

УДК 524.7

DOI: <https://doi.org/10.17721/BTSNUA.2023.67.19-22>

Валерій ЖДАНОВ, д-р фіз.-мат. наук, проф.

ORCID ID: 0000-0003-3690-483X

e-mail: Valery.Zhdanov@knu.ua

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

ГРАВІТАЦІЙНЕ МІКРОЛІНЗУВАННЯ КІЛЬЦЕВИХ ДЖЕРЕЛ

Вступ. Кільцеві структури виникають у моделях акреційних дисків навколо релятивістських компактних об'єктів, які розглядають як імовірну альтернативу звичайним чорним дірам. У цій роботі на якісному рівні проаналізовано спостережні ефекти мікролінзування таких структур.

Методи. У розрахунках використано стандартні чисельні методи у наближенні лінійної акустики.

Результати. Побудовано криві підсилення для простих моделей випромінювача, що містить незв'язні області акреційного диска, який є джерелом гравітаційно-лінзової системи: (i) – кругову область у центрі та кільце, (ii) – два кільця з порівнянною інтегральною яскравістю.

Висновки. За наявності зазначених кільцевих областей виникають характерні особливості кривих блиску, які можуть слугувати вказівкою на можливе існування кільцевих структур. Водночас, різні моделі розподілу яскравості можуть імітувати одна одну й давати подібні криві блиску.

Ключові слова: гравітаційні лінзи, каустика-складка, мікролінзування, кільцеві структури, криві блиску.

Вступ

Хоча загальна теорія відносності (ЗТВ) блискуче пройшла низку експериментальних перевірок (Will, 2014; Yatskiv et al., 2013), пошук нових ефектів для її тестування продовжує привертати значну увагу. Значною мірою це пов'язано з космологічними проблемами, які потребують модифікації самої ЗТВ або введення нових фізичних полів, зокрема і скалярних, що діяли у ранньому Всесвіті в період інфляції, а їхні залишки проявляють себе і в сучасну епоху. Ці два підходи часто виявляються пов'язаними один з одним. Наприклад, узагальнення ЗТВ, відоме, як f(R)-гравітація (De Felice, & Tsujikawa, 2010), може бути переписане у формі звичайних рівнянь Айнштейна спільно з рівняннями мінімально зв'язаного скалярного поля. З іншого боку, за певних обмежень на параметри, життєздатними є і скалярно-тензорні варіанти гравітаційної взаємодії (Will, 2014; DeFelice, & Tsujikawa, 2010). За наявності скалярних полів (і не тільки) в акреційних дисках навколо астрофізичних релятивістських конфігурацій можуть виникати кільцеві розподіли; про це свідчить аналіз стійких колових орбіт (див., напр., (Stashko, Zhdanov, & Alexandrov, 2021) і бібліографію в цих роботах). Роздільна здатність наявних засобів спостережень недостатня для того, щоб довести або заперечити існування таких структур у більшості активних ядер галактик. У зв'язку із цим нагадаємо, що можливість нещодавніх спостережень акреційного диска навколо надмасивної чорної діри M87* (Event Horizon Telescope Collaboration, 2019) за допомогою Телескопа Горизонту Подій (Event Horizon Telescope) пов'язана з відносно великими кутовими розмірами цього позагалактичного об'єкта. Проте ці спостереження стимулювали появу низки публікацій із розглядом об'єктів-"імітаторів" чорної діри (голих сингулярностей тощо), де також можуть виникати подібні зображення акреційних дисків (див., напр., (Stashko, Zhdanov, & Alexandrov, 2021; Stashko, & Zhdanov, 2022; Sokoliuk et al., 2022; Olivares et al., 2020; Herdeiro et al., 2021; Abdikamalov et al., 2019; Banerjee, Chakraborty, & SenGupta, 2020).

