

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА  
ШЕВЧЕНКА

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ВИСОКИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Завідувач кафедри нанофізики конденсованих середовищ  
проф. Валерій Антонович Скришевський  
Протокол №\_\_\_\_\_ засідання кафедри  
від “\_\_\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2023 р.

**КРИВОЛІНІЙНІ АНТИФЕРОМАГНІТНІ  
СПІНОВІ ЛАНЦЮЖКИ У ЗОВНІШНЬОМУ  
МАГНІТНОМУ ПОЛІ: ЕФЕКТИ ГЕОМЕТРІЇ В  
ДИНАМІЦІ ДОМЕННИХ СТІНОК**

Випускна кваліфікаційна робота магістра  
студента спеціальності  
105 «Прикладна фізика та наноматеріали»  
ОП «Високі технології (Прикладна фізика та наноматеріали)»  
**Борисенко Єлизавети Андріївни**

Наукові керівники  
професор кафедри математики  
та теоретичної радіофізики  
д.ф.-м.н. **Шека Денис Дмитрович**  
молодший науковий співробітник  
Інституту теоретичної фізики  
ім. М.М. Боголюбова НАН України  
к.ф.-м.н. **Єршов Костянтин Васильович**

Оцінка захисту роботи

---

Київ – 2023 р.

## АНОТАЦІЯ

Борисенко Є.А. Криволінійні антиферромагнітні спінові ланцюжки у зовнішньому магнітному полі: ефекти геометрії в динаміці доменних стінок. – Випускна кваліфікаційна робота магістра за спеціальністю 105 Прикладна фізика та наноматеріали ОП «Високі технології (Прикладна фізика та наноматеріали)»

У роботі описано ефекти геометрії у криволінійних антиферромагнітних (АФМ) спінових ланцюжках під дією зовнішнього магнітного поля в неперервній класичній моделі. Встановлено, що в АФМ кільці орієнтаційний перехід під дією статичного магнітного поля може відбуватись як фазовий перехід першого роду у вихровий стан або як два фазові переходи другого роду через скошений стан у  $onion$  стан в залежності від кривини кільця. Побудовано фазові діаграми рівноважних станів АФМ кільця у статичному магнітному полі довільного напрямку. Описано вплив кривини та кручення у спіновому ланцюжку у формі гвинтової лінії на стабілізацію та статичні параметри доменної стінки (ДС) в ньому, розглянуто випадки легко- та важкоосьової анізотропії. Досліджено динаміку ДС у гелікоїдальному легкоосьовому ланцюжку під дією статичного та оберտального магнітних полів. Показано, що статичне магнітне поле не призводить до руху доменних стінок. Отримано рівняння руху ДС під дією оберտального магнітного поля та знайдено чисельні розв'язки цих рівнянь. Встановлено, що ДС рухається поступально з періодично модульованою або рівномірно прямолінійно із сталою швидкістю в залежності від співвідношення частоти оберտального магнітного поля та кривини ланцюжка. Знайдено залежність швидкості ДС у режимі рівномірного прямолінійного руху від частоти магнітного поля, кривини та кручення ланцюжка. Теоретичні висновки роботи підтверджено за допомогою спін-ґраткових моделювань.

Випускна кваліфікаційна робота викладена на 56 сторінках, ілюстрована 19 рисунками та містить 3 додатки. Список використаних джерел включає 62 роботи.

**Ключові слова:** антиферромагнетик, криволінійний магнетизм, спіновий ланцюжок у формі кільця, фазові переходи, магнітне поле, гелікоїдальний спіновий ланцюжок, доменна стінка

## ANNOTATION

Borysenko Y.A. Curvilinear antiferromagnetic spin chains exposed to an external magnetic field: geometry-induced effects in domain wall dynamics. – Master's Thesis, speciality 105 Applied physics and nanomaterials, EP High Technologies (Applied physics and nanomaterials)

In this work, we describe geometry-induced effects in antiferromagnetic (AFM) spin chains exposed to an external magnetic field in classical continuum approach. Exposed to static magnetic field AFM ring experiences a reorientation phase transition, which can happen as a first-order one to vortex state or as a second-order one via canted to onion state, depending on the ring curvature. Phase diagrams of the equilibrium states of the ring exposed to static magnetic field of arbitrary direction for different ring curvatures are calculated. We describe the influence of curvature and torsion in the helix-shaped spin chain on the domain wall (DW) stabilization and static properties. The hard- and easy tangential anisotropy cases are analyzed. DW dynamics in helix-shaped spin chain being exposed to static and rotating magnetic fields is investigated. While static magnetic field fails to move DW, rotating magnetic field induces domain wall propagation. We obtain and solve numerically the equations of motion for the DW exposed to rotating magnetic field. Relation between external field frequency and geometrical parameters of the helix determines two motion modes: oscillating one and rigid motion with a constant velocity. The dependence of DW velocity in rigid motion mode on rotating field frequency, curvature and torsion of the helix-shaped spin chain is found. Theoretical predictions are verified by spin-lattices simulations.

Master Thesis consists of 56 pages, 19 figures, 3 appendices. Bibliography includes 62 works.

**Keywords:** antiferromagnet, curvilinear magnetism, ring-shaped spin chain, magnetic field-induced phase transitions, helix-shaped spin chain, domain wall

# ЗМІСТ

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Вступ</b>  | <b>6</b>  |
| <b>1 Огляд літератури</b>   | <b>8</b>  |
| 1.1 Взаємодії, що визначають властивості магнетиків . . . . .   | 8         |
| 1.2 Викривлені квазіодновимірні магнетики в неперервному<br>наближенні . . . . .                                | 11        |
| 1.2.1 Тонкий викривлений феромагнітний дріт зі сталими<br>кривиною та крученням . . . . .                       | 13        |
| 1.2.2 Антиферомагнітний спіновий ланцюжок у формі<br>гвинтової лінії . . . . .                                  | 14        |
| 1.3 Динаміка доменних стінок в антиферомагнетиках . . . . .   | 15        |
| 1.4 Способи одержання квазіодновимірних магнітних структур . .  | 18        |
| 1.5 Висновки до розділу . . . . .   | 21        |
| <b>2 Результати роботи</b>  | <b>23</b> |
| 2.1 Постановка задачі . . . . .   | 23        |
| 2.2 Модель системи . . . . .  | 23        |
| 2.3 Основні стани антиферомагнітного ланцюжка у формі кільця<br>в статичному магнітному полі . . . . .          | 25        |
| 2.4 Статичні розв'язки для доменної стінки в антиферомагнітно-<br>му ланцюжку у формі гвинтової лінії . . . . . | 29        |
| 2.4.1 Випадок важкоосьової анізотропії . . . . .  | 29        |
| 2.4.2 Ланцюжок з легкоосьовою анізотропією . . . . .  | 32        |
| 2.5 Рух доменної стінки в легкоосьовому спіновому ланцюжку в<br>зовнішньому магнітному полі . . . . .           | 34        |
| 2.5.1 Рівняння руху доменної стінки під дією статичного<br>магнітного поля . . . . .                            | 34        |
| 2.5.2 Рівняння руху доменної стінки під дією обертового<br>магнітного поля . . . . .                            | 35        |
| 2.5.3 Режим рівномірного прямолінійного руху доменної<br>стінки . . . . .                                       | 37        |

|   |           |
|---|-----------|
|   | 5         |
| <b>Висновки</b>   | <b>40</b> |
| <b>Апробація</b>  | <b>42</b> |
| <b>Література</b>   | <b>43</b> |
| <b>Додатки</b>  | <b>48</b> |
| А    Спін-ґраткові моделювання . . . . .  | 48        |
| Б    Часові залежності ширини та параметра асиметрії ДС . . . . .                     | 50        |
| В    Коефіцієнти рівнянь руху ДС під дією оберտального магні-<br>тного поля . . . . . | 51        |

## Вступ

Властивості нанорозмірних систем суттєво залежать від їх геометричних параметрів. Взаємозв'язок геометрії та топології параметра порядку стає вирішальним для систем з сильними електронними кореляціями, зокрема магнетиків [1, 2] та надпровідників [2]. Розвиток експериментальних методик синтезу та характеристики низьковимірних систем дозволяє як проектування планарних структур з окремих атомів на підкладці [3] та модифікацію їх фізичних властивостей в залежності від матеріалу підкладки [4], так і синтез 3D наноархітектур складних геометрій [5, 6].

Антиферромагнетики (АФМ) мають ряд унікальних властивостей, що відрізняють їх від ферромагнітних матеріалів, які широко використовуються в технологіях зберігання та передачі інформації. В АФМ майже відсутні поля розмагнічування, що сприяє потенційній мініатюризації пристроїв на їх основі. Сильна обмінна взаємодія, що визначає АФМ впорядкування, призводить до резонансних частот в терагерцевому діапазоні і можливостей швидкого перемикавання між магнітними станами [7, 8]. В антиферромагнітних матеріалах важливу роль відіграє топологія електронних станів системи. Топологічно захищені стани є стійкими до флуктуацій та можуть зберігатись за порівняно високих температур, що проявляється в транспортних особливостях та дає змогу проектувати спінтронні пристрої з невеликими параметрами дисипації [9]. В колінеарних АФМ з певним розташуванням немагнітних атомів симетрія системи дозволяє спостерігати аномальний ефект Хола, що визначається локальними напрямками анізотропії, обумовленої цими атомами [10]. В колінеарному АФМ зразку зовнішнє магнітне поле спричиняє фазові переходи, що супроводжуються реорієнтацією параметрів порядку. Параметри реорієнтаційного переходу є характеристичними для даного АФМ і визначаються, зокрема, магнітними взаємодіями та співвідношенням між їх внесками в енергію системи [11]. Зміна орієнтації параметра порядку при переході в енергетично вигідніший стан у зовнішньому полі виявляє наявність додаткових напрямків анізотропії системи [12], що також супроводжується різними ефектами у динаміці АФМ [13].

Локальні викривлення в нанорозмірних магнетиках індукують ефективні анізотропні та кіральні взаємодії, ступінь прояву яких визначається гео-

метричними параметрами зразка, зокрема кривиною та крученням. Це дає змогу змінювати фізичний відгук таких систем в певному діапазоні [1, 14]. Градієнт кривини в пласких спінових АФМ ланцюжках є рушійною силою руху доменних стінок у ньому [15]. В феромагнітному дроті кручення зразка є ключовим фактором мобільності доменних стінок та визначає швидкість їх руху, індукованого полем Рашби [16] або спін-поляризованим струмом [17]. Проте, вплив кручення на динаміку доменних стінок в АФМ ланцюжках наразі не є дослідженням.

Дану роботу присвячено дослідженням впливу геометричних параметрів у викривлених антиферомагнітних спінових ланцюжках на їх статичні та динамічні характеристики у зовнішніх магнітних полях. Зокрема розглянуто вплив кривини на стійкість та параметри рівноважних станів в антиферомагнітному кільці в статичному магнітному полі довільного напрямку, а також вплив кривини та кручення на стабілізацію та динаміку доменної стінки в ланцюжку у формі гвинтової лінії під дією обертового магнітного поля.

## Розділ 1. Огляд літератури

В цьому розділі розглянуто взаємодії, притаманні антиферомагнітним спіновим ланцюжкам в класичному наближенні. Надано геометричний опис криволінійних квазіодновимірних магнетиків в неперервному наближенні. Розглянуто приклади типових криволінійних феро- та антиферомагнітних систем, що вважаються одновимірними, описано індуковані геометрією фізичні ефекти в цих системах. Описано деякі методи синтезу макромолекул та кристалів, що містять одновимірні спінові ланцюжки в немагнітному оточенні.

