

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ВИСОКИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Завідувач кафедри нанофізики конденсованих середовищ

проф. Скришевський Валерій Антонович

Протокол № _____ засідання кафедри

від “ _____ ” _____ 2024 р.

**МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНО-ОПТИЧНОГО ПІДСИЛЕННЯ У
TiO₂ ЛЕГОВАНОМУ ОДНОМОДОВОМУ ВОЛОКНІ**

Випускна кваліфікаційна робота магістра

студента спеціальності 105

Прикладна фізика та наноматеріали

ОП «Нанофізика та комп'ютерні технології»

Лазарчук Юліани Василівни

Науковий керівник:

професор кафедри квантової радіофізики

д.ф.-м.н. **Фелінський Георгій Станіславович**

Оцінка захисту роботи

Київ-2024

АНОТАЦІЯ

Лазарчук Ю.В. Моделювання нелінійно-оптичного підсилення у TiO_2 легovanому одномодовому волокні – Випускна кваліфікаційна робота магістра за спеціальністю «105 Прикладна фізика та наноматеріали», ОП «Високі технології (прикладна фізика та наноматеріали)».

Моделювання фундаментальних параметрів нелінійно-оптичного підсилення у TiO_2 легovanому одномодовому волокні на основі кварцового скла виконано надійним методом спектроскопічної декомпозиції як для профілю ВКР підсилення, так і для нерегулярного стоксового континууму оптичного шуму. Показано, що вибір гаусових компонентів для багатомодової декомпозиції є оптимальним щодо досягнення точності апроксимації та відповідає аморфній природі кварцового скла у серцевині досліджуваного волокна. Отримано аналітичний вираз, який майже точно наближає профілі підсилення досліджуваного волокна, використовуючи 12 гаусових мод у повній області стоксових зсувів від 20 cm^{-1} до 1400 cm^{-1} . Точність підгонки забезпечувалась на рівні $< 0,1\%$. Детально проаналізовано переваги TiO_2 легovanого волокна у порівнянні з іншими типами одномодового волокна. Визначено порогові умови реалізації нелінійно-оптичного підсилення та лазерної генерації для TiO_2 -легованих волокон у повному діапазоні стоксових зсувів частоти до 40 ТГц, а також у практично важливому випадку окремої коливної моди 929 cm^{-1} , що використовується для каскадного переносу довжини хвилі лазерів у довгохвильову область спектру. Було здійснено дві публікації: на 41st International Conference ELNANO [3] та на конференції ICAP 2024.

Ключові слова: нелінійно-оптичного підсилення, ВКР, декомпозиція, СКР, раціональна апроксимація, TiO_2 леговане одномодове волокно.

ABSTRACT

Lazarchuk Yu.V. Modeling Nonlinear Optical Amplification in TiO₂ -Doped Single-Mode Fiber – Qualification work of a master in the field of study “105 Applied Physics and Nanomaterials”, EP “High Technologies (Applied Physics and Nanomaterials)”.

Modeling of the fundamental parameters of nonlinear-optical amplification in TiO₂-doped single-mode fiber based on quartz glass was performed using a reliable method of spectroscopic decomposition for both the amplification profile of the Raman gain profile and Stocks Noise Spectrum. It is shown that the choice of Gaussian components for multimode decomposition is optimal for achieving approximation accuracy and corresponds to the amorphous nature of quartz glass in the core of the investigated fiber. An analytical expression was obtained, which almost precisely approximates the amplification profiles of the investigated fiber using 12 Gaussian modes in the full range of Stokes shifts from 20 cm⁻¹ to 1400 cm⁻¹. The fitting accuracy was ensured at the level of < 0.1%. Threshold conditions for the implementation of nonlinear-optical amplification and laser generation for TiO₂-doped fibers in the full range of frequency Stokes shifts up to 40 THz were determined, as well as in the practically important case of a separate oscillatory mode of 929 cm⁻¹, which is used for cascading wavelength transfer of lasers into the long-wavelength region of the spectrum. Based on this work and its results, two publications were made: at the 41st International Conference ELNANO [3] and at the ICAP 2024 conference.

Keywords: nonlinear-optical amplification, Raman gain profile, decomposition, spectroscopic, rational approximation, TiO₂-doped single-mode fiber.

ЗМІСТ

| | |
|--|-----------|
| ВСТУП..... | 4 |
| Розділ 1. Теоретичні основи та вимоги до лазерної генерації. Абсолютна прозорість та порогові умови ВКР підсилення..... | 5 |
| 1.1. Еволюція та основні принципи лазерної генерації..... | 5 |
| 1.2. Принцип роботи ВКР-підсилювачів..... | 12 |
| 1.3. Особливості та взаємозв'язок між СКР та ВКР..... | 14 |
| 1.4. Порогові умови для ВКР підсилення у TiO_2 -легованому волокні..... | 17 |
| Розділ 2. Метод спектральної декомпозиції для профілів підсилення TiO_2. | 20 |
| 2.1. Декомпозиція як метод спектрального розкладання..... | 20 |
| 2.2. Гаусова декомпозиція профілів СКР та ВКР для одномодового TiO_2 -легованого волокна..... | 22 |
| Розділ 3. Аналіз переваг TiO_2 в контексті стоксового зсуву: Порівняння методик та їх аналіз..... | 32 |
| 3.1 Подвійний стоксів зсув та переваги використання TiO_2..... | 32 |
| 3.2 Гаусова декомпозиція для окремої коливної моди у волокні TiO_2 | 34 |
| 3.2 Порівняння гаусової декомпозиція та раціональної апроксимації для окремої коливної моди у волокні TiO_2 | 37 |
| Розділ 4. Визначення смуги лазерної генерації у TiO_2-легованому волокні у різних діапазонах..... | 44 |
| 4.1 Визначення порогових умов для TiO_2 -легованих волокон..... | 45 |
| ВИСНОВКИ..... | 50 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ..... | 52 |

ВСТУП

В 2024 році в [1] було зазначено про досягнення рекордних швидкостей передачі даних у S, C і L-діапазонах, що перевищують 1 петабіт на секунду на відстані близько 51,7 км. Ці вражаючі результати зумовлені фундаментальними характеристиками комбінаційного розсіювання волокна, у поєднанні з іншими технологіями волоконної оптики. Таким чином, дослідження комбінаційного підсилення продовжується неперервно та детально у різних типах волокон, зокрема на базі кварцового скла [2].

У нашій роботі ми розробили аналітичне відображення профілю комбінаційного розсіювання та спектру шуму Стокса, використовуючи чисельну апроксимацію гаусового розкладу. Ми показали високу відповідність з даними, а проста аналітична форма є значною перевагою нашого підходу та надає надійну основу, що робить нашу методику ефективною.

Раніше в [2,3] спектроскопічна методика багатомодової декомпозиції досить складних профілів ВКР підсилення [4] порівнювалась із альтернативними методами раціональної апроксимації у застосуванні до TiO_2 легovanого одномодового волокна на основі кварцового скла. В результаті порівняльного аналізу обох підходів було вказано на характер розширення домінантної моди G_9 , 929 cm^{-1} в спектрі ВКР підсилення цього волокна. Спостережуване розширення лінії слід класифікувати неоднорідним механізмом, оскільки форма лінії цієї фононної моди близька до гаусової. Зазначимо, що саме завдяки існуванню такої потужної моди в області стоксового зсуву ВКР підсилення зростає актуальність досліджень нелінійних параметрів цього волокна у світлі його застосувань для лазерної техніки. В цій роботі ми наводимо кількісні результати гаусової апроксимації профілю ВКР підсилення в околі його максимуму G .

Розділ 1. Теоретичні основи та вимоги до лазерної генерації. Абсолютна прозорість та порогові умови ВКР підсилення

1.1. Еволюція та основні принципи лазерної генерації.

Розробка твердотільних лазерів стала важливою віхою в 1960 році [5], коли Мейман успішно реалізував перший твердотільний лазер із використанням рубінового кристала [6]. Спираючись на це досягнення, Кестер і Снітцер продемонстрували перший волоконний лазер у 1963 році. Ця інноваційна конструкція проклала шлях до нової ери в лазерних технологіях.

Спочатку накачування ранніх волоконних лазерів здійснювалося через бічну поверхню оптичного волокна за допомогою спалахів. Однак у 1973 році Стоун і Баррус запропонували новаторський метод накачування [7], який зробив революцію в області волоконних лазерів. Це ознаменувало значний прогрес, який забезпечив більш ефективну та надійну роботу.

Відкриття комбінаційного розсіювання (КР) відбулося в 1928 році одночасно Г. С. Ландсбергом і М. І. Мандельштамом у кварці та К. В. Раманом і К. С. Крішнаном у рідинах. КР передбачає розсіювання фотона на молекулах, що призводить до зменшення частоти фотона.

Водночас прогрес у техніці виготовлення волоконно-оптичних кабелів був найважливішим. Постійні вдосконалення призвели до зменшення оптичних втрат і збільшення концентрації активних іонів у волокнах. Ці вдосконалення були зумовлені зростаючими потребами

телекомунікаційної галузі, яка потребувала високопродуктивних лазерних компонентів для різних застосувань.

Щоб задовольнити зростаючі потреби телекомунікацій та інших галузей промисловості, ербієві підсилювачі та підсилювачі на основі рідкоземельних іонів стали ключовими компонентами волоконних лазерних систем. Ці підсилювачі зіграли важливу роль у підвищенні продуктивності та універсальності волоконних лазерів, що дозволило їм ефективно використовувати широкий спектр застосувань.

Сьогодні волоконний лазер є одним з найбільш перспективних і поширених типів твердотільних лазерів. Вони характеризуються своєю конструкцією, де як активне середовище, так і резонатор інтегровані в оптичне волокно. Волоконні лазери можна класифікувати за двома основними категоріями: повністю волоконні лазери, які повністю побудовані з оптичного волокна, тобто як резонатор так і активне середовище, і волоконно-дискретні лазери, які включають комбіноване використання волоконних і інших елементів в конструкції.

Основні компоненти волоконного лазера включають:

1. Модуль накачування, зазвичай заснований на широкосмугових світлодіодах або лазерних діодах, що забезпечує енергію для збудження активного середовища.
2. Активне середовище, що складається з оптичного волокна, легованого спеціальними, такими як рідкоземельні іони.
3. Оптичний резонатор, який визначає довжину резонатора і забезпечує необхідний зворотний зв'язок для підтримки лазерного випромінювання.

Схематичне зображення сучасного волоконного лазера, що зображує ці важливі компоненти та їхню взаємодію, показано на рисунку 1.



Рис. 1. Спрощена схема волоконного лазера

Випромінюване розсіяне випромінювання відоме як стоксова хвиля, коли частота фотона зростає, а енергія молекули зменшується, створюючи випромінювання, відоме як анти-стоксів зсув частоти, визначається коливальними модами середовища.

Стоксів зсув стосується різниці в енергії (або частоті) між падаючими та випромінювальними фотонами в процесі взаємодії світла та речовини. Це результат втрати енергії під час взаємодії, зазвичай через такі механізми, як вібраційна релаксація всередині матеріалу.

Енергія фотона (E) обернено пропорційна його довжині хвилі (λ) і може бути виражена рівнянням:

$$E = \frac{hc}{\lambda}, \quad (1.1)$$

де $\hbar = h/2\pi$ – стала Планка, $c = 299\,792\,458$ м/с – швидкість світла.

У традиційному сценарії стоксовий зсув відбувається, коли фотон взаємодіє з матеріалом, збуджуючи його до вищого енергетичного стану, а потім випромінюючи фотон з меншою енергією. Цей випромінюваний

фотон має знижену частоту порівняно з падаючим фотоном, що відображає енергію, втрачену під час взаємодії.

Один процес стоксового зсуву зміну енергії (ΔE) між падаючими E_i та випромінювальними E_e фотонами можна розрахувати як:

$$\Delta E = E_e - E_i, \quad (1.2)$$

де ΔE - різниця енергії між падаючими та випромінювальними фотонами, E_e - енергія випромінюючих фотонів та E_i - енергія падаючих фотонів

У каскадних лазерних системах численні перетворення призводять до послідовних стоксових зсувів. Кумулятивний ефект цих зсувів призводить до подвійного зсуву Стокса. Загальна зміна енергії між початковим падаючим фотоном і кінцевим випущеним фотоном після кількох перетворень

$$\Delta E_{total} = E_{e_final} - E_{i_final}, \quad (1.3)$$

де ΔE_{total} - являє собою загальну зміну енергії між кінцевим випущеним фотоном і початковим падаючим фотоном після кількох перетворень, E_{e_final} - енергія кінцевого випущеного фотона після того, як відбулися всі каскадні перетворення, E_{i_final} - енергія початкового падаючого фотона до того, як відбудуться будь-які перетворення.

Ця загальна зміна енергії є сумою окремих змін енергії ΔE_i на кожному етапі перетворення (i):

$$\Delta E_{total} = \sum_{i=1}^n \Delta E_i, \quad (1.4)$$

Подвійний Стоксів зсув виникає внаслідок кумулятивного ефекту численних механізмів втрати енергії (ΔE_i) під час послідовних взаємодій

фотонів. Коли фотони піддаються повторним перетворенням у каскадній системі, енергія розсіюється на кожному кроці, що призводить до зменшення частоти.

