МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ЗІНЧЕНКО АРТЕМ ЮРІЙОВИЧ

УДК: 517.938:004.942

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДЕТЕРМІНОВАНОГО ХАОСУ В ПРОЦЕСАХ З КВАДРАТИЧНОЮ НЕЛІНІЙНІСТЮ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ – 2016

Дисертацією є рукопис.
Робота виконана на кафедрі математичних методів системного аналізу Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут» Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник:	доктор технічних наук, професор **Данилов Валерій Якович**, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”, професор кафедри математичних методів системного аналізу.
Офіційні опоненти:	доктор технічних наук, доцент **Турбал Юрій Васильович,** Національний університет водного господарства та природокористування, професор кафедри прикладної математики;
	доктор технічних наук, професор **Яценко Віталій Олексійович,** Інститут космічних досліджень НАНУ-ДКАУ, завідувач відділу дистанційних методів та перспективних приладів.

Захист відбудеться “_24_” жовтня 2016 р. о 15 год. 45 хв. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.001.35 Київського національного університету імені Тараса Шевченка за адресою: 03680 МСП, м. Київ, проспект акад. Глушкова, 2-А, географічний факультет, аудиторія № 310.

З дисертацією можна ознайомитися в Науковій бібліотеці ім. М. Максимовича Київського національному університеті імені Тараса Шевченка за адресою: 01601 МСП, м. Київ, вул. Володимирська, 58.

Автореферат розісланий “ _22_ ” _вересня_ 2016 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.001.35 П.М. Зінько

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Сучасні дослідження об'єктів та процесів навколишнього світу пов'язані з нелінійною динамікою та явищем детермінованого хаосу, які встановлюють принципові обмеження на передбачення поведінки останніх. Саме тому останні роки ознаменувалися зростаючим інтересом до пошуків нових моделей нерегулярної поведінки в складних системах різної природи, зокрема в різних сегментах фінансово-економічних процесів цінової динаміки мікро- та макроекономічних показників, а також вивченням режимів динамічної взаємодії існуючих реальних динамічних систем із врахуванням всіх ефектів. При цьому складність дослідження нелінійних математичних моделей динамічних систем, які, як правило, не мають точних аналітичних розв'язків, зумовлюється тим, що надзвичайно мала похибка задання початкового стану повністю детермінованої системи призводить до непередбачуваних наслідків її стану на великих проміжках часу. Результатом такої поведінка системи є те, що вона на перший погляд, здається, що характеризується нерегулярним, хаотичним розвитком динамічних змінних в часі, хоча сама динаміка хаотичного режиму системи є детермінованою, і в ній можна встановити ряд закономірностей та властивостей, що відрізняють її від класичних випадкових процесів. Така хаотична система має фрактальну розмірність та проявляє чутливу залежність від початкових умов.

Крім того, ідентифікація нелінійних динамічних систем на основі точних та неповних спостережень за експериментальними часовими рядами їх хаотичної поведінки також є однією з актуальних задач в різних галузях природознавства, техніки та світової економіки, що дістала назву повної реконструкції дисипативних динамічних систем, а для випадку відомої структури системи – параметричної ідентифікації. Задача моделювання реальних дисипативних систем, що проявляють хаотичну поведінку, гранично ускладнюється, якщо інформація про об'єкт дослідження обмежена одновимірною реалізацією однієї із координат стану системи або наявністю лише спостережуваних скалярних часових послідовностей на атракторі. Тому саме застосування комп'ютерів для реконструкції динамічних систем та їх математичного моделювання у другій половині XX ст. змінило саме поняття "розв'язати задачу". Вперше така методологія для дослідження явищ і процесів навколишнього світу була запропонована академіком О.А. Самарським у вигляді технології "обчислювального експерименту" в 70-х роках XX ст. і була виражена тріадою "модель–алгоритм–програма".

Цьому напрямку наукових досліджень присвячені роботи вітчизняних та закордонних наукових шкіл, які очолювали А.А. Андронов, В.І. Арнольд, Ф.Г. Гаращенко, М. Ено, Дж. Йорк, Н.Ф. Кириченко, А.Н. Колмогоров, В.О. Кононенко, Л.Д. Ландау, Е. Лоренц, А.М. Ляпунов, П. Манневілль, Ю. Мозер, Е.Отто, І. Помо, Л.С.Понтрягін, Д. Рюель, А.М. Самойленко, Ф. Такенс, М. Фейгенбаум, Е. Хопф, Д.Я. Хусаїнов, Я.З. Ципкін, О.М. Шарковський та інші. Дослідження хаотичних коливань та реконструкція динамічних систем за експериментальними спостереженнями проводилась в роботах В.С. Аніщенка, Г. Бенеттіна, А. Вольфа, С.В. Кияшка, Б. Коха, Т.С. Краснопольської, А.П.Кузнєцова, С.П. Кузнєцова, Ю.І. Неймарка, В.І.Оселедця, О.С. Піковського, Ж.А. Пуанкаре, Г.Е. Херста, А.Ю. Швеця та багатьох інших авторів. Досліджуючи детермінований хаос в задачах нелінійної динаміки, часто вдається встановити нові явища, які потім виявляються в ряді складних нелінійних систем із різних предметних областей.

Не зважаючи на стрімкий розвиток теорії детермінованого хаосу та реконструкції динамічних систем, в ряді напрямків існують ще досі не розв'язані проблеми, пов'язані із обчислювальними складностями досліджень (турбулентною динамікою), системами з особливими типами зв'язків, а також із точністю розв'язання обернених задач.

Таким чином удосконалення математичного моделювання та розроблення нових математичних моделей для дослідження регулярних і хаотичних режимів поведінки нелінійних систем в залежності від біфуркаційних параметрів (розв'язання прямих задач), та для реконструкції і ідентифікації параметрів математичних моделей динамічних систем (розв'язання обернених задач) на основі спеціалізації існуючих та створенні нових обчислювальних методів їх дослідження є актуальним.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась у відповідності до загального плану наукових досліджень кафедри математичних методів системного аналізу Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут" в рамках: держбюджетної теми НДР "Розробка СППР на основі байєсівських мереж для моделювання поведінки складних систем" (№ ДР 0109U000300, тема 2436п, 2009 – 2010 рр.), держбюджетної теми НДР "Розробка і реалізація методики інтелектуального аналізу даних з використанням теорії мереж Байєса та регресійного аналізу" (№ДР 0212U007773, тема 2419п, 2011 – 2012 рр.), а також держбюджетної теми Особливого конструкторського бюро "Шторм" – ДБ т.2531п "Розробка потужного параметричного випромінювача звуку для створення локального акустичного поля високої інтенсивності" від 25.01.2012р. В цих темах дисертантові належить розробка алгоритмів та програмного забезпечення для багатопараметричного дослідження динамічних систем, скалярних реалізацій і часових рядів акустоелектронної природи.

Мета і задачі дослідження. *Метою роботи* є створення нових обчислювальних методів та розроблення підходів до ефективного застосування засобів математичного та комп'ютерного моделювання динамічних систем стосовно вирішення проблем дослідження детермінованого хаосу в складних нелінійних системах та пов'язаних з ними обернених задачах. Для досягнення поставленої мети у роботі необхідно вирішити такі задачі:

1) проаналізувати і покращити існуючі методології дослідження детермінованого хаосу в складних нелінійних системах для удосконалення математичного моделювання;

2) розробити чисельний метод параметричної ідентифікації для покращення точності оцінювання невідомих параметрів при малих вибірках на основі хаотичної синхронізації та адаптивного контролю за спостереженнями однієї скалярної реалізації або одновимірної реалізації функції від фазових координат;

3) розробити метод оцінювання "вікна" реконструкції для обернених задач на основі мінімізації відносної похибки обчислень кореляційних інтегралів із врахуванням скорельованості спостережень часової послідовності;

4) реалізувати існуючі обчислювальні методи нелінійної динаміки для розв'язування прямих і обернених задач;

5) реалізувати існуючі обчислювальні методи фрактального аналізу для виявлення та дослідження хаосу в часових рядах за відсутності математичної моделі;

6) розробити комплекс розрахункових програм для комп'ютерної реалізації обчислювальних методів дослідження прямих і обернених задач детермінованого хаосу в складних нелінійних системах;

7) на основі розроблених моделюючих засобів провести повне дослідження регулярної і хаотичної динаміки систем на прикладі нелінійної системи Ю.-Ш.Чена, систем Лоренца і Ресслера (для останніх провести структурну і параметричну ідентифікацію).

Об'єктом дослідження є нелінійні динамічні системи, задані автономними диференціальними рівняннями першого порядку, із сценаріями переходу від одних динамічних режимів до інших та часові ряди з хаосом.

Предметом дослідження є обчислювальні методи розв'язання прямих та обернених задач (реконструкції, параметричної ідентифікації) для динамічних систем з квадратичною нелінійністю, а також фрактального аналізу часових рядів.

Методи дослідження базуються на основних положеннях теорії детермінованого хаосу, теорії параметричної ідентифікації і реконструкції динамічних систем при спостереженнях фазових координат та методах обробки часових рядів з фрактальною структурою. При виконанні досліджень використовувалися наступні чисельні методи і алгоритми: метод Рунге-Кутти з постійним та змінним кроком чисельного інтегрування, алгоритм Бенеттіна та ін., метод Ено, метод Філона, алгоритм Вольфа, алгоритм Грассберга-Прокаччіа, тести Гілмора, BDS і залишків Брока, метод взаємної інформації, метод кореляційної розмірності, метод часової затримки, рекурсивний МНК, релейний алгоритм в задачі параметричної ідентифікації та інші.

Для розв'язання поставлених задач використовувалася мова програмування C# із програмною платформою .NET Framework 4.0 і технологією ADO.NET (компоненти бібліотеки ActiveX Data Objects для .NET), Java із інтегрованим середовищем розробки NetBeans, MatLab із пакетом прикладних його програм, Microsoft Office Visio, а також ArgoUML як середовище уніфікованої мови моделювання UML.

Наукова новизна одержаних результатів. Наукова новизна роботи визначається наступними теоретичними і практичними результатами, отриманими автором:

1) *вперше* запропоновано чисельний метод параметричної ідентифікації для систем з хаосом на основі хаотичної синхронізації та адаптивного контролю при спостереженнях однієї скалярної реалізації або одновимірної реалізації функції від фазових координат, що покращує точність оцінювання невідомих параметрів до $O(10^{-9})$. Експериментально встановлено, що запропонований метод збігається на малих вибірках (20 – 30 коливань на атракторі системи);

2) *вперше* запропоновано метод оцінювання "вікна" реконструкції на основі мінімізації відносної похибки обчислень кореляційних інтегралів із врахуванням скорельованості спостережень часової послідовності, що покращує обчислення кореляційних інтегралів в методі кореляційної розмірності, тесті залишків Брока, BDS-

тесті, методі обчислення ентропії Колмогорова, а також в алгоритмі Грассберга-Прокаччіа;

3) *дістала подальший розвиток* теорія математичного моделювання детермінованого хаосу в частині побудови моделюючих комп'ютерних систем для розв'язання прямих і обернених задач. Зокрема розроблені структурно-функціональні схеми дослідження нелінійної динаміки;

4) *вперше* для нелінійної системи Ю.-Ш. Чена:

- сформульовано та доведено теореми: існування глобального експоненціального атрактора системи, періодичних розв'язків системи, наявність біфуркацій Пуанкаре-Андронова-Хопфа, а також теореми із області керування атракторами (знайдені керування детермінованим хаосом, які переводять систему із хаотичного режиму в регулярний; а також керування для керованої системи загального виду, при яких вона повністю синхронізується із ведучою системою);
- оцінено область імовірного перебування атрактора системи, якою він обмежений;
- побудовано карти динамічних режимів в залежності від біфуркаційних параметрів та встановлено існування в системі всіх основних типів регулярних та хаотичних атракторів;
- побудовано фазопараметричні характеристики системи та встановлена реалізація в системі всіх основних типів сценаріїв нелінійної динаміки переходу від регулярних режимів до хаотичних (Фейгенбаума, Помо–Манневілля першого порядку і Рюеля-Такенса-Ньюхауса). Встановлено та підтверджено сценарій узагальненої переміжності типу “хаос-хаос”, а також універсальну константу Фейгенбаума.