Методи

З погляду виявлення ефектів, притаманних саме релятивістській області, необхідно мати засоби, які можуть розрізнити структури акреційних дисків із розмірами порядку декількох радіусів Шварцшильда. Для типових надмасивних об'єктів у центрах активних ядер галактик (АЯГ) це відповідає кутовим розмірам, які менші за мікросекунду дуги, тобто значно менші роздільної здатності сучасних телескопів. На допомогу приходять ефекти мікролінзування (див. напр., Schneider, 1992; Zhdanov et al., 2014), що за певних обставин виявляються чутливими щодо деталей тонких структур у зображеннях через криві блиску. В позагалактичних гравітаційно-лінзових системах спостерегають кілька зображень квазара чи АЯГ, в яких зазвичай присутні й власні коливання блиску джерела, що повторюються з різним часом затримки в різних зображеннях. Проте події мікролінзування в різних зображеннях є нескорельованими, завдяки чому можна виділити збільшення потоку у процесі мікролінзування окремого зображення у порівнянні з іншими зображеннями.

У цій роботі ми побудуємо криві підсилення, які виникають у процесі мікролінзування неоднорозв'язних кільцевих структур. Зазначимо, що мікролінзування кільцевих структур з деякими фіксованими параметрами розглядалося в роботі (Schild, & Vakulik, 2003), де їхнє виникнення було пов'язано з випромінюванням різних областей активного галактичного ядра із суттєво різними розмірами. Ми повертаємося до цього питання в контексті робіт (Stashko, Zhdanov, & Alexandrov, 2021; Stashko, & Zhdanov, 2022), пов'язаних з іншою фізичною ситуацією з акцентом на якісний вигляд кривих підсилення, коли можливі кільцеві структури в околі голої сингулярності мають розміри одного порядку.

Зазвичай у роботах із гравітаційно-лінзової тематики приділяють увагу кривим блиску, що дають залежність зоряної величини об'єкта як функцію часу. У цій роботі нас цікавитиме залежність сумарного потоку від положення каустики у площині джерела (Schneider, 1992; Zhdanov et al., 2014), яку називаємо кривою підсилення.

Розглянемо прості моделі випромінювача, що містить дві незв'язні області тонкого акреційного диска, який є джерелом гравітаційно-лінзової системи: кругову область у центрі та кільце або два кільця з порівнянною інтегральною яскравістю. Обмежимося випадком, коли диск видно анфас. Проте для нахилів диска якісний вигляд кривих підсилення практично не змінюється. Як розподіл яскравості кільця у площині зображення розглянемо степеневу модель

$$B_{PL}(x, y) = \frac{I_0}{N_{PL}} \left\{ 1 + \left(\frac{r^m - R^m}{D^m} \right)^{2n} \right\}^{-1} \quad (1)$$

та експоненційну модель

$$B_E(x, y) = \frac{I_0}{N_E} \exp \left\{ - \left(\frac{r^m - R^m}{D^m} \right)^{2n} \right\}, \quad (2)$$

де $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, N_{PL} , N_E – нормувальні коефіцієнти, I_0 – інтегральна яскравість, R – радіус кільця, параметр D характеризує товщину кільця.

У випадку, коли лінзова галактика розташована приблизно посередині між джерелом і спостерігачем, характерним параметром мікролінзування у площині джерела є радіус Айнштейна – Хвольсона

$$R_E \sim 10^{11} \text{ км} \left(\frac{M_{ml}}{M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{L}{1000 \text{ Мпк}} \right)^{1/2},$$

де M_{ml} – характерна маса мікролінзи. У випадку поля мікролінз із поверхневою оптичною густиною $\sim 0,5$ це значення можна вважати характерним радіусом кривини каустики. Характерні радіуси незв'язних областей, розглянуті в дослідженнях (Stashko, Zhdanov, & Alexandrov, 2021; Stashko, & Zhdanov, 2022), становлять кілька шварцшильдівських

радіусів r_g . Для надмасивної чорної діри $r_g = 3 \cdot 10^8 \text{ км} \left(\frac{M_{BH}}{10^8 M_\odot} \right) \ll R_E$. Отже, для переважної кількості подій сильного