### 1.1. Взаємодії, що визначають властивості магнетиків

Критерієм існування магнітного впорядкування в кристалі є наявність некомпенсованого магнітного моменту хоча б в одному з атомів його елементарної комірки за відсутності зовнішнього магнітного поля. Найпростішими магнітовпорядкованими кристалами є феромагнетики, в яких магнітні моменти всіх атомів мають однакову орієнтацію при температурі, меншій за температуру Кюрі. Впорядкована магнітна структура обумовлена кореляцією напрямків спінів електронів окремих атомів, що є наслідком залежності просторової симетрії хвильової функції та енергії системи від повного спіну системи електронів. Цей ефект називають обмінним, і відповідно взаємодію, що його зумовлює, обмінною. Магнітний момент атома пов'язаний з його спіном як  $\mathbf{M} = g\mu_B\mathbf{S}$ , де  $\mathbf{S}$  — класичний вектор спіну атома довжиною  $S$ ,  $g$  — фактор Ланде,  $\mu_B$  — магнетон Бора. Тоді Гамільтоніан обмінної взаємодії можна записати як [18]

$$\mathcal{H}^{ex} = -\frac{1}{2} \sum_{k \neq l} \mathcal{J}_{k,l} (\mathbf{M}_k \cdot \mathbf{M}_l), \quad (1)$$

де  $\mathbf{M}_k$ ,  $\mathbf{M}_l$  — магнітні моменти в  $k$ -му та  $l$ -му вузлах ґратки,  $k$ ,  $l$  пробігають всі вузли. Тут  $\mathcal{J}_{k,l} = \tilde{\mathcal{J}}_{k,l}/(g\mu_B)^2$  — ефективний обмінний інтеграл, що залежить від ступеню перекриття хвильових функцій, де  $\tilde{\mathcal{J}}_{k,l}$  — обмінний інтеграл. Значення обмінного інтегралу спадає експоненційно з відстанню від атома, отже можна вважати, що  $\tilde{\mathcal{J}}_{k,l}$  приймає ненульове значення лише для сусідніх атомів ґратки. Знак обмінного інтегралу визначає тип магнітного впо-

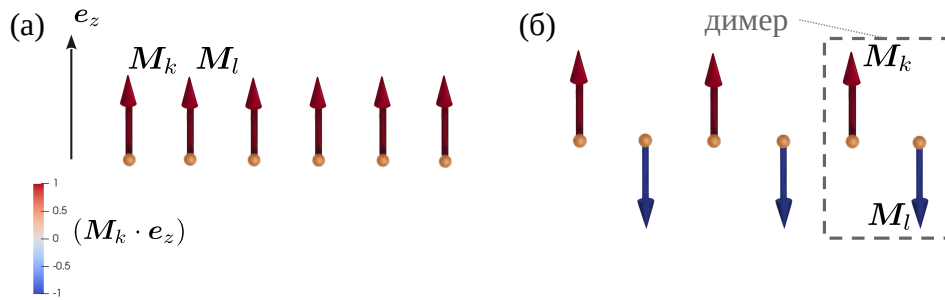


Рис. 1.1: Схематичне зображення (а) ферромагнітного та (б) антиферромагнітного впорядкування в ланцюжку. Колір відповідає проекції спіна на  $e_z$ .

рядкування: при  $\tilde{J}_{k,l} > 0$  мінімуму енергії відповідає паралельна орієнтація спінів всіх атомів, тобто ферромагнітне (ФМ), при  $\tilde{J}_{k,l} < 0$  — антипаралельний напрямок сусідніх спінів, тобто антиферромагнітне (АФМ) впорядкування [18], див. Рис. 1.1. АФМ впорядкування може існувати за температур, нижчих від температури Нееля  $T_N$ . В класичному наближенні вважатимемо, що система знаходиться при температурі, значно нижчій за  $T_N$ , і всі магнітні моменти мають сталу довжину  $M_0 = g\mu_B S$ .

Згідно з (1), в АФМ можна умовно поділити всі атоми на дві групи або підґратки, середня намагніченість яких має протилежні напрямки в основному стані. Розбиття одновимірної ґратки на димери (пари сусідніх вузлів) таким чином, щоб в кожному димері знаходилось по одному атому з кожної підґратки [19], див. Рис. 1.1(б), дозволяє ввести характерний параметр порядку АФМ ланцюжка, вектор Нееля, та намагніченість як

$$\mathbf{n}_k = (\mathbf{M}_k - \mathbf{M}_l) / (2M_0), \quad \mathbf{m}_k = (\mathbf{M}_k + \mathbf{M}_l) / (2M_0), \quad (2)$$

відповідно. Згідно з визначенням на ці вектори накладаються наступні умови:  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{m} = 0$ ,  $\mathbf{n}^2 + \mathbf{m}^2 = 1$ .

Обмінна взаємодія визначає взаємну орієнтацію спінів у магнетику і є інваріантною відносно одночасних поворотів всіх спінів системи. Релятивістські взаємодії є слабкішими, проте вони визначають орієнтацію спінів у просторі, наприклад відносно кристалографічних осей. Це призводить до вибраного напрямку, що відповідає мінімуму енергії, тобто просторової анізотропії [18]. До таких взаємодій відносять одноіонну та міжіонну анізотропії, диполь-дипольну та взаємодію Дзялошинського–Морії. Одноіонна анізотро-

пія є наслідком (спін-орбітальної) взаємодії магнітних моментів з електричним полем кристалічної ґратки. Її внесок до енергії системи можна записати як [20]

$$\mathcal{H}^{anis} = \sum_k \mathcal{K}_k (\mathbf{M}_k \cdot \mathbf{e}_{A_k})^2, \quad (3)$$

де  $\mathcal{K}_k$ ,  $\mathbf{e}_{A_k}$  — константа та одиничний вектор напрямку анізотропії в  $k$ -му вузлі відповідно.  $\mathcal{K}_k > 0$  відповідає анізотропії типу важка вісь,  $\mathcal{K}_k < 0$  — легкоосьовій анізотропії (вигідному напрямку в кристалі). Взаємодія Дзялошинського–Морії, або міжпідґраткова взаємодія, є причиною появи слабого феромагнетизму в АФМ [21, 22] та може бути подана як  $\mathcal{H}^{dmi} = \sum_{k \neq l} \mathbf{D}_{k,l} \cdot [\mathbf{M}_k \times \mathbf{M}_l]$ , або [20]

$$\mathcal{H}^{dmi} = \sum_k \mathbf{D}_k \cdot [\mathbf{n}_k \times \mathbf{m}_k], \quad (4)$$

де  $\mathbf{D}_k$  — вектор Дзялошинського–Морії ( $\mathbf{D}_k = 2\mathbf{D}_{k,l}$ ), напрямок якого є перпендикулярним до площини, утвореної векторами  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{m}_k$ . Зазвичай константи обміну та одноіонної анізотропії для двопідґраткового антиферомагнетика можна вважати однаковими для всіх вузлів системи ( $\mathcal{J}$ ,  $\mathcal{K}$ ).

Параметри основного стану магнетика визначаються мінімумом його повної енергії, що є сумою внесків всіх взаємодій, наявних в ньому. За умови, що характерна довжина неоднорідностей в магнетіку,  $\ell = a_0 \sqrt{\mathcal{J}/\mathcal{K}}$ , значно перевищує сталу ґратки  $a_0$ , магнітні системи можна розглядати в неперервному наближенні, вважаючи параметри порядку просторово неперервними функціями  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{m}_k \rightarrow \mathbf{n}(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ , де  $\mathbf{r}$  — радіус-вектор.

У зовнішньому магнітному полі внесок до повної енергії системи дає Зеєманівська взаємодія, енергія якої представлена наступним чином:  $\mathcal{H}^z = -\sum_k (\mathbf{M}_k \cdot \mathbf{H})$ , де  $\mathbf{H}$  - зовнішнє магнітне поле. При високих амплітудах  $\mathbf{H}$ , конкуренція обмінної, анізотропних та зеєманівської взаємодій призводить до різкої зміни напрямку вектора Нееля, що відповідає енергетично вигіднішому стану. Таку реорієнтацію називають спін-флоп переходом, а відповідно стан після неї — спін-флоп фазою. У спін-флоп фазі  $\mathbf{n}(\mathbf{r}) \perp \mathbf{H}$  та з'являється ненульова намагніченість зразку, що визначається як  $\mathbf{m} = \chi \mathbf{H}$ , де  $\chi$  - диференціальна магнітна сприйнятливність [11, 20]. Фазовий перехід (ФП) у спін-флоп фазу може відбуватись як ФП першого роду або через два послідовні

ФП другого роду (через скошений стан) в залежності від анізотропних характеристик зразку [11]. Причиною появи скошеного стану зазвичай є присутність взаємодії Дзялошинського–Моріі у магнетику [23].

## 1.2. Викривлені квазіодновимірні магнетики в неперервному наближенні

Нетривіальна геометрія викривлених низьковимірних магнетиків призводить до появи ефективних взаємодій, специфічних за симетрією для конкретної форми зразка. Це проявляється в залежності фізичних властивостей системи від геометричних параметрів і дозволяє в певних межах штучно змінювати відгук системи на зовнішні фактори, змінюючи її форму та розмір [1, 2, 14].

Квазіодновимірний магнітний зразок в загальному випадку геометрично можна описати наступним чином. Нехай крива  $\gamma(s) = \{\gamma_x(s), \gamma_y(s), \gamma_z(s)\}$ , де  $s$  — натуральний параметр, такий що  $|\partial_s \gamma(s)| = 1$ , визначає просторове положення всіх точок зразка, див. Рис. 1.2. Локальний ортонормований криволінійний (ТНВ) базис, що складається з тангенційного, нормального та бінормального до кривої векторів в кожній точці,  $\{e_T, e_N, e_B\}$ , визначений наступним чином [24]

$$e_T = \partial_s \gamma(s), \quad e_N = \partial_s e_T / |\partial_s e_T|, \quad e_B = e_T \times e_N. \quad (5)$$

Похідні від базисних векторів визначені через формули Френе–Серре [24]

$$\partial_s e_\alpha = \mathcal{F}_{\alpha\beta} e_\beta, \quad \|\mathcal{F}_{\alpha\beta}\| = \begin{pmatrix} 0 & \kappa(s) & 0 \\ -\kappa(s) & 0 & \tau(s) \\ 0 & -\tau(s) & 0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

де індекси  $\alpha, \beta = T, N, B$  використовуються відповідно до правила підсумовування Ейнштейна,  $\kappa(s) = |\partial_s e_T|$ ,  $|\tau(s)| = |\partial_s e_B|$  — визначені в кожній точці кривина та кручення відповідно, знак  $\tau(s)$  визначається знаком мішаного добутку базисних векторів [24]. Визначення вектора Дарбу [25],  $\varpi = \tau e_T + \kappa e_B$ , що фізично відповідає кутовій швидкості тригранника утвореного  $\{e_T, e_N, e_B\}$

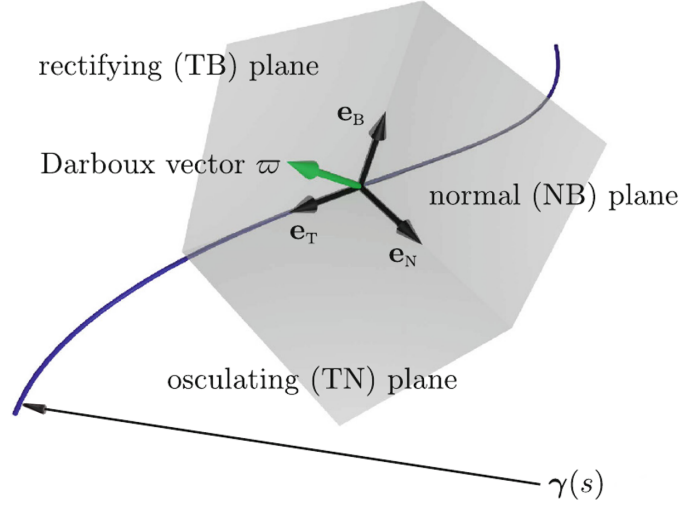


Рис. 1.2: Просторова крива  $\gamma(s)$  та локальний криволінійний базис  $e_T$ ,  $e_N$ ,  $e_B$ . Тригранник, утворений базисними векторами та відповідно дотичною (TN), нормальною (NB) та спрямляючою (TB) площинами рухається вздовж кривої із кутовою швидкістю, визначеною вектором Дарбу  $\varpi$  (адаптовано з [2]).

