

УДК 532.542.3

MSC 76E30

Some features of a laminar flow stability loss in a pipe

G.A. Voropaiev, O.O. Baskova

Institute of Hydromechanics of the NASU, Kiev, Ukraine

E-mail: baskaleksandra@gmail.com

Despite the seeming simplicity of the steady flow in a pipe of constant radius, the question of the cause and process of the transition remains debatable. Especially since the necessary condition for the stability loss of parabolic profile is not satisfied, and the linear theory of hydrodynamic stability for an axisymmetric Poiseuille flow does not give growing axisymmetric eigen solutions for any Reynolds numbers, since the terms characterizing the interaction of disturbances with the initial velocity profile drop out in the linearized equations of momentum conservation. The report presents the results of the study of stages of convective stability loss for the flow at the initial section of the pipe depending on the variable parameters based on the numerical solution of the three-dimensional system of unsteady Navier-Stokes equations and the equation energy transfer. The variable parameters in this study were: Reynolds number, magnitude and gradient sign of the dynamic viscosity coefficient arising in nonisothermal flows. An analogy of the arising secondary axisymmetric large-scale toroidal vortex structures in the near-wall region to Tollmien-Schlichting waves in the region of the transition of the laminar boundary layer on the plate is shown. The subsequent loss of axisymmetry and stability of these torus-like vortex structures is analyzed, which leads to the formation of fairly regular longitudinal vortex structures downstream, the nonlinear interaction of which leads to chaotization of the flow. The lengths of these sections are determined depending on the Reynolds number, the magnitude and sign of the gradient of the dynamic viscosity coefficient.

Key words: stability of the laminar regime, flow in the pipe, viscosity gradient, non-isothermal flow, vortex formation.

Деякі особливості втрати стійкості ламінарною течією в трубі

Г.О. Воропаєв, О.О. Баскова

Інститут гідромеханіки НАНУ, Київ, Україна

E-mail: baskaleksandra@gmail.com

Незважаючи на видиму простоту усталеного потоку в трубі постійного радіусу, питання про причину та процес переходу залишається дискусійним. Тим більше, що необхідна умова втрати стабільності параболічного профілю не виконується, а лінійна теорія гідродинамічної стійкості для осесиметричного потоку Пуазейля не дає зростаючих осесиметричних власних рішень для будь-яких чисел Рейнольдса, оскільки у лінеаризованих рівняннях збереження імпульсу члени, що характеризують взаємодію збурень з початковим профілем швидкості, випадають. У доповіді представлені результати дослідження етапів втрати конвективної стійкості потоку на початковій ділянці труби в залежності від змінних параметрів, отримані на основі чисельного рішення тривимірної системи нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса та рівняння переносу енергії. Змінними параметрами в цьому дослідженні були: число Рейнольдса, величина та градієнт динамічного коефіцієнта в'язкості, що виникає в неізотермічних потоках. Наведено аналогію виникаючих вторинних осесиметричних великомасштабних торіодальних вихрових структур у пристінній області до хвиль Толміна-Шліхтінга в області переходу ламінарного прирежового шару на пластині. Проаналізовано подальшу втрату осесиметрії та стійкості цих то-

роподібних вихрових структур, що призводить до утворення за течією досить регулярних поздовжніх вихрових структур, нелінійна взаємодія яких призводить до хаотизації потоку. Довжини цих ділянок визначаються залежно від числа Рейнольдса, величини та знака градієнта динамічного коефіцієнта в'язкості.

Ключові слова: стійкість ламінарного режиму, течія в трубі, градієнт в'язкості, неізотермічна течія, вихроутворення.

1. Вступ

Течія нестисливої рідини в гладкій вісесиметричній трубі постійного радіуса при постійній температурі вдалині від входу при постійній витраті описується як класичним параболічним профілем при малих числах Рейнольдса, так і майже класичним логарифмічним профілем при великих числах Рейнольдса. Не викликає суперечностей з часів класичної роботи Рейнольдса [1] й існування порогового значення числа Рейнольдса, починаючи з якого ламінарна форма течії переходить в турбулентну.