мікролінзування можна використовувати наближення лінійної каустики (Schneider, 1992). У цьому наближенні коефіцієнт підсилення точкового джерела, що виникає в подіях перетину каустики, буде таким: $k = 1 + A \sqrt{R_E / (x - h)}$. Формула відповідає випадку, коли каустика наближено є прямою $x = h$, паралельною осі ординат (у декартових координатах), причому "хвіст" каустики, тобто область площини джерела, де справедливе підсилення випромінювання, міститься праворуч від цієї прямої. Тут A – безрозмірна сила лінійної каустики, яка може варіювати в досить широких межах. Проте далі нас цікавитиме якісна форма залежності надлишкового потоку від положення каустики. Тому, коли йдеться про якісний розгляд, ми розглядаємо відстані в одиницях R_E й покладаємо $A = 1$. Поправки до коефіцієнта підсилення, що виникають з урахуванням кривини каустики, можна знайти в (Alexandrov, & Zhdanov, 2011; Alexandrov, Zhdanov, & Kuybarov, 2018).

Результати

Для протяжного джерела додаткове (відносне) підсилення інтегрального потоку таке:

$$J(h) = \int_h^\infty \frac{dx}{\sqrt{x-h}} \int_{-\infty}^\infty dy B(x, y).$$

Графік $J(h)$ ми називаємо кривою підсилення. Після простих перетворень маємо

$$J(h) = \iint_{-\infty}^\infty dx dy B(x^2 + h, y). \quad (2)$$

Тут формула зведена до вигляду, де інтегрування проводять по всьому простору, що робить зручним виконання розрахунків у декартових і полярних координатах – для контролю обчислень. Приклади $J(h)$ зображено на рис. 1; вони імітують залежність від часу надлишкового потоку від джерела в подіях мікролінзування.

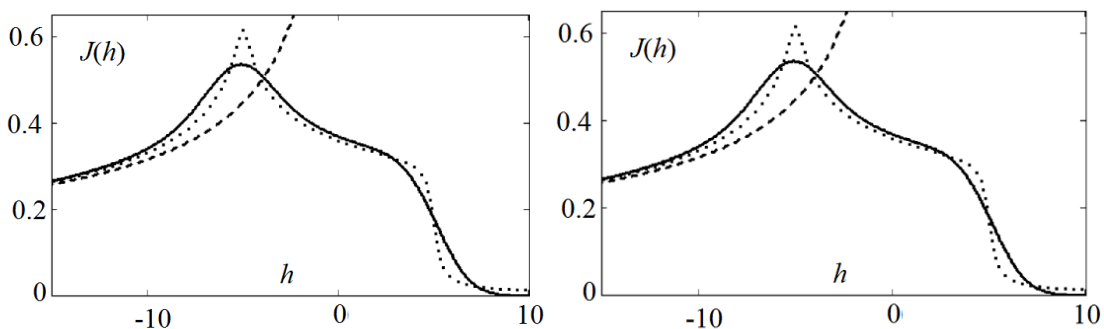


Рис. 1. Криві підсилення кільця $J(h)$: ліворуч – степенева модель (1); праворуч – експоненційна модель (2);

$R = 5, m = 1, n = 1$. На обох рисунках суцільна лінія відповідає $D = 5$, пунктирна – $D = 0,3$.

Штрихована лінія показує асимптоту $(-h)^{-1/2}$ для від'ємних h

Перейдемо до випадків, коли випромінювач складається з двох кілець, а для порівняння – коли маємо суцільний диск у центрі плюс ізольоване від нього кільце. Очевидно, криві підсилення в разі суперпозиції різних областей можна отримати простою сумою окремих складових із різною вагою. Відповідні криві зображено на рис. 2, де ми обмежилися типовими випадками, коли товщина кілець D значно менша за радіус, та коли $D < R$, але ці величини одного порядку. На рис. 2, 3 внесок внутрішньої структури в загальний потік від обох компонент дорівнює $\eta = 25\%, 50\%, 75\%$ відповідно.

