Про математику і математиків

УДК 514.112.3:520.874(091)Фалес **DOI: https://doi.org/10.17721/1029-4171.2024/2.3**

Анастасія ТКАЧЕНКО, студентка
e-mail: nastyatkachenko0711@knu.ua
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

ФАЛЕС МІЛЕТСЬКИЙ. ОСНОВНІ ТЕОРЕМИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В ГЕОМЕТРІЇ

Анотація. *У роботі розглядається життя та наукова спадщина Фалеса Мілетського – одного з провідних математиків і астрономів Давньої Греції, якого відносять до числа семи великих мудреців світу. Особлива увага приділена його досягненням у галузі геометрії та астрономії, включаючи теореми, які він сформулював та довів, а також методи розв'язання практичних завдань, таких як обчислення висоти єгипетських пірамід та ширини річок. У роботі детально проаналізовані основні теореми, пов'язані з його ім'ям, зокрема, теорема про пропорційні відрізки та теорема про вписаний трикутник. Наводяться приклади використання пропорційності та подібних трикутників для визначення відстаней до недосяжних об'єктів.*

Ключові слова: *пропорційні відрізки; вписаний трикутник; подібні трикутники; висота піраміди; астрономія; вимірювання відстаней.*

1. Вступ

Фалес Мілетський – видатний давньогрецький філософ, математик та астроном, якого зараховують до числа семи великих мудреців античного світу (рис. 1). Найбільшим досягненням Фалеса у сфері математики було введення доведення в галузі геометрії.

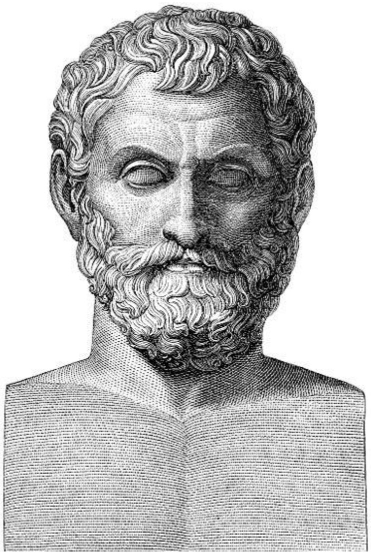

Рис.1. Фалес Мілетський
(бл. 625-548 до н.е.)

ISSN 1029-4171 (print) ISSN 2524-2407 (online)

Мілетська школа, заснована ним, стала фундаментом для розвитку геометрії, що почала зосереджуватись на доведенні тверджень, спираючись на вже відомі аксіоми. Про життя Фалеса Мілетського не збереглось жодних історичних документів, через це про діяльність Фалеса дізнаємося із пізніших праць відомих мислителів та учнів філософської школи пізнішого часу, таких як Анаксімандр, Анаксімен, Аристотель, Платон та Геродот. Згідно з їхніми працями, Фалес у юному віці здійснив подорож до єгипетських земель, де ознайомився з досягненнями місцевої культури та природничими науками. Завдяки своєму таланту й наполегливості юнак не лише перейняв знання кращих єгипетських учених, але й зробив наукові власні відкриття (Бевз, 2006), (Шмигевський, 2004).

Фалес заснував філософську школу в Мілеті після повернення на батьківщину. Відомо, що він активно пропагував нові ідеї серед грецьких мислителів.

Приблизно у восьмидесятирічному віці Фалес загинув на стадіоні під час проведення Олімпійських ігор. Існують різні версії його смерті: перша висловлює теорію про сонячний удар, а друга розповідає, що він став жертвою натовпу, який випадково завдав старцю смертельної шкоди. На гробниці видатного філософа викарбувано напис: «Наскільки є малою ця гробниця, настільки великою є слава цього царя астрономії в царині зірок».

2. Наукові відкриття

Вчені вважають, що Фалес був першим, хто зміг довести важливі геометричні теореми, зокрема: про рівність кутів, що утворюються при перетині двох прямих (вертикальні кути), про рівність двох кутів при основі у рівнобедреному трикутнику та про рівність двох трикутників за однією стороною і двома прилеглими кутами. Також показав, що трикутник, вписаний у коло з діаметром як однією зі сторін, завжди матиме прямий кут. Важливо зазначити, що саме Фалес розробив методику обчислення відстані до недосяжних об'єктів без необхідності проводити безпосереднє вимірювання.

