

мосферы от данных процессов в оптическом диапазоне. Калибровочная кривая построена по позафокальным изображениям Вегы. Были учтены спектр звезды, коэффициент поглощения в атмосфере, характеристики камеры.

Ключевые слова: кратковременные оптические явления в атмосфере Земли, фотометрия протяженных объектов, энергетика высотных разрядов.

L. Kozak, Ph.D. in Phys. and Math. Sciences, Taras Shevchenko National University of Kyiv,
A. Odzimek, Ph.D., Institute of Geophysics, Polish Academy of Sciences,
V. Ivchenko, Dr. Phys. and Math. Sciences,
P. Kozak, Ph.D. in Phys. and Math. Sciences, I. Gala, post-graduate student,
V. Lapchuk, Head. stud. Lab., Taras Shevchenko National University of Kyiv

THE EFFECTS FROM HIGH-ALTITUDE STORM DISCHARGES IN EARTH ATMOSPHERE

The regularities of appearance of transient luminous effects in Earth atmosphere and features of their ground-based observations are considered. Using video-observations obtained in the Institution of Geophysics of Poland Academy of Sciences the energy of atmospheric afterglow from these processes in visual wavelength range has been determined. Calibrating curve was plotted using unfocal images of Vega. The star spectrum, atmosphere absorption coefficient and characteristics of the observational camera were used.

Keywords: transient luminous effects in the Earth's atmosphere, photometry of extensive objects, energy of high-altitude discharges.

УДК 524.7

Ю. Кудря, канд. фіз-мат. наук, старш. наук. співроб.
Астрономічна обсерваторія Київського національного університету імені Тараса Шевченка

МУЛЬТИПОЛЬНИЙ АНАЛІЗ ПОЛЯ ШВИДКОСТЕЙ ГАЛАКТИК КАТАЛОГУ 2MFGC

З використанням опублікованих раніше (VizieR On-line Data Catalog: J/other/Ap/49.450, 03/2011) пекулярних швидкостей та відстаней для 2724 галактик з каталогу 2MFGC, проведено мультипольний аналіз поля швидкостей на основі релятивістської геодезичної октупольної моделі. Значущості частини тензорних складових моделі на нашому статистичному матеріалі виявилися достатньо низькими, причому такими, що зазнають суттєвих коливань в залежності від глибини вибірки. Тому було проведено спрощення моделей шляхом відкидання найменш значущих тензорних складових окремо для чотирьох вибірок (повної вибірки з 2724 галактик та її трьох підвибірок з обмеженнями глибини значеннями 10000 км/с, 8000 км/с та 6000 км/с). Приймаючи до уваги суттєву кореляцію між диполем та квадратичним диполем, квадруполем та квадратичним квадруполем, було визначено оптимальні моделі, єдині для всіх вибірок, з максимальною кількістю значущих тензорних компонент, в рамках яких є коректним оцінка певного мультиполя. У всіх визначеннях дипольна складова узгоджується за величиною з передбаченням космологічної Λ CDM-моделі. Структура квадруполя у всіх випадках виявилася близькою до такої, що відповідає агломераціям матерії у двох перпендикулярних напрямках. Проведено порівняння наших визначень старших мультиполей з визначеннями в інших роботах.

1. Вступ. При дослідженні негабблівських рухів галактик використовують мультипольні розклади поля швидкостей, які відображають особливості розподілу матерії на масштабах вибірки та на більших масштабах. Найпростішою оцінкою колективної негабблівської швидкості в об'ємі вибірки є дипольна складова поля швидкостей. Наразі є велика кількість оцінок диполя, які у більшості випадків узгоджуються між собою за величиною та напрямком на масштабах $(60 - 70) \cdot h^{-1}$ Мпк та відповідають передбаченням космологічної моделі з холодною темною матерією і космологічною сталою (Λ CDM-моделі). Для більш глибоких вибірок ситуація складніша. Ще в 1990-х роках при дослідженні потоків скупчень галактик на масштабах $\sim (100 - 150) \cdot h^{-1}$ Мпк були отримані надто великі дипольні швидкості ($\sim 600-700$ км/с) [1, 2, 3], які суперечили концепції конвергенції величини колективної швидкості зі зростанням масштабу вибірки. Декілька років тому великі оцінки диполя порядку 400 км/с на шкалах $\sim 100 \cdot h^{-1}$ км/с були отримані у [4, 5] з використанням методики "minimal variance" та компілятивних даних про індивідуальні пекулярні швидкості. На протигагу цьому, з недавніх визначень диполя в межах $100 \cdot h^{-1}$ Мпк, сумісних з Λ CDM-моделлю, відзначимо результати роботи [6], де за даними каталогу SFI++ [7] отриманий колективний рух з $V_B = (257 \pm 44)$ км/с.

Інші сигнали про можливість великих пекулярних швидкостей на великих масштабах приходять з аналізу кінематичного ефекту Сюняєва-Зельдовича в даних з анізотропії мікрохвильового випромінювання. На основі даних для скупчень галактик за три роки роботи супутника WMAP був отриманий [8] та пізніше підтверджений [9] когерентний потік з амплітудою 600–1000 км/с на масштабах $\sim 200 \cdot h^{-1}$ Мпк ("темний потік"). Однак інші автори не підтверджують цей результат, також використовуючи дані WMAP [10, 11].

Пошук великомасштабних потоків проводиться також за даними про наднові SNIa. Для їх вибірки в межах $150 \cdot h^{-1}$ Мпк отриманий [12] потік з дипольною швидкістю, що узгоджується з Λ CDM-моделлю. Для далеких наднових потік був оцінений як несумісний на рівні довірчої ймовірності, більшою за 99.7 %, з великими значеннями, отриманими в [8, 9]. З іншого боку в [13] отримані дипольні швидкості, дещо більші, ніж передбачені в рамках Λ CDM-моделі. Відзначимо також роботу [14] авторів, що отримували великі швидкості до 400 км/с [4, 5], у якій за даними про 245 SNIa з відстанями в межах $\sim 200 \cdot h^{-1}$ Мпк був отриманий цілком сумісний з Λ CDM-моделлю результат.

Наступною та менш дослідженою характеристикою локального поля швидкостей є його квадрупольна складова, яка, як звичайно інтерпретується, викликана припливною дією угруповань галактик, зовнішніх по відношенню до об'єму вибірки. Вперше роль квадруполя розглядалася у [15] та пов'язувалася зокрема з надскупченням Гідри-

Центавра (Великий атрактор, ВА). Серед множини оцінок квадруполя відзначимо оцінку в [16], де квадруполь пов'язувався з дією Концентрації Шеплі. На вибірках плоских галактик з каталогу RFGC [17] квадруполь було оцінено Парновським та інш. в [18]. В цій же роботі, певно вперше, було оцінено октупольну складову поля швидкостей. У наступні роки, у міру поповнення вибірки та верифікації даних Парновський та співавтори представили ще декілька робіт з оцінками квадруполя та октуполя [19, 20, 21, 22]. Інші дослідники квадруполь та октуполь оцінювали у [5, 23].

