

УДК 539.3

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2023/2.25>

Середницька Х. І., к. ф.-м. н.

Kh. I. Serednytska, Ph. D. (Phys.-Math.)

Вплив поздовжньої і поперечної тепло- провідності міжфазних щілин на ефек- тивні параметри біматеріалу

Influence of longitudinal and transverse thermal conductivity of the interface crack on the effective parameters of the bi-material

Інститут прикладних проблем механіки і мате-
матики ім. Я. С. Підстригача НАН України,
79060, м. Львів, вул. Наукова, 3-б
e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

Pidstryhach Institute for Applied Problems of Me-
chanics and Mathematics, National Academy of
Sciences of Ukraine, 79060, Lviv, Naukova str., 3-b
e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

Досліджено ефективні параметри біматеріалу з періодичною системою міжфазних щілин з урахуванням їх поздовжньої і поперечної теплопровідності. Поперечну і поздовжню теплопровідність щілин враховано змінним в процесі навантаження термоопором їх заповнювача та фіксованою теплопровідністю поверхневих плівок відповідно. Задачу термопружності зведено до нелінійної системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь відносно розкриття щілин та стрибка температури між їх берегами. Запропоновано аналітично-числову ітераційну процедуру для розв'язування цієї системи. На основі отриманого розв'язку визначено ефективний стрибок температури та ефективний термоопір біматеріалу. Проаналізовано залежності ефективних параметрів біматеріалу від прикладеного розтягувального навантаження, однорідного теплового потоку та коефіцієнтів теплопровідності заповнювача і поверхневих плівок.

Ключові слова: поздовжня і поперечна теплопровідність, міжфазні щілини, ефективні параметри.

The effective parameters of the bi-material with a periodic system of interfacial cracks are studied, taking into account their longitudinal and transverse thermal conductivity. The bi-material is subjected to tensile forces and uniform heat flow. The transverse and longitudinal thermal conductivity of the cracks is taken into account by the thermal resistance of the filler and the thermal conductivity of the surface films, respectively. The thermal resistance of the filler is directly proportional to the opening of the cracks and inversely proportional to the thermal conductivity of the filler. Thermal conductivity of surface films does not change under the influence of load. The thermo-elastic problem is reduced to nonlinear systems of singular integro-differential equations for an opening cracks and a temperature jump between the cracks faces. An analytical-numerical iterative procedure for solving this system is proposed. Based on the obtained solution, the effective temperature jump and the effective thermal resistance of the bi-material are determined. The dependences of the effective parameters of the bi-material on the applied load and thermal conductivity coefficients of the filler and the surface films of the cracks are analyzed.

Key Words: Longitudinal and Transverse thermal conductivity, Interfacial Cracks, The effective parameters.

Статтю представив член-кореспондент НАН України Жук Я.О.

1. Вступ

Поздовжня і поперечна теплопровідність міжфазного інтерфейсу характеризується різними умовами передачі тепла через з'єднані елементи. В літературі розрізняють умови сильно-провідного і слабо-провідного інтерфейсу [1]. Для біматеріалів проведено дослідження слабо-провідних міжфазних дефектів з урахуванням газу в їх порожнинах [2]. В праці враховано умову неідеального теплового контакту зі змінним в

процесі навантаження термоопором, який обернено пропорційний коефіцієнту теплопровідності газу. Умови сильно-провідного міжфазного включення враховано в композиті з недосконалою поверхнею інтерфейсу [3].

У даній статті вивчено вплив поздовжньої і поперечної теплопровідності міжфазних щілин на ефективні параметри біматеріалу під дією теплового потоку та розтягувального навантаження.

2. Формулювання задачі

Розглядаємо біматеріал, що складається з двох півплощин D_1 і D_2 , матеріали яких характеризуються різними коефіцієнтами Пуассона (ν_1, ν_2), модулями зсуву (G_1, G_2), коефіцієнтами лінійного теплового розширення (α_1, α_2) та коефіцієнтами теплопровідності (λ_1, λ_2). На межі з'єднання півплощин розташована періодична система міжфазних щілин (рис. 1) завдовжки $2a$ з початковою висотою $h_0(x)$ та періодом розташування d . Порожнини щілин заповнені теплопровідною речовиною, яка проводить тепло лише в поперечному напрямку з коефіцієнтом теплопровідності λ_m . Береги щілин покриті тонкими плівками, які проводять тепло лише в поздовжньому напрямку з коефіцієнтом теплопровідності λ_s . Вважаємо, що заповнювач і плівки не чинять опору деформуванню компонент біматеріалу і береги щілин вільні від напружень.

