V_s^2}{V_p^2} - 1 \right) \right] + \frac{N}{B} \left[d_{32}^- \frac{1}{\rho_s V_p^2} + d_{33}^- \left(\frac{2V_s^2}{V_p^2} - 1 \right) \right] + \right. \\ &+ \left. \frac{A}{B} \left[d_{42}^- \frac{1}{\rho_s V_p^2} + d_{43}^- \left(\frac{2V_s^2}{V_p^2} - 1 \right) \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$g_{3r} = -\frac{1}{2\pi} \cdot \left(-d_{13}^- + \frac{N}{B} d_{33}^- + \frac{A}{B} d_{43}^- \right);$$

$$g_{5\varphi} = \left(-d_{11}^- - \frac{d_{12}^- d_{21}^-}{d_{11}^-} \right) \cdot \frac{1}{2\pi\mu_s}, \quad g_{6\varphi} = \left(-d_{12}^- - \frac{d_{12}^- d_{22}^-}{d_{11}^-} \right) \cdot \frac{1}{4\pi}.$$

На рис.2 приведені графіки для компонент переміщення $u_z^{(0)}, u_r^{(0)}$ на вільній поверхні однорідного півпростору, для якого задані наступні фізичні параметри (дальня зона, P-SV задача) згідно таблиці 1:

Таблиця 1. Параметри середовища

V_p , м/с	V_s , м/с	μ , 10^{10} Па	h_s , м	r , м
5000	2887	3	15000	10000

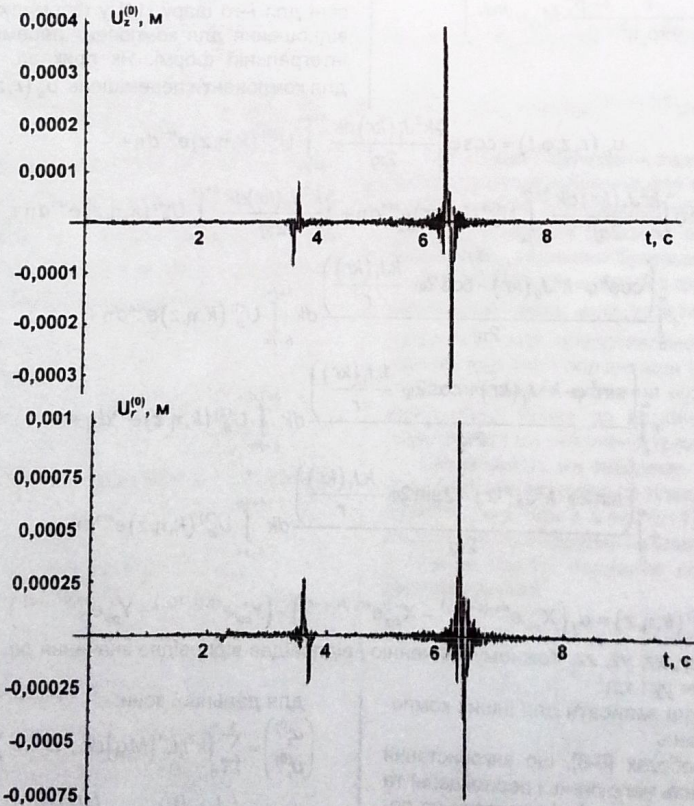


Рис.2. $u_z^{(0)}, u_r^{(0)}$ -компоненти переміщення на вільній поверхні півпростору для об'ємних хвиль, згідно формул (5) і таблиці 1

Для моделі вогнища вибираємо середню подвижку по розриву $\bar{u}(t)$ у вигляді P-імпульсу з протяжністю $\tau = 0,1$ с і амплітудою $U_0 = 1$ м. Вибираємо також орієнтацію

джерела: $\varphi = \pi/6$, $S = 10000$ м² (площа розриву), кут падіння $\delta = \pi/2$, кут нахилу $\lambda = \pi/2$, кут простирання $\phi_s = 0$. Для вибраних кутів δ, λ, ϕ_s всі компоненти тензора сей-

смічного моменту, крім M_{xz} рівні нулю. Компоненту M_{yz} можна записати, як [1]:

$$M_{yz} = -M_0 (\cos \delta \cos \lambda \sin \phi_s - \cos 2\delta \sin \lambda \cos \phi_s).$$

де $M_0 = \mu \bar{U} S$ - сейсмічний момент.