Дискусійним залишається питання стосовно причин і процесу переходу, тим більше, що для параболічного профілю не виконується необхідна умова втрати стійкості такого профілю [2]. До того ж лінійна теорія гідродинамічної стійкості для осесиметричної течії Пуазейля не дає зростаючих власних осесиметричних рішень при будь-яких числах Рейнольдса, так як в лінеаризованих рівняннях збереження кількості руху випадають члени, що характеризують взаємодію збурень з вихідним профілем швидкості.

Таким чином, причину переходу необхідно шукати або в неосесиметричності виникаючих збурень і їх нелінійній взаємодії, або в змінності профілю швидкості, що формується на початковій ділянці труби. Тобто течія в трубі може втратити ламінарний режим до формування параболічного профілю. А саме, на початковій ділянці труби, на її стінках, формується ламінарний примежовий шар, і до тих пір, поки товщина цього шару істотно менше радіуса труби ($\delta \ll R$), можна проводити аналогію з розвитком збурень у примежовому шарі на пластині з формуванням хвилі Толлміна-Шліхтінга [3].

У зв'язку з цим, в даній роботі представлені результати чисельного дослідження формування профілю швидкості на початковій ділянці осесиметричної постійного радіуса труби та залежності структури збурень, що виникають в потоці, від числа Рейнольдса, що підтверджують цю аналогію (з розвитком збурень у примежовому шарі на пластині), а також впливу на процес переходу неізотермічності поля швидкості, викликаного різницею температур між рідиною, що поступає в трубу, і стінкою труби.

2. Постановка задачі та її особливості

При неізотермічності потоку на стінках труби формується тепловий примежовий шар (ТПШ), який призводить до відповідної істотної зміни коефіцієнта динамічної в'язкості. Так в воді при зміні температури на 30 °С коефіцієнт динамічної в'язкості змінюється в два рази. Таким чином, якщо врахувати цю зміну в'язкості усередині ТПШ, і те, що товщина теплового шару δ_T менше товщини динамічного прикордонного шару δ ($\delta_T < \delta$) при $Pr > 1$, можна показати, що формується асимптотичний профіль поздовжньої швидкості з точкою перегину всередині примежового шару (рис. 1) [4].

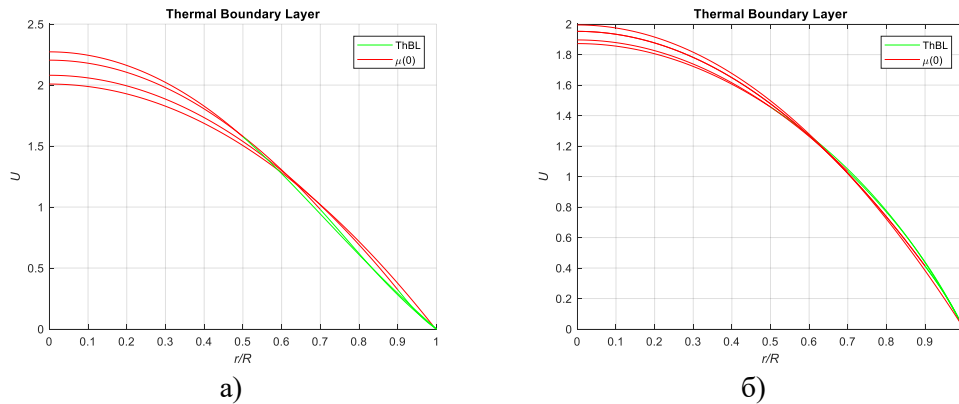


Рис.1. Безрозмірні профілі швидкості, віднесені до витратної швидкості U_R при $\beta = 0,5$ (а) і $\beta = 1,5$ (б) при $T = 0.01R, 0.1R, 0.3R$ і $0.5R$ відповідно