Варто зазначити, що в зарубіжній літературі відкриття ефекту комбінаційного розсіювання світла приписують К.В. Раману, який за свою роботу був удостоєний Нобелівської премії. Однак багато вчених не згодні з таким приписом, тому у вітчизняній літературі ефект називають комбінаційним розсіюванням. У разі спонтанного комбінаційного розсіювання (СКР) лише дуже мала частка (приблизно 10^{-6}) падаючого випромінювання перетворюється на хвилю Стокса.

У 1962 році Вудбері виявив явище, відоме як вимушене комбінаційне розсіювання, коли лазери на нітробензолі випромінював інтенсивне випромінювання на довжині хвилі 7670 \AA , у той самий час на основі рубіну було отримано випромінюванням - 6943 \AA . Даний експеримент дав початок для поняття комбінаційне розсіювання.

Комбінаційне розсіяння світла — це явище, яке спостерігається, коли світло взаємодіє з речовиною, що призводить до непружного розсіювання, що супроводжується зсувом частоти розсіяного світла. У разі комбінаційного розсіювання, коли джерело випромінює лінійчастий спектр, у спектрі розсіяного випромінювання виявляються додаткові спектральні лінії. Наявність і положення цих додаткових ліній пов'язані з молекулярною структурою речовини, що відображає обмін енергією між падаючим світловим променем і середовищем. Цей обмін часто призводить до появи або підсилення хвиль розсіяного світла.

Коли інтенсивність падаючої світлової хвилі відносно низька, її впливом на коливання середовища можна знехтувати, що призводить до так званого спонтанного комбінаційного розсіювання (СКР). У цьому сценарії процес розсіювання відбувається природним шляхом без зовнішніх збурень, які істотно впливають на середовище.

Усередині кварцового волокна теплові коливання іонів кремнію (Si) і кисню (O) на частоті Ω_{AK} викликають модуляцію поляризації середовища на комбінаціях частот, що дорівнюють $\omega \pm \Omega_{AK}$, де ω представляє частоту падаючої світлової хвилі накачування. Отже, ця модуляція призводить до випромінювання на комбінації частот, включаючи $\omega - \Omega_{AK}$ (стоксова компонента) і $\omega + \Omega_{AK}$ (антистоксова компонента). Ці частотні зсуви та результуючі спектральні характеристики надають цінну інформацію про молекулярну динаміку та структурні властивості досліджуваного матеріалу.

В результаті комбінаційного розсіювання в кварцових волокнах на зсуві довжини хвилі, що спостерігається в стоксовій і антистоксовій компонентах, залежать та розрізняються відповідно до довжини хвилі джерела накачування. Наприклад, у кварцових волокнах сигнальна хвиля зазнає зміщення частоти приблизно на ± 13 ТГц порівняно з хвилею накачування.

Під час процесу вимушеного комбінаційного розсіювання (ВКР) всередині оптичного волокна падаюча електромагнітна хвиля досить високої інтенсивності, відома як хвиля накачування, взаємодіє з хвилею сигналу. Ця взаємодія індукує коливальний режим молекули кварцу (SiO_2). Коли хвиля поширюється вздовж волокна, енергія, що переноситься випромінюванням накачування, зазнає трансформації. Частина цієї енергії

перетворюється в енергію, пов'язану з пружними коливаннями молекул середовища, а решта вносить внесок в енергію сигнальної хвилі.

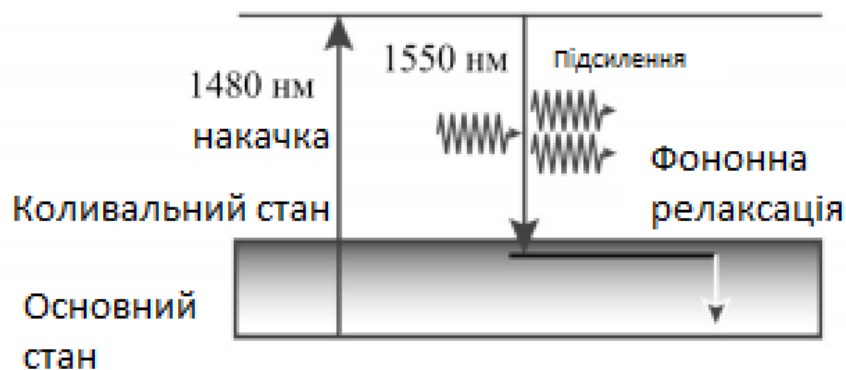


Рис. 2 – Механізм ВКР

Крім того, слід зазначити, що хвиля сигналу підсилюється завдяки енергії хвилі накачування (як показано на рисунку 2 і 3). Цей механізм підсилення підсилює інтенсивність сигнальної хвилі, що призводить до збільшення її видимості в волоконно-оптичній системі.

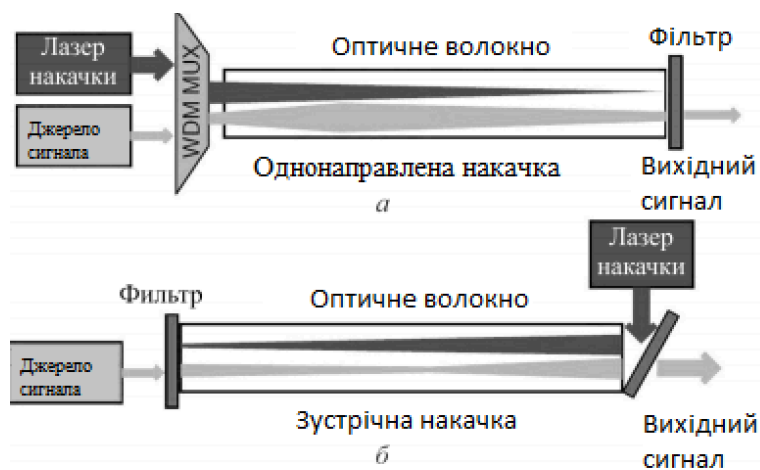


Рис. 3 – Оптичні конфігурації підсилувачів ВКС з однонаправленою (а) та зустрічними (б) накачуванням.

1.2. Принцип роботи ВКР-підсилювачів.

Якщо ми не беремо до уваги ефекти виснаження накачування, інтенсивність хвилі Стокса зазнає експоненціального зростання при ВКР вздовж осі z :

$$\frac{dI}{dz} = g_R I_p I_S, \quad (1.5)$$

або

$$I_s = I_{S_0} \exp(g_R I_p z), \quad (1.6)$$

де I_S - представляє інтенсивність стоксової хвилі, I_p - позначає інтенсивність накачування, а g_R - означає коефіцієнт підсилення для ВКР.

Рівняння (1.6) ілюструє, що для досягнення значної хвилі Стокса потрібен не тільки високий коефіцієнт підсилення, але й стійка та значна інтенсивність накачування на значній довжині.

Коефіцієнт підсилення g_R тісно пов'язаний з уявною частиною нелінійної сприйнятливості третього порядку середовища. У випадку кварцового скла властива йому нелінійність зазвичай скромна. При накачуванні у видимому спектрі кінцевий коефіцієнт підсилення зазвичай коливається в межах 10^{-11} см^{-1} .

Однак, незважаючи на відносно низьку притаманну кварцовому склу нелінійність, унікальні властивості волоконно-оптичних кабелів пропонують переконливу перевагу. Волоконно-оптичні кабелі демонструють хвилевідні характеристики, сприяючи ефективному

поширенню випромінювання. Крім того, ці кабелі мають надзвичайно низькі оптичні втрати, зазвичай коливаються від 0,2 до 1 дБ/км.

Саме ця комбінація властивостей дозволяє збільшити довжину перетворення, на якій відбувається перетворення, до порядку від $10^2 - 10^4$ метрів. Така збільшена довжина особливо важлива, оскільки вона підвищує загальну ефективність таких систем. Таким чином, волоконно-оптичні кабелі стають дуже привабливим варіантом для використання в якості активного середовища в завдяки їхній здатності підтримувати ефективне комбінаційне перетворення на значних відстанях.

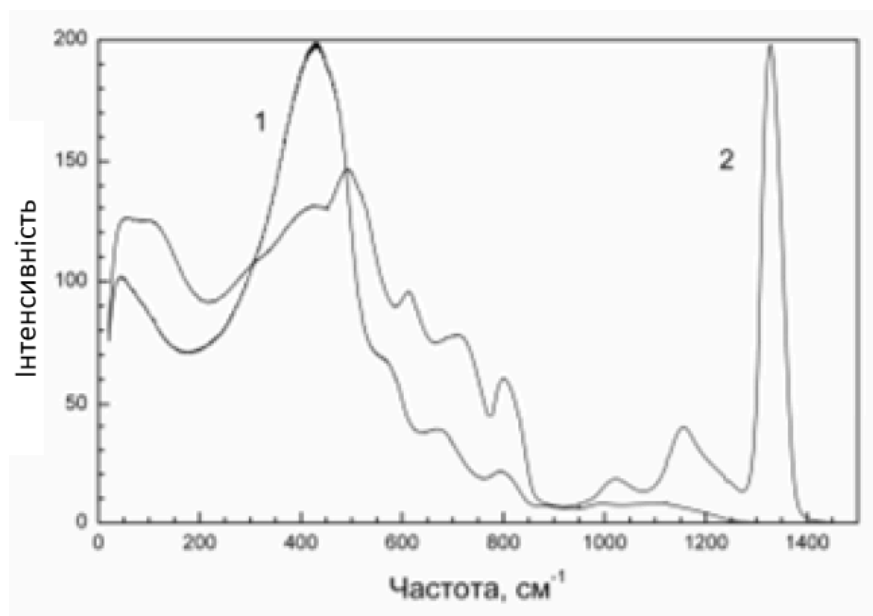


Рис. 4. Спектри КР волоконних світловодів з кварцовим сердечником, доповненим двоокисом германію (1) і оксидом фосфору (2) [6].

$g_R(\Omega)$, де $\Omega = \omega_p - \omega_s$, і представляє різницю частот між хвилями накачування та Стокса, тісно пов'язаний зі складом серцевини оптичного волокна у спектрі ВКР. Цей спектр демонструє значну відмінність у

максимумі підсилення залежно від присутності різноманітних домішок, що вводяться в серцевину волокна під час виготовлення.

Розглядаючи випадок з кварцовим склом та діоксидом германію — максимальне підсилення досягається приблизно при 450 см^{-1} . Цікаво, що ця частота максимуму підсилення залишається незмінною для обох композицій. Однак відмінність полягає в тому, що максимальний коефіцієнт підсилення для GeO_2 на порядок перевищує відповідний коефіцієнт для SiO_2 . У фосфорсілікатних волокнах можемо спостерігати виникнення додаткового піку в області 1330 см , що можна пояснити через коливання подвійного зв'язку атомів кисню та фосфору.

1.3. Особливості та взаємозв'язок між СКР та ВКР

Стоксів зсув у процесі КР передбачає створення фонона з кутовою частотою ω_v разом із фотоном з нижчою кутовою частотою. Навпаки, в антистоксовому зсуві фотон поглинає енергію і після розсіювання досягає вищої кутової частоти. Використовуючи квантовий підхід, ми отримуємо динамічне рівняння, що описує зміною кількості фотонів n_s із частотою ω_s у процесі непружного розсіювання світла (СКР + ВКР), у межах першого порядку теорії збурень:

$$\frac{dn_s}{dz} = A \left[n_s n_p - n_s n_v + (n_v + 1) n_p \right], \quad (1.7)$$

де n_p — позначає кількість фотонів накачування, n_v — позначає кількість фотонів молекулярної вібрації в серцевині волокна. Через швидку релаксацію молекулярних коливань можна вважати, що n_v підтримується в

умовах термодинамічної рівноваги. Отже, населеність n_v визначається розподілом Бозе-Ейнштейна:

$$n_v = \left[\exp\left(\frac{\hbar\omega_v}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad (1.8)$$

де $\hbar = h/2\pi$ – постійна Планка, k_B – постійна Больцмана, T – абсолютная температура. Коефіцієнт A у рівнянні (1.7) набуває вигляду:

$$A = \left| \frac{\partial \alpha}{\partial q} \right| \frac{\pi \hbar^2}{4V^2 N m \varepsilon_s \varepsilon_p v} \rho(\hbar\omega_f) \frac{\omega_p \omega_s}{\omega_v}, \quad (1.9)$$

де $\frac{\partial \alpha}{\partial q}$ – позначає диференціальну поляризованість молекули, визначену похідною від поляризованості α відносно коливальної координати. Крім того, q та m представляють приведену масу для коливань, N означає кількість осциляторів в об'ємі взаємодії V , ε_s і ε_p – позначають діелектричні проникності для хвилі Стокса та хвилі накачування відповідно, представлені в скалярному наближенні. $v = \frac{c}{\sqrt{\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_0}}}$

представляє фазову швидкість хвилі Стокса, c – швидкість світла у вакуумі, ε_0 – означає діелектричну проникність, а $\rho(\sim\omega_f)$ символізує густину кінцевих станів.