при русі вздовж кривої, спрощує вираз (6):

$$\partial_s e_\alpha = \varpi \times e_\alpha, \quad \alpha = T, N, B. \quad (7)$$

Енергію диполь-дипольної взаємодії в криволінійних низьковимірних ФМ [26, 27] та АФМ [28] системах можна звести до координатнозалежної анізотропії з густиною енергії  $\mathcal{E}_{\text{anis}}$ , напрямок якої в кожній точці визначається векторами локального базису. В локальній криволінійній системі координат анізотропна енергія магнетика приймає трансляційно-інваріантну форму, проте, вираз для обмінної енергії певним чином зміниться з урахуванням похідних базисних векторів. В TNB-базисі густина обмінної енергії магнетика приймає наступний вигляд [29]

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{ex}} &= A(\varrho_\alpha e_\alpha)'(\varrho_\beta e_\beta)' = \mathcal{E}_{\text{ex}}^0 + \mathcal{E}_{\text{ex}}^A + \mathcal{E}_{\text{ex}}^D, \\ \mathcal{E}_{\text{ex}}^0 &= A\varrho'_\alpha \varrho'_\alpha, \quad \mathcal{E}_{\text{ex}}^A = K_{\alpha\beta}^x \varrho_\alpha \varrho_\beta, \\ \mathcal{E}_{\text{ex}}^D &= D_{\alpha\beta}^x (\varrho_\alpha \varrho'_\beta - \varrho'_\alpha \varrho_\beta), \\ K_{\alpha\beta}^x &= A\mathcal{F}_{\alpha\beta} \mathcal{F}_{\beta\gamma}, \quad D_{\alpha\beta}^x = A\mathcal{F}_{\alpha\beta}, \quad \alpha, \beta = T, N, B, \end{aligned} \quad (8)$$

де  $A$  — константа неоднорідного обміну,  $\varrho = \{\varrho_T, \varrho_N, \varrho_B\}$  — параметр по-

ряду системи, для ФМ це намагніченість ( $\boldsymbol{\rho} \equiv \boldsymbol{m}$ ), для АФМ — вектор Нееля ( $\boldsymbol{\rho} \equiv \boldsymbol{n}$ ). Окрім доданка, що є аналогічним звичайному неоднорідному обміну ( $\mathcal{E}_{\text{ex}}^0$ ), густина обмінної енергії криволінійного магнетика містить доданки  $\mathcal{E}_{\text{ex}}^A$  та  $\mathcal{E}_{\text{ex}}^D$  — індуковані геометрією анізотропію та взаємодію Дзялошинського–Морії з константами  $K_{\alpha\beta}^x$  та  $D_{\alpha\beta}^x$  відповідно, значення яких залежать від геометричних параметрів системи. Повна енергія має вигляд

$$E = \int (\mathcal{E}_{\text{ex}} + \mathcal{E}_{\text{anis}}) ds. \quad (9)$$

Для АФМ систем запис енергії (9) описує основні ефекти в рамках  $\sigma$ -моделі [28]. Відмінності від ФМ та ефекти, що не враховані в  $\sigma$ -моделі для АФМ, зазначено нижче.

### 1.2.1. Тонкий викривлений феромагнітний дріт зі сталими кривиною та крученням

Розглянемо тонкий ФМ дріт зі сталими кривиною та крученням, тобто у формі гвинтової лінії. Такий дріт можна вважати одновимірним за умови, що його поперечний переріз  $\mathcal{R} \ll \kappa, \tau$ . Анізотропна частина енергії системи має вигляд [26, 30]  $\mathcal{E}_{\text{anis}} = -(K + K_0)(\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{e}_T)^2$ , де  $K_0$  - константа магнітокристалічної (“власної”) анізотропії,  $K = \pi M_s^2$  — внесок від магнітостатичної взаємодії,  $M_s$  — намагніченість насичення.

Вплив індукованих кривиною та крученням дроту взаємодій спричиняє відхилення магнітної текстури від легкотенгенційного напрямку на кут  $\psi \approx \kappa\sigma$ , де  $\kappa = \kappa\ell$ ,  $\sigma = \tau\ell \ll 1$  — безрозмірні кривина та кручення [30], див. Рис. 1.3(а), що утворює так званий квазітангенційний стан. Конкуренція між ефективними взаємодіями в системі призводить до нестабільності квазітангенційного стану при великих значеннях кривини дроту [30]. Для певних геометричних параметрів енергетично вигідним є опіон стан з просторово неоднорідним розподілом намагніченості у TNB-базисі (квазіоднорідним в декартовій системі координат), див. Рис. 1.3(б). Фазову діаграму основних станів ФМ дроту в координатах кривина-кручення подано на Рис. 1.3(в). Ширина та параметр асиметрії доменної стінки (ДС), утвореної в ФМ дроті в квазітангенційному основному стані, також визначаються крученням дроту. В дроті з магнітного провідного матеріалу, що намотаний на непровідний

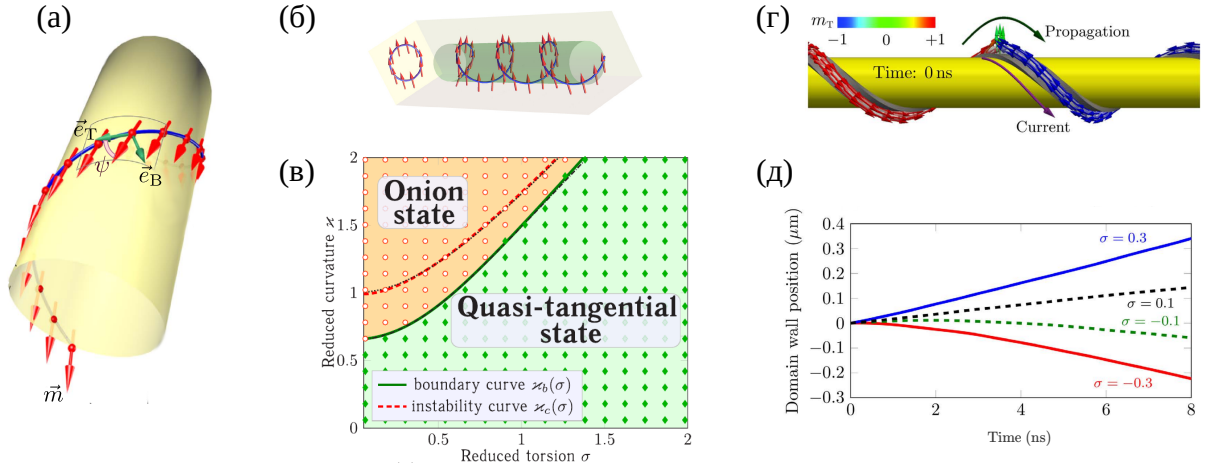


Рис. 1.3: Індуковані геометрією ефекти в тонкому ферромагнітному дроті зі сталими кривиною та крученням. (а) Схематичне зображення квазітангенційного розподілу намагніченості у дроті в формі гвинтової лінії [16]. (б) Onion стан для намагніченості та (в) фазова діаграма рівноважних станів намагніченості в дроті в залежності від значень його кривини та кручення [30]. (г) Схематичне зображення ДС на фоні квазітангенційного основного стану та (д) залежності положення ДС від часу при протіканні струму через зразок для різних значень нормованого кручення  $\sigma$  [16].

циліндр з сильною спін-орбітальною взаємодією (Рис. 1.3(г)), при протіканні струму провідним матеріалом виникає ефективне поле Рашби, напрямлене перпендикулярно до дроту. Так як ефективні взаємодії спричиняють відхилення від строго тангенційного напрямку намагніченості вздовж дроту, вектор намагніченості ДС не є ортогональним до поля Рашби, що спричиняє її рух під дією цього поля [16]. Можливість існування руху ДС в такій системі та його швидкість визначаються геометричними параметрами, зокрема наявністю ненульових кривини та кручення дроту (див. Рис. 1.3(д)).

### 1.2.2. Антиферромагнітний спіновий ланцюжок у формі гвинтової лінії

Розглянемо спіновий ланцюжок з АФМ впорядкуванням зі сталими кривиною та крученням. В рамках  $\sigma$ -моделі його можна описати функціоналом енергії виду (9), де наведена диполь-дипольною взаємодією анізотропія зводиться до  $\mathcal{E}_{\text{anis}} = \mathcal{K}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_T)^2$ , з константою  $\mathcal{K} \approx 2.7(g^2 \mu_B^2 S^4 / a^4) > 0$ , тобто важкоосьової вздовж  $\mathbf{e}_T$  [28].

Доданок  $\mathcal{E}_{\text{ex}}^D$  можна переписати у вигляді  $\mathbf{d} \cdot [\mathbf{n} \times \mathbf{n}']$ . Джерелом цього внеску до енергії є геометрично індукована взаємодія Дзялошинського–Морії з

вектором  $\mathbf{d} = 2A(\tau \mathbf{e}_T + \kappa \mathbf{e}_B)$ . Виникнення цієї взаємодії є причиною появи кіральних ефектів та модифікації спектра спінових хвиль при зміні геометричних параметрів ланцюжка. На відміну від плаского спінового ланцюжка зі сталою кривиною (у формі кільця), в якому за відсутності зовнішніх полів реалізується лише один основний стан з  $\mathbf{n} \parallel \mathbf{e}_B$ , в спіновому ланцюжку з  $\tau \neq 0$  спостерігаються два основні стани: однорідний в локальній системі координат та періодичний (в залежності від співвідношення між  $\kappa$  і  $\tau$ ) [28].

Наявність в АФМ ланцюжку двох підґраток обумовлює ряд індукованих геометрією ефектів, що не входять в опис в рамках  $\sigma$ -моделі. Запис одноіонної анізотропії в криволінійній системі містить в собі некіральний доданок, що за формою відповідає однорідній взаємодії Дзялошинського–Морії,  $\mathcal{E}_{\text{an}}^{\text{dm}} = d_h(n_N m_T + n_T m_N)$ , з коефіцієнтом  $d_h \propto \kappa$ . Притаманний суто АФМ системам внесок в енергію виду  $\mathcal{J} S^2(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}')$ , що походить від обмінної взаємодії у викривлених ланцюжках, знімає виродження відносно вибору способу димеризації та є джерелом слабкого феромагнетизму в неколінеарних текстах [31].