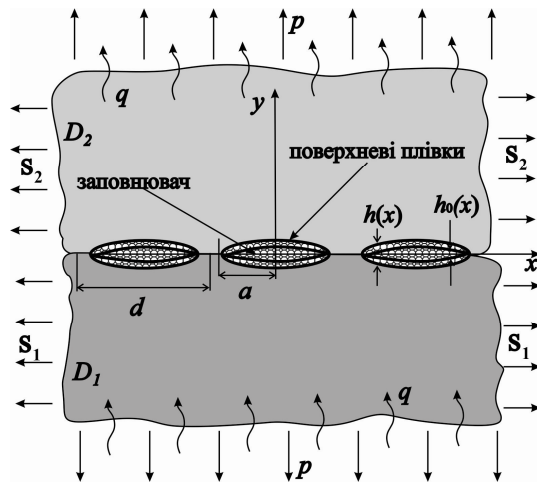


Рис. 1. Схема біматеріалу.

На нескінченності до біматеріалу прикладено рівномірно розподілене розтягувальне навантаження p та стаціонарний однорідний тепловий потік q .

Вплив заповнювача і плівок на передачу тепла між берегами щілин враховуємо умовою неідеального теплового контакту з термоопором $R(x) = h(x)/\lambda_m$ і коефіцієнтом теплопровідності λ_s .

Контактно-крайові умови на ділянках щілин ($y = 0, x \in (-a + kd, a + kd)$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) мають вигляд:

$$-\frac{\lambda_s}{12} \frac{\partial^2 (T^- - T^+)}{\partial x^2} + \frac{(T^- - T^+)}{R(x)} = q_y^+, \quad q_y^+ = q_y^-, \quad (1)$$

$$\sigma_y^+ = \sigma_y^- = 0, \quad \tau_{xy}^+ = 0, \quad \tau_{xy}^- = 0, \quad (2)$$

де $T^+, T^-, q_y^+, q_y^-, \sigma_y^+, \sigma_y^-, \tau_{xy}^+, \tau_{xy}^-$ – граничні значення температури, нормальної компоненти вектора теплового потоку та компонент тензора напружень у верхній і нижній площині.

3. Сингулярні інтегро-диференціальні рівняння задачі

Використовуючи методикку розв'язування задач термопружності для біматеріалу з міжфазними тріщинами [2] та задовольняючи умови (1)-(2), сформульовану задачу зведено до нелінійної системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь з ядром Гільберта відносно стрибка температури між берегами щілин $\gamma(x)$ та розкриття щілин $h(x)$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{d} \int_{-a}^a h'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt + \frac{\lambda \eta^-}{2} (\gamma(x) - \gamma_{ef}) = \\ = -\frac{G^*}{2} p + \frac{1}{d} \int_{-a}^a h'_0(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt, \\ h(\pm a) = 0, \quad |x| < a; \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_m \gamma(x)}{h(x)} - \frac{\lambda_s}{12} \gamma''(x) - \frac{\lambda}{2d} \int_{-a}^a \gamma'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt = q, \\ \gamma(\pm a) = 0, \quad |x| < a; \quad (4) \end{aligned}$$

$$\text{де } \gamma_{ef} = \frac{1}{d} \int_{-a}^a \gamma(x) dx; \quad \lambda = \frac{2\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}, \quad G^* = \frac{(1 - \kappa_1 \kappa_2)}{G_1 (1 - \kappa_2)},$$

$$\kappa_n = 3 - 4\nu_n, \quad \eta^- = \eta_2 - \eta_1, \quad \eta_n = \alpha_n (1 + \nu_n) / \lambda_n, \quad n = 1, 2.$$

Для розв'язування системи (3), (4) використано модифіковану ітераційну аналітично-числову процедуру [2] з урахуванням початкової висоти, заданої функцією $h_0(x) = 0.001(a^2 - x^2)^{3/2}$.

4. Ефективні параметри біматеріалу

На основі отриманого розв'язку системи (3)-(4) проаналізовано ефективні параметри біматеріалу (ефективний стрибок температури та ефективний термоопір), які характеризують сумарний термічний вплив системи щілин.

Ефективний (усереднений) стрибок температури γ_{ef} визначає додатковий розподіл температури, зумовлений множиною щілин.

Ефективний термічний опір R_{ef} на лінії контакту є функцією теплового потоку і визначається як $R_{ef}(q) = \frac{\partial \gamma_{ef}}{\partial q}$.