У більшості з перелічених робіт (крім [19]) старші мультиполі були оцінені з використанням нерелятивістських поліноміальних моделей поля швидкостей, тобто розкладів поля швидкостей за степенями відстаней при сталому часі. Але вже октупольна (квадратична за відстанню) нерелятивістська модель з теоретичної точки зору є непослідовною. Зокрема в ній не враховується тип космологічної відстані. Між тим глибина сучасних оглядів червоних зміщень та незалежних від них оцінок відстаней постійно збільшується. Це вимагає (можливо у майбутньому) більш послідовного врахування космологічних ефектів при аналізі поля швидкостей. З цією метою в роботах [24, 25] на основі теорії спостережних величин [26] у рамках Загальної теорії відносності було виведено мультипольний розклад поля швидкостей галактик на ізотропному конусі минулого до квадратичних за відстанню величин – релятивістську поліноміальну модель. Перші спроби використання її [19] показали недостатню глибину вибірок галактик з каталогу RFGC для робастного визначення релятивістських складових моделі.

В даній роботі досліджується мультипольна структура поля швидкостей на основі вибірки 2724 галактик (головним чином спіральних) з каталогу 2MFGC [27], для яких за залежністю Таллі-Фішера було визначено відстані та пекулярні швидкості [28] та опубліковано в електронному вигляді у 2011 р. [29]. Раніше на даній вибірці було визначено лише дипольну складову колективної швидкості [28]. В даній роботі для визначення мультипольних складових використано частинні випадки релятивістських моделей зі значущими за Фішером тензорними складовими. Отримані результати порівняно з результатами інших досліджень.

2. Релятивістська модель поля швидкостей галактик. Загальну геодезичну релятивістську модель поля швидкостей до квадратичних за відстанню доданків приймаємо у такому вигляді [24], [25]:

$$V_r = D_i n^i + H_0 d_A \left\{ Q_{ij} n^i n^j + 1 \right\} + c^{-1} (H_0 d_A)^2 \left\{ O_{ijk} n^i n^j n^k + L_{ij} n^i n^j + P_i n^i + W \right\} \quad (1)$$

Тут V_r – радіальна швидкість у певній системі відліку, d_A – відстань за кутовим діаметром, H_0 – стала Габбла, c – швидкість світла. Параметри моделі є: D_i – диполь (дипольна колективна швидкість), Q_{ij} – квадруполь, O_{ijk} – октуполь, L_{ij} – квадратичний (за відстанню) квадруполь, P_i – квадратичний диполь, W – квадратичний скаляр. Латинські індекси i, j, k приймають просторові значення 1, 2, 3. В (1) та далі використовується правило Айнштейна для підсумовування. Всі тензорні складові моделі є просторовими (з точки зору спостерігача) частинами чотиривимірних тензорів, ортогональних вектору 4-швидкості V^α . При цьому часові та змішані компоненти набагато менші за просторові; ними ми нехтуємо, враховуючи порядок розкладу (1). Зауважимо, що у моделі, більш загальній за (1), враховується можлива негеодезичність руху галактик [24, 25].

Квадратичний скаляр пов'язаний з параметром уповільнення q :

$$W = \frac{1}{2}(q + 3) + \frac{1}{3} Q_{ij} Q^{ij} . \quad (2)$$

Тензори Q_{ij} , L_{ij} та O_{ijk} симетричні за своїми індексами та безслідові. В частинному випадку однорідності та ізотропії вони разом з векторними складовими обертаються на нуль, і модель (1) зводиться до пост-Габблівської залежності між радіальною швидкістю та відстанню за кутовим діаметром, $V_r = H_0 d_A \left\{ 1 + \frac{1}{2}(q_0 + 3) \frac{H_0 d_A}{c} \right\}$, в рамках однорідних ізотропних космологічних моделей Фрідмана-Робертсона-Уокера (ФРУ). Всі параметри моделі (1) безрозмірні, крім диполя D_i , що має розмірність км/с.

Орторепер спостерігача $\vec{e}_i, i = 1, \dots, 3$ ми прив'язуємо до Галактичних координат (l, b) , так що компоненти одиничного вектора $\vec{n} = n^i \vec{e}_i$ напряму на галактику мають вигляд:

$$n^1 = \cos b \cos l, \quad n^2 = \cos b \sin l, \quad n^3 = \sin b \quad (4)$$

Тензорні складові моделі (1) ми параметризуємо таким чином. Векторні складові – очевидним чином, приймаючи їхні компоненти за шукані параметри. П'ятипараметричну квадрупольну складову приймаємо у такому вигляді:

$$V_r^{quad} = H_0 d_A \left\{ Q_{11} [(n^1)^2 - (n^3)^2] + Q_{22} [(n^2)^2 - (n^3)^2] + 2Q_{12} n^1 n^2 + 2Q_{13} n^1 n^3 + 2Q_{23} n^2 n^3 \right\} \quad (5)$$

В силу безслідовості тензора квадруполя маємо: $Q_{33} = -Q_{11} - Q_{22}$. Аналогічно параметризуємо квадратичний квадруполь L_{ij} . Октупольну складову параметризуємо сімома незалежними компонентами таким чином:

$$V_r^{oct} = c^{-1} (H_0 d_A)^2 \left\{ O_{112} n^2 [3(n^1)^2 - (n^2)^2] + O_{113} n^3 [3(n^1)^2 - (n^3)^2] + O_{122} n^1 [3(n^2)^2 - (n^1)^2] + \right. \\ \left. + O_{223} n^3 [3(n^2)^2 - (n^3)^2] + O_{133} n^1 [3(n^3)^2 - (n^1)^2] + O_{233} n^2 [3(n^3)^2 - (n^2)^2] + 6O_{123} n^1 n^2 n^3 \right\}. \quad (6)$$

Решту компонентів визначають умови безслідовості: $O_{111} = -O_{122} - O_{133}$, $O_{222} = -O_{112} - O_{233}$, $O_{333} = -O_{113} - O_{223}$.

Модель (1) є найбільш загальною релятивістською геодезичною моделлю, що отримується розкладом на ізотропному конусі минулого в ряд Тейлора до другого порядку за відстанню. Вона містить 24 параметри: $3(D_i) + 5(Q_{ij}) + 7(O_{ijk}) + 5(L_{ij}) + 3(P_i) + 1(W)$. Нерелятивістська модель [18, 5], що отримується розкладом на гіперповерхні сталого часу, відрізняється від (1) відсутністю квадратичних доданків з L_{ij} та W . У граничному випадку однорідної ізотропної космології (з метрикою ФРУ) відмінним від нуля є лише W .

Ми використовуємо систему відліку мікрохвильового випромінювання (ЗК-систему); перерахунок геліоцентричної радіальної швидкості $V_h \equiv cz$ в ЗК-систему проводимо за формулою $V_{3K} \equiv V_h + V_{Sun} n_{0,i} n^i$, де швидкість Сонця приймаємо згідно [30].

Відзначимо, що стала Габбла та параметр уповільнення, які входять у (1) та (2), визначаються в рамках неоднорідної космології більш загальним способом, ніж в моделях ФРУ. Ми, однак, приймаємо їх чисельні значення, що отримані в рамках моделей ФРУ. Сталу Габбла приймаємо такою, як в наших попередніх роботах, $H_0 = 75$ км/с/Мпк.

Відстані, що опубліковані в [29] та використовуються в даній роботі, є фотометричними, d_L ; ми їх перераховуємо у відстані за метричним кутовим діаметром d_A за формулою

$$d_A = \frac{d_L}{(1+z)^2}, \quad z = V_{3K}/c \quad (6)$$

При обчисленні відстаней в [28, 29] було використане пост-Габблівське співвідношення $V_r = H_0 d_L \left\{ 1 + \frac{1}{2}(q_0 - 1) \frac{H_0 d_L}{c} \right\}$ між радіальною швидкістю та фотометричною відстанню в рамках моделей ФРУ з $q_0 = -0.55$, що відповідає космологічним параметрам густини $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.7$. Тому в даній роботі ми також приймаємо це значення параметра уповільнення. При цьому параметр W перестає бути незалежним параметром моделі, найбільш загальна модель стає 23-параметричною. Оскільки у вираз (2) для W крім q_0 входить скалярний квадрат квадруполя, $Q_{ij}Q^{ij}$, то обчислення проводилися послідовним наближенням. В нульовому наближенні $Q_{ij}Q^{ij}$ приймалося нульовим. У всіх випадках достатнім виявилось 5 ітерацій, при цьому значення $Q_{ij}Q^{ij}$ збігалося з точністю, що визначається представленням чисел з подвійною точністю.