Таким чином, виявляється спільний вплив і товщини ТПШ, і величини різниці температур стінки труби та рідини, що поступає в трубу. А саме, при $\beta < 1$ ($\beta = \mu_f / \mu_w$) всередині ТПШ профіль має точку перегину, а отже, на осі безрозмірна швидкість потоку, віднесена до середньовитратної швидкості, має значення більше 2, а при $\beta > 1$ профіль швидкості біля стінки більш наповнений, що, очевидно, робить значення безрозмірної швидкості на осі менше 2. У разі рівності температур ТПШ вироджується, і профіль швидкості описується звичайною параболою із значенням безрозмірної швидкості на осі рівним 2.

Таким чином, при течії уздовж поверхні, температура якої нижча за температуру рідини, виконуються необхідні умови для втрати стійкості такого профілю швидкості згідно теореми Релея [2].

При течії повітря в трубі ситуація буде протилежною, що порушує подібність процесу переходу в крапельної і газоподібної середовищах в неізотермічних умовах. Тому газовий потік на охолодженій поверхні зберігає стійкість до великих чисел Рейнольдса [5].

Чисельне моделювання течії в'язкої нестисливої рідини проведено в гладкій трубі радіусу 35 мм і довжини 3150 мм ($L/d = 45$), тобто розглядається початкова ділянка труби. На вході задавалися постійні по перетину температура у діапазоні $T_f = 10 \div 60$ °С, що відповідає числам Прандтля $Pr = 9,4 \div 3,0$, та швидкість: $V = 0,03 \div 0,1$ м/с, що відповідає діапазону чисел Рейнольдса $1600 \div 5300$, розрахованим за значеннями в'язкості для максимального значення температури.

На стінці задавалася умова прилипання і значення постійної температури T_w таким чином, щоб забезпечити температурний напір $\Delta T = \pm(25 \div 50)$ °С.

Математична постановка задачі течії в'язкої нестисливої рідини включає в себе систему нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса, рівнянь нерозривності і енергії, записані в циліндричній системі координат, з урахуванням змінності коефіцієнта динамічної в'язкості рідини [4].

Особливості методу, який використовувався для проведення чисельного експерименту описано в [4].

3. Результати та обговорення

В результаті чисельного вирішення поставленої задачі отримані залежності швидкості формування динамічного та теплового примежових шарів, закономірності появи та розвитку збурень в залежності від знаку та величини теплового напору і числа Рейнольдса. Так у розглянутому діапазоні температур при від'ємному значенні градієнту в'язкості ($\Delta T = +50^\circ$) в пристінній зоні усталений профіль швидкості істотно відрізняється від параболічного наявністю точки перегину, і навпаки отримуємо більш наповнений профіль швидкості при позитивному градієнті в'язкості ($\Delta T = -50^\circ$). При $Re = 1600$ на певній відстані від входу, товщини примежових шарів відповідно дорівнюють при $\Delta T = +50^\circ$: $\delta_T/R = 0,36$, $\delta/R = 0,71$; при $\Delta T = -50^\circ$: $\delta_T/R = 0,37$, $\delta/R = 0,86$; при $\Delta T = 0$: $\delta/R = 0,86$. Товщини відповідних примежових шарів визначаються відстанню від стінки труби до точці в потоці де $T = 0,99T_f$ та $U = 0,99U_{max}$.

