Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Economics, 2022; 4(221): 27-36
УДК 336.764
JEL classification: G 24
DOI: https://doi.org/10.17721/1728-2667.2022/221-4/4

О. Любкіна, д-р екон. наук, проф.
ORCID ID: 0000-0002-8245-8300,
В. Ігнатюк, асп.
ORCID ID: 0000-0002-8758-3610
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

ЗАСТОСУВАННЯ ФУНКЦІЇ ВИТРАТ РИНКОВОГО ВПЛИВУ ДЛЯ ОЦІНКИ ЯКОСТІ БРОКЕРСЬКИХ ПОСЛУГ НА РИНКУ АКЦІЙ

Досліджено частковий випадок більш широкої проблеми зменшення транзакційних витрат, що виникають у процесі здійснення обміну на торгівельних майданчиках, а саме оптимізація витрат ринкового впливу на основі моделі Р. Алмгрема. Запропонована методика оцінки з акцентом на несподіваній частині транзакційних витрат ринкового впливу, які мають меншу дисперсію, дає змогу швидше визначити брокерів, чиї послуги якісніші з погляду витрат.

Представлений мікроструктурний підхід до дослідження й аналізу транзакційних витрат, що виникають під час виконання замовлень на фондових торгівельних майданчиках. Наведено розширену класифікацію транзакційних витрат на ринку акцій. Визначене коло проблем, що виникають у процесі дослідження витрат ринкового впливу як окремого виду транзакційних витрат на ринку акцій. Запропоновано використання моделі витрат ринкового впливу Алмгрема для нормалізації значень витрат, що дає змогу оперувати на несподіваних витратах, які мають меншу дисперсію, і як наслідок – ухвалити рішення щодо вибору брокера на основі меншої кількості відправлених замовлень. Тож тестування якості брокерських послуг триває коротший проміжок часу – і інвестор менше користується послугами потенційно гіршого брокера, що безпосередньо впливає на фінансовий результат компанії, оскільки вона дає можливість швидше визначити виконавців, чиї послуги призводять до більших витрат ринкового впливу.

Ключові слова: мікроструктура ринку, транзакційні витрати, брокерські послуги, витрати ринкового впливу.

Вступ. Сучасні розвинені фінансові ринки характеризуються високим рівнем ліквідності, унаслідок чого витрати, що пов'язані з процесом обміну фінансового активу в межах однієї транзакції, є незначними відносно його вартості. Проте зворотною стороною легкості, з якою інвестор може здійснювати операції на цих ринках, є суттєве зростання частоти укладання угод – окремі категорії фінансових агентів оперують на часових інтервалах, що вимірюються мілі- й мікросекундами, та обсягів інвестиційних ресурсів, якими оперують учасники ринку. Обидва ці фактори – збільшення кількості й обсягів транзакцій – призводять до того, що відносно незначні витрати в межах окремої угоди зростають у рази та починають становити суттєву частину сукупного фінансового результату.

Однією з нагальних проблем, які постають перед інвестором на ринках посередницького типу, є вибір агента, який найкраще б представляв інтереси клієнта. Отже, оцінка інвестором якості послуг брокера насамперед залежить від здатності останнього виконати замовлення клієнта з найменшими транзакційними витратами.

Огляд літератури. Проблематика транзакційних витрат не є новою для економічної і фінансової науки та піднімалась у контексті споживання суспільного блага [1-3]; невизначеності контрактного права як засобу проведення угод [4-6]; інформаційної нерівності між учасниками транзакції [7-9]; впливу на вартість активу [10-12]; взаємозв'язку з ліквідністю фінансового ринку [13-17]. Спільним для зазначених досліджень є розгляд транзакційних витрат у контексті макропараметрів ринків – інформаційної ефективності, ліквідності тощо.

Водночас у сучасній фінансовій теорії широко представлений також інший погляд на дослідження транзакційних витрат – так званий "мікроструктурний підхід" [18-21]. Національне бюро економічних досліджень США визначає такий підхід, як "теоретичні, емпіричні й експериментальні дослідження економіки фінансових ринків, включно з роллю інформації у процесі ціноутворення; визначення, вимір і контроль ліквідності та транзакційних витрат; наслідки для ефективності, добробуту й управління альтернативними механізмами та ринковими структурами" [22].

Ключові відмінності, які відрізняють цю сферу досліджень фінансової науки, полягають у фокусі на окремій фінансовій транзакції: причинах торгівлі, джерелах вартості, мотивах ринкових агентів, впливі нерівності інформації, якою володіють агенти, і того, який обсяг активів та з якою швидкістю прагне отримати агент тощо. Тобто розгляд транзакційних витрат на рівні мікроструктури ринку зосереджується не лише на наслідках існування для ринків, а на джерелах формування і природі транзакційних витрат, дає змогу дослідити їх у взаємозв'язку з мотивами контрагентів та правилами торгівлі [15; 16; 23-29]. Тому саме в межах теорій мікроструктури ринку запропоновано найбільш деталізовані класифікаційні підходи до структурування транзакційних витрат. Одним із них є підхід Б. Колінса та Ф.Фабоззі, що запропонували розподілити всі транзакційні витрати на дві категорії: фіксовані витрати – витрати, які легко виміряти і які відомі заздалегідь; та змінні витрати – витрати, які не є наперед визначеними та виникають уже в процесі взаємодії інвестора з ринком [30] (рис. 1).

Для різних категорій учасників значення різних категорій транзакційних витрат може оцінюватись по-різному: для індивідуальних дрібних інвесторів більшу вагу мають фіксовані витрати, для великих інституційних та індивідуальних інвесторів – змінні витрати через невизначеність, які вони приносять у прогнозування кінцевого результату інвестиційного процесу. Саме тому більшість дослідників фокусуються на вивченні ефектів змінних транзакційних витрат, до яких належать і витрати ринкового впливу.

Б. Коллінс та Ф. Фабоззі стверджували, що транзакційні витрати ринкового впливу виникають через існування інформаційної нерівності між учасниками угоди, коли одна зі сторін угоди має більш реалістичну й точну оцінку вартості компанії. Це є платою, яку стягує маркетмейкер за додатковий ризик того, що у своїй транзакції він може натрапити на більш поінформованого інвестора.

© Любкіна О., Ігнатюк В., 2022

ISSN 1728-2667

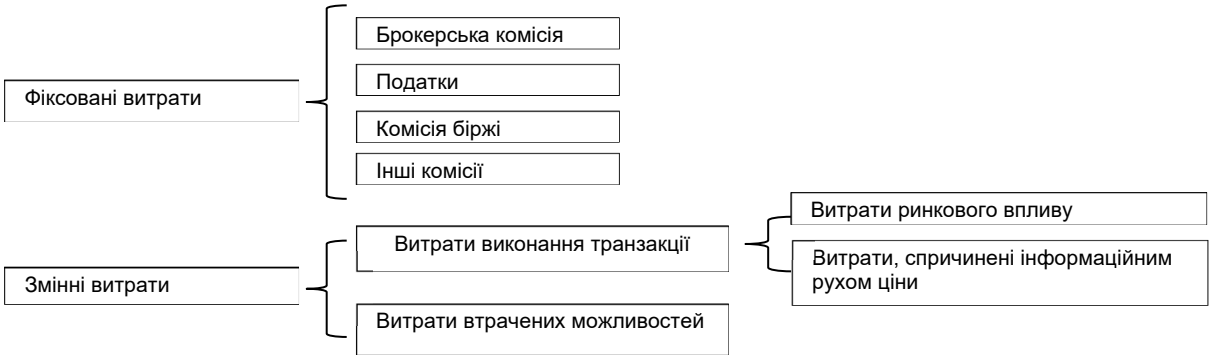

Рис. 1. Складові транзакційних витрат на ринку акцій за Б. Колінсом та Ф. Фабоззі

Джерело: [30].

Постановка проблеми. Більшість інституційних і професійних учасників ринку не можуть здійснювати свої транзакції одним замовленням – таке збільшення обсягу попиту на ліквідність призведе до шоку в ціні на фінансовий актив. Поширеною є практика, коли великі ордери розбиваються на менші й виконуються послідовно. Замовлення, що виконуються в подібний спосіб, називають "метаордерами". Це приводить до акумулювання витрат ринкового впливу. Низка досліджень вказує, що для інституційних інвесторів ця категорія зазвичай становить найбільшу частину транзакційних витрат [30-32]. З іншого боку, це один із найважчих їхніх компонентів у вимірюванні та прогнозуванні.