Ще одним його досягненням в астрономії було відкриття того, що Земля має форму кулі й знаходиться в центрі Всесвіту. Також Фалес разом зі своїми учнями визначив тривалість року як 365 днів. Історики приписують Фалесу обчислення відношення діаметра Сонця до довжини шляху орбіти Землі навколо Сонця, що стало основою для подальших астрономічних досліджень. Одним із найвизначніших його досягнень було передбачення сонячного затемнення, яке відбулося 28 травня 585 року до нашої ери (Видатні особистості, 2024).

Одним з обдарованих учнів Фалеса був Анаксагор, який у V столітті до нашої ери висловив припущення, що небесні тіла складаються з кам'яних мас, і вони не падають на Землю завдяки їхньому постійному руху по орбіті.

Через дві тисячі років закони цього руху сформулював Йоганн Кеплер, а Ісаак Ньютон запропонував математичне доведення цього факту.

Фалес поєднував свою наукову діяльність у галузях математики й астрономії з активною участю в політичному житті. Він був високоосвіченим, мудрим та енергійним діячем, чиї поради, особливо у військових питаннях, високо цінувалися.

3. Теореми Фалеса про пропорційні відрізки

Теорема 1. (Фалеса про пропорційні відрізки №1) *Якщо паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відтинають на одній його стороні рівні між собою відрізки, то вони відтинають рівні між собою відрізки і на другій його стороні.*

Доведення. Нехай паралельні прямі A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 перетинають сторони кута з вершиною O (рис. 2), причому $A_1A_2 = A_2A_3$. Доведемо, що $B_1B_2 = B_2B_3$.

1) Проведемо через точки A_1 та A_2 прямі A_1M і A_2N, паралельні прямій OB_3. $A_1A_2 = A_2A_3$ (за умовою), $\angle A_2A_1M = \angle A_3A_2N$ (як відповідні кути при паралельних прямих $A_1M = A_2N$), $\angle A_1A_2M = \angle A_2A_3N$ (як відповідні кути при паралельних прямих

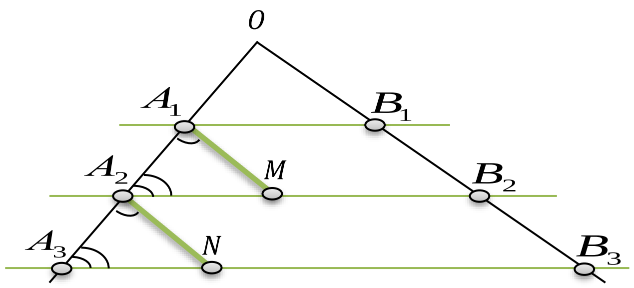

Рис. 2. Ілюстрація до теореми 1

A_2M і A_3N). Тому $\Delta A_1A_2M = \Delta A_2A_3N$ (за стороною і двома прилеглими кутами), а значить A_1M і A_2N (як відповідні сторони рівних трикутників).

2) Чотирикутник $A_1MB_2B_1$ – паралелограм (за побудовою) (рис. 2). Тому $A_1M = B_1B_2$.

Аналогічно $A_2NB_3B_2$ – паралелограм, тому $A_2N = B_2B_3$.

Отже, $A_1M = A_2N$, $A_1M = B_1B_2$, $A_2N = B_2B_3$. Звідки $B_1B_2 = B_2B_3$, що й потрібно було довести.

■

Наслідок. *Якщо паралельні прямі, що перетинають дві задані прямі a і b відтинають на одній прямій рівні відрізки, то вони відтинають рівні відрізки і на інший прямій.*

Зауваження 1. *Теорема Фалеса говорить, що відрізки, які утворюються при перетині (наприклад, $\mathrm{A}B$ і FG), будуть рівними.*

На рис. 3 зображено дві прямі, що перетинають п'ять інших паралельних прямих.

Якщо $FG = GH = HJ = JK$ і $AF \parallel BG \parallel CH \parallel DJ \parallel EK$, то $AB = BC = CD = DE$.