Для подальшого аналізу даних важливо висвітлити дві відмінності СКР та ВКР. По-перше, інтенсивність індукованого випромінювання не залежить від температури в СКР, де фактор $n_v + 1$ проявляє значну температурну залежність. По-друге, ВКР несе в собі порогові значення за яким, при малих $n_p \ll n_v$ і нехтуючи СКР, згідно з рівнянням (1.7),

$\frac{dn_s}{dz} < 0$ — стоксові фотони згасають під час поширення. Згасання стоксових хвиль припиняється при $n_p = n_v$, а ВКР стає помітним на тлі СКР стоксового шуму при $n_p > n_v$.

Якщо аналізувати (1.7), воно найкраще пояснює суттєві відмінності між СКР та частотним профілем ВКР у кварцових волокнах. Згідно з цим рівнянням, енергія n фотонів при частоті ω відповідає спектральній густині потужності, тобто кількість фотонів у монохроматичному випромінюванні в заданому частотному інтервалі. Це дає можливість встановити зв'язок між частотним профілем ВКР та перерізом СКР на основі динаміки фотонів (фотонів Стокса та накачки).

Підсилення ВКР не залежить від температури, що призводить до того, що частотний профіль $g_R(\omega_v)$ не змінюється, тобто отримуємо вигляд:

$$g_R(\omega_v) = \sigma_0(\omega_v) * \frac{\lambda_s^3}{c^2 h A_{eff}^{ps} n_p^2}, \quad (1.10)$$

де λ_s — довжина стоксової хвилі, c — швидкість світла, h — постійна Планка, і через слабку частотну залежність від показника заломлення n_p в частотній області стокового зсуву нею можна знехтувати. Залежний від температури поперечний переріз $\sigma_T(\omega_v)$ СКР при температурі T , за Кельвіном перерізу відноситься до нульового $\sigma_0(\omega_v)$ як:

$$\sigma_0(\omega_v) = \frac{\sigma_T(\omega_v)}{[n_B(\omega_v, T) + 1]}. \quad (1.11)$$

, фактор Бозе-Ейнштейна визначається як $n_B(\omega_v, T)$.

Ще одна різниця між вимушеним та спонтанним комбінаційним розсіюванням полягає у тому, що під час вимушеного процесу підсилюється когерентна стоксова хвиля, тоді як під час спонтанного комбінаційного розсіяння весь стоксів зсув, по суті, представляє собою некогерентний оптичний шум.

1.4. Порогові умови для ВКР підсилення у TiO_2 -легованому волокні.

Для визначення порогу підсилення ВКР можна розглянути простий випадок взаємодії між хвилею помпування та стоксовою хвилею. За зміною амплітуд хвиль у процесі їх поширення вздовж волокна у напрямку z , можна сформулювати систему двох зв'язаних рівнянь для інтенсивності як стоксової хвилі, так і хвилі помпування у квазінеперервному наближенні.

$$\frac{dP_s(z, \omega)}{dz} = g_R(\omega)P_p(z)P_s(z, \omega) - a_s P_s(z, \omega), \quad (1.12)$$

$$\frac{dP_p(z)}{dz} = -\frac{\omega_p}{\omega_s} g_R(\omega)P_p(z)P_s(z, \omega) - a_p P_p(z), \quad (1.13)$$

де a_s і a_p враховують втрати волокна на стоксовій частоті та частоті накачування відповідно; $g_R(\omega)$ — коефіцієнт підсилення ВКР, P_p — потужність накачування, а P_s — потужність стоксової хвилі.

Рівняння (1.12) – (1.13) впливають з рівнянь Максвелла, але важливо відзначити, що частота ω взаємодіючих хвиль входить до цих рівнянь як параметр. Ми застосовуємо такі наближення, щодо частотної залежності змінних та коефіцієнтів цих рівнянь. Порівняно зі смугою стоксового

випромінювання, ширина лінії накачки є нескінченно вузькою, що означає, що накачка залишається локалізованою на своїй частоті p , а $I_p(z, \omega) = I_p(z, \omega) \Big|_{\omega=\omega_p} = I_p(z, \omega)$ і не залежить в будь-якій точці z вздовж волокна від частоти. Фактично, система рівнянь (1.12) – (1.13) описує взаємодію стоксового випромінювання та монохроматичних хвиль накачки.

Коли обидві хвилі згасаються за допомогою коефіцієнтів поглинання $a_{s,p} = a_{s,p}(\omega)$, значення функції ступеня зв'язку хвиль можна знайти для будь-якої частоти ω в межах нерівномірного континууму стоксово зсунутих частот $g_R(\omega) = g_{Rmax} \varphi(\omega_v)$. Для одномодових волокон залежність $g_R(\omega)$ зазвичай представляє складний континуум. З іншого боку, залежність $a_{s,p}(\omega)$ зазвичай є досить слабкою. У подальшому ми припускаємо, що коефіцієнти поглинання a_s та a_p є постійними і не залежать від частоти в рівняннях (1.12) і (1.13).

Безпосереднім наслідком (1.12) є умова абсолютної прозорості волокна, що відповідає лазерному порогу процесу ВКР та отримали наступний кількісний вираз для цього порогу:

$$P_p^{th} = \frac{a_s}{g_R(\omega)}, \quad (1.14)$$

де $g_R(\omega)$ – визначає коефіцієнт підсилення за потужністю. Співвідношення (1.14) вивчає спектральну функцію повної прозорості волокна. Тобто, коли $P_p^{th} = P_p^{th}(\omega)$, матеріал серцевини волокна переходить від природного стану з ослабленням стоксової хвилі до стану, в якому стоксова хвиля збільшується за рахунок потужності накачки. У

більшості випадків величина P_p^{th} має своє мінімальне значення, якщо

$$g_R(\omega_{max}) = g_{Rmax}.$$

Це визначення порогу підсилення має свої переваги, оскільки, якщо ми маємо певне значення потужності накачки P_p у конкретній точці з волокна, отриманим через вимірювання або розрахунки, ми можемо прямо перевірити нерівність $P_p > (<) P_p^{th}$ за відомою константою α та функцією $g_R(\omega)$. Це дозволяє визначити не лише частоти, на яких умовах повної прозорості волокна задовільняється, але й діапазон підсилення, або, з іншого боку, діапазон генерації, який розташовується між ними. У розділі 4 наведено конкретні приклади моделювання.

Таким чином, використовуючи рівняння (1.14) та визначивши дані щодо профілю $g_R(\omega)$, дають змогу визначити залежність порогу підсилення від частоти у зоні стоксового зсуву для будь-якої довжини хвилі джерела помпування. Відповідно, у розділі 2 буде розглянуті методи визначення ВКР підсилення, профіль підсилення $g_R(\omega)$ окремого молекулярного коливання можна описати за допомогою простих функцій форми лінії - лорентцівського або гаусівського типу. Однак складний профіль підсилення у реальних волокнах часто вимагає спеціального моделювання для надання задовільної функції $g_R(\omega)$, тому у розділі 3 буде розглянуто як згідно з моделлю однієї моди, метод декомпозиції є переважаючим та у чому полягають переваги одномодового TiO_2 легovanого волокна.

Розділ 2. Метод спектральної декомпозиції для профілів підсилення TiO_2

2.1. Декомпозиція як метод спектрального розкладання.

Методика виокремлення профілю підсилення ВКР зі спектрів СКР базується на співвідношеннях (1.10) та (1.11) і включає в себе виокремлення складової спонтанних спектрів, що відповідає нульовому температурному спектру молекулярних коливань і не залежить від абсолютної температури волокна.

Отже, можливо виділити профіль підсилення від спектра СКР, розрахувавши поперечний переріз спонтанного КР при нульовій температурі. Поперечний переріз спонтанного КР при температурі T співвідноситься з нульовим перерізом за Кельвінами як :

$$\sigma_0(\omega_\nu) = \frac{\sigma_T(\omega_\nu)}{[n_B(\omega_\nu, T) + 1]} \quad (1.11)$$

Результати такої обробки спонтанних спектрів для TiO_2 -легованого одномодового волокна зображено на рисунку 5.

У процесі оцінки значень g_{Rmax} для волокна, легованого TiO_2 , обов'язковим є ретельне порівняння абсолютних інтенсивностей ключових спектральних компонентів в експериментальних спектрах СКР. Дані спектральні інтенсивності безпосередньо корелюють з відповідними профілями підсилення ВКР. Після ретельного аналізу зареєстроване значення g_{Rmax} становить $4,8 \text{ (Вт}\times\text{км)}^{-1}$, як задокументовано в [5], зокрема досягнуте при частоті стоксового зсуву 910 см^{-1} для легування TiO_2 .

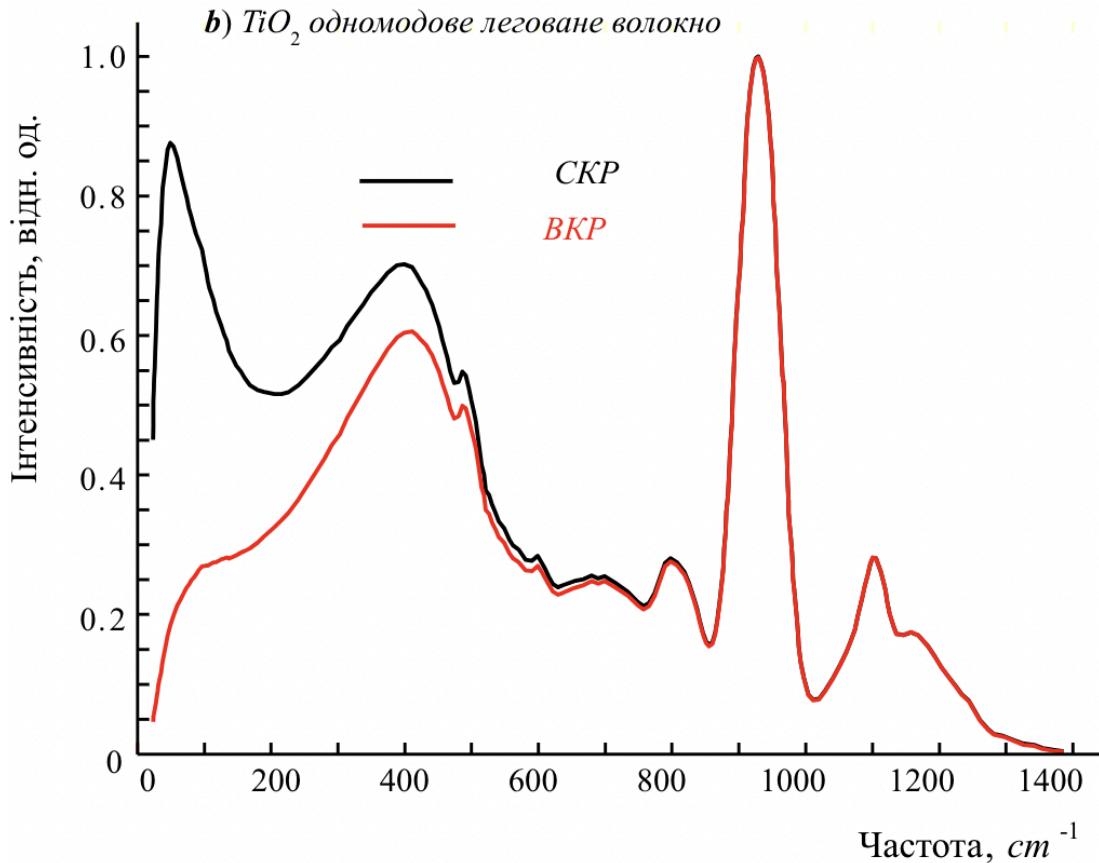


Рис. 5. Залежність між перерізом розсіювання в спектрах СКР і профілем ВКР, при $T=300K$

Заглиблюючись у спектральний профіль, його можна зручно сегментувати на дві окремі спектральні області в волокнах, легованих TiO_2 . Початкова область, що охоплює від 0 cm^{-1} до 700 cm^{-1} , переважно відображає піки підсилення ВКР, що головним чином походять від кварцового скла. Таким чином, профіль СКР проявляє себе як некогерентний шум стоксових волокон у спектрі кварцового волокна.

Навпаки, наступний спектральний діапазон, який простягається від 700 cm^{-1} до 1400 cm^{-1} , помітні піки, пов'язані з підсиленням ВКР, що виникає внаслідок спектру коливань домішок. Тут можна спостерігати, як внутрішньо частотна залежність фактора термальної заселеності

практично стає незалежною від одиниці, що призводить до того, що спектр СКР стає ідентичним профілю ВКР.

При введенні TiO_2 спостерігається помітне порушення фононного спектру в області нижчих частот. Це порушення значно підсилює абсолютну інтенсивність молекулярних коливань порівняно з базовим складом SiO_2 . Це підкреслює складну взаємодію між збуреннями, спричиненими домішками, та коливною динамікою матеріалу серцевини волокна. З іншого боку, ця особливість процесів комбінаційного розсіяння і стала основою методу визначення профілю підсилення ВКР за спектрами СКР.