Класичною роботою, що присвячена витратам ринкового впливу, вважають працю Р. Алмгрема та Н. Кріса [33]. Вони першими продемонстрували визначальну роль ринкового впливу у здійсненні портфельних транзакцій і запропонували модель, яка надавала практичні рекомендації щодо того, якою має бути динаміка виконання метаордеру для зменшення загальних витрат ринкового впливу. Проте надана характеристика витрат ринкового впливу була лише спрощеною теоретичною конструкцією, функціональна форма якої не відповідала практичній дійсності. Так, моделі ринкового впливу першого покоління слідували загальному підходу Р. Алмгрема та Н. Кріса, однак прагнули підібрати формулу, яка б краще відповідала емпіричним даним щодо розміру й динаміці ринкового впливу залежно від торгівельної активності інвестора [34-36]. Моделі наступного покоління визнають, що вплив торгівлі інвестором не обмежується лише його впливом на структуру ордерів на біржі, ринкові агенти також аналізують обсяг здійснених транзакцій та коригують свої очікування [37; 38]. Проте такі моделі зазвичай набагато важче побудувати й використовувати, оскільки вони потребують припущення щодо того, як саме ринкові агенти змінюють свою поведінку на основі ринкової інформації. Тому, незважаючи на суттєвий прогрес у дослідженні витрат ринкового впливу, на сьогодні немає реалістичної, консистентної моделі, яку можна було б застосувати на практиці [39].

Однією з проблем, які стримують академічні дослідження у цій сфері, є складність в отриманні емпіричних даних. Дані щодо торгівлі метаордерів є конфіденційними, а прогрес у цій сфері, здійснений приватними компаніями, залишається в їхній інтелектуальній власності й зберігається в таємниці через суттєві конкурентні переваги.

Зі свого боку академічні дослідники здійснюють спроби апроксимування торгівлі великих інституційних інвесторів за допомогою публічно доступних даних щодо торгів на великих біржах [37-41]. Така методика збільшує обсяг даних, якими вчений може оперувати, але водночас відкриває питання щодо того, наскільки такий підхід є репрезентативним відносно реальної торгівлі великих інвесторів. Крім того, у більшості академічних робіт увага приділялася саме структурі та динаміці ринкового впливу, тоді як тема статистичного розрахунку параметрів не піднімалася.

Проте важливість точної моделі ринкового впливу на всі аспекти інвестування важко переоцінити. По-перше, транзакційні витрати впливатимуть на формування оптимального портфеля – традиційний підхід до інвестування, який використовують пенсійні, пайові та хедж-фонди. По-друге, динаміка ринкового впливу визначатиме найкращу стратегію виконання метаордеру брокером або трейдером, за якої зрушення в ціні на фінансовий актив будуть мінімальними. Нарешті, для інвестора який використовував посередника у виконанні замовлення, нормалізація емпіричних спостережень витрат відповідно до очікувань, запропонованих відповідною моделлю, дасть можливість швидше визначити, який із брокерів надає послуги найвищої якості.

Оцінка однієї з найбільших складових транзакційних витрат – витрат ринкового впливу – ускладнюється ще й тим, що велику роль для кожного ордера відіграють випадкові фактори: характер ринкової кон'юнктури на той момент, чи інвестору пощастило знайти контрагента, який згодний купити в нього акції блоком (оптом), чи замовлення інвестора конкурує з попитом на обмежену ліквідність інших потенційних покупців акції, які випадково вирішили придбати акції саме тоді, коли й інвестор, тощо. Для зменшення ролі випадковості в цій оцінці необхідно диверсифікувати вплив зовнішніх факторів унаслідок збільшення спостережень, що повертає нас до зазначеної вище проблеми.

Крім того, абсолютне значення витрат є малоінформативним. Для визначення кращого брокера недостатньо виміряти лише транзакційні витрати його послуг – необхідно виміряти їх і для всіх його конкурентів. Оскільки величина витрат може бути розрахована лише на основі власного досвіду й власних замовлень, інвестору іноді потрібно співпрацювати і з менш якісними брокерами – лише для того, щоб зібрати необхідну вибірку та встановити базис для порівняння й оцінки більш гідних кандидатів.

Методологія дослідження. На практиці інституційні інвестори підходять до цієї проблеми подібно до того, як здійснюється тестування нових продуктів у виробничих компаніях – за допомогою А/Б-тестів.

Наприклад, із брокером укладається домовленість про здійснення співпраці в "пілотному" режимі. Як наслідок, певна невелика частина транзакцій, які прагне здійснити інвестор, здійснюється через вищевказаного посередника. Після того як інвестор мав змогу зібрати й оцінити фінансовий ефект наданих послуг та порівняти його з поточними домовленостями на основі меншої вибірки, він може ухвалити рішення щодо доцільності здійснення торгівлі через нового посередника.

Оскільки процес зміни брокера є відносно простим у контексті діяльності інвестиційних компаній, учасники фінансового ринку завжди перебувають у пошуку виконавців замовлень, які надають кращі послуги за меншою ціною. Через це процес оцінки й порівняння поточного брокера з його конкурентами є постійним для інституційних інвесторів.

Відповідно, певні компанії дещо вдосконалили процес здійснення А/Б-тестування брокерів. Останніми роками значного поширення набули так звані "колеса алгоритмів". Їхня ідея полягає в тому, що інвестор постійно користується послугами певного набору фінансових посередників. Коли в нього виникає потреба придбати або продати певний обсяг акцій – замовлення призначається одному з брокерів, вибраному випадково.

Транзакційні витрати кожного з учасників "колеса" вимірюється постійно. Коли зібраних даних достатньо для визначення претендентів, які надають послуги гіршої якості від своїх конкурентів, – їх замінюють новими учасниками.

Отже, послуги кожного нового претендента порівнюються з кращими брокерами – тими, які залишилися в "колесі" на основі попередніх оцінок. Перевагою "колеса алгоритмів" є те, що процес тестування відбувається майже автоматично й не потребує створення нового А/Б-тесту – у певному сенсі вся торгівля компанії являє собою один великий тест.

Деякі інвестори ще більше модернізують цей процес – і не лише змінюють учасників "коліс", а на основі поточної інформації ще й надають більше чи менше замовлень брокерам із кращим або гіршим результатом відповідно. У такому формулюванні завдання зводиться до відомої проблеми в математиці щодо розподілу обмежених ресурсів серед гральних машин з обмеженою інформацією щодо ймовірності виграшу [40].

Проте все ж таки здебільшого інституційні інвестори використовують простіші правила для ухвалення рішення щодо того, чи брокер має залишатися в "колесі". Вони мають ураховувати також явні витрати використання того чи іншого фінансового посередника – і враховувати також усе коло послуг, які він пропонує, вартість фінансування, стратегічні цілі інвестиційної картини та компанії.

Водночас навіть нехтуючи подібними факторами, і намагаючись ухвалити рішення щодо доцільності співпраці з одним брокером – тобто відповісти лише на запитання, чи він надає кращі чи гірші послуги, ніж його конкуренти – немає простої відповіді. Ключовою проблемою є визначення обсягу даних, які необхідні для розділення випадковості та поганої якості в послугах брокера. Оскільки, як уже раніше зазначалося, збільшення емпіричних спостережень безпосередньо впливає на фінансовий результат інвестора – він зацікавлений у точному визначенні цього обсягу.

Отже, важливим є встановлення ефективного критерію відбору брокерів на основі емпіричних даних. Уведемо деякі припущення. Так, нехай інвестиційна компанія розглядає двох брокерів і прагне вибрати того, який надаватиме свої послуги найкраще. Їй відомо про те, що певний елемент на обмеженій вибірці метаордерів становитиме елемент везіння. Отже, вона запускає А/Б-тест для того, щоб визначити напевне, хто з двох кандидатів є кращим. Тож коли в неї виникає потреба придбати або продати акції, у 50% випадків це замовлення отримує брокер А; у решті випадків це замовлення виконує брокер Б.

Основні результати. Нехай у результаті проведеного експерименту – порівнянні результату діяльності двох посередників – компанія отримує вибірку транзакційних витрат, що виникли внаслідок торгів на ринку акцій. Нехай для брокера А ця вибірка становить множину $a = \{a_1, a_2, \dots, a_{N_A}\}$. Також для брокера Б виконані ним замовлення призведуть до витрат $b = \{b_1, b_2, \dots, b_{N_B}\}$. Якщо тест проходив упродовж доволі довгого періоду часу і в ньому були відсутні статистичні упередження, то розміри двох вибірок мають бути приблизно однаковими: $N_A \approx N_B$.