Практичне значення одержаних результатів. Розроблені в роботі обчислювальні методи, програмні засоби комп'ютерної реалізації, схеми дослідження, отримані в роботі теоретичні результати для систем типу Ю.-Ш. Чена, а також еквівалентні математичні моделі можуть знайти широке та ефективне використання в теоретичних та прикладних дослідженнях прямих і обернених задач детермінованого хаосу з єдиних позицій.

Одержані результати дисертаційної роботи при дослідженні складної динаміки нелінійних динамічних систем використовуються в дослідних роботах із вивчення режимів функціонування гідроакустичних систем та акустоелектронних пристроїв Особливого конструкторського бюро “Шторм”. Зокрема, для знаходження регулярних і хаотичних режимів акустичних випромінювачів, та класифікації сценаріїв переходів.

Ряд результатів дисертаційної роботи впроваджені в навчальний процес Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”. Зокрема, вони використовуються при викладанні навчальної дисципліни “Синергетичні методи аналізу” за навчальним посібником автора[1] та при виконанні лабораторних робіт цієї дисципліни за методичними вказівками і завданнями до виконання

---

[1] Данилов В.Я. Синергетичні методи аналізу [навч. посібник] / В.Я. Данилов, А.Ю. Зінченко. – К.: НТУУ “КПІ” ВПІ ВПК “Політехніка”, 2011. – 340 с.

самостійних робіт автора[2]. Також ці результати можуть знайти застосування в навчальних процесах фізико-математичних та механіко-математичних факультетів інших університетів України.

На основі розроблених програмних засобів комп'ютерної реалізації методів створено автоматизовану систему для виявлення, розмежування та дослідження фрактальної структури часових рядів бізнес-процесів на державному підприємстві "ГІОЦ Укрзалізниця". Впровадження цієї автоматизованої системи дозволило побудувати математичні моделі різних бізнес-процесів фінансової системи підприємства та дослідити їх поведінку, зокрема моделі прогнозування ціни на інформаційні послуги ДП "ГІОЦ Укрзалізниці". Це дозволило мінімізувати ризики фінансових втрат за рахунок проведення аналізу потреб галузі, визначення потреб у межах фінансового плану, цін на матеріально-технічні ресурси.

Особистий внесок здобувача. Всі результати, які складають основний зміст дисертації, отримані здобувачем самостійно. У публікаціях [4–12], [16], [17] і [24], написаних у співавторстві, здобувачеві належить:

– розробка програмного забезпечення для розв'язання прямих (дослідження режимів поведінки системи в залежності від параметрів) і обернених (реконструкція динамічної системи, параметрична ідентифікація) задач нелінійної динаміки на основі існуючих та вдосконалених методів їх дослідження [4 – 6, 16, 17];
– розробка методу оцінювання "вікна" реконструкції, що базується на мінімізації відносної похибки обчислень кореляційних інтегралів із врахуванням скорельованості спостережень часової послідовності [4, 24];
– методи та моделі виявлення регулярних і хаотичних атракторів складних нелінійних систем, побудова їх фазових портретів, спектрів ляпуновських характеристичних показників, перерізів та відображень Пуанкаре, розподілів спектральної густини та природної інваріантної міри [4 – 6, 16, 17];
– побудова та аналіз карт динамічних режимів і фазопараметричних характеристик складних нелінійних систем для визначення типів атракторів і встановлення сценаріїв переходу до детермінованого хаосу [5, 16, 17];
– методи та моделі виявлення та дослідження хаосу в динаміці часових рядів, їх періодичної (квазіперіодичної) поведінки та типів джокерів [4 – 8];
– методи та моделі псевдофазової реконструкції виявлених атракторів [4, 5, 17];
– розробка нейронної мережі для створення математичної моделі прогнозування динаміки економічних нелінійних систем за відсутності хаосу [7];
– побудова економетричних моделей для короткотривалих прогнозів стану підприємства за відсутності хаосу [7, 8, 11, 12];
– побудова верхніх та нижніх мінімаксних оцінок вектора економічних показників за спостереженнями, що містять мультиплікативні та адитивні завади [9];

[2] Данилов В.Я. Синергетичні методи аналізу [Електронний ресурс] : методичні вказівки і завдання до виконання самостійних робіт / В.Я. Данилов, А.Ю. Зінченко. – 3,52 МВ. – К.: НТУУ "КПІ", Науково-технічна бібліотека ім. Г.І. Денисенка, 2011р. – 222с. – свідоцтво про надання грифу НМУ № Е 10/11 – 225 від 24.02.2011р.– Режим доступу: http://library.kpi.ua:8080/handle/123456789/891

– розробка системи підтримки прийняття рішень та опис архітектури її підсистеми кількісного аналізу для прогнозування стану підприємства при наявності і відсутності хаосу в математичних моделях основних бізнес-процесів [10];

Апробація результатів дисертації. Основні наукові положення і результати, отримані автором при виконанні дисертаційної роботи, доповідались та обговорювались на 16 науково-технічних конференціях: 15-ій та 16-ій міжнародних конференціях "Dynamical Systems Modeling and Stability Investigation"(Київ, факультет кібернетики Київського національного університету ім. Т.Г. Шевченка, 2011 і 2013рр.); 3-й міжнародній конференції "The nonlinear analysis and application 2015: Materials of 3rd international scien-tific conference" (Київ, НТУУ "КПІ", 2015); 2-й міжнародній конференції "Nonlinear analysis and applications: Materials of 2nd international conference on memory of corresponding member of NAS of Ukraine Valery Sergeevich Melnik" (Київ, ННК "ІПСА" НТУУ "КПІ", 2012); міжнародних науково-технічних конференціях "Системний аналіз та інформаційні технології (SAIT)" у період з 2008 по 2013 рік (м.Київ); міжнародних науково-практичних конференціях "Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту (ISDMCI)" у період з 2009 по 2012 рік (м. Євпаторія); міжнародній конференції автоматичного управління "Автоматика / Automatics-2011" (м. Львів, 2011); міжнародній школі-семінарі "Problems of Decision Making under Uncertainties (PDMU-2009)" (м. Кам'янець-Подільський, 2009); міжнародній науково-практичній конференції " Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті " (м. Херсон, 2009); Всеукраїнській студентській конференції "Innovations in Science and Technology" (м. Київ, 2009); Всеукраїнської науково-практичної конференції молодих учених і студентів "Інформаційні процеси і технології «Інформатика – 2010»" (м. Севастополь, 2010).

Крім цього, основні наукові положення і результати дисертаційної роботи були оприлюднені на засіданнях наукового семінару кафедри математичної фізики НТУУ "КПІ" (Київ, 2011), наукового семінару відділу "Дистанційні методи та перспективні прилади" Інституту космічних досліджень НАН України та НКА України (Київ, 2012), наукового семінару Науково-навчального комплексу "Інститут прикладного системного аналізу" НТУУ КПІ (Київ, 2011 – 2013), наукового семінару відділу прикладного нелінійного аналізу ННК "ІПСА" ННК "КПІ" (Київ, 2013), наукового семінару кафедри програмування та комп'ютерної техніки факультету інформаційних технологій Київського національного університету імені Тараса Шевченка (Київ, 2016), а також та на засіданнях наукового семінару кафедр моделювання складних систем і системного аналізу та теорії прийняття рішень Київського національного університету імені Тараса Шевченка (Київ, 2015, 2016).

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 24 наукові праці, з них 10 статей у фахових виданнях з переліку МОН України, 2 – у міжнародних наукових фахових виданнях, 2 свідоцтва про реєстрацію авторського права на твір та 10 робіт у матеріалах і тезах доповідей міжнародних наукових конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація загальним обсягом 130 сторінок складається зі вступу, 4 розділів, висновків, 4 додатків (на 29 сторінках) і списку використаних джерел (147 найменувань на 16 сторінках). Робота містить 49 рисунки і 9 таблиць.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, зазначено її зв'язок з науковими планами, темами, сформульовано мету та задачі дослідження, викладено наукову новизну та практичне значення одержаних результатів, зазначено особистий внесок здобувача в публікаціях, виконаних у співавторстві, приведені відомості щодо апробації та впровадження результатів роботи.

У першому розділі розкрито сутність поняття детермінованого хаосу в динамічних системах, а також розглянуто задачі реконструкції математичних моделей цих систем. Проаналізовано основні підходи математичного моделювання до дослідження детермінованого хаосу в нелінійних системах та їх одновимірних реалізаціях, а також основні підходи математичного моделювання до дослідження і виявлення хаосу в часових рядах. Наведені основні чисельні методи побудови комп’ютерних систем моделювання такого дослідження. Крім того, показана необхідність розроблення методів комп’ютерного моделювання для реконструкції математичних моделей за точними та неповними вимірами.

На основі проведеного теоретичного аналізу виявлено неповноту методології розв’язання обернених задач, а також фрактального аналізу часових рядів за наявності хаосу. Також встановлено, що основним підходом до дослідження детермінованого хаосу в нелінійних динамічних системах різної природи є проведення багатопараметричного аналізу та побудова атласів карт динамічних режимів для виявлення областей хаотичних, регулярних і усталених режимів систем, а також виявлення закономірностей (сценаріїв) переходу від одного режиму до іншого. Такі карти динамічних режимів при зміні керуючих параметрів системи дозволяють значно спростити виявлення областей локалізації і аналіз зміни різних типів усталених динамічних режимів системи $\dot{x}_i = f_i(x_1,...,x_n,\alpha)$, де $i=1,..,n,$ $\alpha=(\alpha_1,...,\alpha_m)$ – біфуркаційні параметри.

Тому актуальною задачею є удосконалення математичного моделювання та розроблення нових математичних моделей для дослідження регулярних і хаотичних режимів поведінки нелінійних систем в залежності від біфуркаційних параметрів (розв’язання прямих задач), та для реконструкції і ідентифікації параметрів математичних моделей динамічних систем (розв’язання обернених задач) на основі спеціалізації існуючих та створенні нових обчислювальних методів їх дослідження.