ISSN 1029-4171 (print) ISSN 2524-2407 (online)

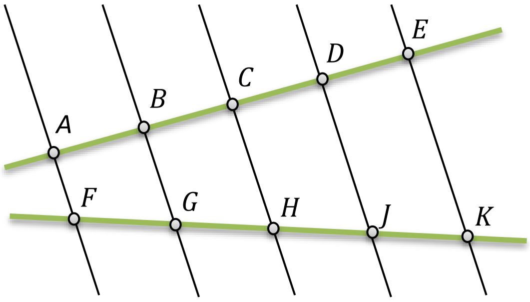

Рис. 3. Ілюстрація до зауваження 1

Зауваження 2. *За теоремою Фалеса можна поділити відрізок на будь-яку кількість рівних частин за допомогою лінійки без поділок.*

Приклад 1. *Поділіть відрізок AB на 6 рівних частин.*

Розв'язання:

1) Нехай AB – заданий відрізок (рис.4). Проведемо довільний промінь AC і відкладемо на ньому циркулем послідовно 6 відрізків: $AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4C_5 = C_5C_6$.

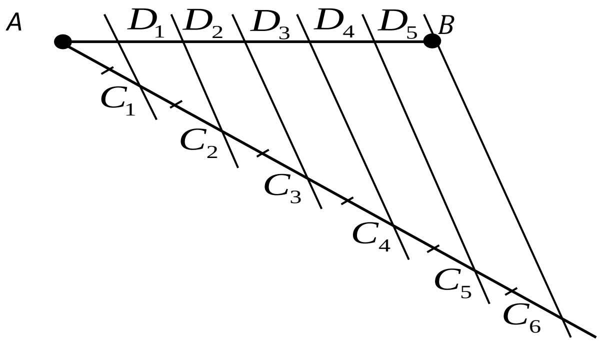

Рис. 4. Ілюстрація до прикладу 1

2) Через точки C_6 і B проведемо пряму.

3) Через точки C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 проведемо за допомогою лінійки прямі, паралельні прямій BC_6.

За теоремою Фалеса ці прямі поділять відрізок AB на 6 рівних між собою частин: $AD_1 = D_1D_2 = D_2D_3 = D_3D_4 = D_4D_5 = D_5B$.

Означення. *Відношенням двох відрізків називають відношення їхніх довжин, виражених в одних і тих самих одиницях виміру*.

Теорема 2. (**Фалеса про пропорційні відрізки №2)** *Якщо паралельні прямі перетинають сторони кута, то відрізки, що утворилися на одній стороні кута, пропорційні відповідним відрізкам, що утворились на другій стороні кута.*

Приклад 2. Якщо $AB = 8$ см, $CD = 6$ см, то відношення відрізка AB до відрізка CD дорівнює $\frac{8}{6}$. Записують $\frac{AB}{CD} = \frac{8}{6}$, тобто $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{3}$. Якщо $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}$, то говорять, що відрізки AB і CD пропорційні відповідно відрізкам A_1B_1 і C_1D_1.

Аналогічно можна говорити про пропорційність більшої кількості відрізків (Істер, 2021), (Мерзляк, 2021). Наприклад, якщо $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1} = \frac{MN}{M_1N_1}$, то говорять, що відрізки AD, CD, MN пропорційні відповідно відрізкам A_1B_1, C_1D_1 і M_1N_1.

4. Знаходження висоти піраміди

Фалесу Мілетському приписують простий спосіб знаходження висоти піраміди. У сонячний день він ставив свій посох там, де закінчувалася тінь від піраміди. Потім він

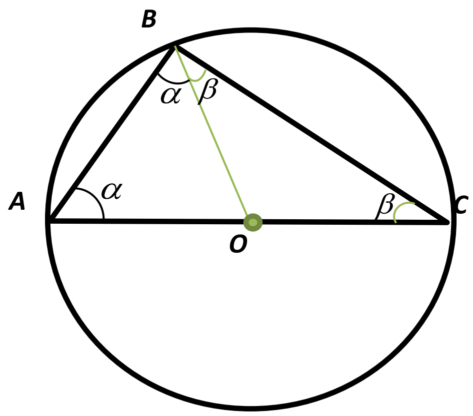

Рис. 5. Ілюстрація до теореми 3

показував, що як довжина однієї тіні відноситься до довжини іншої тіні, так і висота піраміди відноситься до висоти посоха.