2.2. Гаусова декомпозиція профілів СКР та ВКР для одномодового TiO_2 -легованого волокна.

Базуючись на динаміці молекулярних наноконкомплексів аморфної серцевини волокон, ми визначили, що формування профілів підсилення відбувається через рух гармонічних осциляторів під впливом сильної хвилі помпування. У своїй моделі ми спростили врахування у виразі (1.10), ігноруючи вплив частотної залежності ефективної площі та показника заломлення, а також відношення коефіцієнта підсилення до довжини стоксової хвилі.

Сама фізична модель залежить від аморфності матеріалу серцевини волокон, де кожен осцилятор має випадкову орієнтацію, що викликає стохастичні збурення у його частоті. Це призводить до утворення гаусового профілю, що складається з багатьох вузьких спектральних максимумів з нормальним розподілом частот.

Тобто аналіз спектрів комбінаційного підсилення (g_R) передбачає розкладання складного спектрального контуру на окремі профілі Гаусса. Кожен профіль характеризується його центральною частотою ω_v і ω_i , що представляє ширину Гауса.

$$g_R(\omega) = \sum_{i=1}^{N_m} A_i * \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_{v,i})^2}{\Gamma_i^2}\right], \quad (2.1)$$

Тут N_m позначає кількість мод, що використовуються для декомпозиції, $\omega_{v,i}$ представляє центральну частоту i -го профілю Гаусса, а $\omega_i = \frac{FWHM_i}{2\sqrt{\ln 2}} \approx 0,6 FWHM_i$ є стандартним відхиленням, пов'язаним із шириною Гауса.

Як альтернатива, у випадках однорідного розширення коливальних частот використовується лінії Лоренца. Ця форма забезпечує відповідне наближення для представлення профілю комбінаційного підсилення, де кожен профіль Лоренца характеризується своєю амплітудою A_i , центральною частотою $\omega_{v,i}$ і повною шириною на половині максимуму (γ_i).

$$g_R(\omega) = \sum_{i=1}^{N_m} A_i * \frac{(\gamma_i/2)^2}{(\omega - \omega_{v,i})^2 + (\gamma_i/2)^2} \quad (2.2)$$

Крім того, у випадках однорідного розширення доцільно використовувати набір нормалізованих функцій фононного осцилятора, що призводить до представлення $g_R(\omega)$ як:

У ситуаціях, коли відбувається однорідне розширення, перевага віддається набору нормалізованих функцій фононного осцилятора. Цей підхід дозволяє представити у вигляді:

$$g_R(\omega) = \sum_{i=1}^{N_m} \frac{A_i}{\omega_{v,i}} * \frac{\omega_{v,i} \gamma_i^2 \omega}{(\omega^2 - \omega_{v,i}^2)^2 + (\omega \gamma_i)^2}, \quad (2.3)$$

де A_i означає амплітуду нормалізованого профілю Лоренца, $\omega_{v,i}$ позначає частоту в центрі лінії, а γ_i представляє повну ширину на половині максимуму.

Профіль підсилення ВКР зазнає декомпозиції на кількох спектральних складових гаусової природи:

$$g_R(\omega) = g_{Rmax} \sum_{i=1}^{N_m} A_i * \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_{v,i})^2}{\Gamma_i^2}\right] = g_{Rmax} * \varphi(\omega) \quad (2.4)$$

Тут $\varphi(\omega)$ представляє аналітичну функцію частоти ω , яка становить нормалізований профіль підсилення ВКР g_{Rmax} – позначає максимальне значення коефіцієнта підсилення ВКР, N_m – означає кількість компонентів, A_i та $\omega_{v,i}$ представляють амплітуду і центральну частотам i -го компонента Гауса відповідно. Повна ширина на половині максимуму для i -го гаусового профілю $\Gamma_i = \Delta\omega_i / 2 \sqrt{\ln 2} \approx 0,6 \Delta\omega_i$.

Основною метою цього розкладання є досягнення оптимального узгодження між формами функції $\varphi(\omega)$ та експериментальним профілем ВКР. Практично це завдання виконується шляхом визначення

оптимального набору $3 \times N_m$ параметрів формули (2.4) за допомогою комп'ютерної процедури нелінійної апроксимації, як правило, із застосуванням методу Левенберга-Марквардта.

Цей метод працює шляхом пошуку мінімуму суми найменших квадратів за допомогою алгоритму найкрутішого спуску, щоб мінімізувати відхилення експериментальних точок від функції $\varphi(\omega)$, як визначено вищезгаданою формулою. У практичних застосуваннях декомпозиції метою є розробка, де це можливо, найпростішої функції $g_R(\omega)$, яка точно представляє профілі підсилення СКР та ВКР.

Щоб заглибитись у профілі як СКР, так ВКР, буде проведено процес нелінійної апроксимації для обох профілів, що полегшить порівняльний аналіз результатів. Завдяки цьому ми прагнемо продемонструвати основні тонкощі апроксимації даних профілів, передусім було проведено гаусову апроксимацію профілю СКР.

Числові значення результуючих параметрів стоксового зсув від 20 см^{-1} (0,6 ТГц) до 1400 см^{-1} (42 ТГц) із СКР розкладу $\varphi(\omega)$ з використанням 12 мод наведено в таблиці 1.

Таблиця 1. Найкращі параметри з використанням 12 гаусіан для спектру спонтанного КР профілю $\varphi(\omega)$ у TiO_2 волокні за допомогою методу декомпозиції.

$$[g_{Rmax} = 4,8 \text{ (Вткм)}^{-1}].$$

| № моди | A_i | $\omega_{vi}, \text{CM}^{-1}$ | ω_{vi}, THz | Γ_i, CM^{-1} | Γ_i, THz |
|--------|-------|-------------------------------|---------------------------|----------------------------|------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| G1 | 0,35 | 44,7 | 1,3 | 21,9 | 0,7 |
| G2 | 0,39 | 81,3 | 2,4 | 55,9 | 1,7 |
| G3 | 0,57 | 302,5 | 9,1 | 307,4 | 9,2 |
| G4 | 0,20 | 414,5 | 12,4 | 80,3 | 2,4 |
| G5 | 0,07 | 496,3 | 14,9 | 16,3 | 0,5 |
| G6 | 0,03 | 599,6 | 18,0 | 12,8 | 0,4 |
| G7 | 0,15 | 722,7 | 21,7 | 98,8 | 3,0 |
| G8 | 0,18 | 813,0 | 24,4 | 37,3 | 1,1 |
| G9 | 1,01 | 929,2 | 27,9 | 44,1 | 1,3 |
| G10 | 0,14 | 1096,5 | 32,9 | 32,2 | 1,0 |
| G11 | 0,16 | 1143,8 | 34,3 | 112,5 | 3,4 |
| G12 | 0,02 | 1174,5 | 35,2 | 20,4 | 0,6 |

Form factor:

$$\varphi_s(\omega) = 0,35e^{-2,3(\omega-1,3)^2} + 0,39e^{-0,4(\omega-2,4)^2} + 0,57e^{-0,01(\omega-9,1)^2} + 0,2e^{-0,2(\omega-12,4)^2} + 0,07e^{-0,6(\omega-27,9)^2} + 0,14e^{-1,1(\omega-32,9)^2} + 0,16e^{-0,1(\omega-34,3)^2} + 0,02e^{-2,7(\omega-35,2)^2},$$
де ω вимірюється в THz;

Процедура мультимодової гаусової декомпозиції завершилася, коли було досягнуто мінімального відхилення форм-фактору $\varphi(\omega)$ від експериментальних спектрів $\varphi_{exp}(\omega)$ на дискретних точках ω_j вимірних спектральних профілів. Значення помилки при встановленні було визначено як відносний залишок моделі (у відсотках).

$$\varepsilon = \frac{\|\varphi(\omega) - \varphi_{exp}(\omega)\|^2}{\|\varphi(\omega)\|^2}, \quad (2.5)$$

де відповідні векторні норми є явними та K – загальна кількість точок дискретизації ω_j

$$\|\varphi(\omega) - \varphi_{exp}(\omega)\|^2 = \sum_{j=1}^K [\varphi(\omega_j) - \varphi_{exp}(\omega_j)]^2 \quad (2.6)$$

$$\|\varphi(\omega)\|^2 = \sum_{j=1}^K \varphi^2(\omega_j), \quad j \in [1, K]$$

, де K – загальна кількість точок дискретизації.

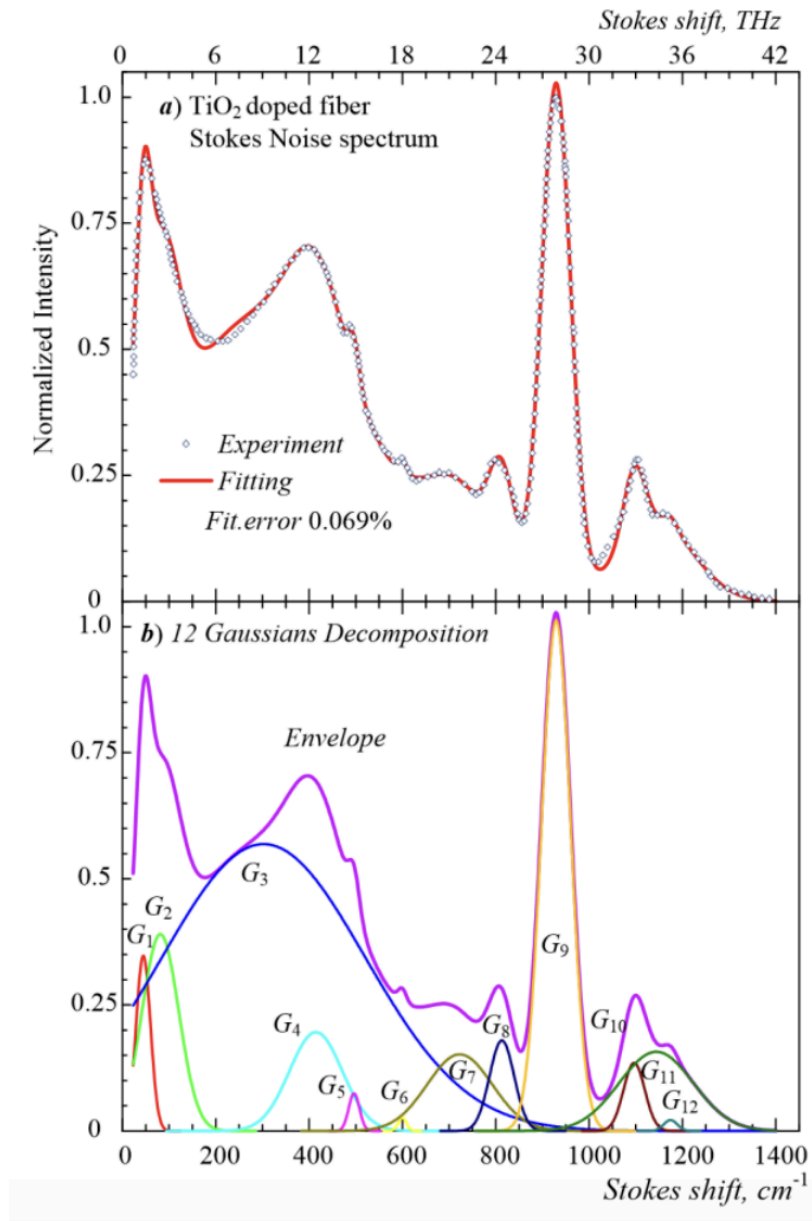


Рис. 6 Коливна динаміка при формуванні профілів ВКР підсилення у TiO₂ легованому волокні в області від 0 до 1400 см⁻¹:

- а) багатомодова апроксимація (суцільна лінія) експериментального профілю (точки); б) 12 модова декомпозиція профілів ВКР підсилення

Графік на рис. 6(б) для декомпозиції профілю СКР демонструє різке зростання на частоті $G9 \rightarrow 929 \text{ см}^{-1}$ в домішковий області. А також тим часом, ілюструє наявність усіх 12 гаусових коливальних мод у профіль СКР підсилення у TiO_2 легovanому волокні.

Числові значення результируючих параметрів стоксового зсув від 20 см^{-1} ($0,6 \text{ ТГц}$) до 1400 см^{-1} (42 ТГц) із ВКР розкладу $\varphi(\omega)$ з використанням 12 мод наведено в таблиці 2.