В другому розділі для розв’язання обернених задач запропоновано два нових методи – метод параметричної ідентифікації та метод оцінювання “вікна” реконструкції для підвищення якості обчислень кореляційних інтегралів на основі введеного критерію мінімізації відносної похибки. Крім цього запропоновані 2 структурно-функціональні схеми дослідження хаосу: для динамічних систем та для скалярних реалізацій від динамічних систем і/або часових рядів з хаосом при відсутності математичної моделі.

Метод параметричної ідентифікації базується на принципі синхронізації двох динамічних систем. В роботі показано, що у випадку нелінійних систем, заданих автономними диференціальними рівняннями першого порядку, задача синхронізації (а для даного виду систем – задача хаотичної асимптотичної координатної або глобально експоненціальної синхронізації) полягає в забезпеченні цілі управління:

$$\lim_{t\to\infty}\|x(t)-\tilde{x}(t)\|=0, \qquad (1)$$

де $x, \tilde{x}$ – вектори стану ведучої і керованої динамічних систем, які синхронізуються.

Поставлено задачу асимптотичної координатної синхронізації двох однонаправлених зв'язаних систем: знайти алгоритм управління $u_i = U_i(x_1, \tilde{x}_1), i = 1,2$ такий, щоб забезпечити ціль управління (1). Зокрема, для цього можна використовувати алгоритм швидкісного псевдоградієнта $u(t) = u_0 - \gamma\psi(x(t), u(t))$, де $\gamma > 0$ – скалярний множник кроку (константа зворотного зв'язку), u_0 – деяке початкове значення управління (зазвичай, $u_0 = 0$), а вектор-функція $\psi(x,u)$ задовольняє умові псевдоградієнтності $\psi(x,u)^T \nabla_u w(x,u) \geq 0$. При цьому $w(x,u)$ – швидкість зміни гладкої цільової функції (функція зворотного зв'язку), а $\nabla_u = \{\frac{\partial}{\partial u_1}, ..., \frac{\partial}{\partial u_n}\}^T$ – вектор градієнта.

В роботі показано, що для задачі параметричної ідентифікації оцінювання невідомих параметрів потрібно використовувати адаптивне керування (рівняння адаптивного контролю) по невідомому параметру: $\dot{\tilde{\alpha}}_l = h(\tilde{x}_i(t) - x_i(t), \frac{\partial f_i}{\partial \tilde{\alpha}_l}), i = 1,..,n, l = 1,..,n$

де $\tilde{\alpha}_l$ – невідомий параметр, зокрема поширеного виду $\dot{\tilde{\alpha}}_l = -\delta(\tilde{x}_i(t) - x_i(t))\frac{\partial f_i}{\partial \tilde{\alpha}_l}$, де δ – параметр адаптації при спостереженні фазової координати $x_i(t)$.

Розв'язані задачі оцінювання невідомих параметрів при спостереженнях однієї фазової координати або одновимірної реалізації функції від фазових координат $F(x)$.

Запропоновано для розв'язання цих задач використовувати релейний алгоритм із вибором функції швидкості зміни цільової функції із класу спеціальних неперервних, строго зростаючих функцій $\Omega(w)$ з швидкістю зростання більшою за стандартну функцію зворотного зв'язку $\tilde{x}(t) - x(t)$ і які задовольняють умовам псевдоградієнтності та умовам досяжності ($w(x, \tilde{x}) \leq 0$ для всіх x), а також умовам існування "ідеального керування" (вектора $\tilde{x}_*$ такого, щоб $w(x, \tilde{x}_*) \leq 0$ для всіх x) та опуклості функції зворотного зв'язку $w(x, \tilde{x})$ по відповідному вектору стану керованої системи $\tilde{x}_i$. Оскільки для оцінювання параметрів ведучої системи у векторі стану $x_i, i = 1,..,n$ керування $u = \tilde{x}_i$, то релейний алгоритм і рівняння адаптивного контролю приймуть наступний вигляд:

$$\dot{\tilde{x}}_i(t) = f_i(\tilde{x}) - \gamma sign\nabla_{\tilde{x}}\Omega(w(x(t), \tilde{x}(t))), \qquad \dot{\tilde{\alpha}}_l = -\delta sign\nabla_{\tilde{\alpha}}\Omega(\tilde{x}_i(t) - x_i(t))\frac{\partial f_i}{\partial \tilde{\alpha}_l}, \qquad (2)$$

де для вектора стану $\tilde{x} = col(\tilde{x}_1, ..., \tilde{x}_n)$ маємо $sign(\tilde{x}) = col(sign(\tilde{x}_1), .., sign(\tilde{x}_n))$.

Для запропонованого алгоритму управління на основі критерію оптимальності, що визначається як мінімізація помилки синхронізації $e(\tilde{\alpha}_l, t) = (\Omega(\tilde{x}_k - x_k))^2$, де $x_k(t)$ – керуюча змінна (керування), для оцінювання невідомих параметрів

$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$, з врахуванням асимптотичної координатної синхронізації та рівняння адаптивного контролю (2) одержано наступні системи:

$$\begin{cases} \dot{x} = H(x,\alpha), \\ \dot{\tilde{x}}_k = f_k(\tilde{x}, \{\alpha_j \mid j \neq l\}, \tilde{\alpha}_l) - \gamma sign \nabla_{\tilde{x}_k} \Omega(\tilde{x}_k(t) \\ \quad - x_k(t)), \\ \dot{\tilde{x}}_i = f_i(\tilde{x}, \{\alpha_j \mid j \neq l\}, \tilde{\alpha}_l), i = 1,..,n, i \neq k, \\ \dot{\tilde{\alpha}}_l = -\delta sign \nabla_{\tilde{x}_k} \Omega(\tilde{x}_k(t) - x_k(t)) \dfrac{\partial f_k}{\partial \tilde{\alpha}_l}, \end{cases} \quad \text{і} \quad \begin{cases} \dot{x} = H(x,\alpha), \\ \dot{\tilde{x}}_k = f_k(\tilde{x}, \{\alpha_j \mid j \neq l\}, \tilde{\alpha}_l) - \gamma sign \nabla_{\tilde{x}_k} \Omega(\tilde{F} - F), \\ \dot{\tilde{x}}_i = f_i(\tilde{x}, \{\alpha_j \mid j \neq l\}, \tilde{\alpha}_l), i = 1,..,n, i \neq k, \\ \dot{\tilde{\alpha}}_l = -\delta sign \nabla_{\tilde{x}_k} \Omega(\tilde{F} - F) \dfrac{\partial f_k}{\partial \tilde{\alpha}_l}. \end{cases}$$

де H – ведуча система (перше рівняння), $(f_1,.., f_k,.., f_n) = H$ – керована система (друге та третє рівняння), $x_k(t)$ – спостережувана k-та координата ведучої системи (керування), $F: \Re^n \to \Re^1$, $F(x_1, x_2, ..., x_n)$ та $\tilde{F} = F(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, ..., \tilde{x}_n)$ – одновимірні реалізації функції від фазових координат початкової (ведучої) системи, які спостерігаємо.

На рис.1 і 2 представлені результати порівнянь запропонованого алгоритму управління (2) із стандартним вибором функції зворотного зв'язку $w(x, \tilde{x})$ при спостереженнях скалярної реалізації функції від фазових координат системи Лоренца $F(x) = 0.5x_1^2 + 1.1x_2$. З графіків випливає, що вибором вектор-функції $arctg(w)$, яка

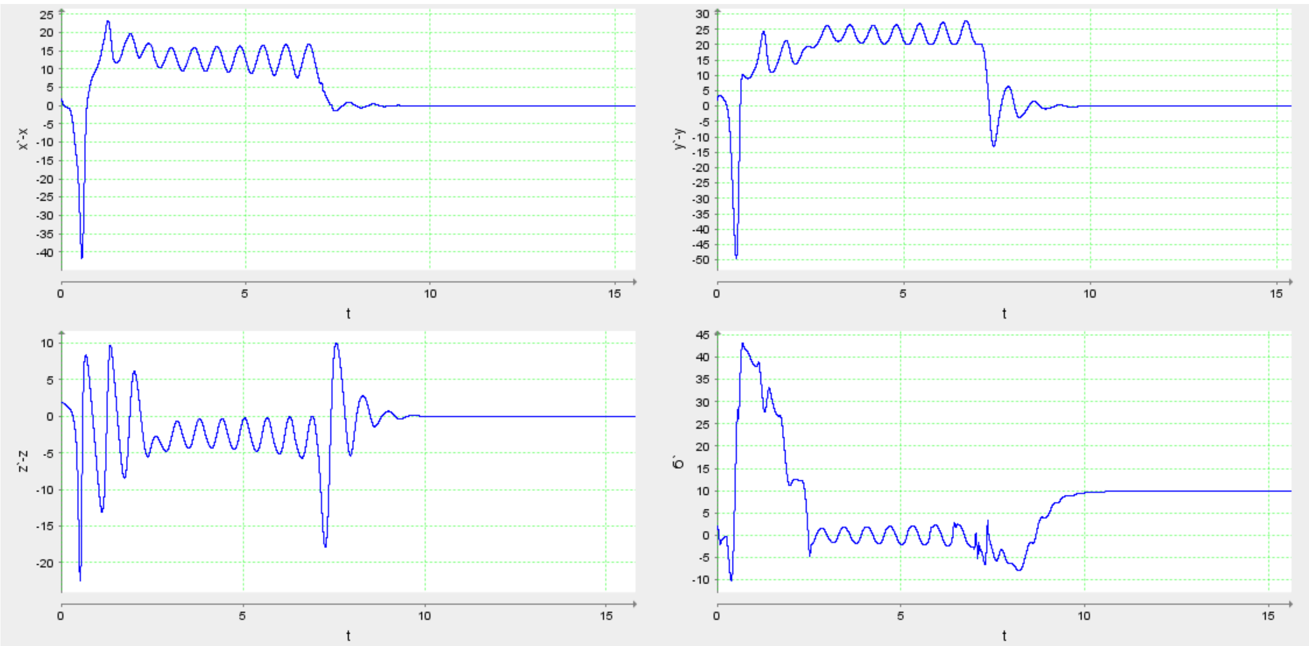


Рис.1. Оцінювання невідомого параметра σ системи Лоренца при $\gamma = 1$ і $\delta = 1$ зі стандартним вибором функції $w(x, \tilde{x}) = \gamma(\tilde{x}(t) - x(t))$, спостерігаючи $F(x) = 1/2x_1^2 + 1.1x_2$