Теорема 3. (**Фалеса про вписаний трикутник)** *Вписаний у коло трикутник, одна із сторін якого є діаметром, прямокутний*.

Доведення. На рис. 5 зображено трикутник ABC, вписаний у коло з центром O. Обидва трикутники ABO та BOC рівнобедрені, їх сторони є радіусами. Якщо $\alpha + \beta + \gamma = 180°$, то $2\alpha + 2\beta = 180°$, отже, $\alpha + \beta = 90°$.

Це означає, що $\angle ABC = 90°$.

■

5. Знаходження відстані за допомогою побудови подібних трикутників

На практиці часто виникає необхідність виміряти відстань до недоступного об'єкта, наприклад, визначити ширину річки (Шмаль, 2024). Для цього можна використати такий метод. Спочатку слід вибрати на протилежному березі річки добре помітний

ISSN 1029-4171 (print) ISSN 2524-2407 (online)

об'єкт (A) – це може бути дерево або скеля, розташовані безпосередньо біля води. Далі потрібно стати точно навпроти цього об'єкта на своєму березі й позначити місце, поклавши камінь або встромивши кілочок (B) (рис. 6). Потім слід пройти уздовж берега,

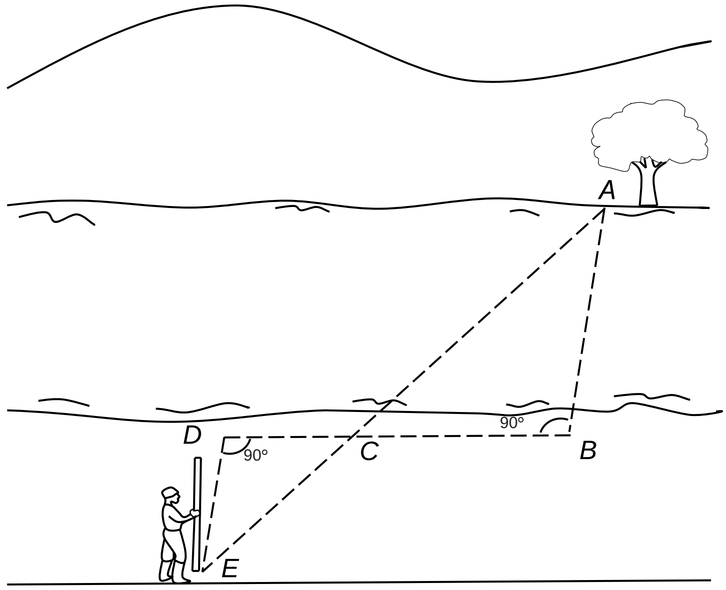

Рис. 6. Візуалізація процесу непрямого вимірювання за допомогою побудови подібних трикутників

рухаючись перпендикулярно до уявної лінії між об'єктом на протилежному боці й позначеним місцем (B), відраховуючи 30 кроків. На цій відстані в землю встромляється палиця (C). Далі, потрібно пройти ще 30 кроків у тому ж напрямку і зробити ще одну позначку на землі (D).

Тепер слід рухатися від цієї точки (D), повернувшись спиною до річки, знову відраховуючи кроки й періодично звіряючись із позицією об'єкта (A) на протилежному березі. Коли палиця (C), вставлена на березі, співпаде на лінії з об'єктом (A), тоді відстань між останньою позначкою (D) і місцем зупинки (E) буде дорівнювати ширині річки.

6. Знаходження відстані до недоступного об'єкта

Для знаходження відстані до об'єктів, яку не можна безпосередньо виміряти, застосовуються методи, що ґрунтуються на побудові подібних трикутників. Один із найпростіших способів – це використати звичайний сірник як інструмент для вимірювання. На сірнику наносять поділки по 2 мм. Для знаходження шуканої відстані потрібно знати приблизну висоту об'єкта. Розглянемо середні розміри предметів: зріст людини становить приблизно $1{,}7$ метра, висота ліхтарного стовпа становить 6 метрів, стандартного дорожнього знака – $2{,}5$ метра, автобусної зупинки – 3 метри, а одноповерхового будинку – від $2{,}5$ до 4 метрів.

Якщо треба виміряти відстань до вітряка, потрібно тримати сірник на витягнутій руці, яка у дорослої людини має довжину приблизно 60 см (рис. 7).