5. Числові результати та їх аналіз

Числові розрахунки проведено для наступних безрозмірних величин: $\bar{q} = qd\eta^-$, $\bar{p} = pG^*$,

$$\bar{\lambda}_m = \frac{\lambda_m}{\lambda} \quad \bar{\lambda}_s = \frac{\lambda_s}{\lambda}, \quad \bar{\gamma}_{ef} = \gamma_{ef}\lambda\eta^-, \quad \bar{R}_{ef} = \frac{R_{ef}d}{\lambda}.$$

Діапазон зміни коефіцієнта міжфазної тріщинуватості ($\bar{k}_t = 2a/d$ – характеризує щільність розташування щілин на міжфазній лінії) $0.1 \leq \bar{k}_t < 1$.

На рис. 2-5 проілюстровано залежність ефективних стрибка температури $\bar{\gamma}_{ef}$ та термоопору \bar{R}_{ef} від густини теплового потоку $|\bar{q}|$ для різних значень коефіцієнта теплопровідності поверхневих плівок $\bar{\lambda}_s$ (поздовжня теплопровідність) (рис.2-3) і коефіцієнта теплопровідності заповнювача $\bar{\lambda}_m$ (поперечна теплопровідність) (рис.4-5) за фіксованих значень розтягувальних зусиль \bar{p} і коефіцієнта міжфазної тріщинуватості \bar{k}_t .

Спостерігається нелінійна залежність ефективних параметрів біматеріалу від густини теплового потоку і збільшення їх величини зі збільшенням коефіцієнта теплопровідності плівок та зменшенням коефіцієнта теплопровідності заповнювача. Для різних напрямів теплового потоку ефективні параметри приймають різні значення для одного і того ж фіксованого значення густини теплового потоку.

На рис.2 і рис.4 бачимо, що ефективний стрибок температури зростає зі збільшення густини теплового потоку і приймає різні значення при зміні напрямку потоку на протилежний. Причому ця різниця зростає при збільшенні густини потоку.

Розподіл ефективного термоопору для різних значень коефіцієнтів $\bar{\lambda}_s$ і $\bar{\lambda}_m$ побудовано на рис. 3, 5. При зміні напрямку теплового потоку криві змінюють характер зі зростаючого на спадний відповідно. Різниця між значеннями ефективного термоопору зростає при збільшенні густини теплового потоку. Такий ефект в літературі має на-

зву термічної ректифікації. Кількісним показником такого явища є параметр термічної ректифікації, який характеризує відносну похибку між значеннями ефективного термоопору за фіксованої густини теплового потоку та двох протилежних напрямів потоку і визначається у відсотках. Так, наприклад для теплового потоку густини $|\bar{q}| = 0.002$ параметр термічної ректифікації змінюється від 13% до 27% в залежності від значень поздовжньої $\bar{\lambda}_s$ і поперечної теплопровідності $\bar{\lambda}_m$. А для теплового потоку з густиною $|\bar{q}| = 0.008$ параметр термічної ректифікації приймає значення 44-56%. Чим більша густина теплового потоку, тим більший рівень термічної ректифікації.

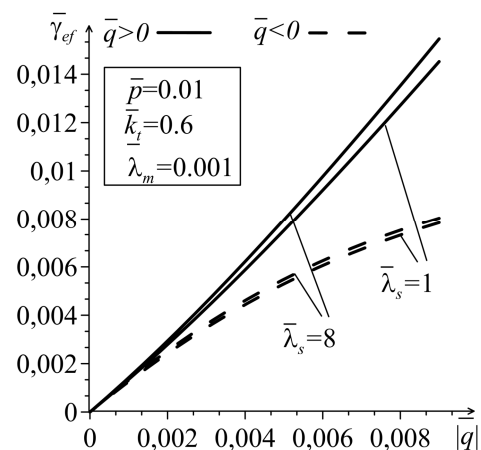


Рис. 2. Залежність ефективного стрибка температури $\bar{\gamma}_{ef}$ від густини теплового потоку $|\bar{q}|$ для різних значень коефіцієнта теплопровідності $\bar{\lambda}_s$.

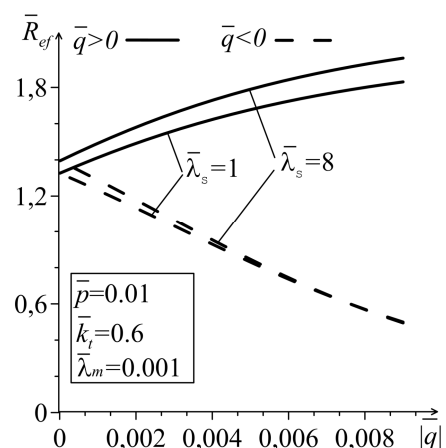


Рис. 3. Залежність ефективного термоопору \bar{R}_{ef} від густини теплового потоку $|\bar{q}|$ для різних значень коефіцієнта теплопровідності $\bar{\lambda}_s$.