Таблиця 2. Найкращі параметри з використанням 12 гаусіан для спектру вимушеного КР профілю $\varphi(\omega)$ у TiO_2 волокні за допомогою методу декомпозиції.

$$[g_{Rmax} = 4,8 (\text{ВТКМ})^{-1}].$$

| № моди | A_i | $\omega_{vi}, \text{ см}^{-1}$ | $\omega_{vi}, \text{ THz}$ | $\Gamma_i, \text{ см}^{-1}$ | $\Gamma_i, \text{ THz}$ |
|--------|-------|--------------------------------|----------------------------|-----------------------------|-------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| G1 | 0,12 | 69,3 | 2,1 | 38,0 | 1,1 |
| G2 | 0,15 | 133,7 | 4,0 | 73,6 | 2,2 |
| G3 | 0,54 | 380,7 | 11,4 | 206,8 | 6,2 |
| G4 | 0,08 | 422,1 | 12,7 | 56,3 | 1,7 |
| G5 | 0,07 | 495,8 | 14,9 | 16,5 | 0,5 |
| G6 | 0,03 | 599,5 | 19,0 | 13,7 | 0,4 |
| G7 | 0,20 | 717,7 | 21,5 | 113,1 | 3,4 |
| G8 | 0,17 | 813,2 | 24,4 | 37,1 | 1,1 |
| G9 | 1,02 | 929,3 | 27,9 | 44,1 | 1,3 |
| G10 | 0,13 | 1096,7 | 32,9 | 31,0 | 0,9 |
| G11 | 0,16 | 1141,9 | 34,3 | 112,7 | 3,4 |
| G12 | 0,02 | 1174,6 | 35,2 | 19,8 | 0,6 |

Form factor:

$$\varphi_R(\omega) = 0,12e^{-0,8(\omega-2,1)^2} + 0,15e^{-0,2(\omega-4,0)^2} + 0,54e^{-0,03(\omega-11,4)^2} + 0,08e^{-0,4(\omega-12,7)^2} + 0,07e^{-4,1(\omega-14,9)^2} + 1,0e^{-0,6(\omega-27,9)^2} + 0,13e^{-1,2(\omega-32,9)^2} + 0,16e^{-0,1(\omega-34,3)^2} + 0,02e^{-2,8(\omega-35,2)^2}$$
, де ω вимірюється в THz ;

На рисунку 7 відповідно спостерігаємо профіль ВКР підсилення у TiO_2 легованому волокні із 12 гаусовими компонентами.

Оптимальний набір параметрів, що включає $N_m = 12$ коливних мод, визначено для волокна TiO_2 у діапазоні спектрального підсилення від 62 до 1118 см^{-1} . Таким чином, було досягнуто аналітичної апроксимації профілю підсилення ВКС в діапазоні робочих частот до 20 ТГц.

Відносно мале загасання, схоже на аморфні матеріали, свідчить про високу прозорість легованого TiO_2 скла для поширення фононів на частотах оптичної гілки $\omega_v = 910 \text{ см}^{-1}$ $\omega_v = 27.4 \text{ ТГц}$. Крім того, з шириною смуги підсилення вимушеного КР, що перевищує 2 ТГц, матеріал демонструє потенціал для багатьох застосувань.

Наявність домішок суттєво змінює фононний спектр скляної матриці, зокрема утворюючи стійкі коливальні моди $G3$, $G6$ та $G12$. Отже, коефіцієнт підсилення ВКР перевищує коефіцієнт підсилення чистого SiO_2 у діапазоні стоксового зсуву від 100 см^{-1} до 600 см^{-1} , що відповідно знаходиться у (3–18 ТГц).

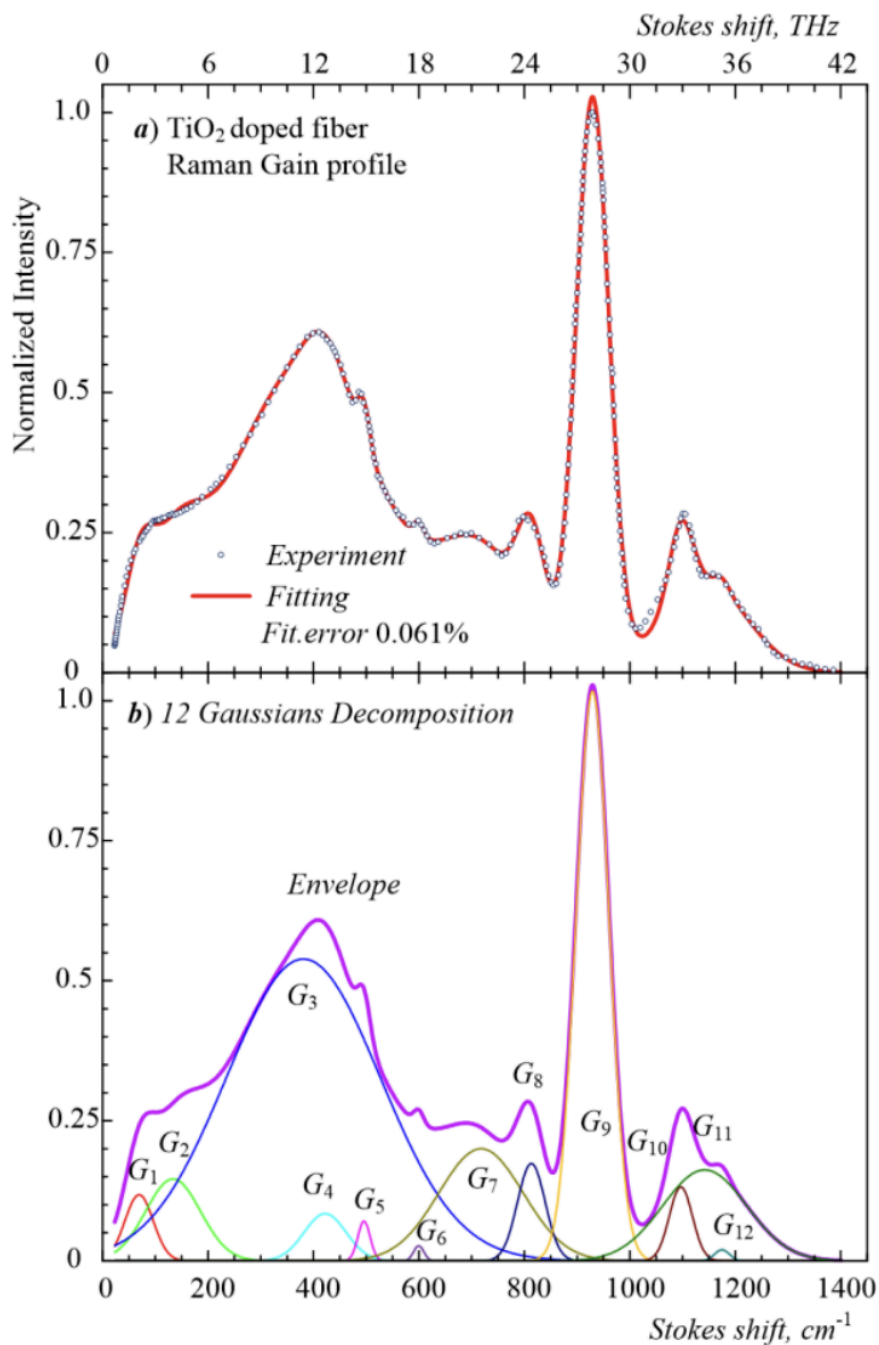


Рис. 7 Результати підгонки профілів вимушеного КР у TiO₂-легованому волокні, з використанням 12-модового розкладу Гауса в області від 0 до 1400 см⁻¹

Функції форм-фактора, отримані з оптимального набору параметрів, були надані та використані для подальшого аналізу. Примітно, що похибки

підгонки для СКР та профілю підсилення комбінаційного розсіювання виявилися дуже низькими – 0,069% і 0,061% відповідно.

Результати підгонки, зображені на малюнках 6(а), 6(б), 7(а) та 7(б), продемонстрували чудове наближення, досягнуте як для спектра шуму Стокса, так і для профілю підсилення комбінаційного розсіювання з використанням похідних функцій форм-фактора.

Крім того, абсолютний профіль підсилення комбінаційного розсіювання для волокна, легованого TiO_2 , представлений в одиницях $\text{Вт}\times\text{км}^{-1}$, був підкреслений для його потенційної користі в різних застосуваннях. По суті, цей підхід ефективно вирішує головне завдання, а саме отримання простої математичної функції апроксимації у вигляді лінійної комбінації, що є значною перевагою використання методу декомпозиції. Варто зазначити, що апроксимація СКР і апроксимація профілю ВКР дали різні результати, хоча в обох випадках проблему вирішували за допомогою 12 коливальних мод. Розгляд переваг та порівняння з іншими методами відбудеться у наступному розділі.

Розділ 3. Аналіз переваг TiO_2 в контексті стоксового зсуву: Порівняння методик та їх аналіз

3.1 Подвійний стоксів зсув та переваги використання TiO_2 .

Каскадна лазерна генерація є значним прогресом у лазерній технології, що дозволяє генерувати когерентне світло в більш широкому спектрі. Однак із збільшенням кількості перетворювачів у каскадних системах спостерігається помітне зменшення частоти спектру випромінюваного світла. Це зменшення походить від явища подвійних стоксових зсувів, що відбуваються між фотонами після кожного стоксового перетворення. У цьому розділі ми досліджуємо, як використання діоксиду титану (TiO_2) вирішує цю проблему, що призводить до підвищення ефективності каскадних лазерних систем.

Щоб зрозуміти перевагу максимуму на діапазоні 910 cm^{-1} у TiO_2 легovanому волокні перед SiO_2 з максимумом на частоті 440 cm^{-1} варто повернутись до поняття явища подвійного стоксового зсуву, що відіграє вирішальну роль у генерації каскадних лазерів і ґрунтується на фундаментальних принципах взаємодії фотонів і збереження енергії. Щоб зрозуміти це явище, давайте заглибимося в основну теорію.

На кожному етапі перетворення, принципи збереження енергії диктують, що енергія, втрачена під час взаємодії, повинна бути врахована у випромінюваних фотонах. Тому, коли фотони просуваються через каскадну систему, їх енергія зменшується відповідно до накопичених втрат, що призводить до зміщення частоти вниз.

Введення TiO_2 у каскадні лазерні системи є рішенням для покращення подвійного Стоксового зсуву. Використовуючи унікальні властивості TiO_2 , зокрема його характерний пік на частоті $G9 \rightarrow 910 \text{ см}^{-1}$, можна уникнути згубного впливу подвійного Стоксова зсуву. Це досягається шляхом узгодження процесу перетворення з піковою частотою TiO_2 , ефективного зменшення загальних втрат енергії та збереження частоти випромінюваних фотонів.

Як відомо, головний асиметричний максимум у чистому SiO_2 (рис. 8) [2] формується на частоті 440 см^{-1} внаслідок ВКР підсилення. В свою чергу у TiO_2 легovanому склі (рис.6) найбільший максимум відповідає $G9 \rightarrow 910 \text{ см}^{-1}$ та має повну ширину смуги ВКР підсилення, що перевищує 2 ТГц.

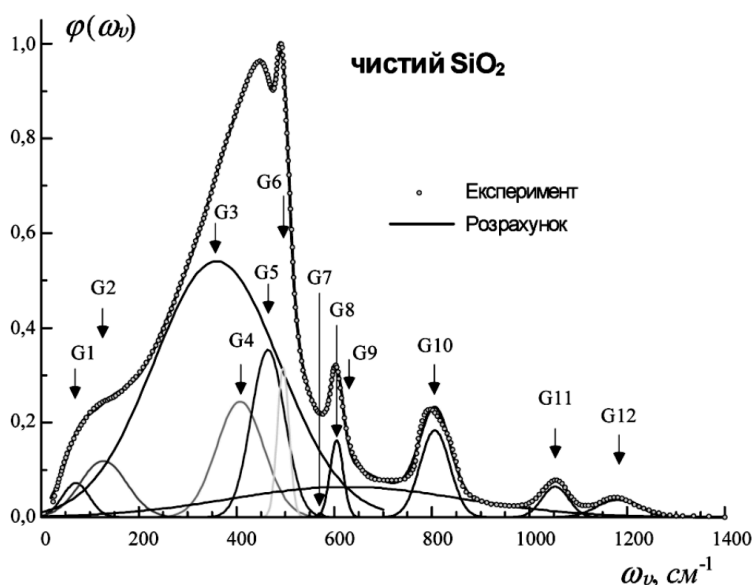


Рис. 8 Декомпозиція профілю ВКР підсилення волокна із чистого кварцу в області стоксового зсуву $0\text{--}1400 \text{ см}^{-1}$ ($0\text{--}42 \text{ ТГц}$)

Порівнюючи максимуми у чистому SiO_2 та TiO_2 легovanому волокні, ми отримуємо різницю між максимуму виражену у 2 рази. Маючи звичайний максимум на частоті 440 см^{-1} , можемо зробити висновок, що

зсув особливо виражений у вигляді подвійного стоксова зсуву на даній частоті, що призводить до зменшення частоти випромінюваних фотонів. Використовуючи TiO_2 як перетворювальний матеріал, ми фактично подвоюємо діапазон частот, пов'язаний із подвійним Стоксовим зсувом. Зокрема, TiO_2 має максимум на частоті 910 см^{-1} , що відповідає G9. Ця характеристика дозволяє нам обійти згубний вплив подвійного Стоксова зсуву, таким чином мінімізуючи зниження частоти, пов'язане з послідовними перетвореннями.