Приблизна висота вітряка у даній місцевості дорівнює 30 метрів. Зображення вітряка на сірнику займає 12 поділок, що становить 24 мм. Тоді можна використати пропорцію: довжина руки : відстань до вітряка = довжина зображення на сірнику : висота вітряка.

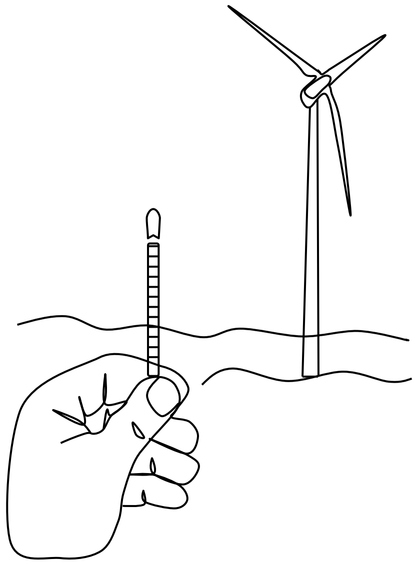

Рис. 7. Знаходження відстані за допомогою сірника

$$\frac{0{,}6}{x} = \frac{0{,}024}{30},$$

$$x = \frac{0{,}6 \cdot 30}{0{,}024} = 750.$$

Отже, відстань до вітряка становить 750 метрів.

7. Висновки

Фалес Мілетський, великий математик і астроном, назавжди залишив своє ім'я в історії науки, відкривши нові горизонти мислення і заклавши основи логіки та геометрії. Його праці показали, що абстрактні математичні теорії можуть не тільки пояснювати природні явища, але й служити практичним інструментом для розв'язування реальних задач — від визначення висоти пірамід до вимірювання відстані до недоступних об'єктів.

Його внесок виходить за межі математичних формул: Фалес навчив наступні покоління мислити системно, шукати порядок у хаосі та відкривати істини через доведення. Його спадщина є свідченням безмежної сили людського розуму, який здатний перетворювати світ, піднімаючи людство на нові рівні знань.

ISSN 1029-4171 (print) ISSN 2524-2407 (online)

Список використаних джерел

Бевз В.Г. (2006). *Історія математики*. Х.: Вид. гр. Основа. 176 с. http://matematuka.inf.ua/rizne/hist_mat_bevz/hist_mat_bevz.html

Істер О.С. (2021). *Геометрія: підручник для учнів 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів*. Генеза. 240 с. https://pidruchnyk.com.ua/804-geometriya-8-klas-ister-2016.html

Мерзляк А. (2021). *Геометрія: підручник для учнів 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики*. Гімназія. 223 с. https://pidruchnyk.com.ua/865-geometriya-8-z-poglyblenym-vyvchennyam-2016-merzlyak.html

Видатні особистості. (2024). *Фалес Мілетський*. http://novopetrivske-osoba.edukit.mk.ua/vidatni_matematiki/fales_miletsjkij/

Шмаль С.Г.(2024). *Довідник з основних понять військової топографії*. Ліра-К. 108 с.

Шмигевський М.В. (2004). *Видатні математики*. Х.: Вид. гр. Основа. 174 с.

Отримано редакцією журналу: 20.10.2024
Прорецензовано: 04.11.2024
Схвалено до друку: 19.12.2024

Anastasia TKACHENKO, student
e-mail: nastyatkachenko0711@knu.ua
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

THALES OF MILETUS. BASIC THEOREMS AND THEIR APPLICATIONS IN GEOMETRY

Abstract. *This paper deals with the life and scientific heritage of Thales of Miletus, one of the leading mathematicians and astronomers of Ancient Greece, who is considered one of the seven great sages of the world. Particular attention is paid to his achievements in the field of geometry and astronomy, including the theorems he formulated and proved, as well as methods for solving practical problems, such as calculating the height of the Egyptian pyramids and the width of rivers. The work analyzes in detail the main theorems associated with his name, including the proportional line segment theorem and the inscribed triangle theorem. Examples are given of the use of proportionality and similar triangles to determine distances to inaccessible objects.*

Keywords: *proportional segments; inscribed triangle; similar triangles; pyramid height; astronomy; distance measurement.*