Параметри моделі (1) знаходимо методом найменших квадратів при мінімізації суми квадратів нев'язок лівої та правої частин.

3. Вибірki 2MFGC-галактик. Розподіл по небу в Галактичних координатах галактик всієї вибірки S ($N=2724$) показано на рис. 1. (Про формування вибірки див. [28]). Розподіл не є однорідним. Крім екваторіальної "смуги уникнення" примітне також переуцільнення в "зоні Аресибо" (окресленої неперервною лінією зони неба, що доступна радіотелескопу в Аресибо). Ті самі дефекти однорідності мають місце і для підвиборок, отриманих обмеженнями за відстанню.

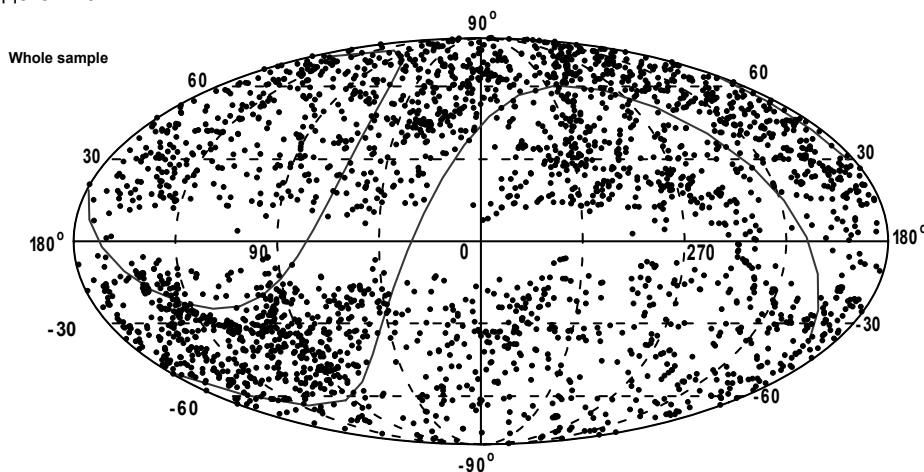


Рис. 1. Розподіл по небу в Галактичних координатах 2724 галактик з каталогу 2MFGC

На рис. 2 показано розподіл галактик вибірки S ($N = 2724$) за відстанню. Статистичні параметри розподілу: середня відстань $H_0 d_A = 5444$ км/с, середньоквадратичне відхилення від середнього 2646 км/с, асиметрія 0.78, ексцес 0.93. Вибірka є приблизно повною до відстані ~ 5500 км/с.

Обчислення параметрів мультипольної моделі (1) будемо проводити як для вибірки S ($N = 2724$), так і для трьох підвиборок з обмеженням відстані: S_{10} ($H_0 d_A < 10000$ км/с, $N = 2568$), S_8 ($H_0 d_A < 8000$ км/с, $N = 2289$) та S_6 ($H_0 d_A < 6000$ км/с, $N = 1735$). Вибірki S_8 та S_{10} вибрані з тих міркувань, що для таких глибин оцінювалися старші мультиполи в роботах [18, 29, 5]. Вибірka S_6 вибрана тому, що вона є приблизно повною.

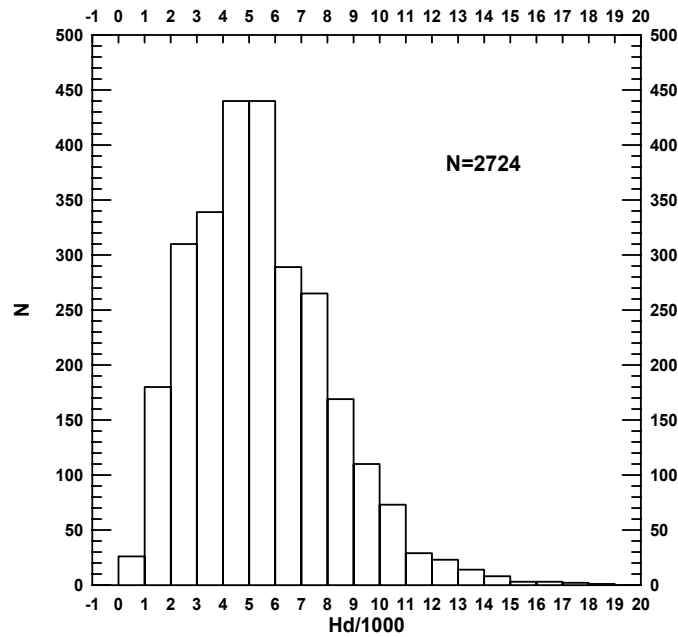


Рис. 2. Розподіл галактик вибірки S (N = 2724) за відстанню за кутовим діаметром

4. Значущість тензорних компонентів моделей. На першому етапі дослідження було проаналізовано значущості за критерієм Фішера тензорних складових моделі (1). На рівні довірчої ймовірності 95 % (99 %) значущість одного параметра (компоненти тензора) порівнювалася зі статистикою Фішера $F_{1,\infty} = 3.84$ (6.63), векторних складових (3 параметри) – з $F_{3,\infty} = 2.60$ (3.78), квадруполя (5 параметрів) – з $F_{5,\infty} = 2.21$ (3.02), октополя (7 параметрів) – з $F_{7,\infty} = 2.01$ (2.64). Було прийнято, що тензорна складова моделі є значущою, якщо оцінка статистики Фішера перевищує її значення на рівні 95 %.

Значущості частини складових моделі (1) на нашому статистичному матеріалі виявилися низькими, навіть на прийнятному достатньо низькому рівні довірчої ймовірності. При цьому значущості зазнають суттєвих варіацій в залежності від глибини вибірки та моделі, що приймалася. Тому має сенс розглядати лише ті частинні випадки моделі (1), у яких всі тензорні складові є значущими.

Було прийнято до уваги очевидну скорельованість диполя D і квадратичного диполя P, квадруполя Q і квадратичного квадруполя L, як тензорів однакової структури, які входять в модель з множниками, що є різними степенями відстані. В силу своєї скорельованості Q та L виявилися "майже пропорційними". Попередні обчислення показали, що власні вектори матриць Q та L колінеарні з точністю, кращою за 10^0 , а відповідні власні значення відрізняються знаком. Отже, додатній внесок одного з них компенсується негативним внеском іншого, і навпаки. При цьому формальні значущості Q та L суттєво вищі при наявності в моделі їх обох, ніж у випадках, коли один з них відсутній. Тому далі ми розглядаємо моделі, в яких є лише один з квадруполей.

Скорельованість диполя та квадратичного диполя проявляє себе іншим чином. У переважній більшості випадків, коли в моделі наявні обидва диполі, принаймні один з них виявився незначущим, тобто диполі ділять значущість між собою. Тому ми далі не розглядаємо моделі з обома диполями. Всього моделей, у яких диполі та квадруполі не входять парами, є сімнадцять: чотири моделі з трьома складовими, вісім з двома та п'ять з одною складовою.