Зауважимо, що при практично рівних товщинах ТПШ, динамічний примежовий шар з увігнутою ділянкою ($\Delta T = +50^\circ$) істотно менший, але максимальні значення безрозмірної швидкості на вісі збігаються з ізотермічним випадком. Це говорить про те, що при збереженні витрати, холодна стінка гальмує потік біля стінки, але прискорює ядро потоку, відповідно підвищуючи необхідний градієнт тиску. Однак, незважаючи і на увігнутий профіль швидкості, і на максимальний перепад температур поява збурень в потоці до чисел Рейнольдса 3000 не спостерігається, що відображається на розподілі тиску на вісі уздовж початкової ділянки труби (рис. 3, а)

При збільшенні числа Рейнольдса в пристінній області на різних відстанях від входу в трубу при відповідних градієнтах в'язкості в потоці починають формуватися хвильові і вихрові збурення, що поширюються вниз за течією, що призводить до значних осциляцій тиску і напруги тертя на поверхні труби. Так на рис.3, б наведені миттєві розподіли тиску по довжині початкової ділянки труби при різних перепадах температур.

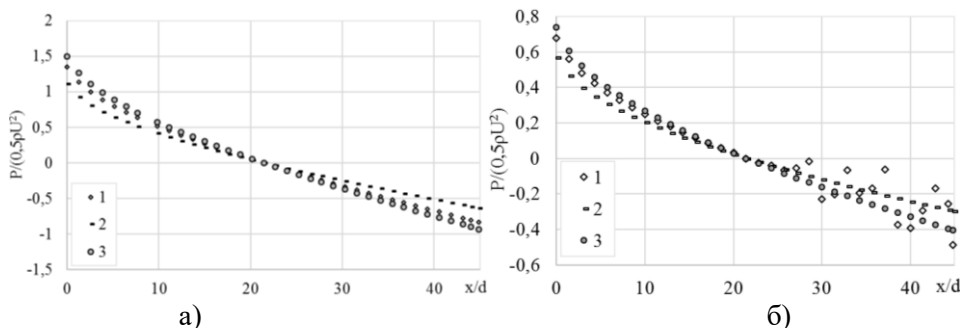


Рис. 3. Розподіл тиску при $Re=1600$ (а) і $Re=5300$ (б) за відповідних температурних напорах (1 - $\Delta T = +25^\circ$ C; 2 - $\Delta T = +37^\circ$ C; 3 - $\Delta T = 50^\circ$ C)

При різниці температур $\Delta T = 25^\circ$ відношення коефіцієнту динамічної в'язкості при температурі стінки μ_w до коефіцієнту динамічної в'язкості в ядрі потоку μ_f за межами теплового примежового шару дорівнює $\mu_w/\mu_f = 1,81$, потік зберігає ламінарний характер течії на всій початковій ділянці труби, збурення відсутні. При збільшенні відношення μ_w/μ_f до 2,32 ($\Delta T = 37^\circ$) на відстані 30 калібрів від входу в трубу течія втрачає усталений характер, про що свідчить поява гармонійних низькоча-

стотних коливань. Подальше збільшення відношення μ_w/μ_f призводить до більш раннього зародження вихрової течії, але фазова швидкість і довжина хвилі збурень практично не змінюються (рис. 4, а, б).

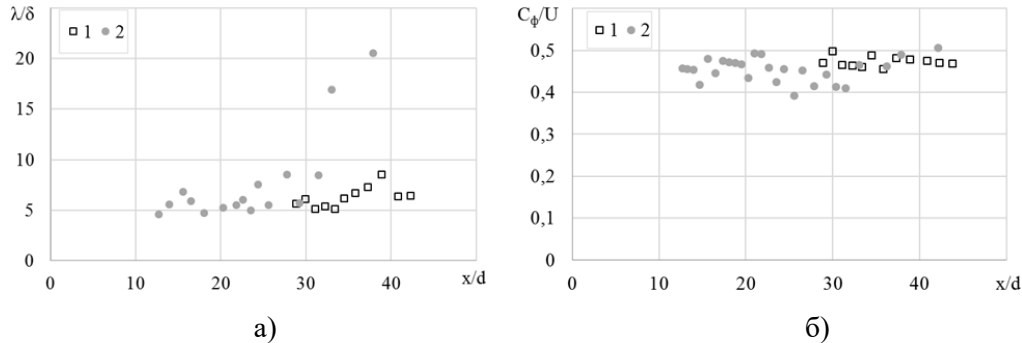


Рис. 4. Безрозмірні довжини хвиль (а) і фазові швидкості (б) виникаючих коливань при $Re=5300$ і температурних напорах: 1 – $\Delta T=37^\circ$; 2 – $\Delta T=50^\circ$