### 1.3. Динаміка доменних стінок в антиферомагнетиках

Розуміння властивостей та способів контролю динаміки ДС необхідні для їх можливого подальшого застосування в якості носіїв інформації в спінтронних пристроях [32, 33]. Наприклад, було запропоновано концепцію так званої трекової пам'яті з використанням ДС в якості елементарних носіїв інформації: домени рухаються вздовж треку під дією спін-поляризованого струму, проходячи повз зчитуючі або записуючі елементи, див. Рис. 1.4(а, в). Цей принцип міг би стати основою енергонезалежної пам'яті, що поєднала б у собі ефективність та надійність твердотільної електроніки з набагато більшою щільністю зберігання та швидкостями зчитування/запису інформації [33]. Використовуючи треки з пермалою та спін-поляризовані струми густиною близько  $10^8 \text{ A cm}^{-2}$  було досягнуто швидкостей ДС  $\approx 100 \text{ м/с}$ , що відповідає часу операції зчитування/запису 20-30 нс [33], а використовуючи структури з шарів Co/Ni/Co/Pt - швидкості ДС 350 м/с, що обумовлено впливом спін-орбітальних та кіральних взаємодій [34]. Проте, ефективність наразі розроблених пристроїв дещо обмежена через вплив різних факторів. Наприклад, взаємодія сусідніх ДС через розмагнічуючі поля кожної з них пере-

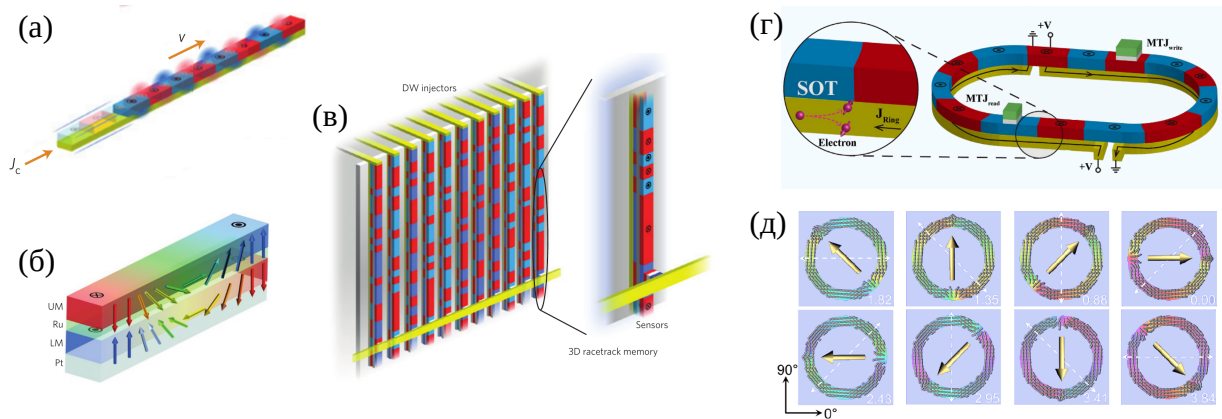


Рис. 1.4: Концепція трекової пам'яті на основі ДС. (а) Схематичне зображення треку з магнітними доменами. Різні кольори відповідають протилежним напрямкам намагніченості у доменах [33]. (б) Схематичне зображення розподілу намагніченості у доменній стінці, що є елементом треку з синтетичного АФМ [35] та (в) приклад реалізації запам'ятовуючого пристрою з такими треками [36]. (г) Схема запам'ятовуючого пристрою на основі треку, замкненого у кільце [37]. (д) Розподіл намагніченості в різні моменти часу при русі ДС у кільці з тонкого ферромагнітного дроту [38].

шкоджає подальшій мініатюризації елементарної комірки. Скасування цього ефекту можна досягти, використовуючи синтетичні антиферромагнетики, тобто створюючи трек з двох магнітних шарів, що зв'язані антиферромагнітною обмінною взаємодією, див. Рис. 1.4(б) [35]. Таким чином можна досягти помітно більших швидкостей ДС (до 750 м/с), ніж в одношаровому ферромагнітному треку, не збільшуючи густину струму.

До інших проблем, що заважають введенню таких пристроїв у масове виробництво, відносять необхідність високих густин струмів для збудження руху ДС та залежність енергоспоживання операції зчитування/запису певного біту від його розташування. В звичайній геометрії такого пристрою (див. Рис. 1.4(в)) інформація зберігається серійно, тобто операції над одним бітом породжуватимуть синхронне зміщення інших, що може спричинити вихід частини інформації з пристрою. Цю проблему можна вирішити, додаючи периферичні регістри для зберігання бітів, які змістились за межі треку під час операції, проте це буде проявлятися у зниженні загальної ефективності пристрою. Для подолання цієї перешкоди було запропоновано пам'ять на основі замкненого у кільце треку [37]. Така геометрія дозволяє зберігти всі дані, що знаходились в пристрої, під час процесу зміщення. Однак такий пристрій всеодно вимагає значної густини струму, до того ж викривлена геометрія

спричиняє нерівномірну густину струму вздовж треку та деяку зміну профілю ДС під час руху в такій системі, і вплив цих параметрів на ефективність пристрою наразі не описано. Під час руху ДС, що індукований напругою, енергоспоживання є помітно меншим, однак типові швидкості при такому русі порівняно малі. Інший спосіб збудити рух ДС було продемонстровано на прикладі кільця з тонкого феромагнітного дроту на п'єзоелектричній підкладці, що знаходиться у опіон стані (який складається з двох ДС, див. Рис. 1.4(д)). Прикладаючи напругу до різних частин підкладки можна змінювати напрямки п'єзонапруження, що індукуює переміщення ДС. На Рис. 1.4(д) жовті стрілки вказують напрямки ефективної намагніченості в різні моменти часу, а пунктирні білі - орієнтації еквівалентних одновісних п'єзонапружень. Мікромагнітні моделювання передбачають швидкості до 550 м/с в таких системах. Наразі ведуться дослідження напрямлені на розширення трекової пам'яті у 3D геометрії, а також пошук нових та більш ефективних способів маніпулювання рухом ДС [36].

Рух ДС в АФМ можна збудити, наприклад, спін-орбітальним крутильним моментом [39], струмом [40] або зовнішніми змінними магнітними полями [41, 42]. Рух ДС в АФМ можливий із порівняно більшими швидкостями, ніж в ФМ при збудженні спін-орбітальним крутильним моментом. Такій динаміці АФМ також притаманна відсутність граничної швидкості Уокера, яка обмежує максимально можливу швидкість ДС в ФМ під дією магнітного поля або струму, через ефективну взаємодію крутильних моментів з різними підгратками, зв'язаними сильною АФМ обмінною взаємодією [39].

В роботі [42] було показано, що ключовим фактором рухливості для ДС в прямому спіновому АФМ ланцюжку є взаємодія Дзялошинського–Морії, що призводить до порушення симетрії ДС, яке дозволяє рух під дією обертового магнітного поля. У випадку ідеально симетричної АФМ ДС рух під дією такого поля є неможливим: ефективні сили, що діють на моменти окремих підграток, повністю компенсують одна іншу. В залежності від частоти обертового поля рух ДС в такій системі може бути прямолінійним із сталою швидкістю (низькі частоти), або коливальний із періодично змінною в часі швидкістю (високі частоти), див. Рис. 1.5(б).

Геометричні викривлення в пласкому спіновому ланцюжку суттєво впливають на динамічні характеристики ДС. Наприклад, локалізований вигин в

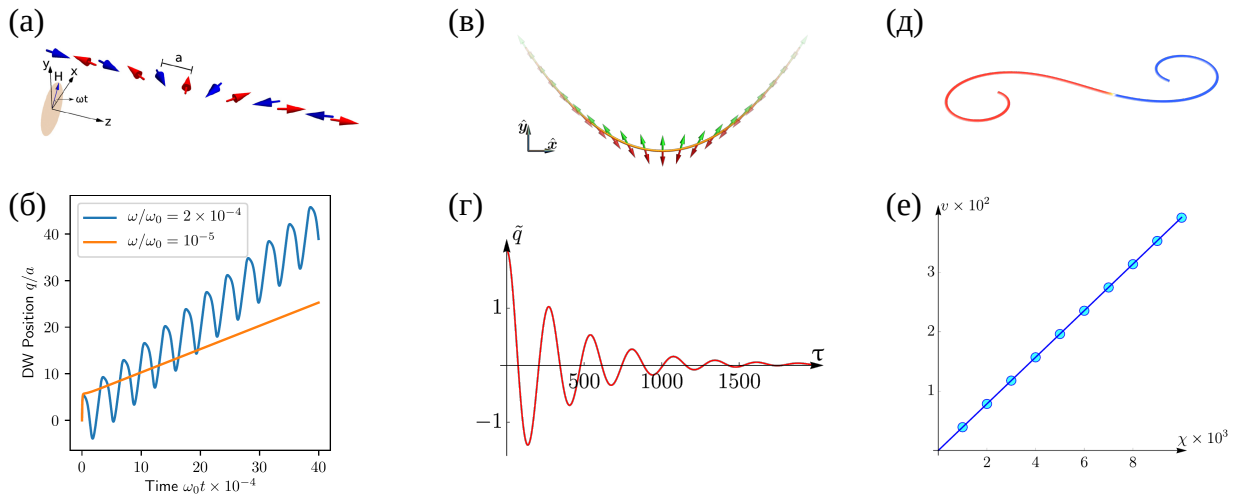


Рис. 1.5: Динаміка ДС в плоских ланцюжках. (а) ДС в прямому АФМ ланцюжку (схематика); позначено площину та напрямок магнітного поля ( $\mathbf{H}$ ) [42]. (б) Залежність положення ДС від нормованого часу в (а) [42]. (в) Схематика параболічно зігнутого АФМ ланцюжка з ДС та (г) коливання ДС відносно положення рівноваги в ньому [15]. (д) Ланцюжок у формі спіралі Ейлера та (е) залежність нормованої швидкості ДС ( $v$ ) від градієнта кривини ( $\chi$ ) в ньому (колір на (д) відповідає різним напрямкам вектора Нееля: тангенційно в двох протилежних напрямках) [15].

АФМ ланцюжку, Рис. 1.5(в), створює потенціал притягання для ДС. Як наслідок, мале збурення у такій системі спричиняє коливання положення ДС відносно положення рівноваги в центрі вигину (Рис. 1.5(г)). Частота таких затухаючих коливань визначається максимальною кривиною вигину та є відмінною від частоти коливань фази ДС [15]. Для порівняння, в ФМ системах положення і фаза ДС є канонічно зв'язаними величинами, які коливаються з однією частотою [15]. Також було показано, що градієнт кривини є рушійною силою, що спричиняє рух ДС без додаткових зовнішніх факторів зі швидкістю, що пропорційна градієнту кривини [15], див. Рис. 1.5(д, е).

#### 1.4. Способи одержання квазіодновимірних магнітних структур

Квазіодновимірні магнітні структури різних геометрій існують у складі деяких кристалів та окремих молекул [43], а також можуть бути штучно створені за попередньо заданою формою, довільно розташованою у 3D для ферромагнетиків [5] та з розміщених атомів на площині для АФМ (технологія

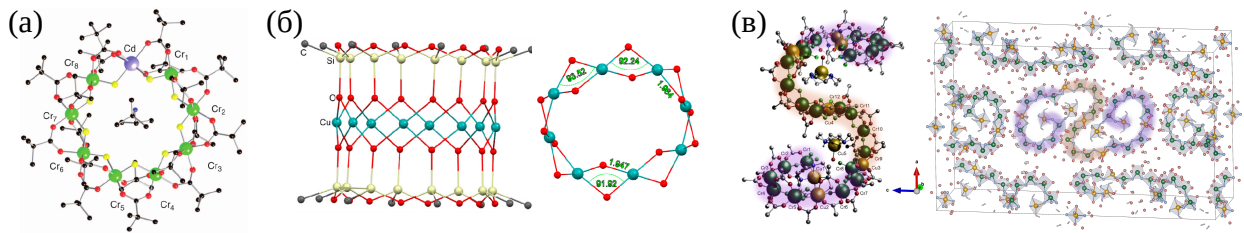


Рис. 1.6: Викривлені молекулярні спінові ланцюжки. (а) Молекулярні кільця на основі  $\text{Cr}_8\text{Cd}$  [44] та (б)  $\text{Cu}$  у складі силосанолатної клітки [46]. (в) Ланцюжок  $\text{Cr}_{24}\text{Cu}_7$  окремо (зліва) та у складі молекулярного кристалу (зправа) [47].