Результати обчислення значущості тензорних параметрів моделей приведено в табл. 1 для всіх чотирьох вибірок. Тут подано також стандартні відхилення σ_V масиву індивідуальних швидкостей, отриманих у [28], від їх значень, що визначаються моделями. У другому стовпчику в дужках після позначення моделі вказано кількість вільних параметрів. Модель з усіма значущими тензорними складовими будемо називати значущою. У таблиці такі моделі виділено жирним шрифтом. Ми ставимо за мету знаходження найбільш загальних значущих моделей для всіх вибірок. Тому ми не наводимо в таблиці дані для моделей з одною складовою – вони всі виявилися значущими для всіх вибірок, але є найменш загальними.

У другому рядку табл. 1 для вручності порівняння наведені квантілі статистики Фішера на рівні 95 % (в дужках – 99 %). Моделі, які виявилися значущими, позначені у табл. 1 жирним шрифтом. Як видно, для максимальної вибірки S та підвибірок S_{10} і S_8 всі моделі з трьома складовими мають принаймні одну незначущу складову. Лише для підвибірки S_6 три з чотирьох моделей є значущими.

Моделі DQ, DO, DL виявилися значущими для всіх чотирьох вибірок. Ми їх використовуємо далі для оцінки диполя, квадруполя, октополя та квадратичного квадруполя. Для визначення квадратичного диполя P немає значущої для всіх вибірок моделі; однак модель PQ значуща для вибірок S, S_{10} , S_6 , а для вибірки S_8 значущість квадруполя майже досягає прийнятого рівня. За браком кращих варіантів для визначення квадратичного диполя з використанням однієї моделі для всіх вибірок було прийнято PQ-модель.

5. Мультипольні складові колективної швидкості

Диполь. В табл. 2 подано значення дипольної колективної швидкості, обчислених для чотирьох вибірок з використанням значущих моделей, що містять диполь. В стовпчиках 3–5 наводяться компоненти швидкості в орторепері галактичної системи координат, їх похибки та значущості за Фішером (у дужках). У 6 стовпчику – модуль дипольної швидкості та його похибка, в 7 та 8 стовпчиках – галактичні координати апекса та їх похибки (про спосіб обчислення похибок модуля швидкості та координат апекса див. в [28]).

Таблиця 1. Значущість тензорних параметрів моделей

Вибірка	Модель	σ_v (км/с)	$D_i(3)$	$P_i(3)$	$Q_{ij}(5)$	$L_{ij}(5)$	$O_{ijk}(7)$
			2.60 (3.78)		2.21 (3.02)		2.01 (2.64)
S ($N = 2724$)	DQO(15)	1062	6.73	–	1.35	–	1.20
	DLO(15)	1062	6.82	–	–	1.37	0.89
	PQO(15)	1064	–	3.52	1.04	–	1.10
	PLO(15)	1064	–	3.94	–	1.26	0.79
	DQ(8)	1063	9.96	–	2.56	–	–
	DO(10)	1063	5.82	–	–	–	2.06
	QO(12)	1066	–	–	0.80	–	2.57
	DL(8)	1062	9.61	–	–	3.01	–
	LO(12)	1066	–	–	–	0.76	2.07
	PQ(8)	1064	–	6.97	2.21	–	–
	PO(10)	1064	–	3.12	–	–	1.94
	PL(8)	1064	–	6.96	–	2.87	–
	S_{10} ($N = 2568$)	DQO(15)	1031	10.3	–	1.14	–
DLO(15)		1031	9.53	–	–	0.98	1.49
PQO(15)		1030	–	12.8	1.27	–	2.72
PLO(15)		1030	–	11.6	–	0.85	2.54
DQ(8)		1032	9.91	–	3.24	–	–
DO(10)		1031	9.63	–	–	–	3.16
QO(12)		1037	–	–	0.74	–	1.49
DL(8)		1032	8.69	–	–	3.30	–
LO(12)		1036	–	–	–	1.03	1.13
PQ(8)		1032	–	9.93	3.11	–	–
PO(10)		1030	–	11.9	–	–	4.04
PL(8)		1032	–	8.31	–	2.94	–
S_8 ($N = 2289$)		DQO(15)	989	8.28	–	1.17	–
	DLO(15)	989	7.35	–	–	1.46	3.51
	PQO(15)	988	–	10.4	1.20	–	3.65
	PLO(15)	988	–	8.50	–	0.93	3.68
	DQ(8)	993	8.87	–	2.40	–	–
	DO(10)	989	7.79	–	–	–	4.37
	QO(12)	994	–	–	0.87	–	3.73
	DL(8)	993	7.35	–	–	2.65	–
	LO(12)	993	–	–	–	1.71	3.51
	PQ(8)	992	–	10.6	2.19	–	–
	PO(10)	988	–	9.83	–	–	4.37
	PL(8)	992	–	8.11	–	1.88	–
	S_6 ($N = 1735$)	DQO(15)	894	4.33	–	6.12	–
DLO(15)		897	4.10	–	–	3.94	4.49
PQO(15)		895	–	3.19	6.84	–	4.14
PLO(15)		898	–	2.25	–	4.21	4.04
DQ(8)		900	5.53	–	7.06	–	–
DO(10)		901	3.59	–	–	–	5.23
QO(12)		897	–	–	5.68	–	5.09
DL(8)		903	5.08	–	–	4.96	–
LO(12)		899	–	–	–	3.63	4.92
PQ(8)		900	–	5.38	7.87	–	–
PO(10)		902	–	1.28	–	–	4.87
PL(8)		904	–	4.28	–	5.38	–

У четвертому рядку блоку даних табл. 2 для вибірки S приведено оцінку диполя, що зроблена у роботі [28] на тому саме спостережному матеріалі.

З табл. 2 видно; 1) визначення модуля дипольної колективної швидкості в діапазоні $\sim(150\div 200)$ км/с при глибинах вибірки $\sim(60\div 100) h^{-1}$ Мпс відповідають передбаченням космологічної Λ CDM-моделі; 2) вибір моделі призводить до змін визначення дипольної швидкості не більше $\sim(0.5\div 1.0)$ від похибки визначення; 3) напрямок дипольної швидкості достатньо стійкий при варіюванні глибиною вибірки та виборі моделі (особливо довгота) та близький до напрямку на класичний Великий аттрактор ($307^\circ, 9^\circ$).

Квадратичний диполь. В табл. 3 подано значення квадратичного диполя для чотирьох вибірок з використанням PQ-моделей. Таблиця влаштована так само, як попередня табл. 2. Порівняння модулів диполя та квадратичного диполя в табл. 2 та 3 показує систематичне зменшення їх відношення зі зменшенням глибини вибірки. При цьому довготи апексів обох диполів достатньо близькі, а широта квадратичного диполя має значно суттєвіший хід зі зменшенням глибини вибірки, ніж широта диполя.