Крім того, якщо обсяги вибірок a та b є досить великими, то вони дають змогу побудувати емпіричні функції розподілів витрат для обох брокерів. Позначимо $p_a(x)$ щільність цього розподілу для брокера А та $p_b(x)$ – для брокера Б відповідно. У такому формулюванні проблема зводиться до задачі, традиційної для фінансової науки: вибору найкращого активу за заданого розподілу його дохідності. Єдиною відмінністю буде лише те, що в цьому прикладі інвестор прагне не максимізувати дохідність (для заданого рівня ризику), а мінімізувати витрати (те саме, що максимізувати дохід, за умови, що випадкова величина приймає лише від'ємні значення).

Для цього використовують будь-який із методів, запропонованих фінансовою наукою. Наприклад, інвестор може оцінити свою функцію корисності за Нейманом-Моргенштерном [41] $U(x)$ і обрати брокера, для якого результуюча корисність буде більшою. Інакше кажучи, якщо:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} U(x)p_a(x)dx > \int_{-\infty}^{+\infty} U(x)p_b(x)dx, \qquad (1)$$

то можна буде стверджувати, що послуги брокера А приносять більше корисності для інвестиційної компанії. Відповідно, якщо знак нерівності буде протилежним – те саме можна буде стверджувати для брокера Б.

За умови обмеженої кількості ресурсів та кількості метаордерів, які можуть бути використані для проведення тестування (бюджету метаордерів), цей критерій оцінки є дуже доречним. Проте, коли компанія створює багато замовлень у процесі цієї діяльності, він матиме низку недоліків.

Насамперед цей метод повністю ігнорує статистичну похибку – так, емпіричні розподіли $p_a(x)$ та $p_b(x)$ вважають завжди істинними – що буде неправильним на вибірках обмеженого обсягу. Якщо кількість замовлень, які компанія може виділити на оцінку брокерів, є фіксованою, то неможливо збільшити кількість спостережень та отримати кращу оцінку цих розподілів – у такому разі цю похибку доводиться ігнорувати.

По-друге, цей метод не дає відповіді на питання, чи інвестор має достатній обсяг даних для розділення везіння та майстерності брокера. Основне припущення полягає в тому, що розподіл результатів не зміниться в майбутньому – тож якщо брокеру щастило впродовж тестування – то йому щаститиме в майбутньому. Очевидно, що це доволі нереалістичне припущення, адже є елемент везіння в тестуванні на обмежених вибірках, проте цей фактор не є відтворюваною або послідовною характеристикою.

Наприклад, якщо компанія у процесі своєї діяльності відправляє брокеру велику кількість ордерів, то для неї значно меншу роль відіграє ризик (волатильність) отриманих витрат. Так, дійсно, на досить великих вибірках середній отриманий результат прямує до математичного очікування розподілу (середнього значення вибірки) відповідно до центральної граничної теореми. Це означає, що функція корисності для інвестора залежатиме лише від значення отриманого результату $U(x) \approx x$. І тоді корисність для інвестора буде повністю еквівалентна математичному сподіванню:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} U(x)p(x)dx \approx \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x)dx = E[x]. \quad (2)$$

Тому компанія, яка може виділити безліч ордерів для тестування, яка прагне отримати достовірний результат і водночас мінімізувати користування послугами гіршої якості, зважатиме лише на те, якими є математичні сподівання витрат відповідних брокерів.

Крім того, оскільки в компанії є певна гнучкість у розподіленні ресурсів, для неї набуватиме більшого значення статистична похибка розрахунку математичного очікування генеральної сукупності.

Отже, за умови великої кількості ордерів, завданням інвестора стає визначити, в якого брокера очікувані середні витрати будуть вищими загалом, зважаючи на те, що наявна інформація обмежена вибраними спостереженнями. Подібні проблеми часто виникають у багатьох сферах діяльності. Тому статистика має доволі розвинутий апарат для пошуку відповіді на це питання.

Так, інвестор може створити, сформулювати й перевірити статистичну гіпотезу. Нехай μ_a та μ_b – це середні витрати вибірок a та b відповідно. Тоді, якщо можна довести, що $\mu_a < \mu_b$ з певною високою ймовірністю – можна стверджувати, що витрати брокера А менші за витрати його конкурента. Для цього формулюють базову H_0 та альтернативну H_a гіпотези:

$$\begin{aligned} H_0&: \mu_a \geq \mu_b, \\ H_a&: \mu_a < \mu_b. \end{aligned} \quad (3)$$

Якщо даних вибірки достатньо для того, щоб відхилити H_0 з певним рівнем статистичної значущості (низькою ймовірністю відхилення гіпотези, яка насправді є правильною), це вказує, що $\mu_a < \mu_b$ і, як наслідок – малоймовірно, що менші середні витрати брокера А є результатом везіння.

Для перевірки H_0 гіпотези застосовують такий статистичний критерій. Насамперед твердження (4) можна переформулювати ось як:

$$\begin{aligned} H_0&: \mu_a - \mu_b \geq 0, \\ H_a&: \mu_a - \mu_b < 0. \end{aligned} \quad (4)$$

У цьому разі достатньо знати ймовірність, що величина $\mu_a - \mu_b$ є більшою від нуля з огляду на її очікуваний розподіл. Для цього необхідно знайти оцінки значень μ_a, μ_b та їхніх стандартних відхилень.

Так, якщо набір a (обсягом N_A) становить множину емпіричних витрат першого брокера, то вибіркове середнє цієї множини становить:

$$\hat{\mu}_a = \bar{a} = \frac{1}{N_a}\sum_{i=1}^{N_a} a_i. \quad (5)$$

Ця величина також є оцінкою математичного очікування витрат для брокера А загалом. Як відомо, різниця між отриманою оцінкою $\hat{\mu}_a$ та справжнім значенням середніх витрат для всіх ордерів, що були або будуть колинебудь виконані цим брокером (якщо припустити стаціонарність розподілу витрат), буде слідувати t-розподілу Стьюдента. А за умови великої кількості спостережень – нормальному розподілу з такими характеристиками:

$$\mu_a - \hat{\mu}_a \sim N(0, \hat{\sigma}_a^2), \quad (6)$$

де σ_a – стандартна похибка математичного очікування. Її значення залежить від загальної дисперсії витрат брокера s_a^2:

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{s_a^2}{N_A - 1}. \quad (7)$$

Значення s_a^2 є невідомим, а отже, його також необхідно оцінити за допомогою відповідної формули розрахунку дисперсії вибірки:

$$s_a^2 = \bar{a} = \frac{1}{N_A - 1}\sum_{i=1}^{N_a} (a_i - \bar{a})^2. \quad (8)$$

Для брокера Б оцінка математичного сподівання $\hat{\mu}_b$ та стандартна похибка σ_b^2 також розраховуються відповідно до формул (5), (7) та (8). Як наслідок, тепер можливо оцінити відповідні значення для різниці:

$$(\mu_a - \mu_b) - (\hat{\mu}_a - \hat{\mu}_b) = (\mu_a - \hat{\mu}_a) - (\mu_b - \hat{\mu}_b) \sim N(0, \hat{\sigma}_a^2) - N\big(0, \hat{\sigma}_b^2\big). \quad (9)$$

Або:

$$(\mu_a - \mu_b) \sim N(\hat{\mu}_a, \sigma_a^2) - N\big(\hat{\mu}_b, \sigma_b^2\big) = N\big(\hat{\mu}_a - \hat{\mu}_b, \hat{\sigma}_a^2 + \hat{\sigma}_b^2\big). \quad (10)$$

Отже, імовірність того, що різниця середніх витрат брокерів А і Б більша за нуль, становить:

$$P(\mu_a - \mu_b > 0) = 1 - \Phi\left(\frac{\hat{\mu}_a - \hat{\mu}_b}{\sqrt{\hat{\sigma}_a^2 + \hat{\sigma}_b^2}}\right), \quad (11)$$

де Φ – кумулятивна функція стандартного нормального розподілу.

Отже, якщо вираз (11) є меншим за певне значення – рівень надійності (наприклад, 5 %), то можна відхилити H_0 на користь її альтернативи H_a з високою ймовірністю.