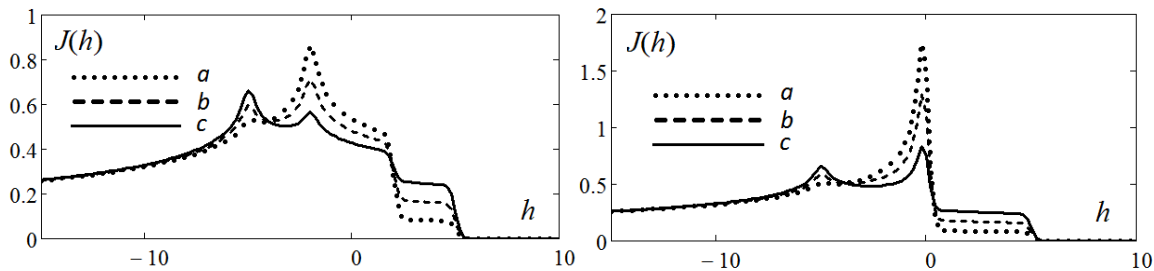


Рис. 2. Ліворуч – крива підсилення для суперпозиції двох областей в експоненційній моделі з $m=1$, $n=1$, зовнішнє кільце з $R=5$, $D=2$ та внутрішнє з $R=2$, $D=0,3$. Праворуч – аналогічно для кругової області ($R=0$, $D=0,3$) та кільця з $R=5$, $D=2$. В обох випадках пунктир (а) відповідає $\eta=75\%$, штрихова лінія (b) – $\eta=50\%$, суцільна (c) – $\eta=25\%$

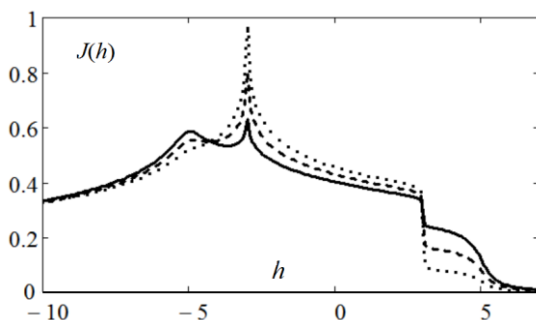


Рис. 3. Криві підсилення для суперпозиції двох кільцевих областей у степеневій моделі. Ліворуч: $m=2$, $n=2$, зовнішнє кільце з $R=5$, $D=2$ та внутрішнє з $R=3$, $D=1$. Праворуч: $m=2$, $n=1$, зовнішнє кільце з $R=5$, $D=2$ та внутрішнє з $R=3$, $D=0,3$. Відносний внесок внутрішньої області з різними η на обох панелях позначено аналогічно рис. 2

Дискусія і висновки

В цій роботі розглянуто мікролінзування кільцевих джерел у наближенні ізольованої лінійної каустики у випадку, коли каустика рухається в напрямку "хвоста". Результати обчислень кривих підсилення для окремого кільця, які виконано для низки параметрів для двох моделей розподілу яскравості, показують, що в області від'ємних $h < -R$ графік швидко (при $h \rightarrow -\infty$) виходить на асимптотику $\sim (-h)^{-1/2}$; потім, за збільшення h , при $h \sim -R$, настає максимум, тим різкіший, чим меншою є товщина кільця. Далі підсилення відносно повільно спадає до приблизно $h \sim R$. Після цього йде різкий спад практично до нуля на інтервалі завширшки порядку D .