Таблиця 2. Дипольна колективна швидкість

Вибірка	Модель	D_1	D_2	D_3	$ D $	l	b
S	DQ	124±40 (9.5)	-166±40 (17.4)	-12±34 (0.12)	207±38	307±11	-3±9
	DO	98±41 (5.7)	-138±42 (11.1)	-19±33 (0.33)	170±41	305±14	-6±11
	DL	114±40 (8.1)	-168±40 (17.9)	-13±34 (0.15)	203±38	304±12	-4±9
S ₁₀	D	110±37 (8.9)	-163±37 (19.2)	-29±30 (0.08)	199±37	304±11	-8±8
	DQ	125±40 (9.7)	-158±40 (15.9)	11±34 (0.1)	201±38	308±12	3±10
	DO	107±41 (6.7)	-187±42 (19.8)	1±33 (0.001)	215±41	300±11	0±9
S ₈	DL	107±41 (6.7)	-159±40 (16.1)	-3±33 (0.008)	192±38	304±12	-1±10
	DQ	118±40 (8.5)	-147±40 (13.8)	17±34 (0.2)	189±37	309±13	5±11
	DO	98±41 (5.6)	-167±42 (16.3)	-8±33 (0.06)	194±41	300±12	-3±10
S ₆	DL	104±41(6.6)	-141±40 (12.8)	-1±34 (0.01)	176±38	306±14	0±11
	DQ	94±42 (5.1)	-119±40 (8.7)	-12±35 (1.2)	152±38	308±16	5±13
	DO	57±43 (1.8)	-117±43 (7.6)	-46±35 (1.7)	138±42	296±18	-20±14
	DL	92±42(4.9)	-117±41 (8.4)	0±35 (0.00002)	149±39	308±16	0±13

Таблиця 3. Квадратичний диполь

Вибірка	Модель	P_1	P_2	P_3	$ P $	l	b
S	PQ	0.67±0.24 (7.5)	-0.88±0.25 (12.3)	-0.36±0.20 (3.2)	1.16±0.25	307±12	-18±9
S ₁₀	PQ	1.13±0.32 (12.5)	-1.30±0.35 (14.0)	0.12±0.27 (0.20)	1.73±0.33	311±11	4±9
S ₈	PQ	1.29±0.41 (9.9)	-1.49±0.43 (12.2)	0.62±0.35 (3.1)	2.07±0.38	311±12	18±11
S ₆	PQ	1.08±0.62 (3.0)	-1.20±0.65 (3.4)	1.29±0.57 (5.1)	2.07±0.52	312±18	39±18

Квадруполь. Значення незалежних компонент квадруполя для чотирьох вибірок та двох значущих моделей приведені в табл. 4. Зручно компоненти квадруполя наводити у процентах, інтерпретуючи його як локальне анізотропне расширення зі "сталою" Габбла $H_0(1+Q_{ij}n^i n^j)$. У дужках подані значущості компонент Q_{ij} .

Таблиця 4. Незалежні компоненти квадруполя

Виб.	Мод.	$Q_{11}, \%$	$Q_{22}, \%$	$Q_{12}, \%$	$Q_{13}, \%$	$Q_{23}, \%$
S	DQ	1.64±0.91 (3.2)	-0.48±0.90 (0.3)	-3.58±1.60 (5.0)	1.17±1.16 (1.0)	1.48±1.26 (1.4)
	PQ	1.32±0.94 (2.0)	-0.63±0.92 (0.5)	-3.27±1.62 (4.1)	0.93±1.19 (0.6)	2.02±1.30 (2.4)
S ₁₀	DQ	2.00±0.98 (4.2)	-1.70±0.97 (3.1)	-1.44±1.76 (0.7)	3.46±1.32 (6.9)	1.60±1.40 (1.3)
	PQ	2.10±1.01 (4.3)	-1.60±1.00 (2.5)	-1.55±1.77 (0.8)	3.60±1.33 (7.3)	0.81±1.43 (0.3)
S ₈	DQ	2.65±1.09 (5.9)	-3.09±1.06 (8.4)	0.25±1.92 (0.02)	2.45±1.55 (2.5)	-0.02±1.57 (2·10 ⁻⁴)
	PQ	2.81±1.11 (6.4)	-2.65±1.09 (5.9)	0.02±1.92 (10 ⁻⁴)	2.76±1.54 (3.2)	-0.84±1.59 (0.3)
S ₆	DQ	4.79±1.34 (12.8)	-3.90±1.32 (8.8)	-2.19±2.30 (0.9)	5.52±2.00 (7.6)	-7.42±1.99 (14.0)
	PQ	4.94±1.35 (13.4)	-3.52±1.33 (7.0)	-2.25±2.30 (1.0)	6.42±2.01 (10.2)	-8.04±2.00 (16.2)

З табл. 4 видно: 1) тенденцію зростання компонентів квадруполя зі зменшенням глибини вибірки; 2) узгодженість визначень квадруполя при заміні в моделі диполя на квадратичний диполь, що еквівалентно врахуванню залежності квадруполя від відстані.

Більш наочною характеристикою квадруполя є набір власних значень (ВЗ) та власних векторів (ВВ) його матриці. В табл. 5 наведено їх значення лише для DQ-моделей. ВЗ пронумеровані за зменшенням їх значення; ВВ утворюють праву трійку ортонормованих векторів. При цьому з двох протилежних напрямків першого ВВ ми вибираємо той, що є найближчим до напрямків до ВА та Концентрації Шеплі. У другому стовпчику табл. 5 указаний номер ВЗ, в третьому – його значення (в процентах) з похибкою, у четвертому – компоненти ВВ, у п'ятому та шостому – заокруглені до одного градуса галактичні координати напрямку ВВ, у останньому стовпчику – сузір'я, у які направлені ВВ, після тире – антиподальне сузір'я. Риска-слеш означає, що напрямок знаходиться поблизу границі сузір'я.

З табл. 5 видно, що у всіх випадках структура квадруполя така, що в базисі, утвореному з ВВ, він приблизно пропорційний матриці $diag(1,0,-1)$. Таку структуру матриці припливних сил можна отримати від двох центрів тяжіння з перпендикулярними напрямками, а маси та відстані до яких зв'язані співвідношенням $2M_2 / M_1 = (R_2 / R_1)^3$. ВЗ сумарної матриці: $\lambda_1 = 3GM_1 / (2R_1^3)$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -\lambda_1$. При цьому ВВ з найбільшим ВЗ направлений на ближчий атрактор, ВВ з нульовим ВЗ – на дальший, ВВ з найменшим (від'ємним) ВЗ – на "войди". Відзначимо, що у роботах [16, 18] структура квадруполя також приблизно пропорційна $diag(1,0,-1)$. В недавній роботі [31] таку структуру підтверджено.

Перший ВВ для вибірки S_6 направлений у сузір'я Вагів, приблизно на 30° на північний схід від Концентрації Шеплі в Центаврі ($l = 311^\circ, b = +32^\circ, H_0 d = 14400$ км/с). При цьому диполь також знаходиться в Центаврі, на 30° на південь від Концентрації Шеплі. Класичний ВА також знаходиться у Центаврі ($l = 307^\circ, b = 9^\circ$). Третій ВВ для S_6 направлений в точку неба, що відстоїть від центрів надскупчень в списках Беколпа-Сонейри [32] та Ейнасто та ін. [33] не ближче, ніж на 30° .