Описаний вище критерій майже повністю еквівалентний стандартному критерію Стьюдента для перевірки гіпотези про рівність середніх двох незалежних вибірок [42]. У цьому разі він був дещо спрощений: відомо, що статистика розподілена як t-розподіл Стьюдента, який за наявності багатьох спостережень матиме багато ступенів свободи і прямуватиме до стандартного нормального розподілу. Оскільки саме цей критерій застосовують для цієї задачі лише за умови наявності значного обсягу спостережень, був використаний нормальний розподіл.

Розглянемо застосування цього критерію на прикладі. Так, нехай інвестор зацікавлений у порівнянні витрат торгівлі під час застосування двох брокерів. Наприклад, він застосовує А/Б-тестування для оцінювання напевне, який із них є кращим. Унаслідок цього він відправляє кожен до цих брокерів – по черзі.

Припустимо, що ринковий вплив слідує моделі Алмгрена:

$$S_t = S_0 + \gamma v^{\alpha} t + \mathbb{1}_{t\in(0,T]} \cdot \eta v^{\beta} + \sigma \int_0^t dW_s \qquad (12)$$

з параметрами $\gamma = 1, \eta = 0{,}75,\ \alpha = \beta = 1$. Проте припустимо, що інвестор на цей момент повністю ігнорує модель динаміки ринкового впливу й повністю концентрується лише на емпіричних значеннях отриманих витрат.

Нагадаємо, що в цій моделі середня премія, яку інвестор заплатить унаслідок ринкового впливу, становить:

$$E[S_{avg} - S_0] = E[J] = \frac{1}{2}\gamma v^{\alpha} T + \eta v^{\beta}. \qquad (13)$$

Однак, оскільки на значення витрат кожного з метаордерів також впливатиме ринковий шум, емпірично це значення буде розраховане за допомогою такої формули:

$$\hat{J} = \sum_{\text{всі транзакції}} (S_t - S_0) q_t, \qquad (14)$$

де q_t – кількість акцій, обміняних під час виконання метаордеру в час t.

Також, за умови неперервної й постійної торгівлі з фіксованою швидкістю, цей вираз можна перетворити так:

$$\sum_{\text{всі транзакції}} (S_t - S_0) q_t \approx \frac{1}{T}\int_0^T S_t dt \approx \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T/\Delta t} S_{i\Delta t} dt. \qquad (15)$$

Отже, у цьому прикладі інвестор має дані про витрати кожного брокера, що виміряні емпіричним шляхом – відповідно до формул (14) або (15).

Проте сподіватися, що ордери, відправлені до обох брокерів, будуть повністю ідентичними, є дещо нереалістично: це означало б, що інвестор торгує лише стандартизованими ордерами однієї акції, з однією і тією ж самою швидкістю впродовж одного й того самого періоду. Крім того, ринкові умови та кон'юнктура також залишаються незмінними.

Щоб не встановлювати подібні обмеження припустимо, що параметри волатильності акції, довжини метаордеру та інтенсивності його виконання змінюються внаслідок зовнішніх процесів (інвестиційної моделі, нової інформації щодо діяльності емітента акцій тощо), які для інвестора й виконавця є випадковими з позиції торгівлі метаордеру та ринкового впливу. Нехай у цьому прикладі:

- волатильність акції σ є випадковою величиною, що є рівномірно розподіленою на проміжку від 0,05 до 0,2: $\sigma \sim U(0{,}05; 0{,}2)$;
- тривалість метаордеру T становить від 0,5 до 1,5 одиниць часу: $T \sim U(0{,}5; 1{,}5)$;
- інтенсивність торгівлі є постійною для кожного замовлення, проте неоднаковою для різних метаордерів: від 5 до 15 % від ринкового обсягу торгів $v \sim U(0{,}05; 0{,}15)$.

Як наслідок, очікуваний вплив кожного ордеру буде перебувати на проміжку $E[J] \in [0{,}05; 0{,}225]$, що можна розрахувати, підставивши найбільші/найменші значення наведених вище розподілів у формулу (13). Реально отримані значення можуть виходити за ці обмеження за рахунок ринкового шуму, вплив якого визначається волатильністю σ.

Приклад симуляції динаміки ціни 20-ти ордерів за обраних параметрів наведений на рис. 2 за умови нормалізації ціни так, що $S_0 = 0$.

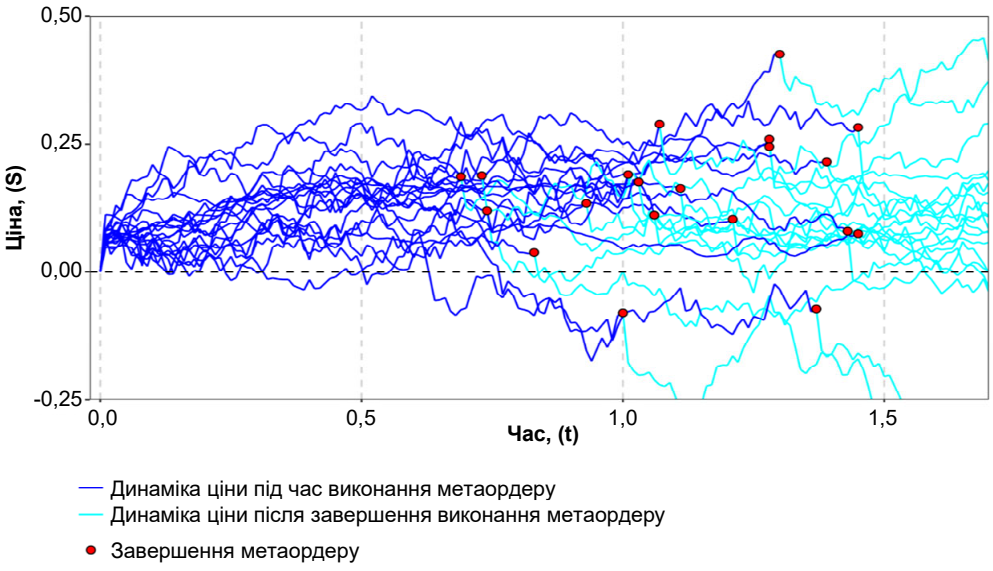

Рис. 2. Приклад симуляції динаміки ціни під час виконання двадцяти метаордерів

Джерело: розраховано авторами.

Отже, інвестор послідовно відправляє метаордери інвесторам А і Б, які виконують ці замовлення і спричиняють зміну в цінах, динаміка яких подібна до зображених на малюнку вище. Як результат, ці траєкторії дають змогу розрахувати середню премію (витрати), яку інвестор сплачує понад початкову ціну S_0.

Припустимо, що брокер Б є гіршим від брокера А і завжди виконує метаордер із ціною, що є гірша від симульованої на фіксоване значення, наприклад на 0,01 грошову одиницю. Отже, для кожного метаордеру, під час виконання якого ціна слідує процесу (12), середня ціна, яку отримають брокери А і Б для цього замовлення становитиме:

$$\begin{aligned} \hat{J}_A &= \frac{1}{T}\int_0^T S_t dt \approx \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{\frac{T}{\Delta t}} S_{i\Delta t} dt, \\ \hat{J}_Б &= \frac{1}{T}\int_0^T S_t dt + 0{,}01 \approx \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{\frac{T}{\Delta t}} S_{i\Delta t} dt + 0{,}01. \end{aligned} \quad (16)$$

Інвестор не знає, що брокер Б є гіршим від брокера А заздалегідь. Проте він прагне зібрати достатньо спостережень, щоб сказати напевне, який із брокерів є гіршим. Для цього він здійснює перевірку статистичної гіпотези:

$$H_0: \mu_a \geq \mu_b, \quad (17)$$

яку він прагне відхилити з 95 % рівнем надійності. Цей тест послідовно застосовують під час того, як інвестор відправляє метаордери. Динаміка ймовірності відхилення гіпотези зображена на рис. 3. Гіпотеза може бути відхилена з 95 % рівнем надійності лише після того, як більше, ніж 1200 ордерів були здійснені брокерами А та Б (по 600 на кожного виконавця).