“atom-by-atom engineering”) [3]. У кристалах одновимірність магнітної структури полягає в обмеженні обмінних взаємодій одним виміром. Такий кристал складається з атомів із некомпенсованим спіном та немагнітного оточення, симетрія якого призводить до сильних обмінних взаємодій лише в одному напрямку та нехтовно малих в інших [43].

Розглянемо детальніше приклади низьковимірних магнетиків з АФМ впорядкуванням. Викривлені планарні спінові ланцюжки існують у складі так званих молекулярних кілець, наприклад на основі атомів  $\text{Cr}$  [44]. Таке кільце може бути “відкритим”, якщо ланцюжок обмінно зв’язаних атомів розірвано атомом з іншими властивостями (наприклад  $\text{Cd}$ , див. Рис. 1.6(а)), або “закритим”, якщо всі магнітні атоми знаходяться в однаковому оточенні. Експериментально було встановлено антиферромагнітне впорядкування атомів  $\text{Cr}$ , наявність одноіонної анізотропії у таких структурах та залежність енергетичних рівнів від межових умов, тобто присутності атома  $\text{Cd}$  [44, 45]. Іншим прикладом планарних структур із сильною обмінною взаємодією сусідніх атомів є силосанолатні клітки на основі парної кількості  $N$  атомів  $\text{Cu}$  [46],  $\text{Cu}_N [(\text{RSiO}_2)_N]_2 \text{L}_N$ , де  $N = 6, 8, 10$ ,  $\text{R} = \text{Et}, \text{Ph}, \text{Me}$  — радикал,  $\text{L} = \text{EtOH}, \text{DMF}$  — ліганд [46]. У таких структурах визначну роль у магнітному впорядкуванні відіграє геометрія: в залежності від  $N$ , що визначає радіус кільця та кути  $\text{Cu}-\text{O}-\text{Cu}$ , впорядкування може бути ферромагнітним з різними константами обміну для  $N = 6, 8$  та антиферромагнітним для  $N = 10$ . Було показано, що константа обміну зменшується при збільшенні  $N$  для  $N = 6, 8$ , а також що використання різних лігандів дозволяє змінювати константу обміну в певних межах. Для деяких лігандів спостерігались ефекти, пов’язані з одноіонною анізотропією. Бічний вигляд силосанолатної клітки на основі

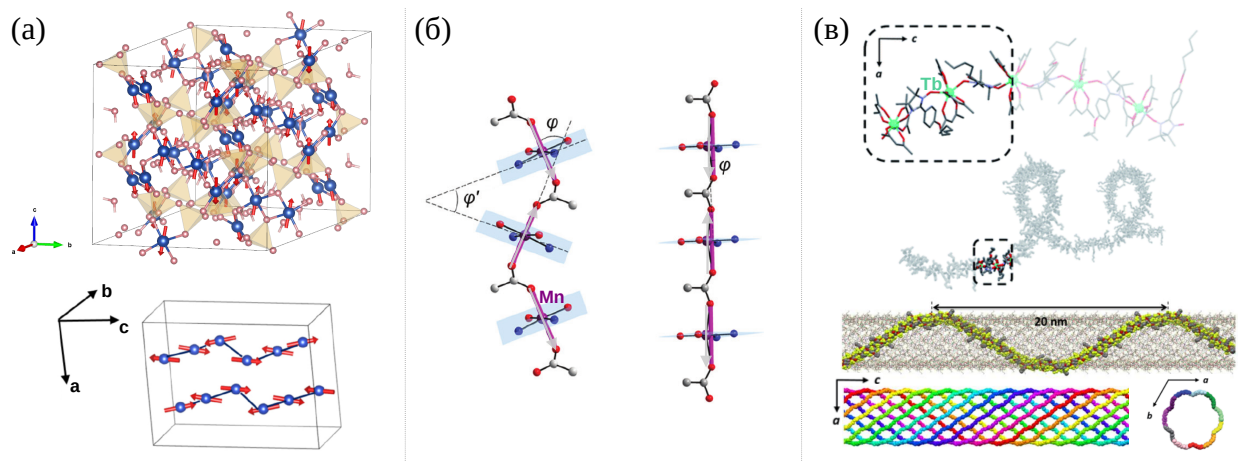


Рис. 1.7: Спінові ланцюжки у формі гвинтової лінії. (а) Хімічна (вгорі) та магнітна (знизу) елементарні комірки кристалу зеленого діоптазу [48]. (б) Можливі структурні конфігурації одноланцюжкового магнетиків на основі комплексів Mn(III)-сален [49]. (в) Гелікоїдальний спіновий ланцюжок атомів Tb окремо та у складі молекулярного кристалу [50, 51].

Cu,  $N = 8$  (зліва) та її магнітну структуру (зправа) показано на Рис. 1.6(б). В роботі [47] зазначено основні принципи синтезу циклічних структур на основі Cr, та показано, що заміна сполук амінів у процесі синтезу на циклені спричиняє утворення молекули S-подібної форми з домінуючими АФМ взаємодіями. Така молекула ( $\text{Cr}_{24}\text{Cu}_7$ ) складається з 37 магнітних атомів, що утворюють планарні півкільця Cr, розділені атомами Cu. На Рис. 1.6(в) зображено виокремлений магнітний ланцюжок та розташування молекул  $\text{Cr}_{24}\text{Cu}_7$  в елементарній комірці кристалу. Фіолетовим та жовтим кольорами виділено півкільця, що лежать у взаємоперпендикулярних площинах [47].

Спінові ланцюжки складної 3D геометрії, наприклад зигзаго- та драбиноподібні, або ж у формі гвинтової лінії, існують у кристалах природних мінералів [52]. Виражене АФМ впорядкування наявне у кристалі зеленого діоптазу [48], елементарні кристалографічну та магнітну комірки якого зображено на Рис. 1.7(а). У цьому кристалі атоми Cu формують гелікоїдальні спінові ланцюжки вздовж осі  $c$ . Антиферромагнітна обмінна взаємодія вздовж ланцюжку є значно сильнішою за ферромагнітний обмін між ланцюжками, що дозволяє спостерігати спін-фlop перехід у високих магнітних полях (13Т) [48].

Окремим класом магнітних матеріалів є так звані одноланцюжкові магніти: кристали, що складаються з ланцюжків на основі магнітних атомів. В цих матеріалах спінові ланцюжки відокремлені немагнітними структурами, які забезпечують з'єднання ланцюжків та блокують магнітні взаємодії в

усіх напрямках окрім напрямку поширення ланцюжків. Перевагою таких систем зокрема є можливість проектування анізотропних характеристик магнітного ланцюжку за допомогою синтезу різних немагнітних лігандів [53]. Наприклад, у сполуках Mn(III)-салену можлива реалізація АФМ ланцюжків Mn різної просторової конфігурації, параметри якої визначаються використаними реагентами у процесі синтезу, див. Рис. 1.7(б) [49]. Спінові ланцюжки на основі Tb та органічних лігандів (Рис. 1.7(в)) можуть мати різні геометричні конфігурації, що визначаються рівнем вологості при кристалізації цих молекул [50, 51]. Кінцево отриманий кристал може складатись як з прямих, так і з гелікоїдальних “переплетених” між собою спінових ланцюжків, Рис. 1.7(в). Створення прямих та гелікоїдальних спінових ланцюжків з АФМ впорядкуванням також можливе за допомогою металізації молекул ДНК [54].

## 1.5. Висновки до розділу

Антиферомагнітні низьковимірні системи мають ряд особливостей, спричинених наявністю скомпенсованих магнітних підґраток та сильною обмінною взаємодією між ними. Збудження ДС за допомогою крутильного спінового моменту індукує їх рух із швидкістю, набагато більшою за швидкість феромагнітної ДС під дією магнітного поля, що є обмеженою його певним значенням. Кіральні взаємодії, наприклад Дзялошинського–Морії, визначають асиметрію розподілу ДС в АФМ ланцюжках та їх поступальний рух під дією обертового магнітного поля.

Сучасні методи синтезу дозволяють проектування низьковимірних спінових ланцюжків різних геометрій та модифікацію їх структурних та магнітних властивостей різними способами.

Індуковані геометрією взаємодії визначають основні стани та динаміку магнітних систем. Характеризація їх внесків в енергію системи можлива при розгляді магнетика в локальній криволінійній системі координат. В антиферомагнітному спіновому ланцюжку у формі гвинтової лінії через наявність сталого кручення окрім кривини в основному стані можливі два рівноважні розподіли параметра порядку в залежності від співвідношення між геометричними параметрами ланцюжка. Прояв ефективних індукованих кривиною магнітних взаємодій також є помітним в спектрі спінових хвиль та динаміці ДС. Наприклад, градієнт кривини є достатньою рушійною силою ДС в пла-

ських АФМ ланцюжках. Присутність кривини та кручення у феромагнітному дроті індукує рух ДС під дією поля Рашби та визначає її мобільність.

Однак, вплив ефектів кручення у антиферомагнітних спінових ланцюжках на статичні та динамічні параметри ДС в зовнішніх магнітних полях наразі не описано.

## Розділ 2. Результати роботи

### 2.1. Постановка задачі

Метою даної роботи є теоретичні та чисельні дослідження викривлених антиферомагнітних спінових ланцюжків під дією зовнішнього магнітного поля, зокрема опис рівноважних станів АФМ кільця в статичному магнітному полі довільного напрямку та встановлення параметрів статичних розподілів та динаміки доменних стінок в ланцюжках у формі гвинтової лінії під дією статичного та обертального магнітних полів. Для досліджень обрано ланцюжки зі сталими кривиною та крученням – кільце (нульове кручення) та гвинтову лінію. Розглядається колінеарний двопідґратковий антиферомагнетик з врахуванням обмінної взаємодії, двох випадків анізотропії: легко- та важкоосьової вздовж тангенційного напрямку ланцюжка та зовнішнього магнітного поля - статичного та обертального в площині, що перепендикулярна осі симетрії ланцюжка.

Аналітично отримані результати перевіряються за допомогою спін-ґраткових моделювань у кодї на Wolfram Mathematica та пакеті спін-ґраткових моделювань SLaSi [55] (див. додаток А).