Таблиця 5. Власні значення та власні вектори квадруполя

Вибірка, модель	n	ВЗ, %	ВВ	l°	b°	Сузір'я
S ($N = 2724$)	1	2.67 ± 0.88	{0.8723, -0.4875, 0.0392}	331	2	Nor – Per
DQ	2	-0.39 ± 0.78	{-0.2862, -0.5738, -0.7674}	243	-50	Hor/Eri – CrB/Her
	3	-2.28 ± 0.73	{-0.3966, -0.6581, 0.6400}	239	40	Sex – Aqr
S_{10} ($N = 2568$)	1	2.94 ± 0.90	{0.8866, -0.0587, 0.4589}	356	27	Lib/Sco – Tau
DQ	2	-0.40 ± 0.98	{0.3273, -0.6212, -0.7120}	298	-45	Hyd – UMi
	3	-2.54 ± 0.80	{-0.3269, -0.7814, 0.5315}	247	32	Sex/Hyd – Peg
S_8 ($N = 2289$)	1	3.20 ± 1.06	{0.9137, 0.0175, 0.4059}	1	24	Oph/Sco – Eri
DQ	2	-0.11 ± 0.97	{0.4056, 0.0204, -0.9138}	3	-66	Gru – UMa
	3	-3.09 ± 1.07	{-0.0243, 0.9996, 0.0115}	91	1	Sex/Hyd – Vel
S_6 ($N = 1735$)	1	6.53 ± 1.23	{0.8604, -0.2484, 0.4450}	344	26	Lib – Tau/Ari
DQ	2	-0.09 ± 1.20	{0.5058, 0.5228, -0.6861}	46	-43	Aqr – Leo
	3	-6.44 ± 1.37	{-0.6219, 0.8154, 0.5755}	94	35	Dra – Dor

Наразі неможна стверджувати про узгодженість оцінок квадруполя на основі різних вибірок однакової глибини. Так, наприклад, у роботі [5] деякі компоненти квадруполя на основі вибірок SFI++ та DEEP, обчислені одним чином та з врахуванням геометрії вибірки в межах 10000 км/с, різняться між собою на $(3-4)\sigma$.

Нажаль, коректне порівняння визначень квадруполя, отриманих у даній роботі, з визначеннями інших авторів неможливе через використання різних моделей поля швидкостей. Наприклад, в недавніх роботах [34, 23] наводяться результати для вибірок в межах 8000 км/с та 10000 км/с з використанням DQO-моделі. Для таких глибин і такої моделі наші дані приводять до незначущих оцінок квадруполя (див. табл. 1). З іншого боку, в цитованих та більш ранніх роботах [18, 19, 20] не наводяться значущості визначень квадруполя в цілому. Тому ми вважаємо такі порівняння некоректними і не проводимо їх.

Квадратичний квадруполь. Значення п'яти незалежних компонент L_{ij} в DL-моделі для чотирьох вибірок приведені в табл. 6. У дужках подані значущості компонент. Власні значення, компоненти власних векторів та їх напрямки подані у табл. 7.

Таблиця 6. Незалежні компоненти квадратичного квадруполя в DL-моделі

Вибірка	$L_{11}, \%$	$L_{22}, \%$	$L_{12}, \%$	$L_{13}, \%$	$L_{23}, \%$
S	0.26 ± 0.34 (0.58)	0.27 ± 0.33 (0.69)	-1.49 ± 0.58 (6.7)	0.16 ± 0.40 (0.17)	0.89 ± 0.43 (4.2)
S_{10}	0.33 ± 0.43 (0.61)	-0.46 ± 0.43 (1.2)	-0.48 ± 0.80 (0.37)	1.29 ± 0.56 (5.3)	1.52 ± 0.61 (6.3)
S_8	0.71 ± 0.54 (1.7)	-1.46 ± 0.54 (7.4)	0.88 ± 0.99 (0.78)	0.75 ± 0.77 (0.94)	1.18 ± 0.79 (2.2)
S_6	2.25 ± 0.84 (7.2)	-2.77 ± 0.83 (11.0)	-0.09 ± 1.47 (0.003)	3.00 ± 1.26 (5.7)	-3.76 ± 1.26 (9.0)

Таблиця 7. Власні значення та вектори квадратичного квадруполя

Вибірка	n	ВЗ	ВВ	l°	b°
S ($N = 2724$)	1	1.06 ± 0.32	{-0.6624, 0.7295, 0.1705}	132	10
	2	-0.16 ± 0.25	{-0.6326, -0.4227, -0.6489}	214	-40
	3	-0.90 ± 0.25	{-0.4013, -0.5377, 0.7415}	233	48
S_{10} ($N = 2568$)	1	0.98 ± 0.35	{0.6251, 0.2806, 0.7283}	24	47
	2	0.23 ± 0.45	{0.6921, -0.6307, -0.3510}	318	-21
	3	-1.20 ± 0.36	{-0.3609, -0.7235, 0.5885}	243	36
S_8 ($N = 2289$)	1	1.30 ± 0.48	{0.6516, 0.2563, 0.7139}	21	46
	2	0.36 ± 0.48	{0.7445, -0.0359, -0.6667}	357	-42
	3	-1.65 ± 0.50	{0.1452, -0.9659, 0.2143}	279	12
S_6 ($N = 1735$)	1	3.29 ± 0.76	{0.8101, -0.1789, 0.5583}	348	34
	2	0.39 ± 0.75	{0.5769, 0.4124, -0.7051}	36	-45
	3	-3.68 ± 0.88	{-0.1041, 0.8933, 0.4373}	97	26

Обговорення оцінок квадратичного квадруполя планується зробити у іншій роботі.

Октуполь. Тривалентний симетричний безслідовий тензор октуполя O_{ijk} в орторепері Галактичних координат параметризуємо сімома параметрами, що входять у формулу (5). Як вже було сказано, для всіх вибірок октуполь виявився значущим в DO-моделі; значення компонент O_{ijk} в для цієї моделі подано у табл. 8.

В табл. 9 представлені для порівняння оцінки октуполя для вибірок глибиною 10000 км/с в п'яти роботах: [18, 20, 22, 5] та даній роботі. В силу неоднакового визначення тензора октуполя його компоненти були перераховані до значень, що відповідають його визначенню в даній роботі відповідно до моделі (1). Значення в [18, 20, 22] множилися на швидкість світла; при цьому враховувалася інша нумерація векторів орторепера Галактичних координат. Значення в [5] множилися

на сталу Габбла, що приймалася 75 км/с/Мпк. Оккуполь у роботі [5] обчислений для каталогів SFI++ та Deerp, а також для "композитного каталогу". Ми використали оцінку для композитного каталогу. В табл. 9 подані компоненти оккупольа для вибірок глибиною 10000 км/с, оскільки в [22, 5] подані ці дані лише для даної глибини. У [18, 20, [5] подані значення не безслідного тензора оккупольа O_{ijk} , а симетричного 10-параметричного тензора $\tilde{O}_{ijk} = O_{ijk} + P_{(i}\delta_{jk)}$ (оккуполь плюс "слід оккупольа" за термінологією [18]). Наведені в цих роботах похибки \tilde{O}_{ijk} не дають можливості точно оцінити похибки O_{ijk} (невідомі всі компоненти коваріаційної матриці), тому для цих визначень похибки в табл. 9 не наводяться.