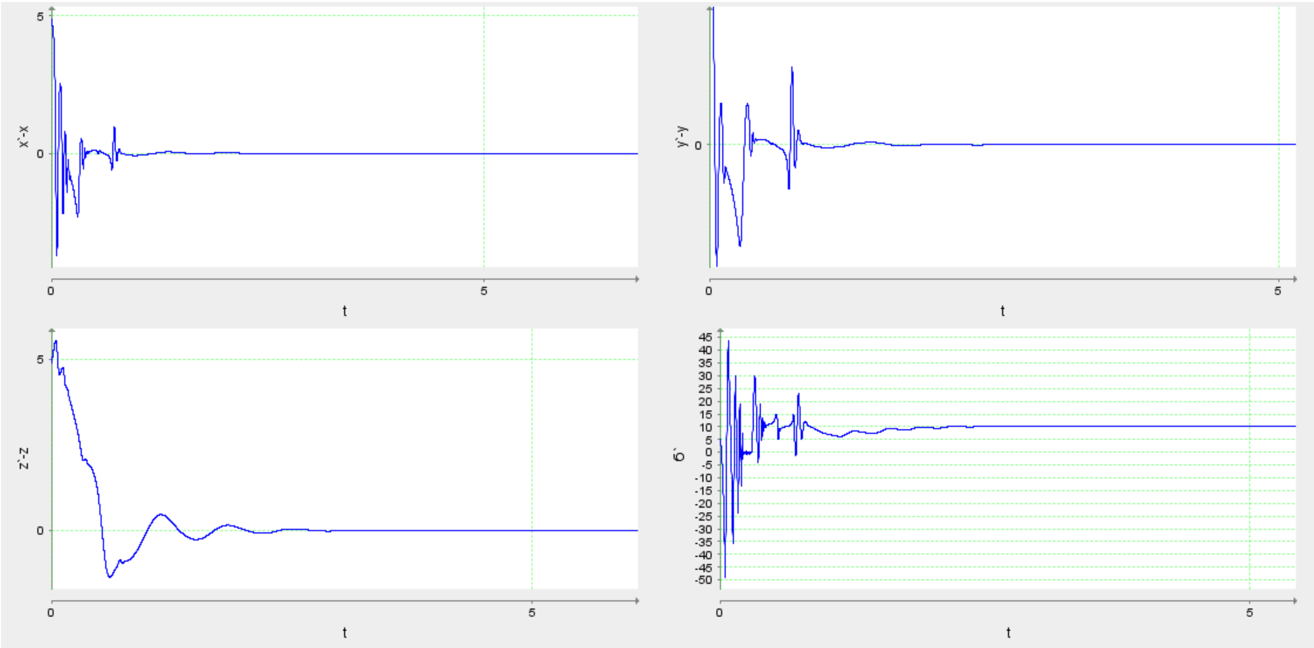


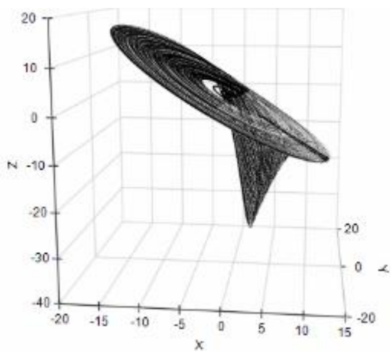
Рис.2. Оцінювання невідомого параметра σ системи Лоренца при $\gamma = 1$ і $\delta = 1$ із запропонованим вибором функції $w(x, \tilde{x}) = \gamma sign \nabla_{\tilde{x}} arctg(\tilde{x}(t) - x(t))$, спостерігаючи скалярну реалізацію функції $F(x) = 1/2x_1^2 + 1.1x_2$ від фазових координат

задовольняє перерахованим умовам, у релейному алгоритмі і у рівнянні адаптивного контролю при однаковому виборі початкових умов та параметрів двох динамічних системи, метод параметричної ідентифікації при хаотичному режимі системи збігається приблизно у 5 разів швидше.

При порівнянні запропонованого методу із рекурентним МНК для системи Ресслера було досягнуто точності $O(10^{-7})$ проти $O(10^{-2})$ для останнього. Крім того, особливістю методу є збіжність на малих вибірках (20 – 30 базових коливань).

Крім того, в методі параметричної ідентифікації запропоновано в якості основного критерію синхронізації чисельно досліджувати спектр умовних ляпуновських показників, що є більш зручним і точним критерієм, ніж умова конвергентності керованої системи.

В роботі також розвязано задачу повної ідентифікації динамічної системи (реконструкції математичної моделі за точними та неповними спостереженнями) на прикладі системи Ресслера за спостереженнями 1-ї координати. При цьому



$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = z, \\ \dot{z} = -0.2 - 10x + 0.5y - 9.85z + 1.0225xy + \\ + yz - 0.15xz - 0.15y^2 - 0.15x^2 + 0z^2. \end{cases}$$

отримано наступну реконструйовану систему:

Рис. 3. Атрактор реконструйованої системи Ресслера

Результати моделювання реконструйованої системи представлені на рис. 3.

Розглянемо тепер метод оцінювання "вікна" реконструкції для підвищення якості обчислень кореляційних інтегралів. Нехай маємо скалярну реалізацію динамічної системи, отриману за точними вимірами: $x_i = [x(i\Delta t), i = 1,.., N]$, де x – значення реалізації в момент часу $i\Delta t$, Δt – інтервал дискретизації і N – довжина реалізації. При відображенні процесу $x(i\Delta t)$ в n-вимірний простір кожна точка $x(i\Delta t)$ буде відображатися на точку цього простору із координатами

$$x_i^{(m)} = [x(i\Delta t), x(i\Delta t+\tau),..., x(i\Delta t+(m-1)\tau)] \in \Re^m, \quad (3)$$

де m – розмірність простору вкладення, τ – часова затримка (в дискретах часу), $i\Delta t$ – дискретний час ($i\Delta t = ((m-1)\tau+1), N$). За теоремою Такенса відображення точок (3) в n-вимірний простір (називається псевдофазовою реконструкцією) зберігатиме важливі топологічні властивості і динаміку оригінального атрактора, і здійснюється шляхом знаходження часової затримки (наприклад, методом взаємної інформації) та розмірності простору вкладень методом кореляційної розмірності. При цьому простір, в який вкладається реконструйований атрактор, називається простором вкладення (лаговим простором), а розмірність вкладеного атрактора – кореляційною.

Кореляційні інтеграли відіграють ключову роль у псевдофазовій реконструкції і використовуються для обчислення кореляційної розмірності D_2 в ряді методів інформаційної технології, зокрема при обчисленні розмірності вкладення, ентропії Колмогорова, тесту Брока та інших. Тому оптимізація обчислень кореляційних інтегралів (прискорення обчислень та підвищення надійності збіжності алгоритму їх обчислень) є актуальними задачами.

Кореляційний інтеграл $C_m(\varepsilon)$ – це усереднена імовірність того, що стани системи у два різні моменти часу здаються близькими. Він характеризує відносне число пар точок, які належать атрактору, віддалених на відстань меншу за $\varepsilon \in \varepsilon_{1,..,l}$, $l \in (\Delta t,..., N\Delta t)$. При цьому головною проблемою обчислення $C_m(\varepsilon)$ є кореляція сусідніх точок ряду $x(i\Delta t)$, яка призводить до труднощів в пошуку лінійної ділянки графіку залежності $C_m(\varepsilon_{1,...,l})$ від $\varepsilon_{1,..,l}$ при обчисленні кореляційної розмірності D_2.

Запропоновано для вирішення даної проблеми критерій (4), а на його основі – метод оцінювання мінімальної відстані між двома точками, що враховує максимальну скорельованість, – метод оцінювання "вікна" реконструкції послідовності $x(i\Delta t)$.

Розглянемо псевдофазову реконструкцію скалярної реалізації динамічної системи (3). Тоді, якщо не враховувати скорельовані точки, залежність $\|x_i - x_j\|_{i,j=1,...,N}$ від кожної довжини ребра грані m-вимірного куба $\varepsilon_{1,..,l}$ окремо демонструє збіжність до деякого свого "оптимального" (при цьому $\|x_i - x_j\|_{i,j=1,...,N}$ не є скорельованими) значення $\|x_i - x_j\|_{i,j=1,...,N}^{\min}$ при збільшені $\varepsilon_{1,..,l}$, які за алгоритмом Грассберга-Прокаччіа $\varepsilon_{1,..,l} \to 0$ (як наслідок, для кожної розмірності лагового простору значення

$\left\| x_i - x_j \right\|_{i,j=1,\dots,N}^{\min}$ різні). При цьому уникаємо помилок обчислення кореляційних інтегралів $C_m(\varepsilon_{1,\dots,l})$. Зауважимо також, якщо вибрати більшість $\left\| x_i - x_j \right\|_{i,j=1,\dots,N} >> \varepsilon_{1,..,l}$, то лінійна ділянка графіку залежності $C_m(\varepsilon_{1,\dots,l})$ від $\varepsilon_{1,..,l}$ буде зміщена в сторону менших значень $\varepsilon_{1,..,l}$ (так як $C_m(\varepsilon_{1,\dots,l}) = 0$ при $\left\| x_i - x_j \right\|_{i,j=1,\dots,N} > \varepsilon_{1,..,l}$), що призводить до накладання графіків кореляційних сум та відповідає невірно обчисленій малій розмірності вкладення та меншій за реальну кореляційній розмірності D_2. Якщо ж вибрати більшість $\left\| x_i - x_j \right\|_{i,j=1,\dots,N} << \varepsilon_{1,..,l}$, то лінійна ділянка графіку залежності $C_m(\varepsilon_{1,\dots,l})$ від $\varepsilon_{1,..,l}$ буде зміщена в сторону більших значень $\varepsilon_{1,..,l}$,що відповідає невірно обчисленій (великій) розмірності вкладення та більшій за реальну кореляційній розмірності D_2. При цьому величина максимального нахилу кривої залежності (максимальної кореляційної розмірності) не може перевищувати розмірність лагового простору m. Крім того, такі величини $\left\| x_i - x_j \right\|_{i,j=1,\dots,N}$ не будуть враховані при оцінюванні розмірності вкладення m та кореляційної D_2, бо не увійдуть в інтервал графіку залежності величини локальних нахилів $\log C(\varepsilon)$ від $\log \varepsilon$, якому відповідає плато – графік області вимірювань Дж. Спотта.