### 2.2. Модель системи

Спіновий ланцюжок у формі гвинтової лінії описується наступною геометрією: магнітні атоми розташовано вздовж просторової кривої, що задана параметрично як

$$\gamma(s) = R [\cos (s/s_0)e_x + \sin (s/s_0)e_y] + \frac{\mathcal{C}P}{2\pi}(s/s_0)e_z, \quad (10)$$

де  $s$  — натуральний параметр,  $R$ ,  $P$  — радіус та крок гвинтової лінії відповідно (Рис. 2.1(б)). Кривина та кручення ланцюжку визначені як  $\kappa = R/s_0^2$ ,  $\tau = P/s_0^2$  де  $s_0 = \sqrt{R^2 + P^2/(4\pi^2)}$ . Ланцюжок у формі кільця є частковим випадком кривої (10) при  $P = 0$  (тобто  $\tau = 0$ ),  $e_B = e_z$ , див. Рис. 2.1(а). Кіральність  $\mathcal{C} = \pm 1$  визначає право- або лівозакручену гвинтову лінію. В даній роботі розглядаються лише гвинтові лінії з  $\mathcal{C} = 1$ . Вважаючи антиферомагнетик колінеарним та загальну намагніченість зразку нехтовно малою,

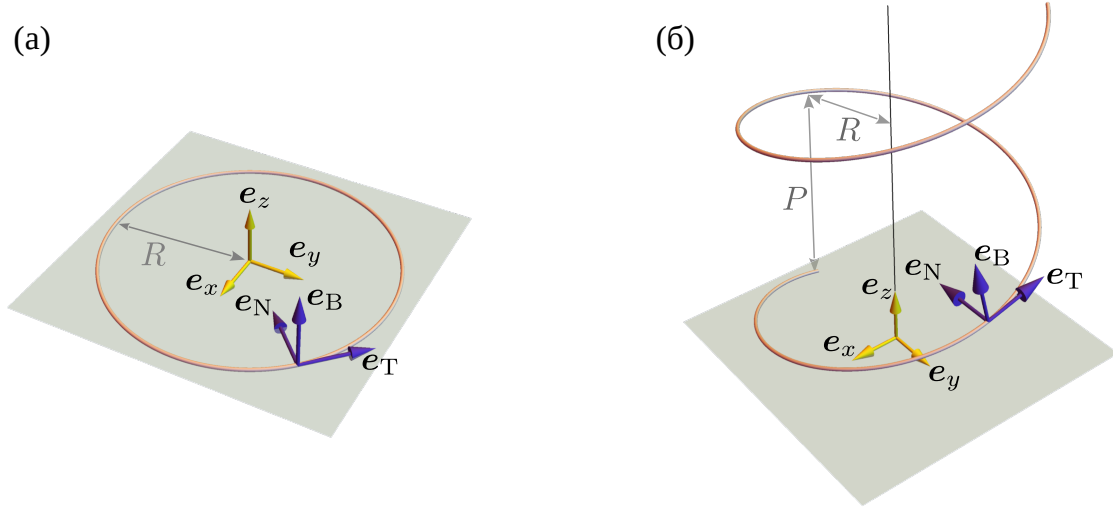


Рис. 2.1: Схематичне зображення ланцюжка у формі (а) кільця та (б) гвинтової лінії. Жовті стрілки відповідають лабораторній системі координат, темно сині — TNB-базису.

спіновий ланцюжок можна описати в термінах нормованого вектора Нееля  $\mathbf{n}(s)$ ,  $|\mathbf{n}(s)| = 1$ , визначеного згідно з (2). Тоді функція Лагранжа для АФМ ланцюжка в класичному наближенні має вигляд [11, 31, 56]

$$\mathcal{L} = \int_{-\infty}^{\infty} (\dot{\mathbf{n}} - [\mathbf{h} \times \mathbf{n}])^2 d\xi - \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{W} d\xi, \quad (11)$$

де  $\mathbf{h}$  — зовнішнє магнітне поле, нормоване на  $H_0 = (S/\mu_B)\sqrt{|\mathcal{J}\mathcal{K}|}$ ,  $\mathcal{W}$  — нормована на  $\mathcal{K}S^2/(2a_0)$  густина енергії,  $\xi = s/\ell$  — нормована координата вздовж ланцюжка,  $\dot{\mathbf{n}}$  — похідна за нормованим часом  $t = \omega_0 t_0$ ,  $\omega_0 = \sqrt{|\mathcal{J}\mathcal{K}|}/\hbar$  — частота однорідного АФМ резонансу. Далі будемо розглядати ланцюжок в наближенні  $\sigma$ -моделі, в якій статична енергія  $\mathcal{W}$  визначена згідно з (8), (9), для двох випадків: легко- та важкоосьової анізотропії вздовж  $e_T$ .

Для опису параметрів доменної стінки на фоні основного стану зручно перейти до зв'язаних колективних координат:  $q(t)$ ,  $\Phi(t)$ , що визначають положення та фазу ДС відповідно ( $q-\Phi$  модель) [57, 58]. Ефективні рівняння руху ДС для колективних змінних відповідають рівнянням Ейлера–Лагранжа–Релея

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{X}_i} = \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \dot{X}_i}, \quad X_i = \{q, \Phi\}, \quad (12)$$

де  $\mathcal{R} = \eta \int_{-\infty}^{\infty} \dot{\mathbf{n}}^2 d\xi$  — дисипативна функція для АФМ системи,  $\eta = 2\ell\eta_0$ ,  $\eta_0$

— коефіцієнт дисипації.

### 2.3. Основні стани антиферомагнітного ланцюжка у формі кільця в статичному магнітному полі

Розглянемо основні стани спінового ланцюжка у формі кільця з кривиною  $\varkappa$  та важкоосьовою анізотропією вздовж  $e_T$  з коефіцієнтом  $K^{ani}$ . В локальній системі координат густина енергії АФМ кільця, нормована на  $\mathcal{K} S^2/(2a_0)$ , має наступний вигляд:

$$\begin{aligned}\mathcal{W}_{ring} &= \mathcal{W}_{ex} + \mathcal{W}_{an} + \mathcal{W}_f, \\ \mathcal{W}_{ex} &= \frac{\mathbf{m}^2}{\varsigma^2} + 2(\mathbf{n}'^2 - \mathbf{m}'^2) + \frac{2}{\varsigma}(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{m}), \\ \mathcal{W}_{an} &= K^{ani} n_T^2 + K^{nd} n_T n_N, \quad \mathcal{W}_f = -\frac{2}{\varsigma}(\mathbf{m} \cdot \mathbf{h}),\end{aligned}\tag{13}$$

де  $\varsigma = a_0/(2\ell)$  — параметр дискретності ( $\varsigma \ll 1$ ), штрих відповідає похідній  $\mathbf{n}' = \varkappa \partial_\alpha \mathbf{n}$ , де  $\alpha$  — координата вздовж кільця або азимутальний кут,  $\alpha \in [0, 2\pi]$ ,  $K^{nd} = 2\varsigma \varkappa$  — коефіцієнт ефективної анізотропії (наведеної кривиною).  $\mathbf{h} = \mathbf{H}/H_0$ , де  $H_0 = (S/\mu_B) \sqrt{|\mathcal{J} \mathcal{K}|}$  — характеристичне поле спін-флоп переходу для об'ємного АФМ з константами обміну та анізотропії  $\mathcal{J}$ ,  $\mathcal{K}$ . Енергія нормована у такий спосіб, що  $K^{ani} = 1$ . За відсутності зовнішнього поля кільце знаходиться у бінормальному стані з  $\mathbf{n} \parallel e_B$ ,  $\mathbf{m} = 0$  [28]. Енергія системи є інваріантною відносно перетворення  $\mathbf{n} \rightarrow -\mathbf{n}$ .

У випадку  $m \ll 1$  обмінну енергію у виразі (13) можна записати як [28]

$$\mathcal{W}_{ex} = \mathbf{n}'^2 = \sum_{i=T, N, B} n_i'^2 + \mathcal{W}_{ex}^{an} + \mathcal{W}_{ex}^{dm},\tag{14}$$

де  $\mathcal{W}_{ex}^{an} = -\varkappa^2 n_B^2$  — індукована кривиною легкоосьова анізотропія, джерелом якої є обмінна енергія, доданок  $\mathcal{W}_{ex}^{dm}$  за симетрією відображає взаємодію Дзялошинського–Морії з вектором  $\mathbf{d} = 2\varkappa e_B$  для компонент  $\mathbf{n}$  в TNB-базисі:  $\mathcal{W}_{ex}^{dm} = \epsilon_{ijk} d_i n_j n_k'$ , де  $\epsilon_{ijk}$  — символ Леві–Чивіти [28].

Перейдемо до опису рівноважних станів кільця у магнітному полі, паралельному осі симетрії ланцюжка: кільце розташоване в площині  $xy$ , Рис. 2.1(а),  $\mathbf{h} \parallel e_z$ . Орієнтаційні переходи та відповідні фази зображено на

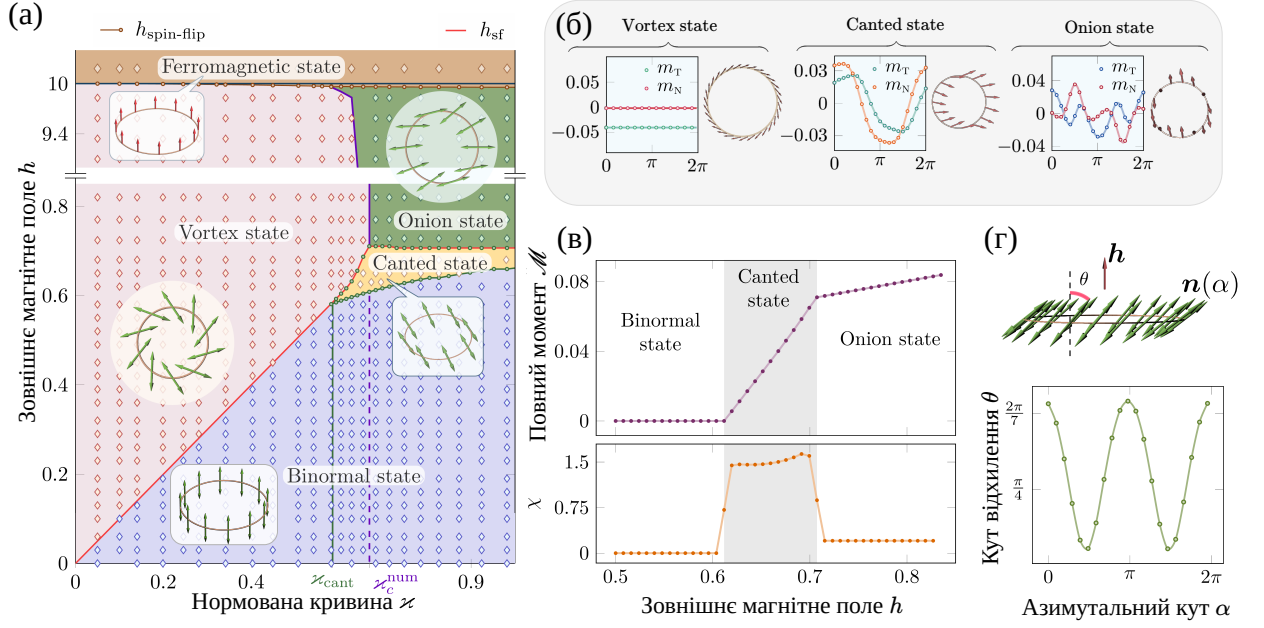


Рис. 2.2: АФМ кільце у магнітному полі  $\mathbf{h} = h\mathbf{e}_z$ . (а) Діаграма рівноважних станів. (б) Просторовий розподіл компонент намагніченостей  $m_T$ ,  $m_N$  для різних станів кільця та схематичне зображення цих розподілів. (в) Залежності повного магнітного моменту кільця та диференціальної магнітної сприйнятливості  $\chi$  від амплітуди поля  $h$ . (г) Схематичне зображення розподілу вектора Нееля для кільця у canted стані, позначено кут відхилення  $\theta$  між  $\mathbf{n}(\alpha)$  та  $\mathbf{h}$  (вгорі), просторовий розподіл цього кута  $\theta(\alpha)$  подано знизу. Символи відповідають даним отриманим з спин-ґраткових моделювань.

Рис. 2.2(а). При малих амплітудах  $h$  основним станом є бінормальний (binormal state). Поле амплітуди, більшої за критичне значення  $h_{sf}$ , спричиняє перехід системи у спин-флоп фазу: переорієнтацію  $\mathbf{n}$  та появу магнітного моменту

$$\mathbf{m} = \zeta \mathbf{n} \times [(\mathbf{h} - \mathbf{n}') \times \mathbf{n}] + \mathcal{O}(\zeta^2). \quad (15)$$

Просторова неоднорідність вектора Нееля, відображена в  $\mathbf{n}'$ , є джерелом слабкого ферромагнетизму [31, 61], що яскраво виражено у рівноважних станах кільця за великих амплітуд  $h$ , див. Рис. 2.2(б).