Таблиця 8. Компоненти оккупольа в DO-моделі

Компонента	$S, N = 2724$ (2.1)	$S_{10}, N = 2568$ (3.2)	$S_8, N = 1289$ (4.4)	$S_6, N = 1735$ (5.2)
O_{112}	0.20±0.34 (0.35)	0.81±0.44 (3.5)	0.71±0.55 (1.7)	0.11±0.82 (0.02)
O_{113}	-0.43±0.24 (3.2)	-0.58±0.31 (3.5)	-1.33±0.42 (10.0)	-1.75±0.68 (6.7)
O_{122}	-0.07±0.37 (0.04)	0.49±0.48 (1.1)	1.95±0.57 (11.6)	1.80±0.87 (4.3)
O_{223}	0.84±0.25 (11.3)	0.29±0.34 (0.8)	-0.35±0.42 (0.7)	-1.68±0.71 (5.7)
O_{133}	0.24±0.26 (0.9)	0.58±0.35 (2.8)	0.52±0.47 (1.2)	-0.37±0.78 (0.2)
O_{233}	0.04±0.27 (0.02)	0.73±0.38 (3.7)	-0.25±0.50 (0.2)	-2.76±0.79 (12.2)
O_{123}	-0.19±0.19 (1.0)	0.47±0.27 (3.1)	0.46±0.36 (1.7)	0.13±0.56 (0.05)

Таблиця 9. Порівняння значень оккупольа в різних роботах

Параметр	[18] (1)	[20] (2)	[22] (3)	[5] (4)	$S_{10}, N = 2568$ (5)
$O_{112} \equiv O_1$	-0.87	-0.29	-0.60±0.63	1.25	0.81±0.44 (3.5)
$O_{113} \equiv O_2$	0.67	1.43	0.90±0.45	0.52	-0.58±0.31 (3.5)
$O_{122} \equiv O_3$	-1.08	-1.52	-0.87±0.66	-0.28	0.49±0.48 (1.1)
$O_{223} \equiv O_4$	-0.94	0.15	0.30±0.54	0.02	0.29±0.34 (0.8)
$O_{133} \equiv O_5$	0.27	0.94	2.01±0.54	1.24	0.58±0.35 (2.8)
$O_{233} \equiv O_6$	1.51	1.63	1.65±0.60	0.67	0.73±0.38 (3.7)
$O_{123} \equiv O_7$	0.54	0.81	1.10±0.37	0.50±0.41	0.47±0.27 (3.1)

Порівняння показує суттєву розбіжність у визначеннях оккупольа. Для об'єктивної оцінки різниці у р-й та q-й оцінках ми обчислюємо величини

$$\sigma^{pq} = \left\{ \sum_{i=1}^7 \varepsilon_i [o_i^{(p)} - o_i^{(q)}]^2 / 7 \right\}^{1/2} \tag{7}$$

де $\varepsilon_i = 1, i = 1, \dots, 6, \varepsilon_7 = 3/2$. Найбільш близькими виявилися визначення (1) та (2), $\sigma^{12} = 0.64$, (2) та (3), $\sigma^{23} = 0.57$, (4) та (5), $\sigma^{45} = 0.54$. Те, що близькими є визначення (1) та (2), (2) та (3) є зрозумілим, оскільки відповідні вибірки (2) та (3) були отримані послідовним поповненням та корекцією даних вибірки (1) галактик з каталогу RFGC при однакової методиці опрацювання даних. При цьому за дві послідовні корекції даних оцінки суттєво розійшлися ($\sigma^{13} = 0.88$). Звертає увагу відносна близькість визначень (4) та даної роботи ($\sigma^{45} = 0.54$). Три визначення на основі RFGC-каталогу [18, 20, 22], є далекими від визначення [5], $\sigma^{14} = 1.02$, $\sigma^{24} = 0.90$, $\sigma^{34} = 0.93$ відповідно і ще далі вони знаходяться від визначень даної роботи: $\sigma^{15} = 1.05$, $\sigma^{25} = 1.16$, $\sigma^{35} = 1.14$.

6. Висновки. В даній роботі отримано оцінки мультипольних складових релятивістської моделі (1) поля швидкостей на основі списку відстаней та пекулярних швидкостей для 2724 плоских галактик з каталогу 2MFGC. Значущості за Фішером частини тензорних складових моделі (1) на нашому статистичному матеріалі виявилися низькими. Тому було розглянуто ті частинні випадки моделі (1), у яких всі тензорні складові є значущими (значущі моделі) для всіх чотирьох вибірок (найбільшої вибірки S та трьох вибірок, що отримані обмеженням відстані значеннями 10000 км/с (S_{10}), 8000 км/с (S_8) та 6000 км/с (S_6)). Прийняття до уваги значущих тензорних складових моделей, а не їх компонент, забезпечує "інваріантність значущості" при зміні кутових координат.

Було враховано очевидну скорельованість диполя D і квадратичного диполя P, а також квадруполя Q і квадратичного квадруполя L, як тензорів однакової структури, які входять в модель з множниками, що є різні степені відстані. За цієї причини було розглянуто 17 моделей, у яких скорельовані величини не входять парами. Обчислення показали, що для максимальної вибірки S та підвибірок S_{10} і S_8 всі моделі з трьома складовими не є значущими. Двоскладові моделі DQ, DO, DL виявилися значущими для всіх чотирьох вибірок. Їх було далі використано для оцінки диполя, квадруполя, оккупольа та квадратичного квадруполя. Для визначення квадратичного диполя P використовуємо PQ-модель.

Обчислення диполя показало близькість визначень між собою та слабке зростання модуля швидкості від ~150 км/с для найменш глибокої вибірки S_6 до ~200 км/с для максимальної вибірки S. Галактичні довготи апекса дипольної колективної швидкості у всіх визначеннях в межах помилки збігаються з долготою Великого атрактора, а за широтою апекс розташовуються дещо південніше від нього. Всі визначення модуля дипольної швидкості узгоджуються з передбаченнями космологічної Λ CDM-моделі. Квадратичний диполь близький за напрямком до диполя, хоча його широта має значно суттєвішу варіацію зі зменшенням глибини вибірки, ніж широта диполя.

Структура квадруполя виявилася такою, що в базисі, утвореному з власних векторів, він приблизно пропорційний матриці $diag(1,0,-1)$. Таку структуру матриці припливних сил можна отримати від двох центрів тяжіння з перпендику-

лярними напрямками, а маси та відстані до яких зв'язані співвідношенням $2M_2/M_1 = (R_2/R_1)^3$. Можлива також більш складна "хрестоподібна" конфігурація з врахуванням центрів тяжіння в опозиційних напрямках. Отримано, що власний вектор з найбільшим власним значенням для всіх вибірок "прив'язаний" до області неба розмірами $\sim 40^\circ$, що містить Великий атрактор та Концентрацію Шеплі. Відзначимо, що у роботах [18, 16, 31] структура квадруполя також приблизно пропорційна $diag(1,0,-1)$.

Якщо квадруполь можна трактувати як "анізотропну сталу Габбла", $H(\vec{n}) = H_0(1 + Q_{ij}n^i n^j)$, то з врахуванням квадратичного квадруполя – як "анізотропну та просторово неоднорідну сталу Габбла", $H(\vec{n}) = H_0(1 + Q_{ij}n^i n^j + c^{-1}H_0 d_A L_{ij} n^i n^j)$. Відзначимо, що оцінка L в роботі [19] (див. також [21]) на виборках галактик з каталогу RFGC показала неправдоподібно великі значення компонент тензора конформної кривини Вейля, пов'язаного з тензором.

Отримані оцінки октуполя (див. табл. 9) було порівняно з визначеннями інших авторів. Найбільш близькими до наших виявилися оцінки роботи [5]. Вдвічі далі з використанням міри близькості (7) наші визначення виявилися від визначень в [18, 20, 22] на основі галактик каталогу RFGC, так само, як ці визначення від визначення в [5]. Неузгодженість визначень октуполя пояснюється низьким рівнем значущості його оцінок як наслідком значних похибок у спостережних даних, а також різницею у вибірках, методах опрацювання даних, модифікаціях залежності Таллі-Фішера для обчислення відстаней тощо.

Загальний висновок такий: для робастної оцінки тензорних параметрів релятивістської моделі (1) поля швидкостей галактик необхідні більш глибокі вибірки галактик з мінімальними шумами у спостережних даних. Можливо, що таку можливість можуть дати огляди галактик наступного покоління, такі як EUCLID [35], LSST [36].

Автор дякує С.Л. Парновського за стимулювання даної роботи.