Перевага використання TiO_2 стає очевидною при розгляді його впливу на ефективність і вимоги до перетворювача в каскадних лазерних системах. Традиційно такі матеріали, як діоксид кремнію (SiO_2), вимагають більшої кількості конвертерів для досягнення бажаного рівня ефективності. Наприклад, з SiO_2 і 4 переходами нелінійних перетворювачів ефективність зазвичай досягає максимуму приблизно на рівні 60%. Однак, використовуючи TiO_2 в системі, ефективність значно підвищується, досягаючи 90%.

Переважні властивості TiO_2 відкривають шлях для подальших досліджень каскадної лазерної генерації. Однією з областей інтересу є розкладання в діапазоні $870\text{-}1010 \text{ см}^{-1}$, зосереджуючись на G9. Використовуючи можливості TiO_2 для пом'якшення подвійного стоксового зсуву та зменшення кількості необхідних конвертерів, ми можемо глибше заглибитися в тонкощі G9 та його наслідки для каскадних лазерних систем.

3.2 Гаусова декомпозиція для окремої коливної моди у волокні TiO_2 .

У даному підрозділі буде розглянуто наближення профіля у підсилення практично важливому випадку окремої коливної моди 929 см^{-1}

у TiO_2 -легованому волокні, що відповідає G_9 , аби порівняти, який метод буде переважаючим, враховуючи основну задачу та перевагу роботи, а саме отримання найпростішої аналітичної форми для нашої методики.

Таким чином, як було обговорено вище у (2.4) проведемо процес декомпозиції для вибраного діапазону для G_9 , що відповідає в області від 870 cm^{-1} to 1010 cm^{-1} за допомогою спектральних складових гаусової природи

У таблиці 3 подано числові дані параметрів, які були отримані в результаті гаусової декомпозиції профілю $\varphi(\omega)$ на Стоксовому зсуві від 870 cm^{-1} до 1010 cm^{-1} використовуючи одну коливну моду.

Таблиця 3. Результати декомпозиції профілю підсилення $\varphi(\omega)$ для окремої коливної моди у TiO_2 волокні

$$[g_{Rmax} = 4,8 (\text{ВТКМ})^{-1}].$$

| № моди | A_i | $\omega_{vi}, \text{cm}^{-1}$ | ω_{vi}, THz | Γ_i, cm^{-1} | Γ_i, THz |
|-------------------------------|-------|-------------------------------|---------------------------|----------------------------|------------------------|
| 9 | 1 | 929 | 27,9 | 45,8 | 1,37 |
| Fit.error $\varepsilon=0.2\%$ | | | | | |

Результат декомпозиції профілю ВКР підсилення в TiO_2 легованому кварцовому волокні в області від 870 cm^{-1} to 1010 cm^{-1} наведені на рис. 9. Числові значення параметрів апроксимації, тобто набір A_i , ω_{vi} та Γ_i представлені окремо для профілю ВКР у таблиці 1. В нашій роботі використаний прикладний аспект декомпозиції ВКР профілів. За мету була

вибрана побудова, по можливості, найпростішої функції g_{Rmax} , яка б відповідала експериментальному профілю ВКР підсилення з максимальною точністю.

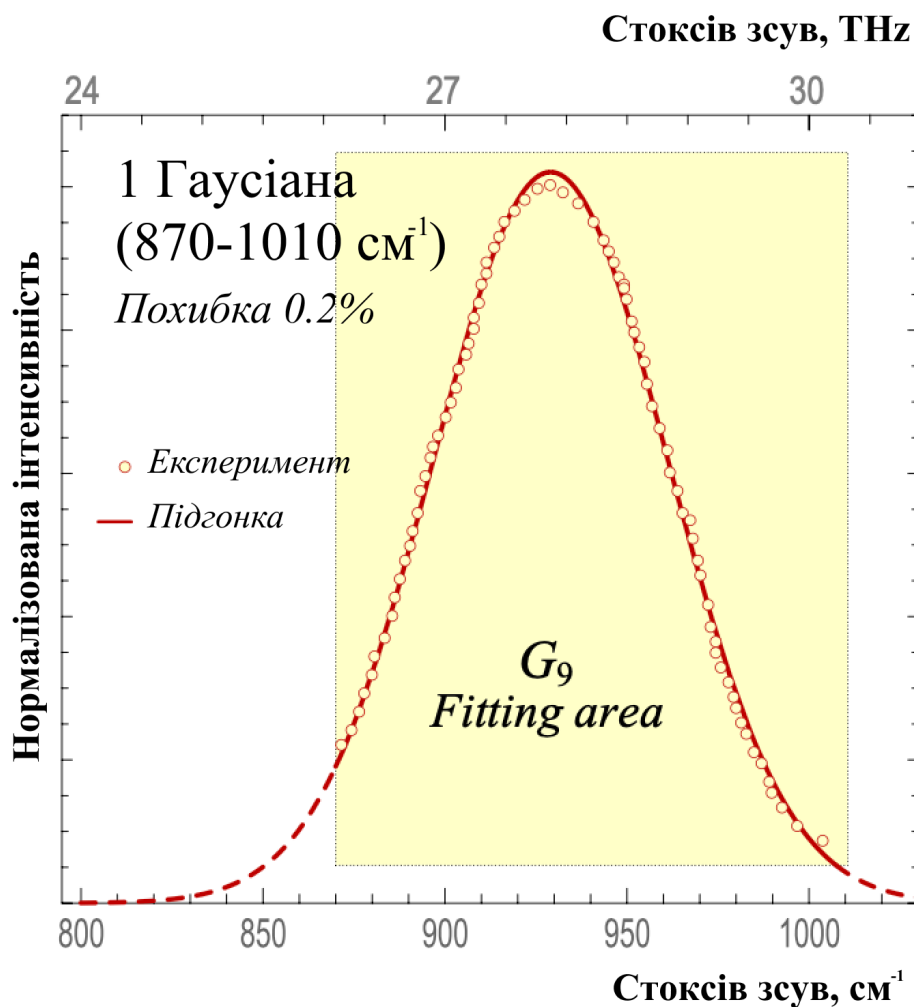


Рис. 9. Результати підгонки профілів вимушеного КР у TiO_2 легованому волокні з використанням одномодового розкладу за Гаусом в області від 870 cm^{-1} to 1010 cm^{-1} .

Так як ми обмежили діапазон, декомпозиція була успішно виконана за допомогою однієї коливної моди. Відхилення розрахункової кривої від

експериментального профілю підсилення з використанням однієї гаусіанової компоненти виявилось незначним 0.24% і становить менше 1%

Дослідження дозволило нам отримати результат може бути записаним у такому вигляді:

$$g_{R\max} = 4.8(\text{ВТ}\cdot\text{КМ})^{-1} \times \begin{cases} \exp[-4.8 \cdot 10^{-4}(\omega - 929)^2], & \text{де } 870 \text{ см}^{-1} < \omega < 1010 \text{ см}^{-1} \\ \exp[-0.53(\omega - 27.9)^2], & \text{де } 26.1 \text{ ТГц} < \omega < 30.3 \text{ ТГц} \end{cases}$$

Важливою перевагою методу декомпозиції є отримання найпростішої форми виразу форм-фактору з найменшою кількістю гаусових компонент, а саме за допомогою однієї коливної моди. Дане дослідження дозволило нам досягти найоптимальнішого результату, що виявляється в особливості запису отриманого виразу. Для того щоб переконатись у цьому, у наступному підрозділі розглянемо метод раціональної апроксимації, для проведення детальнішого аналізу.

3.2 Порівняння гаусової декомпозиція та раціональної апроксимації для окремої коливної моди у волокні TiO_2 .

Експериментальні форм-фактори Рамана $\varphi(\omega)$ вимірюються та аналізуються як розподіл інтенсивності комбінаційного розсіяного світла у функції частоти ω . Це дозволяє отримати важливу інформацію про фізичні процеси, які відбуваються, і сприяє удосконаленню оптичних систем.

Проте прямий переклад експериментальних форм-факторів $\varphi(\omega)$ є складним через їх складну природу. Тому для отримання значущої інформації можливо використовувати інший математичний методи, окрім як декомпозиція, такий як раціональна апроксимація.

Цей метод може бути застосований до форм-фактора $\varphi(\omega)$ профілю посилення комбінаційного розсіювання. Починаючи з підгонки експериментальних форм-факторів Рамана $\varphi(\omega)$ з раціональними функціями, буде отримано аналітичне вираження у вигляді:

$$\varphi(\omega_v) = \frac{P(\omega)}{Q(\omega)} = \frac{\sum_{m=0}^P \alpha_m \omega_v^m}{\sum_{m=0}^Q b_m \omega_v^m}, \quad (3.1)$$

, де $P(\omega)$ і $Q(\omega)$ — поліноміальні функції, що представляють чисельник і знаменник відповідно. Коефіцієнти визначаються через процес раціональної апроксимації чисельника $\{a_m\}$ і знаменника $\{a_b\}$.

$$\varphi(\omega_v) = \alpha_0 + \sum_{m=1}^M \frac{\alpha_m}{\omega - p_m}, \quad (3.2)$$

Оскільки експериментальні спектри $\varphi(\omega)$ представлені як реальні значення, то отримані в результаті раціональної апроксимації цих спектрів, повинні виглядати як комплексно-спряжені пари параметрів (5):

$$\varphi(\omega_v) = \alpha_0 + \sum_{m=1}^M \left(\frac{\alpha_m}{\omega - p_m} + \frac{\alpha_m^*}{\omega - p_m^*} \right). \quad (3.3)$$

Таким чином, розглянуті результати для РА були комплексними значеннями полюсів $p_m = \omega_m + j\delta_m$ та комплексними значеннями відповідних амплітудних коефіцієнтів α_m . Тоді,

$$\varphi(\omega_\nu) = \alpha_0 + 2 \sum_{m=1}^M \frac{(\omega - \omega_m) \operatorname{Re} \alpha_m - \delta_m \operatorname{Im} \alpha_m}{(\omega - \omega_m)^2 + \delta_m^2}, \quad (3.4)$$

Якщо серед M оцінок полюсів деякі з них не мають уявної частини (вони суто дійсні), то профіль полюсної апроксимації слід представити у вигляді:

$$\varphi(\omega_\nu) = \alpha_0 + 2 \sum_{m=1}^{M_0} \frac{\alpha_m}{\omega - \omega_m} + 2 \sum_{m=1}^{M-M_0} \frac{(\omega - \omega_m) \operatorname{Re} \alpha_m - \delta_m \operatorname{Im} \alpha_m}{(\omega - \omega_m)^2 + \delta_m^2}, \quad (3.5)$$

де M_0 – кількість таких лише дійсних полюсів.

У такому випадку, результати СКР отримані за допомогою методу раціональної апроксимації набувають вигляду як на рис. 11 для TiO_2 легovanого волокна. Також можемо розгледіти складну взаємодію між комплексними амплітудами та основними оптичними явищами, з кількісними помилками підгонки з надзвичайною точністю. На Рис. 12 зображено проведення раціональної апроксимації для ВКР профіля у волокні TiO_2 .

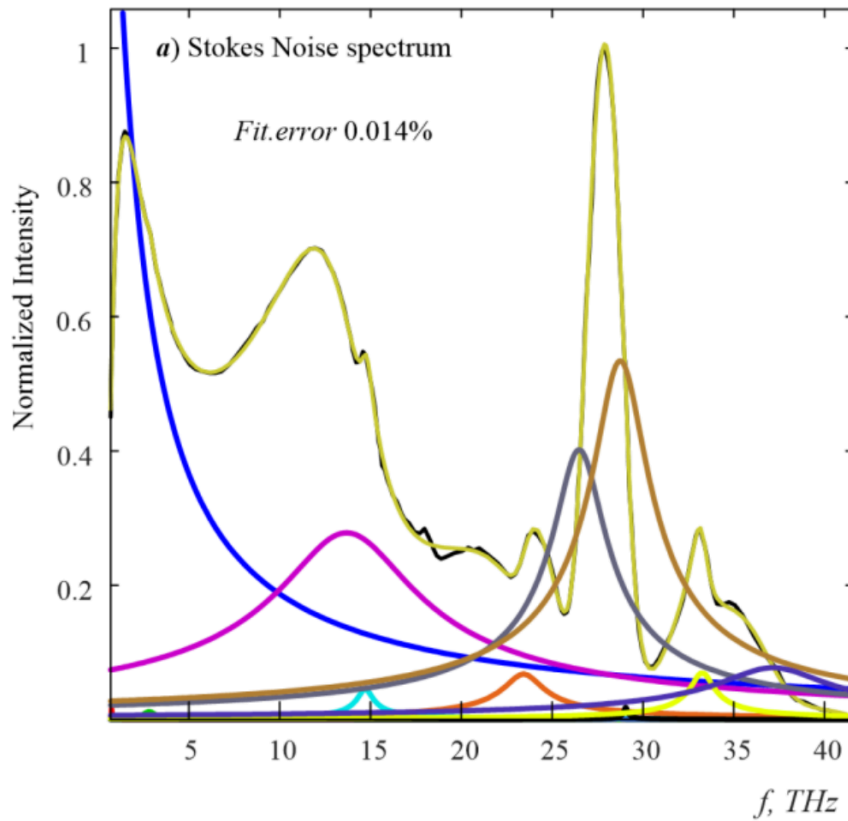


Рисунок 11. Результат раціональної апроксимації спонтанного КР профілю TiO_2 легованому волокні в області від 0 до 1400 cm^{-1} [14]

Підсумовуючи, метод раціонального наближення пропонує помітні переваги, маючи похибки підгонки лише 0,014% і 0,01%, як розраховано за формулою 2.6. Зокрема, в діапазоні від від 0 до 1400 cm^{-1} цей підхід дає трохи кращі результати підгонки порівняно з методом декомпозиції, де спостерігаються помилки 0,069% і 0,061% для спонтанної та вимушеної CR відповідно.