Спин-флоп фаза АФМ кільця складається з двох станів (див. Рис. 2.2(а)): вихрового (vortex state) та onion. Вихровий стан є стійким для кілець, кривина яких менша за критичне значення  $\kappa_c$ , що знаходяться у полі  $h > h_{sf} = \kappa$  [31]. Для кілець великої кривини ( $\kappa > \kappa_c$ ) перехід у onion стан відбувається як фазовий перехід другого роду через скошену фазу (canted state), див. Рис. 2.2(в).

В околі спин-флоп переходу намагніченість є малою, тому енергія систе-

ми (13) набуває вигляду

$$\mathcal{W} = \mathbf{n}'^2 + n_T^2 + K^{nd} n_T n_N - h^2 + \mathcal{O}(\zeta^2). \quad (16)$$

Для знаходження розподілів параметрів порядку у рівноважних станах спін-флоп фази скористаємося параметризацією векторів полярним ( $\vartheta$ ) та азимутальним ( $\varphi$ ) кутами локальної сферичної системи координат:  $\mathbf{n} = \mathbf{e}_T \sin \vartheta \cos \varphi + \mathbf{e}_N \sin \vartheta \sin \varphi + \mathbf{e}_B \cos \vartheta$ . Так як після спін-флоп переходу  $\mathbf{n} \perp \mathbf{h}$ ,  $\vartheta = \frac{\pi}{2}$  і просторовий розподіл  $\mathbf{n}$  визначається залежністю  $\varphi(\alpha)$ . Через індуковане кривиною відхилення осі анізотропії від строго тангенційного напрямку доцільно перейти до опису розподілів  $\mathbf{n}$  в залежності від кута  $\Phi(\alpha) = \varphi(\alpha) - \psi_r$ ,  $\psi_r = (1/2) \arctan 2\zeta\kappa$ , тобто кута між  $\mathbf{n}$  та ефективною віссю анізотропії. Тоді мінімізація енергії (16) дає наступне рівняння

$$\kappa^2 \partial_{\alpha\alpha} \Phi + \sin \Phi \cos \Phi = 0. \quad (17)$$

Розв'язок цього рівняння за умови  $\Phi = \text{const}$  визначає вихровий стан, що є просторово однорідним у локальній системі координат:  $\Phi_{vor} = \pi/2$  [31]. Тоді розподіли параметрів порядку мають вигляд

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{vor} &= -\mathbf{e}_T \sin \psi_r + \mathbf{e}_N \cos \psi_r, \\ \mathbf{m}_{vor} &= \zeta [\kappa (\mathbf{e}_T \cos \psi_r + \mathbf{e}_N \sin \psi_r) + \mathbf{e}_B h]. \end{aligned} \quad (18)$$

Опіон стан описується просторово неоднорідним розв'язком (17):

$$\begin{aligned} \Phi_{on} &= -\text{am}(x, k), \quad \mathbf{n}_{on} = \mathbf{e}_T \text{cn}(x, k) - \mathbf{e}_N \text{sn}(x, k) + \mathcal{O}(\zeta), \\ \mathbf{m} &= \pm \zeta \left[ \frac{1}{k} \text{dn}(x, k) - \kappa \right] [\mathbf{e}_T \text{sn}(x, k) + \mathbf{e}_N \text{cn}(x, k)] + \mathbf{e}_B \zeta h + \mathcal{O}(\zeta^2), \end{aligned} \quad (19)$$

де  $x = 2K(k)\alpha/\pi$ ,  $\text{am}(x, k)$ ,  $\text{cn}(x, k)$  та  $\text{sn}(x, k)$ ,  $\text{dn}(x, k)$  — еліптичні функції Якобі із модулем  $k$ ,  $K(k)$  — повний еліптичний інтеграл першого роду [62]. Геометрія кільця відображена у межовій умові:  $2\kappa k K(k) = \pi$ , яка визначає значення  $k$  для даної кривини кільця. Повні енергії вихрового та опіон станів визначаються як  $E_{vor} = 2\pi(\kappa^2 - h^2) + \mathcal{O}(\zeta^2)$  та  $E_{on} = 8\kappa E(k)/k + 2\pi(1 - 1/k^2 - \kappa^2 - h^2) + \mathcal{O}(\zeta)$  відповідно, де  $E(k)$  — повний еліптичний інтеграл другого роду. Розв'язок рівняння  $E_{vor}(\kappa) = E_{on}(\kappa)$  визначає крити-

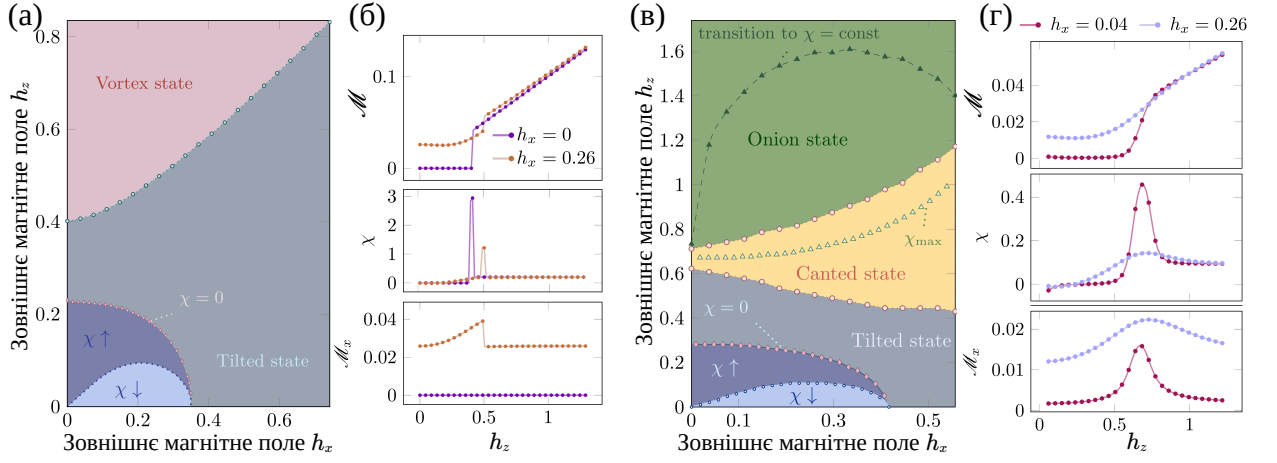


Рис. 2.3: АФМ кільце з кривиною  $\kappa = 0.4$  (а, б) та  $\kappa = 0.75$  (в, г) у магнітному полі  $\mathbf{h} = h_x \mathbf{e}_x + h_z \mathbf{e}_z$  (результати спін-ґраткових моделювань). (а), (в) Фазові діаграми у координатах  $(h_x, h_z)$  для вихрової та опіон спін-флоп фаз кільця відповідно. Залежності повного магнітного моменту у напрямку поля  $\mathcal{M}$ , диференційної сприйнятливості  $\chi$  та повного магнітного моменту  $\mathcal{M}_x$  вздовж  $\mathbf{e}_x$  від  $h_z$  для різних  $h_x$  подано на (б) для  $\kappa = 0.4$  та (г) для  $\kappa = 0.75$  відповідно.

чну кривину  $\kappa_c$ , що відокремлює області стійкості цих станів, див. Рис. 2.2(а). Для  $\varsigma = 0.1$  критична кривина  $\kappa_c \approx 0.657$ .

В той час як спін-флоп перехід до вихрового стану є різким (ФП першого роду) і супроводжується різким стрибком намагніченості зразку (див. Рис. 2.3(б)), перехід із бінормального стану у опіон для великих кривин кільця відбувається як два послідовні ФП другого роду через скошений стан, див. Рис. 2.2(а, в). Повний момент кільця у напрямку прикладеного магнітного поля,  $\mathcal{M}$ , із збільшенням  $h$  зростає швидше у скошеному стані, ніж у опіон, що супроводжується максимумом диференціальної магнітної сприйнятливості  $\chi = \partial_h \mathcal{M}$ , див. Рис. 2.2(в). Появу скошеного стану у АФМ кільці для великих значень кривини можна пояснити внеском доданку  $\mathcal{W}_{ex}^{dm}$ , що являє собою індуковану геометрією взаємодію Дзялошинського–Морії. Через конкуренцію просторово змінної анізотропії та однорідного магнітного поля, розподіли параметрів порядку у скошеному стані є просторово неоднорідними. Неоднорідність розподілу можна охарактеризувати кутом  $\theta$ , утвореним векторами  $\mathbf{n}(\alpha)$  та  $\mathbf{h}$ , в залежності від  $\alpha$ , див. Рис. 2.2(д).

За амплітуд поля  $h_{\text{spin-flip}} \approx 1/\varsigma$  відбувається спін-фліп перехід: АФМ порядок порушується,  $\mathbf{n} = 0$  і  $\mathbf{m} = \mathbf{e}_z$ , тобто відбувається повне перемагнічування кільця за напрямком прикладеного поля, див. Рис. 2.2(а).

Магнітне поле, напрямлене під кутом до осі симетрії кільця,  $\mathbf{h} = h_x \mathbf{e}_x + h_z \mathbf{e}_z$ , призводить до порушення симетрії повороту системи. Бінормальний стан в такому випадку реалізується лише при  $\mathbf{h} = 0$ . Відхилене від  $\mathbf{e}_z$  магнітне поле спричиняє появу неоднорідної текстури параметрів порядку навіть за амплітуд  $\mathbf{h}$ , менших за критичне поле ФП (tilted state). Цей стан характеризується різними режимами поведінки  $\chi$  в залежності від співвідношень  $h_x$  та  $h_z$ : зростаючої або спадаючої із збільшенням  $h$ , див. фазові діаграми у координатах  $(h_x, h_z)$  на Рис. 2.3 (а) для кільця з  $\kappa = 0.4$  та (в) для  $\kappa = 0.75$ .

Рівноважні стани після спін-флоп переходу (та характер ФП) у випадку відхиленого від  $\mathbf{e}_z$  поля якісно є аналогічними до відповідних станів кільця у полі  $\mathbf{h} = h \mathbf{e}_z$ , відповідно вихровий стан для  $\kappa = 0.4$  та опіон для  $\kappa = 0.75$ . Області стійкості рівноважних станів визначаються з аналізу залежностей диференціальної магнітної сприйнятливості у напрямку поля від  $h_z$  для різних  $h_x$ , див. Рис. 2.3 (б) для кільця з  $\kappa = 0.4$  та (г) для  $\kappa = 0.75$ . Для кілець великої кривини розподіли опіон та canted станів через наявність  $h_x$  мають додаткову неоднорідність, відображену у більших амплітудах  $\theta(\alpha)$ , ніж у випадку  $h_x = 0$ . Зокрема для опіон стану  $\max(\theta) \rightarrow \pi/2$  зі збільшенням  $h$ , проте розподіл  $\theta(\alpha)$  є аналогічним до Рис. 2.2(г), в той час як при  $h_x = 0$  у кожній точці кільця в опіон стані  $\theta(\alpha) = \pi/2$ .

Відхилене від  $\mathbf{e}_z$  магнітне поле індукує магнітний момент кільця вздовж  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathcal{M}_x$ , максимальне значення якого спостерігається під час спін-флоп переходу для кілець малих кривин та у canted стані для кілець з  $\kappa > \kappa_c$ .

## 2.4. Статичні розв'язки для доменної стінки в антиферомagnetному ланцюжку у формі гвинтової лінії

В цьому розділі розглянемо утворення ДС в АФМ ланцюжку у формі гвинтової лінії та рівноважні розподіли параметрів порядку, що відповідають доменній стінці.