Отримані значення довжини хвилі λ та фазової швидкості C_ϕ виникаючих коливань при обезрозміренні по місцевим значенням товщини примежового шару та максимальної швидкості, відповідають класичним значенням параметрів хвилі Толлміна-Шліхтінга в примежовому шарі на пластині:

$$\lambda / \delta \sim 6; C_\phi / U = 0,45, \text{ рис.4, а-б.}$$

Поява та розвиток збурень проходить в декілька етапів, які характеризуються як числом Рейнольдса, так і відношенням коефіцієнтів в'язкості. Так при числі Рейнольдса $Re = 3750$ та $\mu_w/\mu_f = 2,32$ на підставі Q-візуалізації течії можна простежити еволюцію характеру збурень на початковій ділянці труби. На рис. 5 представлена візуалізація збурень при значеннях параметра $Q = 0,005; 0,01$.

При $Q = 0,005$ досить важко відокремити кромочні збурення, що формуються при розрахунку задачі з ударним входом і мають випадковий характер. Однак вже при $x/d > 3$ ці збурення вироджуються на тлі збурень, що мають регулярний осесиметричний характер. Певна фільтрація збурень відбувається при $Q = 0,01$, чітко проглядаються регулярні осесиметричні хвилі завихреності тороподібної форми на ділянці $2 \leq x/d < 15$. Поздовжні перерізи цих вихрових структур мають еліпсоїдальну форму з досить великим значенням відношення довжин осей. Ці тороподібні структури зносяться потоком, втрачаючи свою регулярність і вісесиметричність. На поверхні тора з'являється азимутальна мода, і наступним етапом нелінійного розвитку збурень можна назвати виникнення поздовжніх вихорів, аналогічно етапу виникнення λ -подібних структур в примежовому шарі та збуренням описаним у роботі [6]. З незначним збільшенням параметра Q вихрова структура із збереженням форми на ділянці $2 < x/d < 5$ стає практично непомітною, що говорить про її малу інтенсивність на цій ділянці при практично незмінному виді структури вниз по потоку ($5 < x/d < 15$).

На ділянці $x/d > 16$ амплітуда збурень досягає великих значень. На фоні дроблення великомасштабних вихрових структур виникає хаотизація ядра потоку, що приводить до збільшення групової швидкості розповсюдження збурень. При послідовній хаотизації потоку подальшого зростання інтенсивності збурень не відбу-

вається, але це вже зона початкової турбулентності, яка потребує значної потужності обчислювальної техніки.

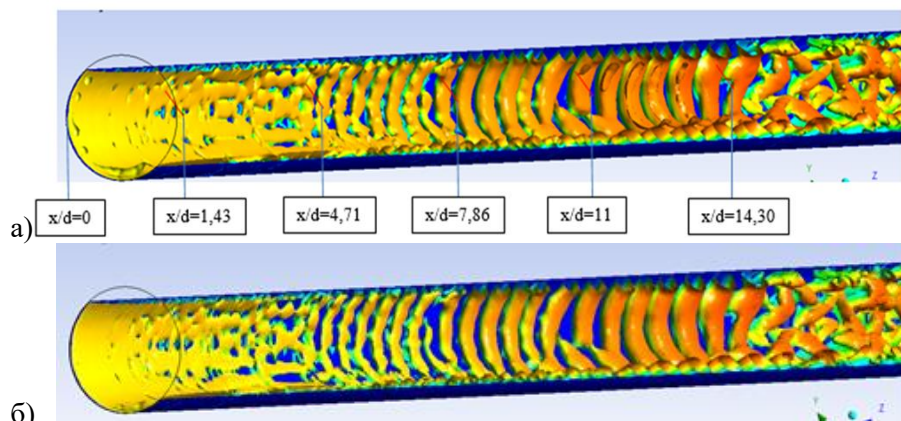


Рис. 6. Q-візуалізація розвитку вихрової структури в трубі, $x/d < 16,5$, а) $Q=0,005$, б) $Q=0,01$