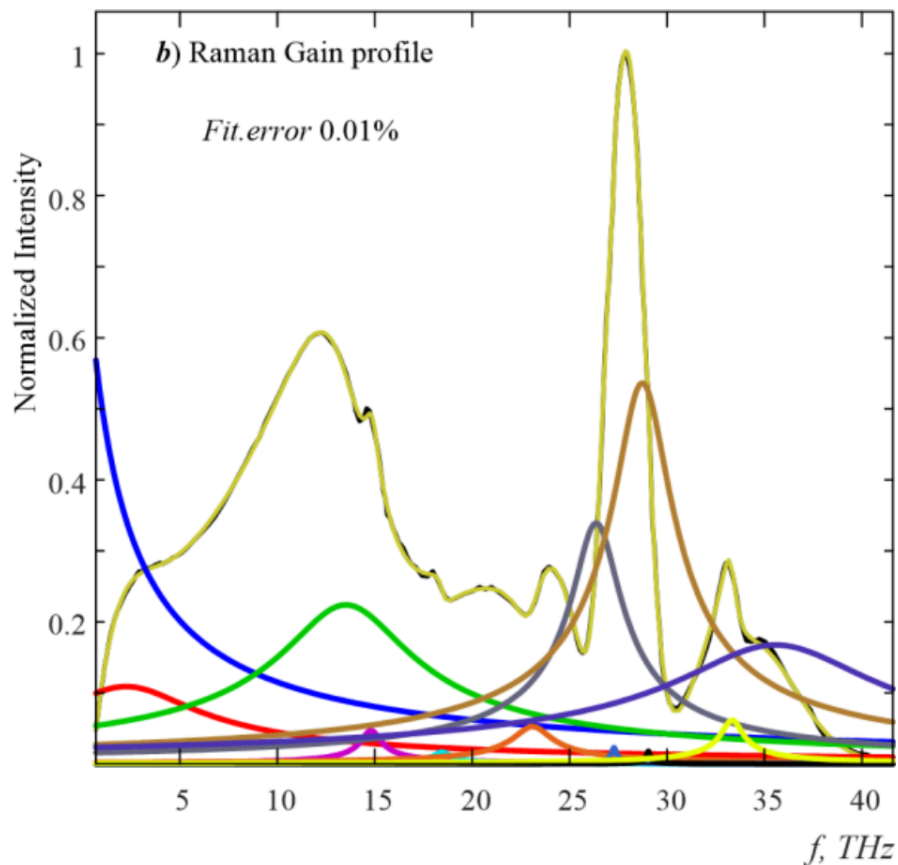


Рисунок 12. Результат раціональної апроксимації вимушеного КР профілю TiO_2 легованому волокні в області від 0 до 1400 cm^{-1} [3]

Головна відмінність між методами проявляється саме при зменшенні діапазону, як відомо з [3], метод раціональної апроксимації, заснований на інтерполяції безперервних дробів.

Як пояснюється в посиланні [3], спроба охарактеризувати профіль примусового перетворення в таких волокнах за допомогою використання однополусного розкладання для раціональної апроксимації дає гірші результати в порівнянні з методом декомпозиції. Це твердження підкреслює складність, притаманну точному моделюванню поведінки TiO_2 легованих волокон, під впливом зовнішніх збурень.

Ілюструючи цю проблему, малюнок 10(а) наочно демонструє про недостатність використання одного полюса для апроксимації, про що свідчить раціональна похибка 2%. Ця похибка є значною в програмах, де точність має першочергове значення.

Вирішити цю проблему можна шляхом збільшення кількості полюсів, що використовуються в апроксимації для досягнення апроксимації на відповідному рівні. Примітно, що для досягнення наближення з коефіцієнтом похибки 0,0003%, стає обов'язковим використання трьох полюсів, як показано на рис.10(б).

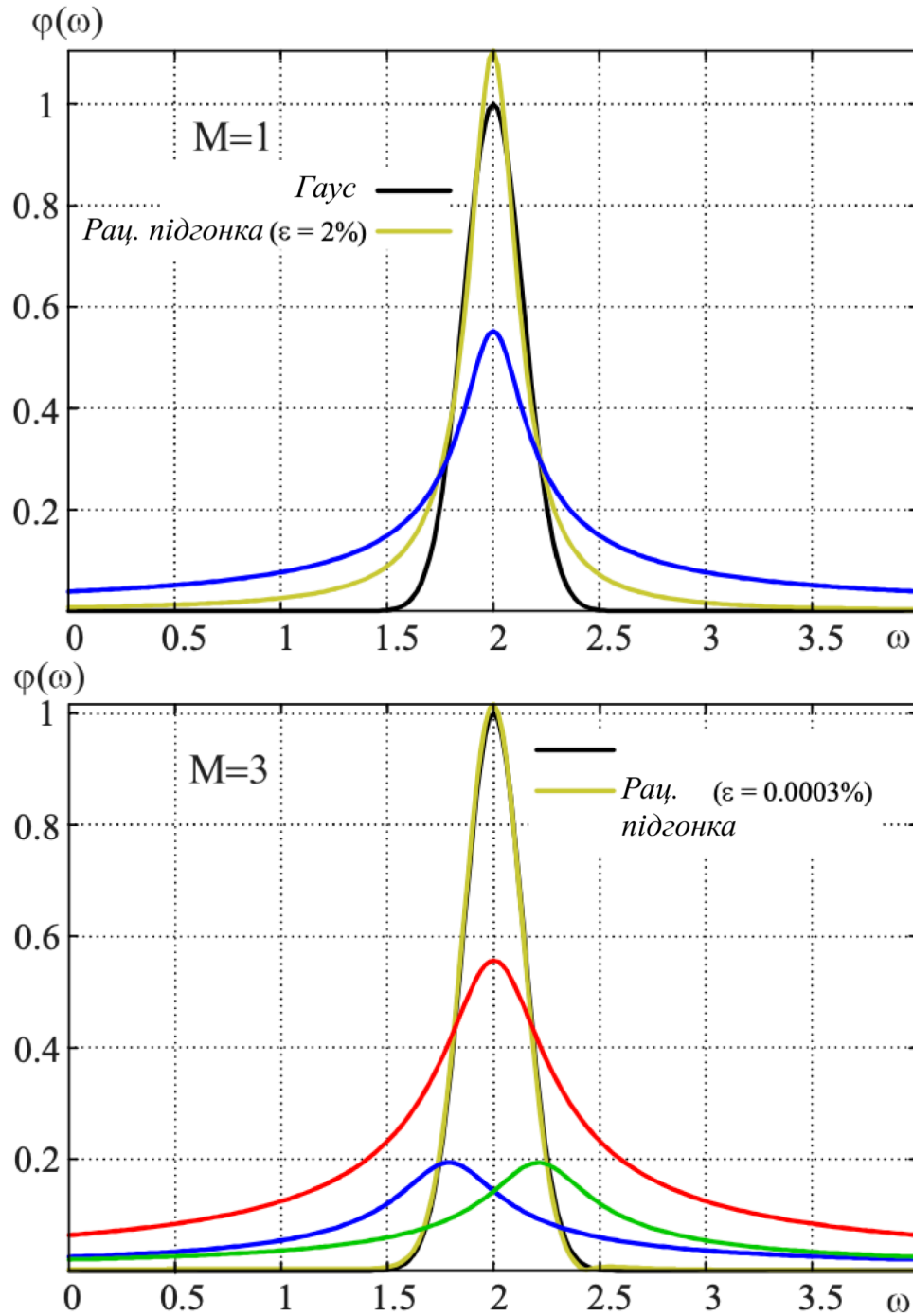


Рис. 10. Порівняння раціональної апроксимації одного гаусового профілю в одномодовому TiO_2 легованому волокні: (а) з використанням одного полюса ($M=1$) та (б) - з використанням трьох полюсів ($M=3$)[2]

Важливо визнати, що збільшення кількості полюсів ускладнює аналітичну форму в TiO_2 легованих одномодових волокнах на основі кварцового скла. Дане ускладнення виникає внаслідок використання 3 полюсів для формування форм фактора, у свою чергу декомпозиція демонструє необхідність використання лише $M=1$, для проведення апроксимації профілю для апроксимації поведінки окремих коливальних мод у TiO_2 легованих волокнах.

Тому при розгляді методів для одного гауссового профілю метод декомпозиції стає кращим вибором порівняно з методом раціональної апроксимації. Ця перевага пов'язана зі здатністю методу декомпозиції виділяти та описувати найпростішу функцію за допомогою однієї коливальної моди з найвищою інтенсивністю. Навпаки, метод раціональної апроксимації вимагає включення трьох полюсів, що призводить до більш складного рішення.

Тому обраний мною метод виявився найбільш ефективним для вирішення цієї проблеми, значно спрощуючи чисельні розрахунки для моделювання пристроїв ВКР фотоніки різноманітного діапазону із заздалегідь визначеними характеристиками. Враховуючи притаманну складність цих профілів, яка може тільки ускладнюватись у майбутньому, доцільно прийняти найоптимальніший доступний метод.

Зазначимо також, що саме завдяки існуванню такої потужної моди в області стоксового зсуву ВКР підсилення зростає актуальність досліджень нелінійних параметрів цього волокна у світлі його застосувань для лазерної техніки.

Розділ 4. Визначення смуги лазерної генерації у TiO_2 -легованому волокні у різних діапазонах

4.1 Визначення порогових умов для TiO_2 -легованих волокон

Умова абсолютної прозорості волокна, яка за своїм фізичним сенсом відповідає лазерному порогу процесу ВКР та полягає у визначенні умов, при яких волокно стає абсолютно прозорим, оскільки згасання оптичного випромінювання компенсується нелінійним оптичним підсиленням через вимушене комбінаційне розсіяння світла. Кількісні умови порогоу можна отримати безпосередньо з відомих зв'язаних рівнянь (1.12)-(1.13).

Безперервна передача хвилі Стокса вздовж волокна означає, що її інтенсивність залишається постійною вздовж довжини волокна, зокрема в напрямку, визначеному координатою z . Це може бути виражено через ефективну площу волокна та інтенсивність, коли рівність $dI_s/dz = 0$, вказує на стан повної прозорості всередині волоконного середовища. Така умова дозволяє прямо визначити функцію прозорості, позначену як $P_p^{th}(\omega)$.

Функція абсолютної прозорості, може бути виражена як:

$$P_p^{th}(\omega) = \frac{a_s(\omega)}{g_R(\omega)}, \quad (4.1)$$

та є важливою для визначення необхідної потужності накачування для досягнення порогоу генерації відносно частоти стоксового зсуву. Тут $g_R(\omega)$ - представляє відповідні стоксові параметри хвилі, а $a_s(\omega)$ є коефіцієнтом, що відповідає згасанню.

У практичних обчисленнях прийнято використовувати апроксимацію постійних оптичних втрат, коли частоти хвиль Стокса та хвилі накачки (позначаються як ω_s та ω_p відповідно) вважаються приблизно рівними частоті ω . Крім того, передбачається, що коефіцієнт α залишається відносно стабільним у діапазоні стоксових зсувів.

Використовуючи аналітичну форму для профілю $g_R(\omega)$, можна отримати аналітичний вираз для функції $P_p^{th}(\omega)$.

Використовуючи програмне забезпечення Wolfram Mathematica та спеціально розроблену програму для обчислення порогових умов у одномодовому волокні, було проведено моделювання, результати якого показані на рис. 13 та рис. 14.