Звісно, рис. 3 демонструє розрахунок критерію лише до окремого випадку: очевидно, що залежно від інших випадкових факторів кількість ордерів, необхідна для відхилення гіпотези, може суттєво різнитися. Так, брокер Б може досить довго приховувати нижчу якість своїх послуг, якщо половина ордерів, які були відправлені йому на виконання інвестором, є відносно легшою за ті, які отримав брокер А – унаслідок несприятливого збігу обставин. Тому під час розгляду тестування гіпотез недостатньо розглядати лише результат однієї симуляції. Отже, рис. 3 є лише демонстрацією того, як один окремий А/Б-тест сприйматиме інвестор.

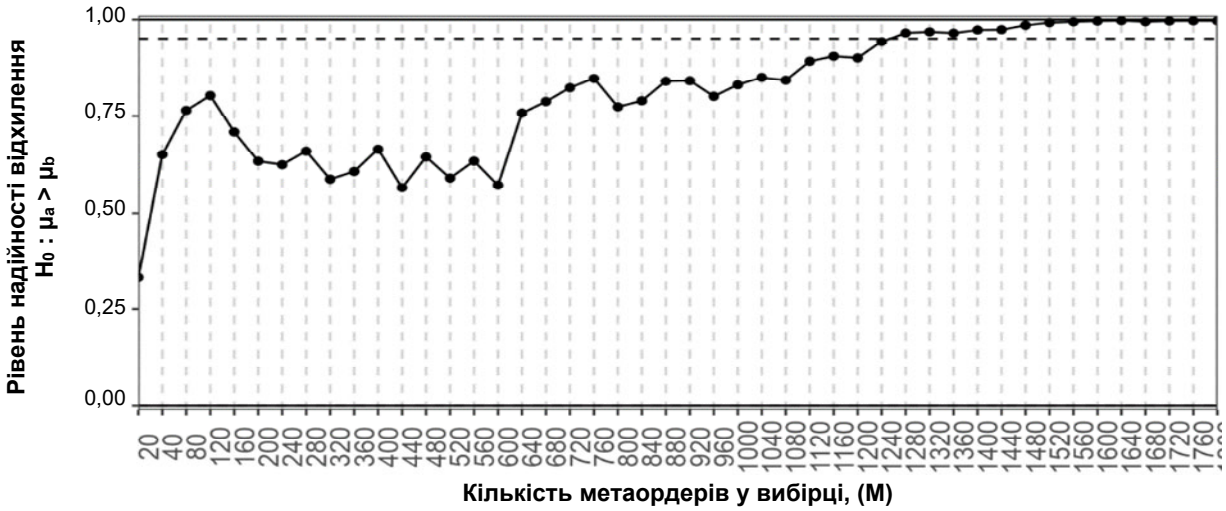

Рис. 3. Динаміка ймовірності відхилення статистичної гіпотези того, що витрати брокера А вищі

Джерело: розраховано авторами.

Проте щоб дослідити ефективність критерію не на одиничному прикладі було здійснено симуляцію 1000 А/Б-тестів: у кожному інвестор оцінює гіпотезу (4) за умови вищенаведених параметрів.

Рис. 4 демонструє ймовірність того, що гіпотеза буде відхилена (а отже, послуги брокера Б буде визнано гіршими) після того, як буде відправлено M ордерів. Тобто:

- рис. 3 відображає впевненість, з якою інвестор може це стверджувати для однієї симуляції на основі фіксованої кількості ордерів у вибірці;
- рис. 4 – з якою ймовірністю цієї кількості ордерів буде достатньо, щоб дійти цього висновку з 95 % рівнем упевненості (4).

Тож приклад, зображений на рис. 3, є одним із тих, в яких удача на боці інвестора: йому знадобилося лише 1200 ордерів, тоді як зазвичай для того, щоб гіпотеза була відхилена у 95 % випадків, необхідно близько 3000 замовлень у вибірці.

Варто зазначити, що випадок на рис. 4 зосереджений лише на силі критерію й на сьогодні залишає питання зміни похибки першого роду осторонь.

Крім того, ці значення розраховані лише для конкретного випадку, де значення параметрів і модель витрат були надані. У несимульованому випадку кількість факторів, які можуть впливати на результат та кількість шуму у вибірці, може суттєво відрізнятися.

Слід зауважити, що невизначеність у витратах ринкового впливу в обох вибірках виникає внаслідок двох окремих джерел. Передусім це невизначеність пов'язана з власне невизначеністю ринкової кон'юнктури та випадкового шуму в ціні акції. По-друге, це неоднорідність метаордерів, якість виконання яких оцінюється.

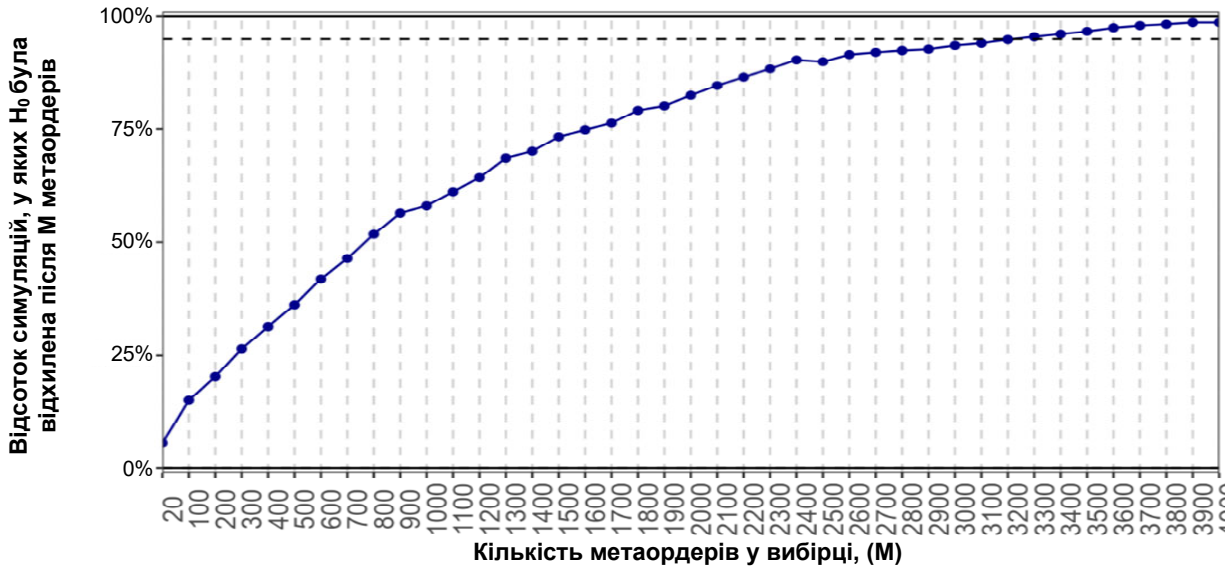

Рис. 4. Відсоток симуляцій, у яких H_0 була відхилена після M метаордерів

Джерело: розраховано авторами.

Оскільки метаордери відрізняються за швидкістю й тривалістю виконання, розкид значень ринкових витрат буде ширшим. Це збільшує співвідношення рівня шуму відносно інформації, наявного у вибірці, і призводить до того, що статистичне тестування гіпотези стає складнішим. Проте це проблема, яка зазвичай наявна й на практиці. До того ж кількість факторів, які призводитимуть до неоднорідності вибірки, може бути більшою. Властивості акцій, що торгуються, період дня, у який здійснюється замовлення, використання альтернативних майданчиків – це все те, що може вплинути на результуючі витрати.

Проте модель транзакційних витрат ринкового впливу може допомогти в нормалізуванні значень отриманих витрат – принаймні відносно тих факторів, що явно в неї входять.

Так, у рівнянні (11) параметри $\hat{\sigma}_a^2$ та $\hat{\sigma}_b^2$ є оцінкою дисперсії вибірки витрат брокера А та брокера Б відповідно. Тоді імовірність $P(\mu_a - \mu_b > 0)$ і протилежна їй $P(\mu_b - \mu_a > 0)$ мають обернену залежність зі стандартними відхиленнями вибірки. Ідея нормалізації полягає в тому, щоб використовуючи модель транзакційних витрат ринкового впливу, зменшити дисперсію величини, яка порівнюється.