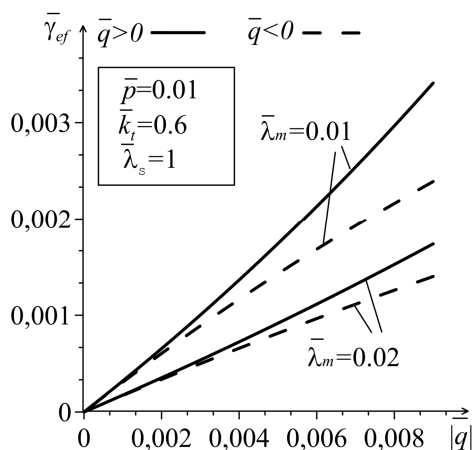
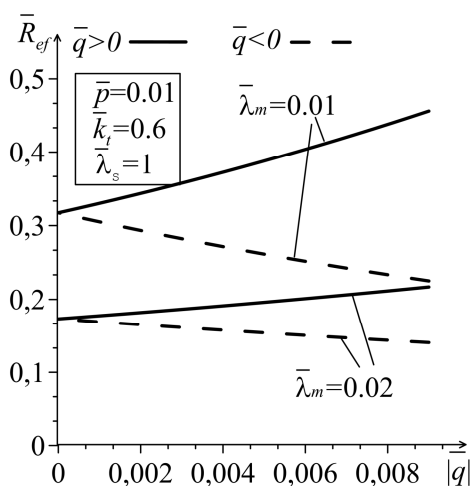


Рис. 4. Залежність ефективного стрибка температури $\bar{\gamma}_{ef}$ від густини теплового потоку $|\bar{q}|$ для різних значень коефіцієнта теплопровідності $\bar{\lambda}_m$.



Список використаних джерел

1. Torquato S. & Rintoul M. Effects of the interface on the properties of composite media / S.Torquato & M. Rintoul // Phys. Rev. Lett. 1995. – 52. – P. 2635-2638
2. Serednytska Kh. The thermoelastic state of a bi-material with an open gas-filled interface crack / Kh.Serednytska, R. Martynyak, K.Chumak // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. – 2019.–57(2). – P. 331-341.
3. Kushch V.I. Effective conductivity of spheroidal particle composite with imperfect interface: complete solutions for periodic and random microstructures / V.I. Kushch, I. Sevostianov, A.S. Belyaev // Mechanics of Materials. – 2015. – 89. – P. 1-11.

Рис. 5. Залежність ефективного термоопору \bar{R}_{ef} від густини теплового потоку $|\bar{q}|$ для різних значень коефіцієнта теплопровідності $\bar{\lambda}_m$.

6. Висновки

Визначено вплив поздовжньої і поперечної теплопровідності системи міжфазних щілин на ефективні параметри біматеріалу, що знаходиться під дією розтягувальних зусиль та однорідного теплового потоку. Сформульовано задачу термопружності для розглянутого біматеріалу з урахуванням теплопровідності заповнювача щілин, що змінюється в процесі навантаження і незмінної теплопровідності поверхневих плівок. Задачу термопружності зведено до системи сингулярних інтеро-диференціальних рівнянь відносно розкриття щілин та стрибка температури між їх берегами. Поперечну і поздовжню теплопровідність щілин враховано модифікованою узагальненою умовою неідеального теплового контакту ім. Я.С. Підстригача. Проаналізовано залежності ефективного стрибка температури та ефективного термоопору біматеріалу від густини теплового потоку для різних значень коефіцієнтів теплопровідності заповнювача і поверхневих плівок. Встановлено нелінійну залежність ефективних параметрів від густини теплового потоку та явище термічної ректифікації. Для більших значень теплового потоку і теплопровідності поверхневих плівок та меншої теплопровідності заповнювача міра термічної ректифікації є більшою.

References

1. TORQUATO, S. & RINTOUL, M. (1995) Effects of the interface on the properties of composite media. *Phys. Rev. Lett.* 52. P. 2635-2638.
2. SEREDNYTSKA, KH. & MARTYNYAK, R. & CHUMAK, K. (2019) The thermoelastic state of a bi-material with an open gas-filled interface crack. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics.* 57, No. 2. P. 331-341.
3. KUSHCH, V.I., SEVOSTIANOV, IGOR & BELYAEV A.S. (2015) Effective conductivity of spheroidal particle composite with imperfect interface: complete solutions for periodic and random microstructures. *Mechanics of Materials.* 89. P. 1-11.

Надійшла до редколегії 25.08.23