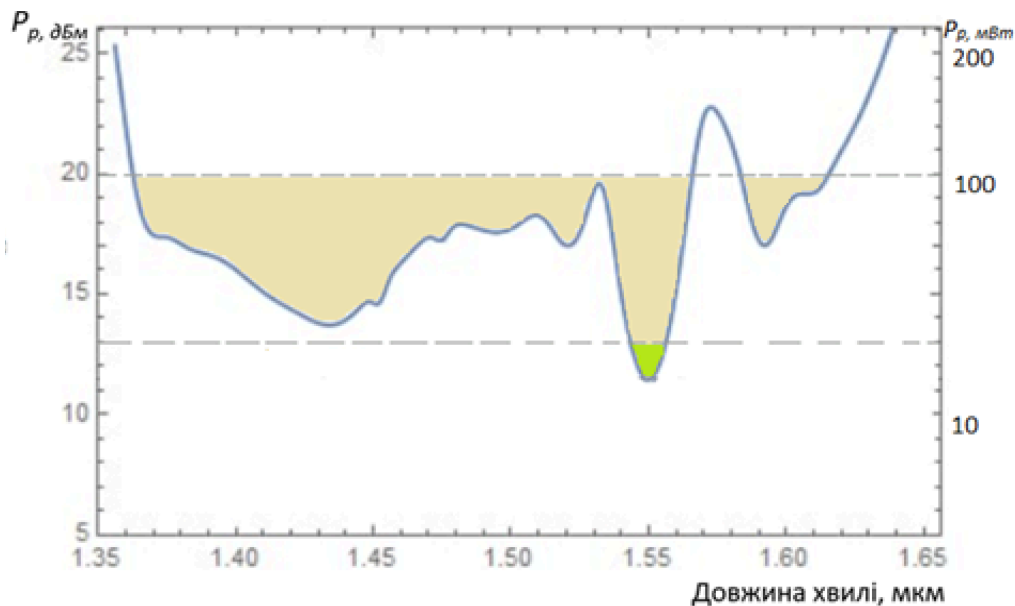


Рис. 13 Функція повної прозорості у TiO_2 -легованому кварцовому волокні при $\lambda_p = 1,35$ мкм в спектральній області $0\text{--}1400$ см^{-1} ($0\text{--}42$ ТГц).

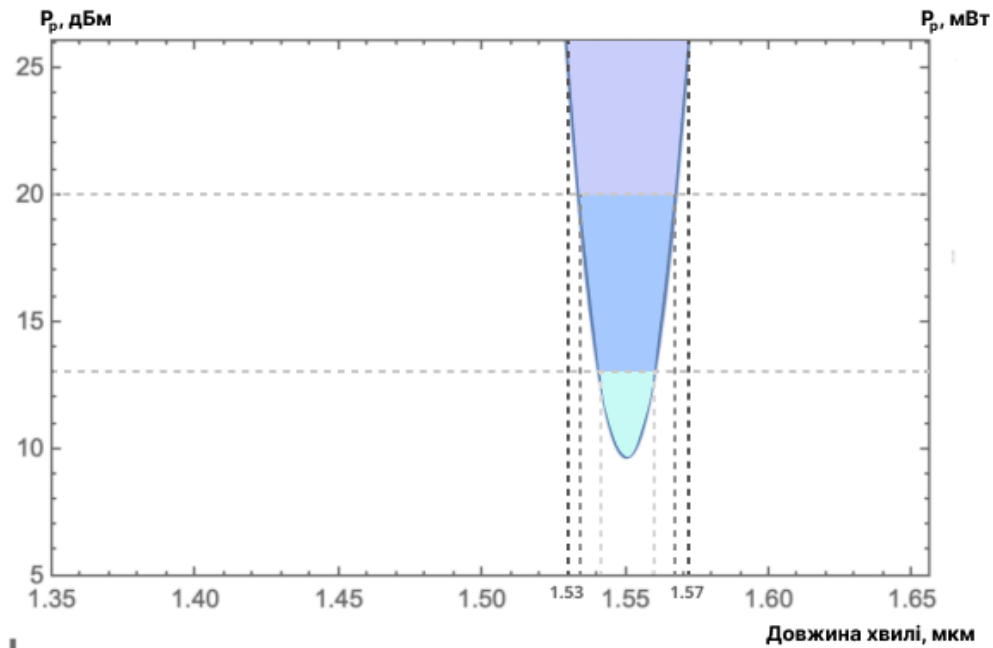


Рис. 14 Функція повної прозорості у TiO_2 -легованому кварцовому волокні при $\lambda_p = 1,35$ мкм в спектральній області $870\text{-}1010$ cm^{-1} (24-30 ТГц)

При визначенні абсолютної прозорості волокна, яка за своїм фізичним сенсом відповідає лазерному порозу процесу ВКР, було визначено функції для спектральної області $0\text{-}1400$ cm^{-1} рис. 13 (а) та $870\text{-}1010$ cm^{-1} та для рис. 14, що в свою чергу дало нам такі результати:

У першому прикладі при потужності помпування $P_p = 12$ дБм смуга лазерної генерації $\sim 1,54\text{-}1,56$ мкм формується навколо найменшої довжини хвилі кварцових волокон. При потужності помпування $P_p = 20$ дБм лазерна смуга генерації утворює дві смуги з діапазоном довжин хвиль від близько $1,36$ мкм до близько $1,62$ мкм. Область при потужності помпування $P_p = 12$ дБм або $P_p = 20$ дБм дає нам уявлення про фізичний зміст функції прозорості. Тобто ми досягаємо смуг, у яких є перевищення підсилення над втратами. Це волокно також можна використовувати як потужні

джерела накачки для волоконних підсилювачів ВКП, так і для створення низькопотужних лазерів для несучих частот сигналів.

Під час визначення абсолютної прозорості волокна, яка відповідає лазерному порогу процесу ВКР, було проведено два експерименти для спектральних діапазонів $0-1400 \text{ см}^{-1}$ (рис. 13) та $870-1010 \text{ см}^{-1}$ (рис. 14). Отримані результати наступні:

У першому випадку, при потужності помпування $P_p = 12 \text{ дБм}$, смуга лазерної генерації утворюється приблизно на довжині хвилі мінімальних втрат у кварцових волокнах, в діапазоні приблизно $1,54-1,56 \text{ мкм}$. У другому випадку, при потужності помпування $P_p = 20 \text{ дБм}$, спостерігається утворення двох смуг лазерної генерації в діапазоні довжин хвиль від приблизно $1,36 \text{ мкм}$ до майже $1,62 \text{ мкм}$. Виявлені області при різних потужностях помпування вказують на фізичний сенс функції прозорості, а саме, на досягнення областей, де підсилення перевищує втрати. Це вказує на можливість використання такого волокна як для створення низькопотужних лазерів для несучих частот сигналів, так і для потужних додаткових джерел накачки для волоконних підсилювачів ВКР.

Якщо ми розглядаємо помпування для діапазону у спектральній області $870-1010 \text{ см}^{-1}$ з використанням 1 гаусіаної компоненти, то отримуємо, що абсолютна прозорість та порогові умови будуть відповідно зображені лише для даної області. При потужності помпування на рівні $P_p = 12 \text{ дБм}$, смуга лазерної генерації зберігається приблизно в діапазоні від $\sim 1,54$ до $1,56 \text{ мкм}$.

Проте, при збільшенні потужності до рівнів $P_p = 20$ дБм та до $P_p = 25$ дБм, цей діапазон лише мінімально змінюється та приблизно можна визначити його як $\sim 1,53-1,57$ мкм. Це вказує на те, що вплив на діапазон генерації від помпування на рівні 12 дБм майже не відрізняється від впливу потужнішого помпування. Проте, збільшення потужності може знайти застосування в потужних додаткових джерелах накачки для волоконних підсилювачів комбінаційного розсіяння.

Окрім того, як було сказано раніше, що підхід з відокремленням найбільшої коливної моди та використання для цього $M=1$ гаусіани є найоптимальнішим способом для отримання найпростішого аналітичного виразу, в порівнянні з іншими методами, таким як раціональна апроксимація. Як результат, при визначенні абсолютної прозорість та порогових умов, ми отримуємо фіксований діапазон для лазерної генерації.

Так, як сама основа TiO_2 несе в собі переваги каскадних лазерних системах і дозволяє значно підвищити ефективність, у порівнянні з традиційними матеріалами, такими як діоксид кремнію (SiO_2). Це відбувається завдяки зменшенню кількості необхідних перетворювачів та досягненню вищого рівня продуктивності, який може сягати 90%.

ВИСНОВКИ

Згідно з проведеними дослідженнями, продемонстровано надійний метод спектроскопічної декомпозиції для моделювання нелінійно-оптичного підсилення на основі кварцового скла у TiO_2 легovanому одномодовому волокні.

Отриманий аналітичний вираз для профілю підсилення досліджуваного волокна, який використовує 12 гаусових мод, практично точно відтворює експериментальні дані. Точність підгонки на рівні менше 0,1% відповідає вимогам точності апроксимації при моделюванні пристроїв фотоніки, що підтверджує його високу ефективність у практичних застосуваннях. Також було виявлено, що для таких аморфних матеріалів, як TiO_2 -леговане волокно характерне помірне згасання, але повна ширина смуги підсилення ВКР перевищує 2 ТГц, що робить його досить привабливим для застосувань.

Використання одномодового TiO_2 -легovanого волокна відзначається значними перевагами порівняно зі стандартним SiO_2 . Для аморфних матеріалів, таких як TiO_2 -леговане волокно, характерне помірне згасання, але повна ширина смуги підсилення ВКР перевищує 2 ТГц. Ця перевага особливо важлива в контексті каскадних лазерних систем, де зменшення кількості необхідних перетворювачів удвічі призводить до досягнення вищого рівня продуктивності в області довгохвильової області спектру. У конкретному випадку, продуктивність може досягати 90%, що значно перевищує показники випромінювачів на основі SiO_2 , що в середньому не будуть перевищувати 60%.

Метод декомпозиції виявився оптимальним вибором порівняно з альтернативним методом раціональної апроксимації. Його перевага полягає у здатності ефективно виділяти та описувати простіші функції, використовуючи лише одну коливальну моду, що спрощує процес моделювання та аналізу. У контексті порівняння, метод раціональної апроксимації вимагає включення трьох полюсів для досягнення високої точності підгонки, що ускладнює обчислення та обробку результатів.

Ця властивість методу декомпозиції особливо цінна в практично важливому випадку окремої коливальної моди 929 см^{-1} , яка використовується для каскадного переносу довжини хвилі лазерів у довгохвильову область спектру.

Функція повної прозорості у TiO_2 -легованому кварцовому волокні підкреслює значення належного вибору потужності помпування з урахуванням потрібного діапазону хвиль для генерації. Наприклад, при значенні потужності від 11 до 14 дБм відкривається можливість для лазерної генерації у смузі приблизно 1,54-1,56 мкм. З іншого боку, при використанні помпування на рівні 18 дБм можна очікувати утворення принаймні чотирьох смуг лазерної генерації в діапазоні від 1,37 мкм до майже 1,6 мкм. А при використанні потужності помпування на рівні 25 дБм, наша лінія генерації стає доступною в широкому діапазоні від 1,35 мкм до 1,63 мкм, що відкриває можливість отримати максимальне перевищення над втратами в цьому конкретному випадку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Puttnam, B. J., Luís, R. S., Rademacher, G., Awaji, Y., & Furukawa, H. (2022). 1 Pb/s Transmission in a 125 μ m diameter 4-core MCF.
2. G.S. Felinskyi, V.I. Grygoruk, I.V. Serdeha, O.O. Drobakhin, and M.V. Andreev, "Gaussian and Rational Approximation of Raman Gain Profile in TiO₂ Doped Silica Fiber," 2021 IEEE 26th Int. conf. on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED), 2021, pp. 130-133, doi: 10.1109/DIPED53165.2021.9552290.
3. Y. V. Lazarchuk, O. O. Drobakhin, V. I. Grygoruk, G. S. Felinskyi, M. V. Andreev and I. V. Serdeha, "Analytic Representation of Stokes Noise Spectrum and Raman Gain Profile in Silica Fiber," 2022 IEEE 41st International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO), Kyiv, Ukraine, 2022, pp. 213-218, doi: 10.1109/ELNANO54667.2022.9927018.
4. I.V. Serdeha, V.I. Grygoruk, G.S. Felinskyi. Spectroscopic features of Raman gain profiles in single-mode fibers based on silica glass // Ukr. J. Phys. 2018. Vol. 63, No. 8, p. 683-700.
5. MAIMAN, T. Stimulated Optical Radiation in Ruby. Nature 187, 493–494 (1960).
6. Charles J. Koester and Elias Snitzer, "Amplification in a Fiber Laser," Appl. Opt. 3, 1182-1186 (1964)
7. A.R. Chraplyvy, J. Stone, and C.A. Barrus, Optical gain exceeding 35 dB at 1.56 μ m due to stimulated Raman scattering by molecular D₂ in a solid silica optical fiber, Opt. Lett., 8:415–417, 1983.
8. G.E. Walrafen, P.N. Krishnan. Model analysis of the Raman spectrum from fused silica optical fibers. Appl. Opt. 21 (3) 359-360 (1982).

9. В. І. Григорук, П. А. Коротков, Г. С. Фелінський. Нелінійні та лазерні процеси в оптичних волокнах. (К.: ВПЦ “Київський університет”, 2009) [ISBN: 978-966-439-120-4].
10. І. В. Сердега, В. І. Григорук, Г. С. Фелінський. Спектроскопічні особливості профілів ВКР підсилення в одномодових волокнах на основі кварцового скла // Укр. фіз. журн. 2018. Т. 63, № 8, с. 681-699.
11. E. M. Dianov. Advances in Raman Fibers. J. Lightwave Techn. 20, 1457-1462 (2002).
12. П. А. Коротков, Г. С. Фелінський. Волоконні ВКР лазери неперервної дії. *УФЖ. Огляди*. 4(1), 36-60 (2007).
13. П. А. Коротков, Г. С. Фелінський. ВКР підсилення світла в одномодових кварцових волокнах. *УФЖ. Огляди*. 6(2), 103-168 (2009).