У випадку двох кільць, з огляду на гіпотетичні зображення тонких дисків навколо конфігурацій із скалярним полем і великими сингулярностями з робіт (Stashko, Zhdanov, & Alexandrov, 2021; Stashko, & Zhdanov, 2022), найцікавішими є випадки, коли зовнішнє кільце має більшу товщину. За умови, що диск складається з двох кільць порівнянної яскравості, їхнє мікролінзування приводить до графіка з двома максимумами та двома "сходінками". Остання обставина відрізняє випадок двох кільць від картини з одним кільцем і круговою областю в центрі. Втім, ця деталь навряд буде помітна в сучасних спостереженнях на фоні завад, і для однозначної ідентифікації джерела необхідні додаткові незалежні дані. Природно, що отримані криві відрізняються від аналогічних кривих у роботі (Schild, & Vakulik, 2003) (в перерахунку на криві блиску), оскільки в цій роботі радіус зовнішнього диска на порядок більший за радіус внутрішнього; причому радіус кожного кільця був або більшим або одного порядку з радіусом кривини каустик.

Нагадаємо, що розгляд проведено для розподілів із коловою симетрією, коли тонкий акреційний диск видно анфас. Проте з огляду на результати робіт (Alexandrov, Zhdanov, & Kuibarov, 2018; Zhdanov, 2022) можна очікувати, що якісний вигляд цих кривих принципово не поміняється ні в разі нахилів тонкого диску, ані за наявності еліптичності. В цілому, нескладно передбачити характер кривих підсилення в ситуації з трьома кільцями, яка розглядалася в дослідженні (Stashko, & Zhdanov, 2022). Водночас, якщо конфігурації, описані в (Stashko, Zhdanov, & Alexandrov, 2021; Stashko, & Zhdanov, 2022), справді існують, то в разі нахиленого диска зображення кільцевих структур можуть мати вигляд, суттєво відмінний від колової чи еліптичної форм. Розгляд цього питання потребує складнішого моделювання, а з погляду спостережень – точнішої фотометрії.

Подяки, джерела фінансування. Роботу частково профінансовано в межах держбюджетної теми № 22БФ023-01.

Список використаних джерел

Александров, О. М., Жданов, В. І., & Куйбаров, А. В. (2018). Гравітаційне мікролінзування еліптичного джерела поблизу каустики-складки. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія "Астрономія"*, 57, 10–15.
 Жданов В. І. (2022). Ефекти еліптичності гравітаційно-мікролінзованого джерела випромінювання з розподілом яскравості степеневого типу. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія "Астрономія"*, 1(65), 22–26.
 Abdikamalov, A. B., Abdujabbarov, A. A., Ayzenberg, D., Malafarina, D., Vambi, C., & Ahmedov, B. (2019). Black hole mimicker hiding in the shadow: Optical properties of the γ - metric. *Physical Review D*, 100, id. 024014.
 Alexandrov, A. N., & Zhdanov, V. I. (2011). Asymptotic expansions and amplification of a gravitational lens near a fold caustic. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 417, 541–554.
 Banerjee, I., Chakraborty, S., & SenGupta, S. (2020). Silhouette of M87*: A new window to peek into the world of hidden dimensions. *Physical Review D*, 101, id. 041301.