В приведеному модельному прикладі формули для дальньої зони (5) приведені до формул для моделі шар на півпросторі, де фізичні параметри шару і півпростору однакові. Одержані співвідношення порівнювалися із відповідними формулами з [4]. В результаті порівняння були одержані абсолютно однакові вирази для хвильових полів.

Висновки. Аналізуючи співвідношення для хвильового поля на вільній поверхні шаруватого середовища приходимо до висновку, що на відміну від полів, викликаних довільно орієнтованою силою тут присутні доданки, пропорційні r^{-2} , що є переміщеннями у так званій проміжній зоні. Слід також відзначити, що ми одержали строгі аналітичні співвідношення для хвильових полів, що включають всі об'єми хвилі (однократно і багатократно-відбиті), а також поверхневі хвилі. Одержані співвідношення ми будемо використовувати для аналізу параметрів вогнища землетрусу, що буде показано в наступних роботах. Відомо, що існує ряд факторів, які мають важливе значення для формування хвильового поля. Найбільш суттєві серед них - анізотропія і поглинання. Викладена теорія може бути використана для врахування цих важливих характеристик.

Важливим також є використання розподіленого джерела, тобто, залежності подвійки по розриву, а відповідно і компонент тензора сейсмічного моменту від просторових

координат. Тоді поверхню розриву слід розглядати як суму, наприклад, прямокутників з різними векторами подвійки, тобто кожний такий прямокутник розглядається як окреме точкове джерело, що описується своїм тензором сейсмічного моменту. Тоді побудова хвильового поля для розподіленого джерела зводиться до визначення сумарного переміщення, яке складається із хвильових полів для точкових джерел. Розв'язування таких задач планується в подальших дослідженнях.

1. Аки К., Річардс П. Количественная сейсмология. Теория и методы. - М.: Мир, 1983. - 520 с. 2. Молотков Л.А. Исследование распространения волн в пористых и трещиноватых средах на основе эффективных моделей Био и слоистых сред. - Наука, 2001. - 348 с. 4. Kennet B.L.N. The seismic wavefield // University Press, Cambridge. - 2001 - 370 p. 4. Müller G. The reflectivity method: a tutorial // Geophys. J. - 1985. - №58. - P.153-174. 5. Черевень В. Расчет синтетических сейсмограмм для одномерных и двумерных сред. Численные методы в сейсмических исследованиях. - Новосибирск, 1983 - С.41-53. 6. Малицкий Д.В. Решение прямой двумерной задачи теории распространения волн на основе рекуррентного подхода // Геофиз. журн. - 1994. - №4. - С.62-64. 7. Малицкий Д.В. Основные принципы решения динамической задачи сейсмологии на основе рекуррентного подхода // Геофиз. журн. - 1988. - №5. - С.96-98. 8. Малицкий Д.В., Пак Р.М. Использование рекуррентного метода для решения задачи сейсмологии // Геофиз. журн. - 2004. - №6. - С.168-173. 9. Пак Р.М., Малицкий Д.В. Визначення хвильових потенціалів у формі інтегральних перетворень для ефективно-точкової дислокації // Геодинаміка - 2004. - №1(4) - С.68-74. 10. Пак Р.М. Моделювання хвильового поля, збудженого глибинним джерелом у вертикально-неоднорідному середовищі // Геофиз. журн. - 2005. - №5. - С.887-894. 11. Малицкий Д.В., Муїла О.О. Про застосування матричного методу і його модифікації для дослідження поширення сейсмічних хвиль у шаруватому середовищі. Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. - К., 2007. - С.124-136.