Відповідно, уведемо поняття "несподівані витрати" – це та частина, на яку емпіричні значення витрат відхиляються від очікуваних. Інакше кажучи, якщо виконання метаордеру брокером А призвело до того, що інвестор втратив a_i внаслідок ринкового впливу, тоді як модель прогнозувала значення $\hat{a}_i$, то несподівані витрати становитимуть:

$$\varepsilon_i^{(a)} = a_i - \hat{a}_i. \quad (18)$$

Отже, витрати ринкового впливу включають:

- Очікувану частину, передбачену моделлю. Оскільки для розробки та пошуку параметрів моделі використовують історичні дані, вона відображає звичайні витрати інвестора за те, щоб виконати метаордер із заданими параметрами на торгівлю акції з подібними характеристиками.
- Несподівані частини. Ця частина витрат викликана факторами, які модель нездатна передбачити або врахувати: характер ринкової кон'юнктури в момент здійснення ордера, якість надання послуг брокером та просто ринковий шум.

Насправді, оскільки послуги брокера не враховані в моделі транзакційних витрат, прибуток або збиток, до якого призвели дії виконавця метаордеру, повністю входять до несподіваної частини витрат.

Тож, порівнюючи брокерів А і Б, немає сенсу порівнювати частину витрат, яка викликана характеристиками метаордеру й акції. Отже, замість оцінки ймовірності, що середні витрати першого брокера перевищують витрати другого $P(\mu_a - \mu_b > 0)$, можна оцінити ймовірність, що несподівані витрати брокера А більші за несподівані витрати брокера Б:

$$P(\varepsilon_a - \varepsilon_b > 0), \quad (19)$$

де ε_a і ε_b – очікувані середні несподівані витрати брокерів А і Б відповідно: $\varepsilon_a = E\left[\varepsilon_i^{(a)}\right]$, $\varepsilon_b = E\left[\varepsilon_i^{(b)}\right]$.

Перевагою є те, що дисперсія несподіваних витрат може бути меншою за дисперсію загальних ринкових витрат. Дійсно, згідно з властивостями дисперсії:

$$Var[a - \hat{a}] = Var[a] + Var[\hat{a}] - 2Cov(a, \hat{a}). \quad (20)$$

Отже, якщо $Cov(a, \hat{a}) > \frac{1}{2}Var[\hat{a}]$, то: $Var[a - \hat{a}] < Var[a]$, тож стандартне відхилення цієї вибірки буде меншим. А тоді, відповідно, імовірність (19) буде меншою й інвестору знадобиться менша вибірка ордерів, щоб відхилити гіпотезу H_0, якщо вона є неправильною.

Чи можна очікувати, що $Cov(a, \hat{a}) > \frac{1}{2}Var[\hat{a}]$? Представимо кореляцію як добуток кореляції та стандартних відхилень:

$$\rho(a, \hat{a}) \cdot \sqrt{Var[\hat{a}] \cdot Var[a]} > \frac{1}{2}Var[\hat{a}]. \quad (21)$$

Або:

$$2 \cdot \rho(a, \hat{a}) \cdot \sqrt{Var[a]} > \sqrt{Var[\hat{a}]}. \quad (22)$$

Так, нерівність буде справджуватися, якщо: а) кореляція між витратами ринкового впливу й передбаченнями моделі є високою; б) прогнози моделі мають низьке стандартне відхилення.

Висновки. Висока кореляція між прогнозами і значеннями, що прогнозуються, є ознакою точної моделі. Отже, чим точнішою є модель транзакційних витрат ринкового впливу, тим імовірніше, що нерівність (22) виконується.

Зі свого боку низьке стандартне відхилення моделі означає, що основна частина невизначеності у витрати привнесена не вибором інвестором акції для торгівлі й не параметрами метаордеру, а, власне, невизначеністю, спричиненою кон'юнктурними коливаннями на ринку. Чим більш подібними є замовлення інвестора за своїми характеристиками (тривалістю, інтенсивністю виконання), тим меншим буде коливання очікуваних витрат $Var[\hat{a}]$.

Отже, чим точніші передбачення надає модель щодо витрат ринкового впливу, та чим більш стандартизованими є метаордери, тим імовірніше, що (22) справджується.

Розглянемо попередній приклад, у якому інвестор намагався відхилити гіпотезу про те, що брокер А є гіршим за брокера Б. Нагадаємо, що середня ймовірність, із якою інвестор міг це зробити з 95 % ймовірністю після M ордерів, зображена на рис. 4.

Припустимо, що інвестор знає коректну модель витрат ринкового впливу (12) і має інформацію щодо справжніх значень параметрів ($\gamma = 1, \eta = 0{,}75,\ \alpha = \beta = 1$). Тобто вважається, що інвестор вже використав свої попередні замовлення (здійснені поза А/Б-тестуванням) для розробки моделі транзакційних витрат; водночас вибірка використаних метаордерів була достатньо велика, щоб похибкою оцінювання можна було знехтувати.

Отже, тепер інвестор перевіряє таку статистичну гіпотезу:

$$H_0: E[a_i - \hat{a}_i] \geq E\left[b_i - \hat{b}_i\right] \equiv H_0: \varepsilon_a - \varepsilon_b \geq 0. \qquad (23)$$

На рис. 5 зображено, як змінився відсоток симуляції, у якій гіпотеза була відхилена після M за умови застосування критерію лише до несподіваної частини загальних витрат. З графіка видно, що в попередньому випадку гіпотеза відхилялася у 95 % випадках лише після більше як 3000 ордерів, а в процесі використання несподіваних витрат це значення зменшилося принаймні до 2500.

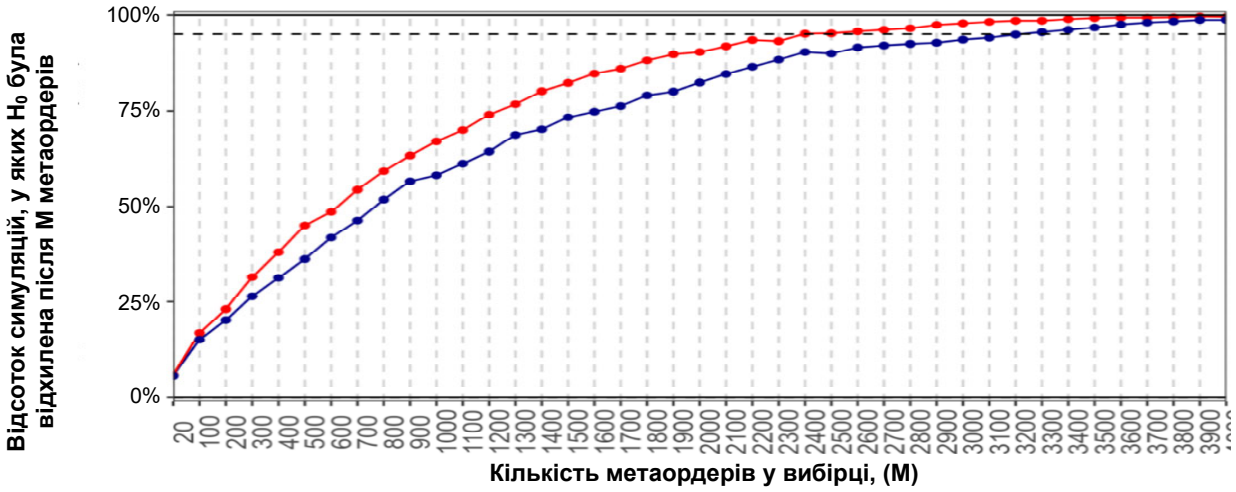

Рис. 5. Порівняння ймовірностей, що гіпотеза буде відхилена за умови використання загальних та лише несподіваних витрат

Джерело: розраховано авторами.

Отже, використання моделі транзакційних витрат дає змогу оперувати на несподіваних витратах, які мають меншу дисперсію. Унаслідок цього відхилення статистичної гіпотези потребує менший обсяг вибірки. Отже, якщо інвестор обирає з-поміж двох виконавців та використовує саме статистичний критерій для визначення брокера, чиїми послугами користуватися, – нормалізація витрат дає змогу прийняти рішення на основі меншої кількості відправлених замовлень.

Дискусія. Як наслідок, тестування триває коротший проміжок часу – і інвестор менше користується послугами потенційно гіршого брокера. Звісно, якщо модель побудована неправильно, тобто має низьку прогностичну здатність (низьку кореляцію з емпіричними витратами) або високу похибку вибірки в оцінених параметрах, то умова (22) не буде справджуватися, і використання такої моделі може призвести до гірших результатів.

Отже, точність моделі транзакційних витрат і якість оцінки її параметрів безпосередньо впливає на фінансовий результат компанії, оскільки вона дає змогу швидше визначити виконавців, чиї послуги призводять до більших витрат ринкового впливу.