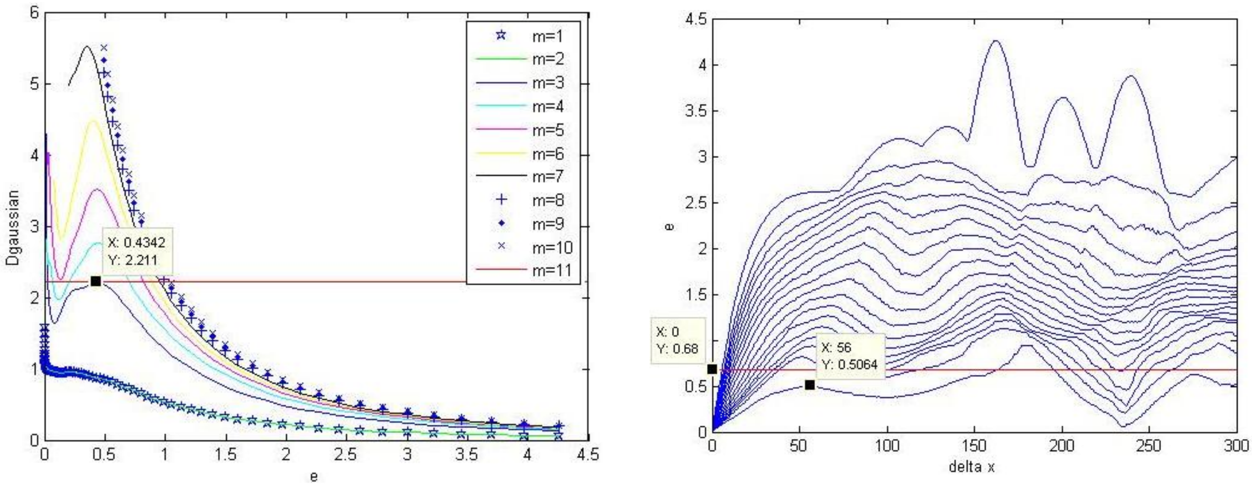
Для оцінювання $\left\| x_i - x_j \right\|_{i,j=1,\dots,N}^{\min}$, яке власне і складає так зване “вікно” реконструкції, введемо величину відносної похибки вибору довжини ребра грані $\varepsilon_{1,..,l}$:

$$\delta_{1,..,l}^{[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}} = \left\| \varepsilon_{1,..l} - \left\| x_i - x_j \right\|_{i,j=1,\dots,N} \right\| / \left\| x_i - x_j \right\|_{i,j=1,\dots,N}, l \in (\Delta t, \dots, N\Delta t), \tag{4}$$

яка обумовлює некоректний підбір $[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}$, а значить правильне визначення кореляційної розмірності D_2 та розмірності простору вкладення m. Задавши величину допустимої похибки $\delta_{1,..l}^{\max}$, за допомогою обвідної $\varepsilon_{1,..l}([x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N})$ можна визначити мінімальну відстань між двома точками на фазовій траєкторії атрактора (“вікно” реконструкції) $[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}^{\min}$, як таку, що для будь-якої відстані $[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N} > [x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}^{\min}$ значення $\delta_{1,..l}^{[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}}$ буде менше $\delta_{1,..l}^{\max}$. Оцінка $[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}^{\min}$ дозволяє вказати мінімальну відстань між двома точками на фазовій траєкторії атрактора, яка необхідна для визначення оптимального “вікна” реконструкції. “Вікно” реконструкції $[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}^{\min}$ на практиці можна визначати, користуючись графіком залежності $\varepsilon_{1,..l}$ від $[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}$. При цьому сам графік представляє собою сімейство кривих рівної щільності імовірності того, що дві вибрані точки часового ряду $x(i\Delta t)$ виявляться у фазовому просторі атрактора на відстані, яка не перевищує $\varepsilon_{1,..l}$. Оцінку “вікна” реконструкції можна знайти із наступних міркувань. Потрібно мінімізувати відносну похибку, тобто $\delta_{1,..,l}^{[x_i - x_j]_{i,j=1,\dots,N}} \to \min$. Тоді з формули

(4) $\|\varepsilon_{1,..l}\| / \|x_i - x_j\|_{i,j=1,...,N} \to \max$ при $l \in (\Delta t,..., N\Delta t)$, тобто задача зводиться до відшукання локального максимуму на графіку сімейства кривих (графік залежності $\varepsilon_{1,..l}$ від $[x_i - x_j]_{i,j=1,...,N}$). Оскільки нас цікавить мінімальне значення "вікна" реконструкції $[x_i - x_j]_{i,j=1,...,N}^{\min}$, то досить знайти перший локальний максимум. Проте тут можуть виникати труднощі з пошуком локального максимуму для всіх кривих: його може взагалі не існувати або він буде недостатньо вираженим. Для таких випадків запропоновано відшуковувати перший локальний максимум того графіку, у якого він найбільш віддалений від початку координат. Для спрощення задачі можна знайти максимально допустиме значення $\varepsilon_{1,..l}$ (позначимо як $\varepsilon_{\max}$), при якому величина максимальної кореляційної розмірності (мінімальний нахил кривої залежності $C_m(\varepsilon_{1,...,l})$ до $\varepsilon_{1,..,l}$) не буде перевищувати розмірність лагового простору m (із міркувань, що $m \geq 2[D_2]+1$). В загальному випадку врахування значень $\varepsilon_{1,..l} > \varepsilon_{\max}$ призводить по помилок оцінювання розмірностей D_2 і m. Значення $\varepsilon_{\max}$ легко можна знайти із графіку областей вимірювання, запропонованого Дж. Споттом. Отже, після знаходження необхідного $\varepsilon_{\max}$ ті графіки, що знаходяться повністю вище значення $\varepsilon_{\max}$ на графіку залежності $\varepsilon_{1,..l}$ від $[x_i - x_j]_{i,j=1,...,N}$ можна взагалі не розглядати, а для тих кривих, що знаходяться нижче прямої, потрібно знайти перший максимум, який найбільш віддалений від початку координат. В цьому випадку "вікно" реконструкції буде мати найбільш оптимальний розмір, тобто $\|\varepsilon_{1,..l}\| / \|[x_i - x_j]_{i,j=1,...,N}\| \to \max, l \in (\Delta t,..., N\Delta t)$. Для випадку, коли відносна похибка $\delta_{1,..,l}^{[x_i - x_j]_{i,j=1,...,N}}$ задана, "вікно" реконструкції визначається як $[x_i - x_j]_{i,j=1,...,N}^{\min} \cdot \delta_{1,..,l}^{[x_i - x_j]_{i,j=1,...,N}}$ при умові, що $\|\varepsilon_{1,..l}\| / \|[x_i - x_j]_{i,j=1,...,N}\| \to \max$, $l \in (\Delta t,..., N\Delta t)$. Іншими словами, задача зводиться до мінімізації відносної похибки – до першого загального випадку.

Застосування запропонованого методу дозволило уникнути проблем в обчисленні кореляційних інтегралів $C_m(\varepsilon)$ та знайти відповідну лінійну ділянку оцінювання кореляційної розмірності D_2 (рис. 4). Так оцінка D_2 скалярної реалізації системи Ю.-Ш. Чена (5) склала 2.21, а довжина мінімально необхідної відстані між двома точками на фазовій траєкторії атрактора ("вікна" реконструкції) – 0,56.



а *б*

Рис.4. Оцінювання кореляційної розмірності D_2 для 10 значень лагового простору m в двійковому логарифмічному масштабі для довжини ряду 10000 значень з “вікном” реконструкції рівним 56 (*а*) та обчислення “вікна” реконструкції (*б*)

В третьому розділі обґрунтовано необхідність дослідження динамічних систем та їх реалізацій, які проявляють хаотичну поведінку. Зокрема, основну увагу приділено нелінійній фінансовій системі Ю.-Ш. Чена

$$\begin{aligned} \dot{x} &= z + (y - a)x, \\ \dot{y} &= 1 - by - x^2, \\ \dot{z} &= -x - cz, \end{aligned} \qquad (5)$$

яка демонструє хаотичну та регулярну динаміку своїх змінних в часі та є недостатньо вивченою з позиції детермінованого хаосу. Проведені експериментальні дослідження для часових реалізацій даної системи (два – при хаотичному режимі динаміки системи і два – при регулярному режимі) підтверджують неможливість прогнозування експериментальних даних при виявленому хаосі в послідовності на проміжках часу, які перевищують деякий часовий масштаб, логарифмічно залежний від неточності задання початкових умов. Реконструйовані атрактори даної системи при різних режимах за точними та неповними вимірами наведені на рис. 5.

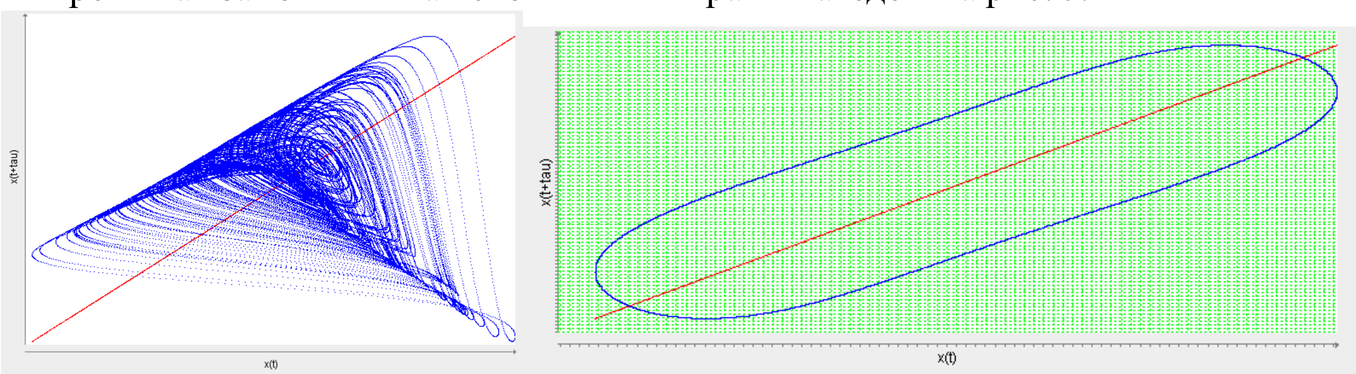


Рис.5. Псевдофазова реконструкція атракторів на основі реалізації другої та першої фазової координати нелінійної системи (5) для хаотичного (*а*) та регулярного (*б*) режимів

В даному розділі на основі означень глобальної притягувальної граничної множини (глобального “експоненціального” атрактора) та додатного інваріанта з використанням функції Ляпунова проведено повне математичне дослідження системи (5). Зокрема, сформульовані та доведені наступні теореми.

Теорема 1. Система (5) має глобальний “експоненціальний” атрактор і додатній інваріант, причому обмежений сімейством функцій Ляпунова $V_\lambda (\lambda > 0)$ виду $V_\lambda = 0.5\lambda(x^2 + y^2 + z^2)$.

В роботі оцінено область, якою обмежений атрактор системи (5). При цьому показано, що якщо притягувальною множиною вибрати кулю радіуса $R_0 > \gamma \equiv \dfrac{1}{4(b-1)}$, то будь-яка траєкторія системи увійде в неї за час t, що не буде перевищувати

$$t_0 = \frac{1}{2l}\ln\left(\frac{R^2(0) - \frac{\gamma^2}{2l}}{R_0^{\ 2} - \frac{\gamma^2}{2l}}\right) = \frac{1}{2l}\ln\left(\frac{R^2(0) - \frac{1}{32l(b-1)^2}}{R_0^{\ 2} - \frac{1}{32l(b-1)^2}}\right),$$ після чого $R(t) < R_0$. Тут позначено $l = \min\{a, c, 1\}$, $R_0 = R^2(0)e^{-2lt_0} + \dfrac{\gamma^2}{2l} - \dfrac{\gamma^2}{2l}e^{-2lt_0}$ і a, b, c – параметри системи (5).

