

**Задачі та гіпотези, рішення**

---

УДК 51:[37.091.27-057.874: 004 (477)]:378.4(477.411)КНУ

DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2024/2.6>

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

**ЗАВДАННЯ ДИСТАНЦІЙНОГО ТУРУ ОЛІМПІАДИ З МАТЕМАТИКИ КИЇВСЬКОГО  
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

***Анотація.** Завдання дистанційного туру Всеукраїнської олімпіади з математики Київського національного університету імені Тараса Шевченка для випускників закладів загальної середньої освіти та особам, що мають право на отримання документа про повну загальну середню освіту і бажають вступити до університету у 2025 році.*

***Ключові слова:** математична олімпіада; задачі; абітурієнт 2025.*

## **1. Вступ**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка щорічно проводить Всеукраїнську олімпіаду з математики. В олімпіаді можуть брати участь особи, які є учнями випускних класів закладів загальної середньої освіти або мають право на отримання документа про повну загальну середню освіту і бажають вступити до університету.

Традиційно олімпіада проходить у два тури: перший – дистанційний, який проходитиме з 15 січня 2024 року по 15 лютого 2025 року та другий – очний (фінальний), який планується провести на початку квітня 2025 року. Детальну інформацію читачі можуть знайти на офіційному сайті Київського національного університету імені Тараса Шевченка <https://knu.ua>.

Завдання насамперед адресовано учням випускних класів закладів загальної середньої освіти та особам, які мають право на отримання документа про повну загальну середню освіту у 2024-2025 навчальному році, що бажають вступити до Київського національного університету імені Тараса Шевченка та усіх, хто цікавиться математикою.

## **2. Завдання дистанційного туру Всеукраїнської олімпіади з математики Київського національного університету імені Тараса Шевченка (для вступників 2025 року)**

1. У трицифровому числі zakresлили останню цифру нуль, і воно зменшилося на 405. Яке число отримали?
2. Довести нерівність

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}, \quad n \geq 2.$$

- Розв'яжіть рівняння:  $\sqrt{x+11+6\sqrt{x+2}} + \sqrt{x+6-4\sqrt{x+2}} = 5$ .
- Знайти чотири числа, з яких три перших утворюють арифметичну прогресію, а три останніх – геометричну. Сума крайніх чисел дорівнює 22, а сума середніх дорівнює 20.
- Знайти розв'язки рівняння  $3 + 5\sin 2x = \cos 4x$ , що належать проміжку  $[0, 2\pi]$ .
- У рівнобедреному трикутнику центр вписаного кола поділяє висоту у відношенні 5:2 починаючи від вершини. Довжина бічної сторони дорівнює 20 см. Визначити довжину основи трикутника.
- Визначити усі значення параметра  $a$ , для яких корені рівняння

$$(a+1)x^2 - 3ax + 4a = 0$$

належать проміжку  $(2; 5)$ .

- На координатній площині  $Oxy$  зобразити всі точки з координатами  $(x, y)$ , для яких справджується рівність  $xy^2 - y^2 - x + y = 0$ .
- Задано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Довжина сторони куба дорівнює 4 см. Через точку  $A$ , середини ребер  $B_1 C_1$  та  $D_1 C_1$  проведено площину. Визначити периметр утвореного перерізу куба площиною.

### 3. Застереження

Для участі в дистанційному турі необхідно:

1) зареєструвати через сайт Київського національного університету імені Тараса Шевченка за посиланням <https://vstup.knu.ua/> особистий кабінет (при вдалій реєстрації на пошту учасника олімпіади прийде лист підтвердження);

2) завантажити в особистий кабінет не пізніше 15 лютого 2025 року розв'язання задач дистанційного туру (роботи потрібно оформити відповідно до вимог, розміщених в особистому кабінеті).

Отримано редакцією журналу: 02.12.2024

Прорецензовано: 05.12.2024

Схвалено до друку: 19.12.2024

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

### TASK OF THE DISTANCE TOUR OF THE MATHEMATICS OLYMPIAD OF THE TARAS SHEVCHENKO NATIONAL UNIVERSITY OF KYIV

**Abstract.** Tasks of the remote round of the All-Ukrainian Mathematics Olympiad of Taras Shevchenko National University of Kyiv for graduates of secondary education institutions and persons who have the right to receive a document of complete secondary education and wish to enter university in 2025.

**Keywords:** Mathematical Olympiad; problems; entrant 2025.