Таким чином, чисельно підтверджено, що неізотермічність потоку може як затягувати початок переходу, так і прискорювати втрату стійкості ламінарною течією в трубі. При цьому, незважаючи на наявність випадкових несиметричних збурень, на початковому етапі переходу ламінарної течії в трубі завжди формується власне осесиметричне довгохвильове збурення в пристінній області з характеристиками подібними власним хвилям Толлміна-Шлихтинга в безградієнтному межовому шарі на пластині. Швидкість наростання регулярних власних збурень і їх подальша хаотизація в першу чергу залежить від числа Рейнольдса і коригується тепловою нерівноважністю потоку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Reynolds O. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Phil. Trans. Roy. Soc., London*, 1883. V.174.
2. Rayleigh F.R.S. On the stability or instability of certain fluid motions. *Scientific Papers, Cambridge Univ. Press. London and New York*, 1987, v.3, pp. 1–23.
3. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974, 711 с.
4. Баскова А.А., Воропаєв Г.А. Структура вихревого неізотермического течения на начальном участке трубы при переходных числах Рейнольдса. *Гидродинамика и акустика*. 2018. Т.1 (91), № 2. С. 117–131.
5. Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В. Возникновение турбулентности в пристенных течениях. Новосибирск: Наука. Сиб.пр.РАН, 1999. 328 с.
6. Barkley D. Theoretical perspective on the route to turbulence in a pipe. *Journal of Fluid Mechanics*. 2006. V. 803. pp. 1–79.

Надійшла 18.05.2021.

Некоторые особенности потери устойчивости ламинарного течения в трубе

Г.А. Воропаев, А.А. Баскова

Институт гидромеханики НАНУ, Киев, Украина

E-mail: baskaleksandra@gmail.com

Несмотря на видимую простоту устойчивого потока в трубе постоянного радиуса, вопрос о причине и процесс перехода остается дискуссионным. Тем более, что необходимое условие потери устойчивости параболического профиля не выполняется, а линейная теория гидродинамической устойчивости для осесимметричного потока Пуазейля не дает возрастающих осесимметричных собственных решений для любых чисел Рейнольдса, поскольку в линеаризованных уравнениях сохранения импульса члены, характеризующие взаимодействие возмущений с начальным профилем скорости, выпадают. В докладе представлены результаты исследования этапов потери конвективной устойчивости потока на начальном участке трубы в зависимости от переменных параметров получены на основе численного решения трехмерной системы нестационарных уравнений Навье-Стокса и уравнения переноса энергии. Переменными параметрами в этом исследовании были: число Рейнольдса, величина и градиент динамического коэффициента вязкости, возникающего в неизотермических потоках. Приведено аналогии возникающих вторичных осесимметричных крупномасштабных тороидальных вихревых структур в пристенной области волнам Толмиена-Шлихтинга в области перехода ламинарного пограничного слоя на пластине. Проанализирована дальнейшая потеря осесимметричности и устойчивости этих торообразных вихревых структур, что приводит к образованию в потоке достаточно регулярных продольных вихревых структур, нелинейное взаимодействие которых приводит к хаотизации потока. Длины этих участков определяются в зависимости от числа Рейнольдса, величины и знака градиента динамического коэффициента вязкости.

Ключевые слова: устойчивость ламинарного режима, течение в трубе, градиент вязкости, неизотермичное течение, вихреобразование.