Список використаних джерел

1. Coase, R. H. (Oct 1960). "The Problem of Social Cost", *Journal of Law and Economics*, vol. 3, pp. 1–44.

2. Olson, M. (1971). *The Logic of Collective Action: Public Goods and the Theory of Groups*, 2nd ed.: Harvard University Press.

3. North, D. (1992). *Transaction costs, institutions, and economic performance*. San Francisco, Calif: ICS Press.

4. Williamson, O. (Oct 1979). "Transaction-Cost Economics: The Governance of Contractual Relations", *Journal of Law and Economics*, vol. 22, no. 2, pp. 233–261.

5. Grossman, S., & Hart, O. (Aug 1986). "The Costs and Benefits of Ownership: A Theory of Vertical and Lateral Integration", *Journal of Political Economy*, vol. 94, no. 4, pp. 691–719.

6. Holmstrom, B., & Milgrom, P. (1991). "Multitask Principal-Agent Analyses: Incentive Contracts, Asset Ownership, and Job Design", *Journal of Law, Economics, & Organization*, vol. 7, no. (special issue), pp. 24–52.

7. Akerlof, G. (Aug 1970). "The Market for "Lemons": Quality Uncertainty and Market Mechanism", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 84, no. 3, pp. 488–500.

8. Stigler, G. (1961). "The Economics of Information", *Journal of Political Economy*, vol. 69, no. 3, pp. 213–225.
9. Spence, M. Aug. (1973). "Job Market Signaling", *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 87, no. 3, pp. 355–374.
10. Tobin, J. (Oct 1878). "A Proposal for International Monetary Reform", *Eastern Economic Journal*, vol. 3, no. 3/4, pp. 153–159.
11. Roll, R. (1989). "Price volatility, international market links, and their implications for regulatory policies", *Journal of Financial Services Research*, vol. 3, no. 2-3, pp. 211–246.
12. Aliber, R., Chowdhry, B., and Yan, S. (2003). "Some Evidence that a Tobin Tax on Foreign Exchange Transactions May Increase Volatility", *Review of Finance*, vol. 7, no. 3, pp. 481–510.
13. Keynes, J. M. (1930). *A Treatise on Money (In Two Volumes)*, A. Robinson and D. Moggridge, Eds. Cambridge: Cambridge University Press.
14. Hicks, J. (Dec 1962). "Liquidity", *The Economic Journal*, vol. 72, no. 288, pp. 787–802.
15. Demsetz, H. (Feb 1968). "The Cost of Transacting", *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 82, no. 1, pp. 33–53.
16. Stoll, H., Kraus, A. (June 1972). "Price Impacts of Block Trading on the New York Stock Exchange", *The Journal of Finance*, vol. 27, no. 3, pp. 569–588.
17. Miller, L. (July 1965). «On "Liquidity" and "Transaction Costs"», *Southern Economic Journal*, vol. 32, no. 1.
18. Garman, M. (Jun 1976). "Market microstructure", Journal of Financial Economics, vol. 3, no. 3, pp. 257–275.
19. O'Hara, M. (1998). Market Microstructure Theory, 1st ed.: Wiley.
20. Madhavan, A. (2000). "Market Microstructure: A Survey", Journal of Financial Markets, vol. 3, no. 3, pp. 205–258.
21. Asmar, M., Ahmad, Z. (2011). "Market Microstructure: The Components of Black-Box". International Journal of *Economics and Finance*, vol. 3, no. 1, pp. 12-13.
22. National Bureau of Economic Research (2021, June). NBER Working Group Descriptions. [Online]. https://web.archive.org/web/20080722025938/http://www.nber.org/workinggroups/groups_desc.html
23. Amihud, Y. (Jan 2002). "Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects", *Journal of Financial Markets*, vol. 5, no. 1, pp. 31–56.
24. Wilcox, J. (Mar-Apr 1993). "The Effect of Transaction Costs and Delay on Performance Drag", *Financial Analysts Journal*, vol. 49, no. 2, pp. 45–54.
25. Seligman, J. (2006). "Does Urgency Affect Price at Market? An Analysis of U.S. Treasury Short-Term Finance", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 38, no. 4, pp. 989–1012.
26. Amihud, A., Mendelson, H., and Pedersen, L. (2005). "Liquidity and Asset Prices", *Foundations and Trends in Finance*, vol. 1, no. 4, pp. 269–364.
27. Akins, B., Ng, J., and Verdi, R. (Jan 2012). "Investor Competition over Information and the Pricing of Information Asymmetry", *The Accounting Review*, vol. 87, no. 1, pp. 35–58.
28. Glosten, L., and Harris, L. (May 1988). "Estimating the components of the bid/ask spread", *Journal of Financial Economics*, vol. 21, no. 1, pp. 123–142.
29. Madhavan, A., Keim, D. (Jul 1998). "The Cost of Institutional Equity Trades", *Financial Analyst Journal*, vol. 54, no. 4, pp. 5–69.
30. Fabozzi, F., Collins, B. (1991). "A Methodology for Measuring Transaction Costs", Financial Analyst Journal, vol. 47, no. 2, pp. 27–36.
31. Loeb, T. (May-Jun 1983). "Trading Cost: The Critical Link between Investment Information and Results",*Financial Analysts Journal*, vol. 39, no. 3, pp. 39–44.
32. Wagner, W., and Edwards, M. (Jan-Feb 1993). "Best Execution", *Financial Analysts Journal*, vol. 49, no. 1, pp. 65–71.
33. Almgren, R., and Chriss, N. (2001). "Optimal Execution of Portfolio Transactions", *Journal of Risk*, vol. 3, pp. 5–39.
34. Bouchaud, J. P., Gefen, Y., Potters, M., and Matthieu, W. (2004). "Fluctuations and response in financial markets: the subtle nature of 'random' price changes", *Quantitative Finance*, vol. 4, no. 2, pp. 176–190.
35. Obizhaeva, A., and Wang, J. (2013)."Optimal trading strategy and supply/demand dynamics", *Journal of Financial Markets*, vol. 16, no. 1, pp. 1–32.
36. Alfonsi, A., Fruth, A., and Shied, A. (2010). "Optimal execution strategies in limit order books with general shape functions", *Quantitative Finance*, vol. 10, pp. 143–157.
37. Taranto, D., Bormetti, G., Bouchaud, J. P., Lillo, F. (2018). "Linear models for the impact of order flow on prices. II. The Mixture Transition Distribution model", *Quantitative Finance*, vol. 18, no. 6, pp. 917–931.
38. Eisler, Z., Bouchaud, J. P., and Kockelkoren, J. (2012). "Models for the impact of all order book events", in *Market Microstructure: Confronting Many Viewpoints*, F. Abergel et al., Eds. Oxford, UK: John Wiley & Sons Ltd, pp. 254.
39. Gatheral, J. (2016, May). Three models of market impact – Lectures from Baruch MFE Program. [Online]. https://mfe.baruch.cuny.edu/wp-content/uploads/2017/05/Chicago2016OptimalExecution.pdf
40. Thananjeyan, B. et al. (2021). "Resource Allocation in Multi-armed Bandit Exploration: Overcoming Sublinear Scaling with Adaptive Parallelism", *Proceedings of the 38th International Conference on Machine Learning*, vol. 139.
41. Neumann, J., and Morgenstern, O. (1953). *Theory of Games and Economic Behavior*, 776th ed. Princeton, NJ: Princeton University Press.
42. Gosset, W. (1908). ("Student"), "The probable error of a mean", *Biometrika*, vol. 6, no. 1, pp. 1–25.

Received: 24/10/2022
1st Revision: 18/11/2022
Accepted: 01/12/2022

Author's declaration on the sources of funding of research presented in the scientific article or of the preparation of the scientific article: budget of university's scientific project

O. Liubkina, Dr. Sci. (Econ.), Prof.
ORCID ID: 0000-0002-8245-8300,
V. Ihnatiuk, PhD Student
ORCID ID: 0000-0002-8758-3610
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

MARKET IMPACT MODEL APPLICATION FOR ASSESSING BROKER SERVICE QUALITY IN EQUITY MARKETS

The paper applies the microstructural approach to analyze transaction costs accrued in the process of executing orders on financial exchanges. The extended classification of transaction costs on equity markets is presented. The set of challenges which arise in the analysis of a particular component of transaction costs – market impact – is outlined. It is proposed to apply R. Almgren's market impact model to normalize observed costs. Normalized values exhibit a lower variance, and therefore, it requires a smaller sample of orders to choose the broker who provides the lowest transaction cost. As a result, the process of assessing broker service quality takes less time. Since, during the period of assessment, the investor has to use broker services to properly evaluate them, a faster process to weed out brokers who deliver higher transaction costs positively impacts investor's financial results.