- DeFelice, A. A., & Tsujikawa, Sh. (2010). $f(R)$ Theories. *Living Reviews in Relativity*, 13, id. 3.
- Event Horizon Telescope Collaboration. (2019). First M87 Event Horizon Telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole. *The Astrophysical Journal Letters*, L1, 875.
- Herdeiro, C. A., Pombo, A. M., Radu, E., Cunha, P. V. P., & Sanchis-Gual, N. (2021). The imitation game: Proca stars that can mimic the Schwarzschild shadow. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 04, id. 051.
- Olivares, H. Z., Younsi, C., Fromm, M., Laurentis, De M., Porth, O., Mizuno, Y., Falcke, H., Kramer, M., & Rezzolla, L. (2020). How to tell an accreting boson star from a black hole. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 497, 521–535.
- Schild, R., & Vakulik, V. (2003). Microlensing of A Ring Model for Quasar Structure. *Astronomical Journal*, 126, 689–695.
- Schneider, P., Ehlers, J., & Falco, E. E. (1992). *Gravitational Lenses*. Berlin: Springer.
- Sokoluk, O., Praharaj, S., Baransky, A., & Sahoo, P. K. (2022). Accretion flows around exotic tidal wormholes. I. Ray-tracing. *Astronomy and Astrophysics*, 665, id. A139, 16.
- Stashko, O. S., & Zhdanov, V. I. (2022). Circular orbits of test particles interacting with massless linear scalar field of the naked singularity. *Physical Review D*, (106), id. 104049.
- Stashko, O. S., Zhdanov, V. I., & Alexandrov, A. N. (2021). Thin accretion discs around spherically symmetric configurations with nonlinear scalar fields. *Physical Review D*, 104, id. 104055.
- Will, C. M. (2014). The Confrontation between General Relativity and Experiment. *Living Reviews in Relativity*, 17, id. 4.
- Yatskiv, Ya. S., Alexandrov, A. N., Vavilova, I. B., Zhdanov, V. I., Zhuk, A. I., Kudrya, Yu. N., Parnovsky, S. L., Fedorova, E. V., & Khmil, S. V. (2013). *General Relativity: horizons for tests*. Kyiv: MAO NAS of Ukraine.
- Zhdanov, V. I., Alexandrov, A. N., Fedorova, E. V., & Sliusar, V. M. (2014). *Qualitative problems in gravitational microlensing*. In: Dark energy and dark matter in the Universe (Ed. V. Shulga). Vol. 2. Shulga V. M., Zhdanov V. I., Alexandrov A. N., Berczik, P. P., Pavlenko, E. P., Pavlenko, Ya. V., Pilyugin, L. S., & Tsvetkova, V. S. *Dark matter: Astrophysical aspects of the problem*. Kyiv: Akadempriodyka, 84–130.

References

- Abdikamalov, A. B., Abdurajbarov, A. A., Ayzenberg, D., Malafarina, D., Bambi, C., & Ahmedov B. (2019). Black hole mimicker hiding in the shadow: Optical properties of the γ - metric. *Physical Review D*, 100, id. 024014.
- Alexandrov, A. N., & Zhdanov, V. I. (2011). Asymptotic expansions and amplification of a gravitational lens near a fold caustic. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 417, 541–554.
- Alexandrov, A. N., Zhdanov, V. I., & Kuybarov, A. V. (2018). Gravitational microlensing of an elliptical source near a fold caustic. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Astronomy*, 57, 10–15 [in Ukrainian].
- Banerjee, I., Chakraborty, S., & SenGupta, S. (2020). Silhouette of M87*: A new window to peek into the world of hidden dimensions. *Physical Review D*, 101, id. 041301.
- DeFelice, A. A., & Tsujikawa, Sh. (2010). $f(R)$ Theories. *Living Reviews Relativity*, 13, id. 3.
- Event Horizon Telescope Collaboration. (2019). First M87 Event Horizon Telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole. *The Astrophysical Journal Letters*, L1, 875.
- Herdeiro, C. A., Pombo, A. M., Radu, E., Cunha, P. V. P., & Sanchis-Gual, N. (2021). The imitation game: Proca stars that can mimic the Schwarzschild shadow. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 04, id. 051.
- Olivares, H. Z., Younsi, C., Fromm, M., Laurentis, De M., Porth, O., Mizuno, Y., Falcke, H., Kramer, M., & Rezzolla, L. (2020). How to tell an accreting boson star from a black hole. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 497, 521–535.
- Schild, R., & Vakulik, V. (2003). Microlensing of A Ring Model for Quasar Structure. *Astronomical Journal*, 126, 689–695.
- Schneider, P., Ehlers, J., & Falco, E. E. (1992). *Gravitational Lenses*. Berlin: Springer.
- Sokoluk, O., Praharaj, S., Baransky, A., & Sahoo, P. K. (2022). Accretion flows around exotic tidal wormholes. I. Ray-tracing. *Astronomy and Astrophysics*, 665, id. A139, 16.
- Stashko, O. S., & Zhdanov, V. I. (2022). Circular orbits of test particles interacting with massless linear scalar field of the naked singularity. *Physical Review D*, 106, id. 104049.
- Stashko, O. S., Zhdanov, V. I., & Alexandrov, A. N. (2021). Thin accretion discs around spherically symmetric configurations with nonlinear scalar fields. *Physical Review D*, 104, id. 104055.
- Will, C. M. (2014). The Confrontation between General Relativity and Experiment. *Living Reviews in Relativity*, 17, id. 4.
- Yatskiv, Ya. S., Alexandrov, A. N., Vavilova, I. B., Zhdanov, V. I., Zhuk, A. I., Kudrya, Yu. N., Parnovsky, S. L., Fedorova, E. V., & Khmil, S. V. (2013). *General Relativity: horizons for tests*. Kyiv: MAO NAS of Ukraine.
- Zhdanov, V. I., Alexandrov, A. N., Fedorova, E. V., & Sliusar, V. M. (2014). *Qualitative problems in gravitational microlensing*. In: Dark energy and dark matter in the Universe (Ed. V. Shulga). Vol. 2. Shulga V. M., Zhdanov V. I., Alexandrov A. N., Berczik, P. P., Pavlenko, E. P., Pavlenko, Ya. V., Pilyugin, L. S., & Tsvetkova, V. S. *Dark matter: Astrophysical aspects of the problem*. Kyiv: Akadempriodyka, 84–130.
- Zhdanov, V. I. (2022). Effects of the source ellipticity on light curves in extragalactic gravitational lens systems. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Astronomy*, 1(65), 22–26 [in Ukrainian].