Надійшла до редколегії 29.11.06

УДК 550.831

П.О. Міненко, канд. геол.-мін. наук, Р.В. Міненко, студ., Ю.П. Мечніков, ст. геолог

ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗВ'ЯЗКУ ОБЕРНЕНОЇ ЛІНІЙНО-НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ МАГНІТОМЕТРІЇ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕНЬ СТРУКТУРИ КРИСТАЛІЧНОГО ФУНДАМЕНТУ

На базі розв'язків прямих задач гравіметрії та магнітометрії для кусково-лінійної контактної поверхні розроблені ітеративні методи та алгоритми розв'язків обернених лінійної та нелінійної задач. На практичних прикладах показані можливості обчислення вектора інтенсивності намагніченості гірських порід та глибини до верхньої грані кожного апроксимуючого паралелепіпеда фізичної моделі геологічного середовища.

On the basis of decisions of direct problems magnetic and gravitational measurements for a discretely linear contact surface iterative methods and algorithms of the decision of the return of a linear and nonlinear problem are developed. On practical examples opportunities of definition of magnetic properties rocks with an establishment of depths up to the top sides of approximating parallelepipeds of physical model of the geological environment are shown.

Магнітометрія використовується для картування комплексів магнітних кристалічних гірських порід та, зокрема, при пошукових роботах [1-2].

Розроблені стійкі методи розв'язку оберненої лінійної задачі магнітометрії для побудови карт магнітних властивостей гірських порід на всій площі дільниці геофізичних досліджень [3]. Але для уникнення прояву явища еквівалентності водночас виконується і знаходження глибин до шарів та блоків розв'язком лінійно-нелінійної задачі, для якої існує межа оптимальної кількості ітерацій, а після неї настає розбіжність ітеративного процесу [4].

Метою даної статті є розробка методики одержання стійкого розв'язку лінійно-нелінійної задачі магнітометрії.

Результати досліджень. Поставлена мета досягається тим, що виконують експериментальні розв'язки оберненої лінійної задачі (m ітерацій) та змінної кількості ітерацій (від $1 < k < m$) лінійно-нелінійної задачі для спостереженого магнітного поля. В кожному варіанті розв'язку обчислюють середню квадратичну похибку розбіжності поля - спостереженого та обчисленого за результатами інтерпретації. Вибирають варіант k з найменшою похибкою (нев'язкою) поля. Потім збільшують величину m і повторюють розв'язки обернених лінійної та лінійно-нелінійної задач. Знаходять кількість

ітерацій лінійно-нелінійної задачі k , при якій невязка поля - найменша. Якщо найменша невязка поля менша, ніж найменша невязка в попередньому циклі, то m знову збільшують. Якщо ж найменша невязка в останньому циклі більша, ніж найменша невязка в попередньому циклі, то m і k попереднього циклу вибирають як оптимальні числа ітерацій для послідовного виконання лінійної та лінійно-нелінійної обернених задач магнітометрії. Як відомо [5,6], обернена лінійна задача гравіметрії з сильно фільтруючим критерієм мінімуму суми квадратів поправок до щільності гірських порід не має обмежень на кількість ітерацій збіжного ітеративного процесу. Не встановлено таких обмежень і для оберненої лінійної задачі магнітометрії [4]. Її розв'язок задає тільки пропорціональний розподіл (тенденцію) нарощування інтенсивності намагніченості гірських порід в кожному блоці, але найбільші їх значення в окремих (і, навіть, в багатьох) блоках не досягаються, бо всі поправки з кожним кроком ітерацій зменшуються до нуля. Вони осереднюються разом з впливом похибок магнітного поля. В той же час обернена лінійно-нелінійна задача автоматично не може вийти на тенденцію розподілу нарощування інтенсивності намагніченості гірських порід в кожному блоці на всій площі зйомки, а тому не