As part of the larger challenge of reducing transaction costs of trading in financial equity markets, the specific case of market impact cost optimization on the basis of R. Almgren's model was examined. The suggested methodology focuses on a specific component of market impact, which has lower variance, and could be used to weed out brokers with subpar levels of services faster.

Keywords: market microstructure, transaction cost, broker services, market impact cost.

References (in Latin): Translation / Transliteration/ Transcription

1. Coase, R. H. (Oct 1960). "The Problem of Social Cost", *Journal of Law and Economics*, vol. 3, pp. 1–44.
2. Olson, M. (1971). *The Logic of Collective Action: Public Goods and the Theory of Groups*, 2nd ed.: Harvard University Press.
3. North, D. (1992). *Transaction costs, institutions, and economic performance*. San Francisco, Calif: ICS Press.
4. Williamson, O. (Oct 1979). "Transaction-Cost Economics: The Governance of Contractual Relations", *Journal of Law and Economics*, vol. 22, no. 2, pp. 233–261.
5. Grossman, S., & Hart, O. (Aug 1986). "The Costs and Benefits of Ownership: A Theory of Vertical and Lateral Integration", *Journal of Political Economy*, vol. 94, no. 4, pp. 691–719.
6. Holmstrom, B., & Milgrom, P. (1991). "Multitask Principal-Agent Analyses: Incentive Contracts, Asset Ownership, and Job Design", *Journal of Law, Economics, & Organization*, vol. 7, no. (special issue), pp. 24–52.
7. Akerlof, G. (Aug 1970). "The Market for "Lemons": Quality Uncertainty and Market Mechanism", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 84, no. 3, pp. 488–500.
8. Stigler, G. (1961). "The Economics of Information", *Journal of Political Economy*, vol. 69, no. 3, pp. 213–225.
9. Spence, M. Aug. (1973). "Job Market Signaling", *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 87, no. 3, pp. 355–374.

10. Tobin, J. (Oct 1878). "A Proposal for International Monetary Reform", *Eastern Economic Journal*, vol. 3, no. 3/4, pp. 153–159.
11. Roll, R. (1989). "Price volatility, international market links, and their implications for regulatory policies", *Journal of Financial Services Research*, vol. 3, no. 2-3, pp. 211–246.
12. Aliber, R., Chowdhry, B., and Yan, S. (2003). "Some Evidence that a Tobin Tax on Foreign Exchange Transactions May Increase Volatility", *Review of Finance*, vol. 7, no. 3, pp. 481–510.
13. Keynes, J. M. (1930). *A Treatise on Money (In Two Volumes)*, A. Robinson and D. Moggridge, Eds. Cambridge: Cambridge University Press.
14. Hicks, J. (Dec 1962). "Liquidity", *The Economic Journal*, vol. 72, no. 288, pp. 787–802.
15. Demsetz, H. (Feb 1968). "The Cost of Transacting", *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 82, no. 1, pp. 33–53.
16. Stoll, H., Kraus, A. (June 1972). "Price Impacts of Block Trading on the New York Stock Exchange", *The Journal of Finance*, vol. 27, no. 3, pp. 569–588.
17. Miller, L. (July 1965). «On "Liquidity" and "Transaction Costs"», *Southern Economic Journal*, vol. 32, no. 1.
18. Garman, M. (Jun 1976). "Market microstructure", Journal of Financial Economics, vol. 3, no. 3, pp. 257–275.
19. O'Hara, M. (1998). Market Microstructure Theory, 1st ed.: Wiley.
20. Madhavan, A. (2000). "Market Microstructure: A Survey", Journal of Financial Markets, vol. 3, no. 3, pp. 205–258.
21. Asmar, M., Ahmad, Z. (2011). "Market Microstructure: The Components of Black-Box". International Journal of *Economics and Finance*, vol. 3, no. 1, pp. 12-13.
22. National Bureau of Economic Research (2021, June). NBER Working Group Descriptions. [Online]. https://web.archive.org/web/20080722025938/ http://www.nber.org/workinggroups/groups_desc.html
23. Amihud, Y. (Jan 2002). "Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects", *Journal of Financial Markets*, vol. 5, no. 1, pp. 31–56.
24. Wilcox, J. (Mar-Apr 1993). "The Effect of Transaction Costs and Delay on Performance Drag", *Financial Analysts Journal*, vol. 49, no. 2, pp. 45–54.
25. Seligman, J. (2006). "Does Urgency Affect Price at Market? An Analysis of U.S. Treasury Short-Term Finance", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 38, no. 4, pp. 989–1012.
26. Amihud, A., Mendelson, H., and Pedersen, L. (2005). "Liquidity and Asset Prices", *Foundations and Trends in Finance*, vol. 1, no. 4, pp. 269–364.
27. Akins, B., Ng, J., and Verdi, R. (Jan 2012). "Investor Competition over Information and the Pricing of Information Asymmetry", *The Accounting Review*, vol. 87, no. 1, pp. 35–58.
28. Glosten, L., and Harris, L. (May 1988). "Estimating the components of the bid/ask spread", *Journal of Financial Economics*, vol. 21, no. 1, pp. 123–142.
29. Madhavan, A., Keim, D. (Jul 1998). "The Cost of Institutional Equity Trades", *Financial Analyst Journal*, vol. 54, no. 4, pp. 5–69.
30. Fabozzi, F., Collins, B. (1991). "A Methodology for Measuring Transaction Costs", Financial Analyst Journal, vol. 47, no. 2, pp. 27–36.
31. Loeb, T. (May-Jun 1983). "Trading Cost: The Critical Link between Investment Information and Results", *Financial Analysts Journal*, vol. 39, no. 3, pp. 39–44.
32. Wagner, W., and Edwards, M. (Jan-Feb 1993). "Best Execution", *Financial Analysts Journal*, vol. 49, no. 1, pp. 65–71.
33. Almgren, R., and Chriss, N. (2001). "Optimal Execution of Portfolio Transactions", *Journal of Risk*, vol. 3, pp. 5–39.
34. Bouchaud, J. P., Gefen, Y., Potters, M., and Matthieu, W. (2004). "Fluctuations and response in financial markets: the subtle nature of 'random' price changes", *Quantitative Finance*, vol. 4, no. 2, pp. 176–190.
35. Obizhaeva, A., and Wang, J. (2013)."Optimal trading strategy and supply/demand dynamics", *Journal of Financial Markets*, vol. 16, no. 1, pp. 1–32.
36. Alfonsi, A., Fruth, A., and Shied, A. (2010). "Optimal execution strategies in limit order books with general shape functions", *Quantitative Finance*, vol. 10, pp. 143–157.
37. Taranto, D., Bormetti, G., Bouchaud, J. P., Lillo, F. (2018). "Linear models for the impact of order flow on prices. II. The Mixture Transition Distribution model", *Quantitative Finance*, vol. 18, no. 6, pp. 917–931.
38. Eisler, Z., Bouchaud, J. P., and Kockelkoren, J. (2012). "Models for the impact of all order book events", in *Market Microstructure: Confronting Many Viewpoints*, F. Abergel et al., Eds. Oxford, UK: John Wiley & Sons Ltd, pp. 254.
39. Gatheral, J. (2016, May). Three models of market impact – Lectures from Baruch MFE Program. [Online]. https://mfe.baruch.cuny.edu/wp-content/uploads/2017/05/Chicago2016OptimalExecution.pdf
40. Thananjeyan, B. et al. (2021). "Resource Allocation in Multi-armed Bandit Exploration: Overcoming Sublinear Scaling with Adaptive Parallelism", *Proceedings of the 38th International Conference on Machine Learning*, vol. 139.
41. Neumann, J., and Morgenstern, O. (1953). *Theory of Games and Economic Behavior*, 776th ed. Princeton, NJ: Princeton University Press.
42. Gosset, W. (1908). ("Student"), "The probable error of a mean", *Biometrika*, vol. 6, no. 1, pp. 1–25.

ISSN 1728-3817