Теорема 2. Якщо в системі (5) виконуються наступні умови $1 - ba - \dfrac{b}{c} > 0$, $bc \neq 1, b \neq 0, b \neq 1/c - c, c \neq 0, c \neq -b/2 \pm \sqrt{b^2/4 + 1}$ і $c(b + c - \dfrac{1}{c})^2 + bc^2 + 2c - 2abc - -3b \neq 0$, то існують неперервні функції $a = a(\varepsilon)$ і $T = T(\varepsilon)$, що залежать від параметра ε, $a(0) = a_0, T(0) = -2\pi\beta^{-1}$ (де β – уявне власне значення лінеаризованої матриці векторного поля системи (5) в стаціонарній точці) і такі, що в системі (5) існують періодичні розв’язки $x(t,\varepsilon)$ періоду $T(\varepsilon)$, що влипають в точку $(0, \dfrac{1}{b}, 0)$ при $\varepsilon \to 0$. При цьому має місце біфуркація Пуанкаре-Андронова-Хопфа народження граничного циклу, яка відбувається при біфуркаційних значеннях параметра $a_0 = \dfrac{c^4 b + c^3 b^2 - 3b^2 c - 2c + 3b}{2c^2 b^2 - 2cb}$.

Теорема 3. Траєкторії фінансової системи Ю.-Ш. Чена в хаотичному режимі із керуванням по другій координаті $k\varphi(x, y, z)$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= z + (y - a)x, \\ \dot{y} &= 1 - by - x^2 + k\varphi(x, y, z), \\ \dot{z} &= -x - cz, \end{aligned}$$

де $y(1 + k\varphi(x, y, z) \leq 0$, $\varphi(x, y, z) \in L_2 \cup L_\infty$ і $\dot{\varphi}(x, y, z) \in L_2 \cup L_\infty$, збігається до точки $(0; h; 0)$, де h є коренем рівняння $by - k\varphi(y) - 1 = 0$, $a \geq 0, b > 0, c > 0, a + b + c > y$. При цьому динамічний режим стає регулярним.

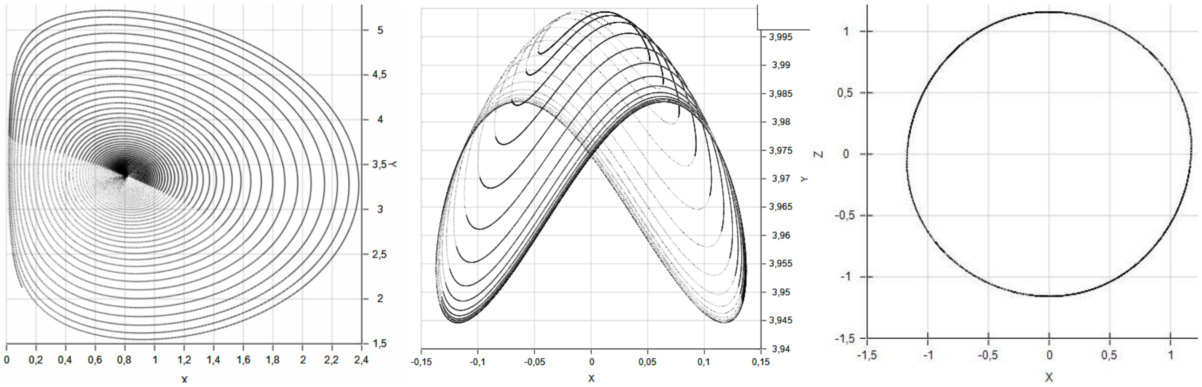
Теорема 4. Якщо існує таке керування, що $\mu_1 = -ke_x, \mu_2 = 0, \mu_3 = e_x(y_2 - a)$, $k > M_y - a + \dfrac{M_x^2}{4b} + \dfrac{(a - M_y)^2}{4c}$, то відповідні ведуча та керована системи до системи (5) будуть повністю синхронізованими, а система їхніх помилок синхронізації буде експоненціально стійкою.

Запропоновані теореми дозволили покращити повне чисельне дослідження регулярної і хаотичної динаміки системи (5). Зокрема теорема 2 при зміні двох біфуркаційних параметрів дозволила без побудови фазопараметричних характеристик системи (5) вказати точно на біфуркацію Пуанкаре-Андронова-Хопфа народження граничного циклу, яка при малій зміні параметрів призвела до виникнення послідовності біфуркацій Неймарка-Сакера народження та руйнування тору – сценарію переходу до детермінованого хаосу Рюеля-Такенса-Ньюхауса. Крім цього, на основі вибору керувань із теореми 4 для запропонованого методу параметричної ідентифікації встановлені необхідні умови синхронізації для системи (5), не використовуючи релейний алгоритм (2).

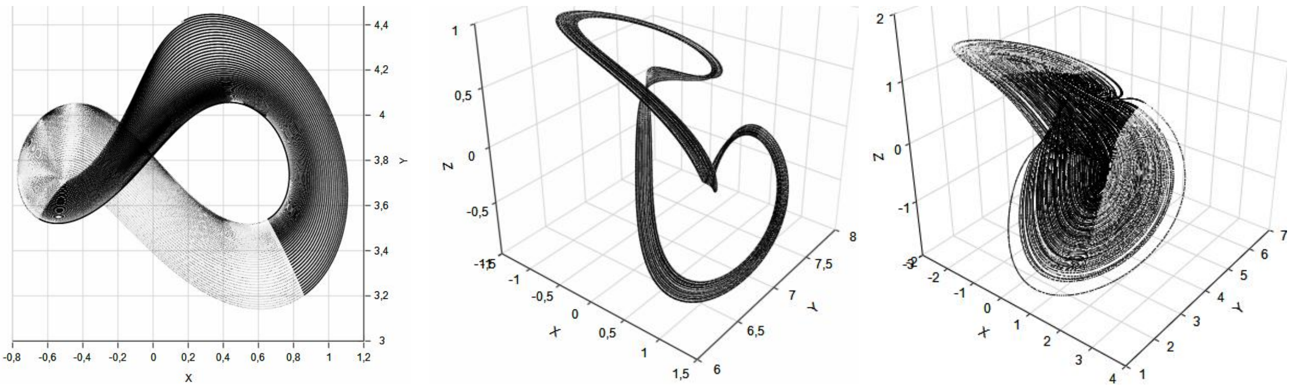
Четвертий розділ присвячений дослідженню регулярних і хаотичних режимів, а також закономірностей переходів від порядку до хаосу (в залежності від зміни декількох біфуркаційних параметрів) нелінійної фінансової системи Ю.-Ш. Чена (5), яка була розглянута і математично проаналізована в 3 розділі. При дослідженні було встановлено, що еластичність попиту на комерційних ринках за системою (5) демонструє значні області періодичних режимів, тобто надлишки між інвестиціями і заощадженнями, коригування структури ринку від цін на товари; індекси цін та інвестиційний попит демонструють цикли інформаційного зворотного зв'язку в єдиній структурі. Такі повернення в довільно вибрану початкову точку циклів фіксуються періодично із будь-якою великою точністю. Це при збільшенні суми процентної ставки та при незмінному інвестиційному попиті призводить до виникнення хаосу на комерційних ринках, який згодом переростає в усталені положення рівноваги системи. При змінному ж інвестиційному попиті та при незмінній сумі процентної ставки це призводить до появи періодичних режимів та положень рівноваги.

При чисельному дослідженні даної системи на основі побудованих карт динамічних режимів (рис. 8), перерізів та відображень Пуанкаре, спектрів Фур'є та розподілів природної інваріантної міри були встановлені всі, крім недивного хаотичного, типи регулярних та хаотичних атракторів (рис. 7). На основі побудованих фазопараметричних характеристик (рис. 8) встановлена та детально проаналізована реалізація в системі всіх основних типів сценаріїв нелінійної динаміки переходу від регулярних режимів до хаотичних (Фейгенбаума, Помо–Манневілля першого порядку і Рюеля-Такенса-Ньюхауса). В сценарії Фейгенбаума з точністю до $O(10^{-4})$ обчислено константу Фейгенбаума. Встановлено і підтверджено сценарій узагальненої переміжності типу "хаос – хаос". Зокрема, показано, що причиною його виникнення є жорстка втрата стійкості системи (за Пуассоном), що супроводжується субкритичною зворотною біфуркацією fold-Неймарка-Сакера із резонансом 1:2.

В кінці розділу проведено дослідження динаміки акцій ПАТ "Укрнафта". Встановлено, що досліджуваний ряд є персистентним (трендостійким, малозашумленим із достатньо вираженими тенденціями спаду і зростання), має фрактальний розподіл імовірності із нелінійною структурою. В ньому виявлені елементи хаосу (локально нестійкого руху точок псевдореконструйованого фазового простору) та порядку (фрактальної розмірності та параметричних трендів), що дозволяє віднести даний економічний ряд в клас рядів із хаосом. Наявність порядку проявляється в періодичності

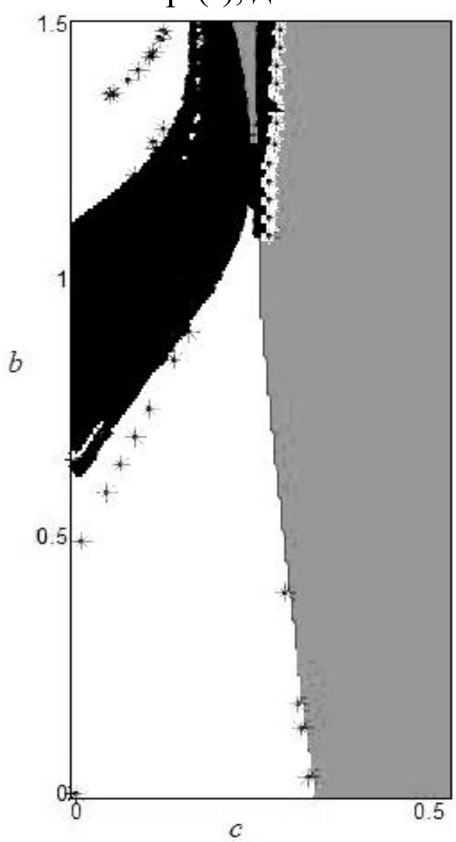


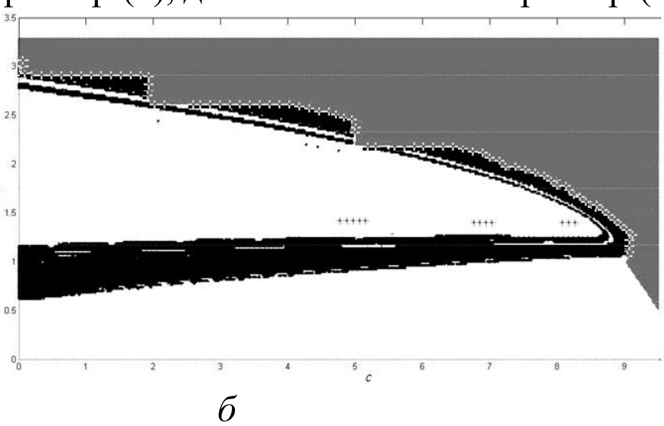
а *б* *в*



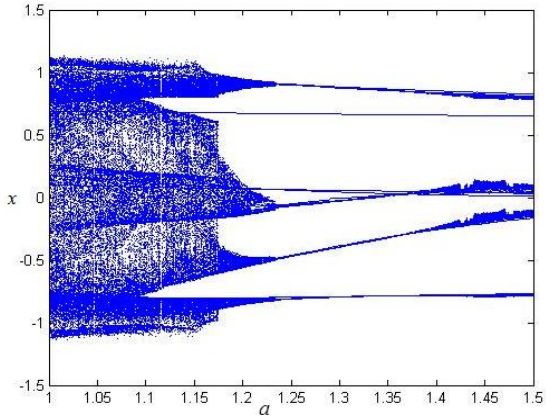
г *д* *є*

Рис. 7. Типи атракторів та стійке і нестійке положення рівноваги системи (5): асимптотично стійкий фокус (*а*), сідло (*б*), граничний цикл (*в*), інваріантний тор (*г*), дивний нехаотичний атрактор (*д*), дивний хаотичний атрактор (*є*)





б



а *с*

Рис. 8. Карти динамічних режимів(a,$б$) та фазопараметричні характеристики системи (5). Для (c) по осі ординат– проекція перетину Пуанкаре січною $y = 2.6$ на вісь Ox

змін (трендах), а хаотичності – у невизначеній довжині кожного такого циклу. Фрактальна розмірність ряду склала 5.104, а кореляційна – 5.621. Крім цього, в ряді виявлено точковий джокер та не виявлено псевдореконструйованих атракторів.