Список використаних джерел

1. Lauer T.R., Postman M. The motion of the Local group with respect to the 15000 kilometer per second Abell cluster inertial frame // *Astroph. J.* – 1994. – Vol. 425. – P. 418–438.
2. Willick J.A. The Las Campanas observatory/Palomar 10000 kilometer per second cluster survey. II. Constrains on large-scale streaming // *Astroph. J.* – 1999. – Vol. 522. – P. 647–660.
3. Hudson M.J., Smith R.J., Lucey J.R. et al. A large-scale bulk flow of galaxy clusters [Текст] // *Astroph. J.* – 1999. – Vol. 512. – P. L79–L82.
4. Watkins R., Feldman H.A., Hudson M.J. Consistently Large cosmic flows on scales $100h^{-1}$ Mpc: a challenge for the standard CDM cosmology // *MNRAS.* – 2008. – Vol. 392, Issue 2. – P. 743–756.
5. Feldman H.A., Watkins R., Hudson M.J. Cosmic flows on $100h^{-1}$ Mpc scales: standardized minimum variance bulk flow, shear and octupole moments // *MNRAS.* – 2010. – Vol. 407, Is. 4. – P. 2328–2338.
6. Nusser A., Davis M. The cosmological bulk flow: consistency with Λ CDM and $z=0$ constraints on σ_8 and γ // *Astroph. J.* – 2011. – Vol. 736. – Article id. 93 (9 pp)
7. Springob C.M., Masters K. L., Haynes M.P. et al. SFI++ II: A new I-band Tully-Fisher catalog, derivation of the peculiar velocities and dataset properties // arXiv:0705.0647.
8. Kashlinsky A., Atrio-Barandela F., Kocevsky D., Eveling H. A measurement of large-scale peculiar velocities of cluster of galaxies: results and cosmological implications // *Astroph. J.* – 2008. – Vol. 686. – P. L49–L52.
9. Kashlinsky A., Atrio-Barandela F., Eveling H. et al. A new measurement of the bulk flow of X-ray luminous clusters of galaxies // *Astroph. J.* – 2010. – Vol. 712. – P. L81–L85.
10. Keisler R. The statistical significance of the "dark flow" // *Astroph. J.* – 2009. – Vol. 707. – P. L42–L44.
11. Osborne S.J., Mak D.S.Y., Church S.E., Pierpaoli E. Measuring the galaxy cluster bulk flow from WMAP data // *The Astroph. J.* – 2011. – Vol. 737. – Article id. 98 (20pp).
12. Dai D.-C., Kinney W.H., Stojkovic D. Measuring the cosmological bulk flow using the peculiar velocities of supernovae // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* – 2011. – Issue 04. – Article id. 15.
13. Colin J., Mohayaee R., Sarkar S., Shafieloo A. Probing the anisotropic local universe and beyond with SNIa data // *MNRAS.* – 2011. – V. 414. – P. 264–271.
13. Turnbull S.J., Hudson M.J., Feldman H.A. et al. Cosmic flows in the nearby Universe from Type Ia Supernovae // *MNRAS.* – 2012. – Vol. 420, Is. 1. – P. 447–454.
14. Lilje P.B., Yahil A., Jones B.J.T. The tidal velocity field in the Local supercluster // *Astroph. J.* – 1986. – Vol. 307. – P. 91–96.
15. Hoffman Y., Edgar A., Zaroubi S., Dekel A. The large-scale tidal velocity field // arXiv: astro-ph/0102190.
16. Karachentsev I.D., Karachentseva V.E., Kudrya Yu.N. et al. The revised Flat Galaxy Catalogue // *Bull. SAO.* – 1999. – Vol. 47. – P. 5–185.
17. Парновский С.Л., Кудря Ю.Н., Караченцева В.Е., Караченцев И.Д. Коллективное движение плоских галактик на масштабах 100 Мпк в квадруполюм и октупольном приближениях // Письма в Астрон. журн. – 2001. – Т. 27, № 12 – С. 890–900.
18. Парновский С.Л., Гаїдамака О.З. Определение параметров релятивистских моделей коллективного движения галактик по наблюдательным данным // Кинематика и физика небесных тел. – 2004. – Т. 20, № 6. – С. 477–488.
19. Парновский С.Л., Тугай А.В. Коллективное движение плоских галактик на масштабе 100 Мпк с использованием новых данных // Письма в Астрон. журн. – 2004. – Т. 30, № 5 – С. 1–11.
20. Parnovsky S.L., Parnowski A.S. Large-scale collective motion of RFGC galaxies in curved space-time // *Astroph. & Sp. Sci.* – 2011. – Vol. 331. – P. 429–440.
21. Parnovsky S., Parnowski A. Yet another sample of RFGC galaxies // *Astroph. & Sp. Sci.* – 2013. – Vol. 343, Issue 2. – P. 747–754.
22. Feldman H.A., Watkins R. Bulk flow and shear moments of the SFI++ survey // *MNRAS.* – 2008. – Vol. 387. – P. 825–829.
23. Кудря Ю. М., Александров О.М. Релятивістське моделювання великомасштабного руху галактик // Журн. фіз. досл. – 2002. – Т. 6, № 4. – С. 472–475.
24. Кудря Ю.М., Александров О.М. Релятивістська поліноміальна модель великомасштабного руху галактик // Вісник Київ. ун-ту. Астрон. – 2004. – № 39–40. – С. 130–135.
25. Пирагас К.А., Жданов В.И., Александров А.Н. и др. Качественные и аналитические методы в релятивистской динамике // М. Энергоатомиздат, 1995. – 448 с.
26. Mitronova S.N., Karachentsev I.D., Karachentseva V.E. et al. The 2MASS-selected Flat Galaxy Catalog // *Bull. spec. Astroph. Observ.* – 2004. – V. 57. – P. 5–165.
27. Караченцев И.Д., Кудря Ю.Н., Караченцева В.Е., Митронова С.Н. Пекулярные скорости 3000 спиральных галактик из каталога 2MFGC // Астрофизика. – 2006. – Т. 49, № 4. – С. 527–540.
28. Karachentsev I.D., Kudrya Yu.N., Karachentseva V.E., Mitronova S.N. Peculiar velocities of 2MFGC spirals // *VizieR On-line Data Catalog*, 03/2011.
29. Kogut A., Lineweaver C., Smoot G.F. et al. Dipole anisotropy in the COBE differential microwave radiometers first-year sky maps // *Astroph. J.* – 1993. – Vol. 419. – P. 1–6.
30. Courtois H.M., Hoffman Y., Tully R.B., Gottlober S. Three-dimensional velocity and density reconstructions of the local Universe with Cosmicflows-1 // *Astroph. J.* – 2012. – Vol. 744. – Art.id. 43 (12pp).
31. Bachall N.A., Soneira R.M. A supercluster catalog // *Astroph. J.* – 1984. – V. 277. – P. 27–37.
32. Einasto M., Tago E., Jaaniste J. et al. The supercluster-void network. I. The supercluster catalogue and large-scale distribution // *Astron. Astroph. Suppl. Ser.* – 1997. – Vol. 123. – P. 119–133.
33. Parnovsky S.L., Parnowski A.S. Large-scale collective motion of RFGC galaxies // *Astroph. & Sp. Sci.* – 2010. – V. 325, Is. 2. – P. 163–175.
34. Laureijs R. Euclid: Mapping the geometry of the Dark Universe // arXiv: 0912.0914.
35. LSST Science Collaboration, LSST Science Book // arXiv: 0912.0201.