Отримано редакцією журналу / Received: 16.02.23

Прорецензовано / Revised: 04.03.23

Схвалено до друку / Accepted: 19.09.23

Valery ZHDANOV, DSc (Phys. & Math.), Prof.
 ORCID ID: 0000-0003-3690-483X
 e-mail: Valery.Zhdanov@knu.ua
 Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

GRAVITATIONAL MICROLENSING OF RING-LIKE SOURCES

Background. Ring-like structures may appear in some images of accretion disks around relativistic compact objects, which represent a possible alternative to conventional black holes. We present a qualitative treatment of photometric microlensing effects in case of such structures.

Methods. Amplification curves are constructed for simple models of a thin accretion disk which is the source in the gravitational lens system. Two models of a source consisting of two unconnected regions are considered: (i) a circular area in the center and a ring, (ii) two rings with comparable integral brightness. We use the linear caustic approximation. The graphs show amplification curves giving the increase of the microlensed radiation flux when the caustic moves in the direction of its "tail" (the region, where there is an amplification). We first considered microlensing of a single ring. The simulation was carried out for a number of radii and thicknesses of the ring, observed in full face.

Results. As expected, when the caustic is far from the source and its tail covers the source, the amplification is approximately the same as in the case of a point source. Then, when the caustic approaches the left side of the ring, the graph reaches a maximum, which is sharper, the smaller the thickness of the ring. Thereafter, the total amplification decreases relatively slowly. When the caustic approaches the right side of the ring, there is a sharp drop almost to zero over a small interval of the order of the ring thickness. In the case of two rings the amplification curve can be obtained by a superposition of different elements, yielding a graph with two maxima, the height of which depends on the contribution of the components, and two "knees". The latter circumstance distinguishes the case of two rings from that with one ring and a region in the center.

Conclusions. We summarize that in the presence of ring regions, characteristic features of the light curves appear, which can serve as an indication of the possible existence of these regions. However, different models can give quite similar light curves, and additional independent data are needed to unambiguously identify the source.

Keywords: gravitational lenses, fold caustic, microlensing, ring-like source, light curves.

Автор заявляє про відсутність конфлікту інтересів. Спонсори не брали участі в розробленні дослідження; у зборі, аналізі чи інтерпретації даних; у написанні рукопису; в рішенні про публікацію результатів.

The author declares no conflicts of interest. The funders had no role in the design of the study; in the collection, analyses, or interpretation of data; in the writing of the manuscript; or in the decision to publish the results.