У додатках наведено методи виявлення хаосу та реконструкції динамічних систем, сценарії переходів від регулярних режимів до хаотичних для системи (5), свідоцтва про реєстрацію авторського права на розроблене автором програмне забезпечення для дослідження детермінованого хаосу в складних нелінійних системах із використанням запропонованих методів та схем дослідження; а також акти впровадження дисертаційної роботи.

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота становить собою закінчене наукове дослідження, присвячене вирішенню актуальної науково-технічної задачі дослідження детермінованого хаосу в технічних системах з квадратичною нелінійністю. В роботі отримано ряд наукових і практичних результатів, які полягають у наступному.

1. Проаналізовано і покращено існуючі методології дослідження детермінованого хаосу в складних нелінійних системах. Для удосконалення математичного моделювання зібрано воєдино специфічні чисельні методи (20 методів), що дозволило вирішити проблеми дослідження прямих (дослідження режимів поведінки системи в залежності від параметрів) і обернених (реконструкція динамічної системи, параметрична ідентифікація) задач нелінійної динаміки на основі існуючих та запропонованих методів їх дослідження.

2. Запропоновано чисельний метод параметричної ідентифікації для нелінійних систем з хаосом на основі хаотичної синхронізації та адаптивного контролю при спостереженнях однієї скалярної реалізації або одновимірної реалізації функції від фазових координат, що покращує точність оцінювання невідомих параметрів до $O(10^{-9})$. На відміну від апроксимаційних методів, експериментально встановлено, що даний метод збігається на малих вибірках (20 – 30 коливань на атракторі системи).

3. Встановлено, що використання в якості методу адаптації релейного алгоритму для даного методу та вектор-функції швидкості зміни гладкої цільової функції (наприклад, $arctg(x)$) із класу спеціальних неперервних, строго зростаючих функцій, які "зростають швидше" за стандартну функції зворотного зв'язку $x'(t)-x(t)$, пришвидшує синхронізацію однонаправлених зв'язаних осциляторів майже в 5 раз. Показано, що при порівнянні даного методу із рекурентним МНК для системи Ресслера точність оцінювання запропонованого методу була в 2-3 рази вищою. Крім того, для даної системи досліджено вплив нульової ляпуновської експоненти на синхронізацію двох однонаправлених зв'язаних осциляторів та проведено повну реконструкцію динамічної системи при спостереженні функції від всіх її координат.

4. Запропоновано метод оцінювання "вікна" реконструкції на основі мінімізації відносної похибки обчислень кореляційних інтегралів із врахуванням скорельованості спостережень часової послідовності, який покращує обчислення кореляційних інтегралів в методі кореляційної розмірності, тесті залишків Брока, BDS-тесті, методі обчислення ентропії Колмогорова, а також в алгоритмі Грассберга-Прокаччія. На прикладі скалярної реалізації нелінійної системи Ю.-Ш. Чена графічно продемонстровані переваги в пошуку лінійної ділянки графіку обчислення кореляційної розмірності D_2 і її області вимірювань. За проведеними розрахунками оцінка кореляційної розмірності для даної скалярної реалізації склала 2.21, а довжина мінімально необхідної відстані між двома точками на фазовій траєкторії атрактора – 0,56.

5. Сформульовано та доведено теореми для класу нелінійних систем типу Ю.-Ш. Чена: про існування глобального експоненціального атрактора системи, періодичних розв'язків системи, наявність біфуркацій Пуанкаре-Андронова-Хопфа, а також теореми із області керування атракторами (знайдені керування детермінованим хаосом, які переводять систему із хаотичного режиму в регулярний; а також керування для керованої системи загального виду, при яких вона повністю синхронізується із ведучою системою). Крім того, оцінено область імовірного перебування атрактора системи, якою він обмежений.

6. Розроблено комплекс розрахункових програм для комп'ютерної реалізації обчислювальних методів дослідження детермінованого хаосу в складних нелінійних системах із використанням запропонованих методів та схем дослідження.

7. За допомогою розробленого програмного забезпечення проведено повне дослідження детермінованого хаосу для нелінійної фінансової системи Ю.-Ш. Чена. При цьому були встановлені всі типи регулярних та хаотичних атракторів, а також детально проаналізована та встановлена реалізація в системі всіх основних типів сценаріїв нелінійної динаміки переходу від регулярних режимів до хаотичних (Фейгенбаума, Помо–Манневілля першого порядку і Рюеля-Такенса-Ньюхауса). В сценарії Фейгенбаума з точністю до $O(10^{-4})$ обчислено константу Фейгенбаума. Встановлено та підтверджено сценарій узагальненої переміжності типу "хаос – хаос". Зокрема, показано, що причиною його виникнення є жорстка втрата стійкості системи, що супроводжується субкритичною зворотною біфуркацією fold-Неймарка-Сакера із резонансом 1:2.

8. Розв'язано обернену задачу для системи Ю.-Ш. Чена та проведено дослідження хаосу для динаміки акцій ПАТ "Укрнафта". Для реального ряду ціни акції виявлені елементи хаосу (нелінійності з локально нестійким рухом точок псевдореконструйованого фазового простору) та порядку (фрактальної розмірності і параметричних трендів), що дозволяє віднести даний економічний ряд в клас рядів із хаосом. Фрактальна структура ряду склала 5.104, а кореляційна розмірність – 5.621. Крім того, в ряді виявлено точковий джокер та не виявлено псевдореконструйованих атракторів. Для скалярної реалізації ж від динамічної системи виявлено як порядок, так і хаос – підтверджено режими системи. Відповідні атрактори реконструйовано.

9. На розроблене автором програмне забезпечення оформлено два авторських права – на комп'ютерну програму дослідження динамічних систем та на комп'ютерну програму дослідження часових рядів і/або скалярних реалізацій.

10. Результати дисертаційної роботи використовуються в науково-дослідних та конструкторських роботах Особливого конструкторського бюро "Шторм" при математичному моделюванні неідеальних гідродинамічних систем, діагностиці регулярних та хаотичних режимів акустоелектронних та гідродинамічних систем, визначенні сценаріїв переходів від регулярних режимів до хаотичних та проведенні чисельних розрахунків характеристик хаотичних режимів. Також результати дисертаційної роботи впроваджені на державному підприємстві "ГІОЦ Укрзалізниця" та в навчальній практиці Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". Зокрема, вони використовуються при викладанні навчальної дисципліни "Синергетичні методи аналізу" за навчальним посібником та методичними вказівками автора.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Зинченко А.Ю. Аналитическое и численное исследование нелинейной динамики одной финансовой системы / А.Ю. Зинченко // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. – 2013. – вып. 4. – С. 41 – 53.
2. Зинченко А.Ю. Исследование регулярной и хаотической динамики одной финансовой системы / А.Ю. Зинченко // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. – 2013. – Т.21, №2. – С. 173 – 187.
3. Зінченко А.Ю. Параметрична ідентифікація динамічних систем на основі хаотичної синхронізації та адаптивного контролю / А.Ю. Зінченко // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико - математичні науки. – 2011. – вип. 3. – С. 153 – 162.
4. Данилов В.Я. Розробка інформаційної технології ідентифікації динамічного хаосу та псевдофазової реконструкції атракторів одновимірних реалізацій /В.Я.Данилов, А.Ю. Зінченко, П.П. Марчук // Наукові вісті НТУУ "КПІ". Серія: технічні науки. – 2011. – №2 (76). – С. 59 – 68.
5. Данилов В.Я. Виявлення хаосу в реалізаціях нелінійних динамічних систем та псевдофазова реконструкція їх атракторів / В.Я. Данилов, А.Ю. Зінченко, О.Л.Жиров // Наукові праці: науково-методичний журнал. – Миколаїв: Вид-во

ЧДУ ім. Петра Могили. – 2013. – вип. 201, том 213. Комп’ютерні технології. – С.120 – 126.

6. Данилов В.Я. До реалізації інструментарію дослідження хаотичної та регулярної поведінки динамічних систем і реконструкції оператора еволюції динамічних систем / В.Я. Данилов, А.Ю. Зінченко // Наукові праці: науково-методичний журнал. – Миколаїв: Вид-во ЧДУ ім. Петра Могили. – 2010. – вип. 130, том 143. Комп’ютерні технології. – С.18 – 26.
7. Данилов В.Я. Ідентифікація хаосу та прогнозування динаміки нейронною мережею в економічних нелінійних системах / В.Я. Данилов, А.Ю. Зінченко, О.Я.Яремчук // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – Хмельницький, 2009. – №1. – С. 122 – 128.
8. Данилов В.Я. Виявлення хаосу та прогнозування динаміки в нелінійних економічних системах / В.Я. Данилов, А.Ю. Зінченко, О.Я. Яремчук // Міжнародний науково-технічний журнал. – Інформаційна та комп’ютерна інженерія. – Вінницький нац. техн. університет. – 2009. – №3(16) – С. 72 – 76.
9. Данилов В.Я. Оцінки економічних показників в умовах мультиплікативних завад / В.Я. Данилов, О.Л. Жиров, А.Ю Зінченко // Наукові праці: Науково-методичний журнал. – том 106, вип. 93. Комп’ютерні технології. – Миколаїв: Вид-во ЧДУ ім. Петра Могили. – 2009. – С.17 – 20.
10. Данилов В.Я Розробка СППР на основі методології системного аналізу та стратегічного менеджменту концерну “УкрГаз” / В.Я Данилов, О.Л. Жиров, А.Ю. Зінченко // Наукові праці: Науково-методичний журнал. – Вип. 104, том 117. Комп’ютерні технології. – Миколаїв: Вид.-во ЧДУ ім. Петра Могили, 2009. – С.6 – 16.
11. Данилов В.Я. Системний аналіз показників стратегічного менеджменту / В.Я.Данилов, О.Л. Жиров, А.Ю. Зінченко // Наукові праці: Науково-методичний журнал. – том 90, Вип. 77. Комп’ютерні технології. – Миколаїв: Вид-во МДГУ ім. Петра Могили, 2008. – С.14 – 20.
12. Барилюк М.М. Системний аналіз діяльності комерційного банку / В.Я. Данилов, О.Л. Жиров, А.Ю. Зінченко // Наукові праці: Науково-методичний журнал. – том 90, Вип. 77. Комп’ютерні технології. – Миколаїв: Вид-во МДГУ ім. Петра Могили, 2008. – С.38 – 42.
13. Зінченко А.Ю. Комп’ютерна програма “Інформаційна система дослідження регулярної та хаотичної динаміки складних динамічних систем “Nonlinear Dynamics Complex Solver (NDCS)” ” / А.Ю. Зінченко // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №49284 – К.: Державний департамент інтелектуальної власності України. – Дата реєстрації: 22.05.2013.
14. Зінченко А.Ю. Комп’ютерна програма “Інформаційна система дослідження динамічного хаосу часових рядів та скалярних реалізацій від динамічних систем” / А.Ю. Зінченко // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №49283 – К.: Державний департамент інтелектуальної власності України. – Дата реєстрації: 22.05.2013.
15. Зинченко А.Ю. Применение информационной технологи к исследованию нелинейной системы Чена / А.Ю. Зинченко // Системный анализ и информационные технологии (SAIT-2013): Материалы 15-й Международной научно-технической

конференции (27–31 мая 2013г., Киев). – Киев: УНК "ИПСА" НТУУ "КПИ", 2013р. – С.107 – 108.

16. Данилов В.Я. Дослідження регулярної та хаотичної динаміки однієї фінансової системи / В.Я. Данилов, А.Ю. Зінченко // Dynamical Systems Modeling and Stability Investigation: Materials of 16th the International conference: Modelling and stability (May 25–31, 2013, Kyiv). – Kyiv: National Committee of Ukraine by Theoretical and Applied Mechanics [etal.] (Вісник Київського націон. ун-ту ім. Т.Г.Шевченка), 2013.– P.88.
17. Danylov V.Ya Implementation of information technology for investigation of regular and chaotic behavior of dynamic system and their attractors reconstruction / V.Ya. Danilov, A.Yu. Zinchenko // Nonlinear analysis and applications: Materials of 2nd international conference on memory of corresponding member of NAS of Ukraine Valery Sergeevich Melnik (4–6 April, 2012, Kyiv). – Kyiv: NTUU "KPI", 2012. – P. 23–24.
18. Зінченко А.Ю. Розробка інформаційної технології дослідження регулярних і хаотичних режимів динамічних систем та пов'язаних з ними обернених задач / А.Ю. Зінченко // Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту (ISDMCI'2012): Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (27–31 травня 2012р, Євпаторія). – Херсон: ХНТУ, 2012р. – С. 77 – 79.
19. Зінченко А.Ю. Якісні та кількісні методи дослідження динамічних систем та реконструкція динамічних систем одновимірних реалізацій / А.Ю. Зінченко // Dynamical Systems Modeling and Stability Investigation: Materials of 15th the traditional international conference (May 25–27, 2011, Kyiv). – Kyiv: Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2011.– P.79.
20. Зінченко А.Ю. Розробка інформаційної технології ідентифікації та дослідження динамічних систем / А.Ю. Зінченко // Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту (ISDMCI'2011): Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (16–20 травня 2011р, Євпаторія). – Херсон: ХНТУ, 2011р. – том №1, С. 67 – 71.
21. Зінченко А.Ю. Про розробку інформаційної технології для дослідження динамічного хаосу, прогнозу та побудови сценаріїв розвитку організації / А.Ю. Зінченко // Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту (ISDMCI'2010): Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (17–21 травня 2010р., Євпаторія). – Херсон: ХНТУ, 2010р. – том №2, С.68–72.
22. Зінченко А.Ю. Ідентифікація динамічного хаосу та динамічних систем одновимірних реалізацій / А.Ю. Зінченко // Автоматика / Automatics-2011: Матеріали міжнародної конференції автоматичного управління (28 – 30 вересня 2011р., Львів). – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2011 р. – С. 120 – 121.
23. Зінченко А.Ю. Розробка інформаційної технології дослідження динамічного хаосу в складних нелінійних системах та часових рядах / А.Ю. Зінченко // Збірник наукових праць відділу прикладного нелінійного аналізу ННК "ІПСА" ННК "КПІ". – К.: ТОВ "Спринт-Сервис", 2013 р. – С. 173 – 174.

24. Danylov V. Ya. Method of estimation of the ‘window’ of reconstruction / V. Ya. Danylov, A. Yu. Zinchenko // The nonlinear analysis and application 2015: Materials of 3rd international scientific conference (01 – 03 April, 2015, Kyiv). – NTUU “KPI”, 2015. – P. 13.

АНОТАЦІЯ

Зінченко А.Ю. Комп’ютерне моделювання детермінованого хаосу в процесах з квадратичною нелінійністю. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Київський національний університет імені Тараса Шевченка МОН України, Київ, 2016.

Запропоновано чисельний метод параметричної ідентифікації для нелінійних систем з хаосом на основі хаотичної синхронізації та адаптивного контролю при спостереженнях однієї скалярної реалізації або одновимірної реалізації функції від фазових координат, що покращує точність оцінювання невідомих параметрів до $O(10^{-9})$.

Запропоновано метод оцінювання “вікна” реконструкції на основі мінімізації відносної похибки обчислень кореляційних інтегралів із врахуванням скорельованості спостережень часової послідовності, який покращує обчислення кореляційних інтегралів.

Сформульовано та доведено теореми для класу нелінійних систем типу Ю.-Ш.Чена. Крім того, оцінено область імовірного перебування атрактора системи, якою він обмежений.

Розроблено комплекс розрахункових програм для комп’ютерної реалізації обчислювальних методів дослідження детермінованого хаосу в складних нелінійних системах із використанням запропонованих методів та схем дослідження.

За допомогою розробленого програмного забезпечення проведено повне дослідження детермінованого хаосу для нелінійної фінансової системи Ю.-Ш. Чена. При цьому встановлено основні типи регулярних та хаотичних атракторів, а також детально проаналізовано та встановлено реалізацію в системі всіх основних типів сценаріїв нелінійної динаміки переходу від регулярних режимів до хаотичних.

Ключові слова: детермінований хаос, дивний хаотичний атрактор, ідентифікація систем, біфуркація, хаотична синхронізація, кореляційний інтеграл, комп’ютерне моделювання, квадратична нелінійність.

АННОТАЦИЯ

Зинченко А.Ю. Компьютерное моделирование детерминированного хаоса в процессах с квадратичной нелинейностью. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко МОН Украины, Киев, 2016.

В диссертационной работе предложен численный метод параметрической идентификации для нелинейных систем с хаосом на основе хаотической синхронизации и адаптивного контроля при наблюдениях одной скалярной реализации или одномерной реализации функции от фазовых координат, который улучшает точность оценки неизвестных параметров до $O(10^{-9})$.

Предложен метод оценки “окна” реконструкции на основе минимизации относительной погрешности вычислений корреляционных интегралов с учетом скоррелированности наблюдений временной последовательности, который улучшает вычисления корреляционных интегралов.

Сформулированы и доказаны теоремы для класса нелинейных систем типа Ю.-Ш. Чена. Кроме этого, оценено область вероятного пребывания аттрактора системы, которой он ограничен.

Разработан комплекс расчетных программ для компьютерной реализации вычислительных методов исследования детерминированного хаоса в сложных нелинейных системах с использованием предложенных методов и схем исследования.

С помощью разработанного программного обеспечения проведено полное исследования детерминированного хаоса для нелинейной финансовой системы Ю.-Ш. Че-на. При этом установлены основные типы регулярных и хаотических аттракторов, а также подробно проанализирована и установлена реализация в системе всех основных типов сценариев нелинейной динамики перехода от регулярных режимов к хаотическим.

Ключевые слова: детерминированный хаос, странный хаотический аттрактор, идентификация систем, бифуркация, хаотическая синхронизация, корреляционный интеграл, компьютерное моделирование, нелинейность.

ABSTRACT

Zinchenko A.Yu. Computer modeling of deterministic chaos in processes with quadratic nonlinearity. – Manuscript.

Thesis for a candidate degree in technical sciences, specialty 01.05.02 – mathematical modeling and numerical methods. – Taras Shevchenko National University of Kyiv of Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2016.

The thesis is devoted to solving the actual scientific and technical objectives of the study of deterministic chaos in complex non-linear systems.

Existing research methodology of deterministic chaos in complex non-linear systems were analyzed and improved. The specific numerical methods (20 methods) were assembled together, and this helped to solve the problems of direct (research modes of behavior depending on the parameters) and inverse (reconstruction of dynamic system parameter identification) research of non-linear dynamics based on existing and new methods of research.

The numerical method for parametric identification of non-linear systems with chaos is proposed on the basis of chaotic synchronization and adaptive control in the observation of a single scalar implementation or implementation of a one-dimensional function of the phase coordinates. The method is based on the accuracy of the numerical solution of the system and improves the accuracy of the estimation of unknown parameters to $O(10^{-9})$.

A method for estimating the "window" of reconstruction is proposed based on minimizing relative error of calculations of correlation integrals taking into account the time sequence of observations that are correlated. This method improves calculation of correlation integrals in the method of correlation dimension of Brock's residual test, BDS-test, a method of calculating the Kolmogorov entropy, as well as the Grassberger-Procaccia algorithm.

The theorems for a class of nonlinear systems of the type YU.-SH. Chen are formulated and proven: the existence of a global exponential attractor of the system, periodic solutions, the presence of bifurcations of the Poincare-Andronov-Hopf theorem as well as the management of attractors-for example control of deterministic chaos, which puts the system in a chaotic regime to regular regime was found, and control system for managing the general form in which it is fully synchronized with the driving system was found. In addition, the estimated probability region of the attractor of the system that is limited by this system, is estimated.

The modelling software of investigation of deterministic chaos in complex nonlinear systems was developed based on existing and proposed numerical methods of this investigation. Software was also based on own graphics editor, a mathematical expression parser and validator of functions.

A complete investigation of deterministic chaos in nonlinear financial system YU.-SH. Chen was made by means of realised automated system. Besides that, the implementation of all major types of scenarios nonlinear dynamics of transition from regular to chaotic regimes (Feigenbaum, Pommo-Mannevill first order and Ruel-Takens-Newhouse) of the system were analysed in detail and established. Feigenbaum constant was calculated with accuracy to $O(10^{-4})$ in Feigenbaum scenario.

The scenario of generalised intermittency of type "chaos-chaos" was established and confirmed. In particular, it is shown that the reason for its occurrence is hard loss of stability of the system , accompanied by subcritical reverse bifurcation of fold-Naimark-Saker with a resonance of 1:2. The inverse problem for a system Yu-Sh. Chen was solved and the dynamics of chaos for the shares of public joint stock company "UkrNafta" was studied. The chaos and order (fractal dimension and parametric trends) were identified. In addition, the series of detected point joker was identified but attractors of pseudo-phase reconstruction were not identified. The order and chaos were detected for scalar realisation and the modes of the system were confirmed. The corresponding attractors were reconstructed.

Keywords: deterministic chaos, strange chaotic attractor, identification systems, bifurcation, chaotic synchronization, the correlation integral, computer modeling, quadratic nonlinearity.