### 2.4.1. Випадок важкоосьової анізотропії

Розглянемо ДС на фоні квазібінормального основного стану АФМ ланцюжка із важкоосьовою тангенційною анізотропією. Так як результуючий напрямок однорідного розподілу вектора Нееля відхиляється від бінормаль-

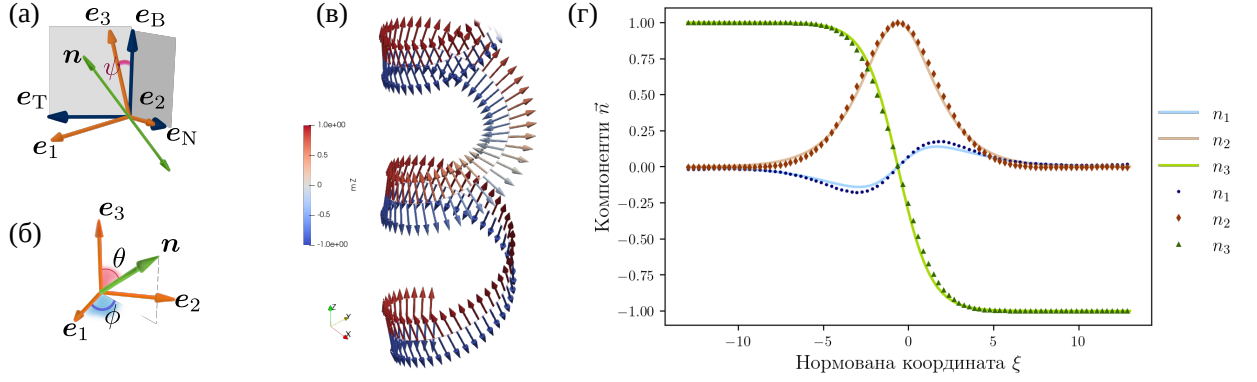


Рис. 2.4: Доменна стінка на фоні квазібінормального стану. (а) схематичне зображення базисів  $\{e_1, e_2, e_3\}$  та  $\{e_T, e_N, e_B\}$ , кут повороту  $\psi$  позначено червоним. (б) Кутова параметризація вектора Нееля. (в) Доменна стінка в спіновому ланцюжку, отримана в SLaSi [55] для  $\varkappa = 0.45$ ,  $\tau = 0.2$ . Колір кодує компоненту намагніченості в кожному вузлі вздовж осі  $z$ . (г) Розподіл компонент вектора Нееля в системі координат  $\{e_1, e_2, e_3\}$  вздовж нормованої координати ланцюжка. Суцільні лінії відповідають аналітично отриманим залежностям, символи — даним спін-ґраткових моделювань.

ного напрямку на кут  $\psi \approx \varkappa\sigma$  через конкуренцію геометрично індукованих взаємодій [28], для опису зручно перейти в систему координат  $\{e_1, e_2, e_3\}$ , повернуту відносно TNB-базису на кут  $\psi$ , див. Рис. 2.4(а). Це діагоналізує матрицю ефективної анізотропії та спрощує вираз для густини енергії [28]

$$\begin{aligned} \mathcal{W} = & n_1'^2 + n_2'^2 + n_3'^2 + \mathcal{K}_1 n_1^2 - \mathcal{K}_3 n_3^2 + \\ & + \mathcal{D}_1 (n_2 n_3' - n_3 n_2') + \mathcal{D}_3 (n_1 n_2' - n_2 n_1'), \end{aligned} \quad (20)$$

в наближенні  $\varkappa$ ,  $|\sigma| \ll 1$ , де  $\mathcal{K}_1 \approx 1 - \sigma^2$ ,  $\mathcal{K}_3 \approx \varkappa^2$  — константи ефективної анізотропії,  $\mathcal{D}_1 \approx 2\sigma$ ,  $\mathcal{D}_3 \approx 2\varkappa$  — ефективні коефіцієнти наведеної взаємодії Дзялошинського–Морії, тут і далі штрих відповідає похідній за нормованою координатою  $\xi$ . Параметризувавши вектор Нееля полярним  $\theta$  та азимутальним  $\phi$  кутами як  $\mathbf{n} = \sin\theta(\cos\phi \mathbf{e}_1 + \sin\phi \mathbf{e}_2) + \cos\theta \mathbf{e}_3$ , див. Рис. 2.4(б), використовуючи узагальнену  $q - \Phi$  модель [59] можна записати анзац для доменної стінки як

$$\cos\theta^{dw} = -p \operatorname{th}\left(\frac{\xi - q(t)}{\delta(t)}\right), \quad \phi^{dw} = \Phi(t) + a(t) [\xi - q(t)], \quad (21)$$

де  $\theta^{dw}(\xi, t)$ ,  $\phi^{dw}(\xi, t)$  — розподіли  $\theta$ ,  $\phi$  для ДС,  $\delta$  — ширина ДС,  $a$  — параметр асиметрії ДС,  $p = \pm 1$  — топологічний заряд. Тут і далі будемо розглядати лише ДС з  $p = 1$ . У статичному випадку будемо вважати, що ДС знаходиться в положенні  $q(t) = 0$ , має певну фазу  $\Phi(t) = \Phi_0$  та  $\delta(t) = \delta$ ,  $a(t) = a$ . Тоді повна енергія важкоосьового ланцюжка з ДС ( $E_{h.a.}^{dw}$ ,  $h.a. \equiv \text{hard axis}$ ) матиме вигляд

$$E_{h.a.}^{dw} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{W}(\theta^{dw}, \phi^{dw}) d\xi = 2a^2\delta + \frac{2}{\delta} + \delta [\pi a \delta \mathcal{K}_1 \cos 2\Phi_0 \operatorname{csch}(\pi a \delta) + \mathcal{K}_1 + 2\mathcal{K}_3] + 2a\delta \mathcal{D}_3 - \pi \mathcal{D}_1 (a^2\delta^2 + 1) \sin \Phi_0 \operatorname{sech}\left(\frac{\pi a \delta}{2}\right). \quad (22)$$

Мінімізація енергії (22) за параметрами  $\Phi$ ,  $\delta$ ,  $a$  дає варіаційні рівняння

$$\frac{dE_{h.a.}^{dw}}{d\Phi_0} = -\pi \mathcal{D}_1 (a^2\delta^2 + 1) \cos \Phi_0 \operatorname{sech}\left(\frac{\pi a \delta}{2}\right) - 2a f_2 \sin 2\Phi_0 = 0, \quad (23a)$$

$$\frac{dE_{h.a.}^{dw}}{d\delta} = + a \cos 2\Phi_0 f_2 (2 - \pi a \delta \coth(\pi a \delta)) + 2\mathcal{K}_3 + \mathcal{K}_1 - \frac{2}{\delta^2} + \frac{1}{2} a \mathcal{D}_1 f_1 + 2a(a + \mathcal{D}_3) = 0, \quad (23б)$$

$$\frac{2}{\delta} \frac{dE_{h.a.}^{dw}}{da} = f_1 + 4(2a + \mathcal{D}_3) - 2f_2 \cos 2\Phi_0 (\pi a \delta \coth(\pi a \delta) - 1) = 0, \quad (23в)$$

$$f_1 = \pi \sin \Phi_0 \left[ \pi (a^2\delta^2 + 1) \tanh\left(\frac{\pi a \delta}{2}\right) - 4a\delta \right] \operatorname{sech}\left(\frac{\pi a \delta}{2}\right),$$

$$f_2 = \pi \delta \mathcal{K}_1 \operatorname{csch}(\pi a \delta).$$

З рівняння (23a) знаходимо рівноважне значення фази ДС:  $\Phi_0 = \pi/2$ , що відповідає доменній стінці Блоха [32]. Деформація ДС, спричинена геометрією ланцюжка, відображена у параметрі асиметрії  $a$ . Підстановка рівноважного значення  $\Phi_0$ , явного вигляду коефіцієнтів  $\mathcal{K}_{1,3}$ ,  $\mathcal{D}_{1,3}$  в рівняння (23б), (23в) та розклад отриманої системи за малими параметрами  $\varkappa$ ,  $\sigma$  до квадратичних доданків дозволяє визначити рівноважні значення  $\delta$  та  $a$ :

$$\delta_{h.a.} \approx \sqrt{\frac{1}{\varkappa^2} - \frac{1}{c}}, \quad a_{h.a.} \approx -\varkappa^3/c, \quad c = \pi^2/12. \quad (24)$$

ДС є стабільною за умови  $\varkappa^2 < c$ . Відповідний рівноважний розподіл вектора

Нееля в ДС, що визначається  $\delta_{h.a.}$ ,  $a_{h.a.}$ , та порівняння аналітично отриманого розподілу із результатами спін-ґраткових моделювань подано на Рис. 2.4(г).

#### 2.4.2. Ланцюжок з легкоосьовою анізотропією

Розглянемо спіновий АФМ ланцюжок з легкотангенційною анізотропією. Статичні властивості АФМ ланцюжків за відсутності зовнішніх полів можна описати енергетичним функціоналом, аналогічним до енергії тонкого феромагнітного дроту. Так як ефективні індуковані кривиною взаємодії зумовлюють відхилення намагніченості від строго тангенційного напрямку в ФМ дроті [30], симетрія обмінної взаємодії в АФМ ланцюжку також буде вимагати відхилення вектора Нееля в рівноважному розподілі від напрямку власне тангенційної анізотропії. Тому доцільно перейти до локальної системи координат  $\{e_1, e_2, e_3\}$ , що повернута відносно ТНВ-базису на кут  $\psi \approx \varkappa\sigma$  таким чином, як наведено на Рис. 2.5(а). Слід зазначити, що напрямок повороту відрізняється від такого для випадку важкоосьової анізотропії. Тоді статична енергія (8) приймає вигляд

$$\begin{aligned} \mathcal{W} = & n_1'^2 + n_2'^2 + n_3'^2 - \mathcal{K}_1 n_1^2 + \mathcal{K}_2 n_2^2 + \\ & + \mathcal{D}_1 (n_2 n_3' - n_3 n_2') + \mathcal{D}_2 (n_1 n_2' - n_2 n_1'), \end{aligned} \quad (25)$$

де  $\mathcal{K}_1 \approx 1 + \sigma^2 - \varkappa^2$  визначає домінуючу анізотропію, що зорієнтовує вектор Нееля паралельно  $e_1$  в основному стані,  $\mathcal{K}_2 \approx \varkappa^2$ ,  $\mathcal{D}_1 \approx 2\sigma$ ,  $\mathcal{D}_2 \approx 2\varkappa$ . ДС в данному випадку можна розглядати використовуючи анзац (21) для кутів  $\theta, \phi$ , що визначаються з наступної параметризації вектора Нееля, див. Рис. 2.5(б)

$$\mathbf{n} = \mathbf{e}_1 \cos \theta + \mathbf{e}_2 \sin \theta \cos \phi + \mathbf{e}_3 \sin \theta \sin \phi. \quad (26)$$

В статичному випадку, повна енергія легкоосьового ланцюжка з ДС ( $E_{e.a.}^{dw}$ ,  $e.a. \equiv \text{easy axis}$ ) з врахуванням (21) та (26) має вигляд

$$\begin{aligned} E_{e.a.}^{dw} = & \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{W}(\theta^{dw}, \phi^{dw}) d\xi = \frac{2}{\delta} + \delta [2(a^2 + a\mathcal{D}_1 + \mathcal{K}_1) + \mathcal{K}_2] + \\ & + \pi\mathcal{D}_2 (a^2\delta^2 + 1) \operatorname{sech}\left(\frac{\pi a\delta}{2}\right) \cos \Phi_0 + \pi a\delta^2 \mathcal{K}_2 \operatorname{csch}(\pi a\delta) \cos 2\Phi. \end{aligned} \quad (27)$$

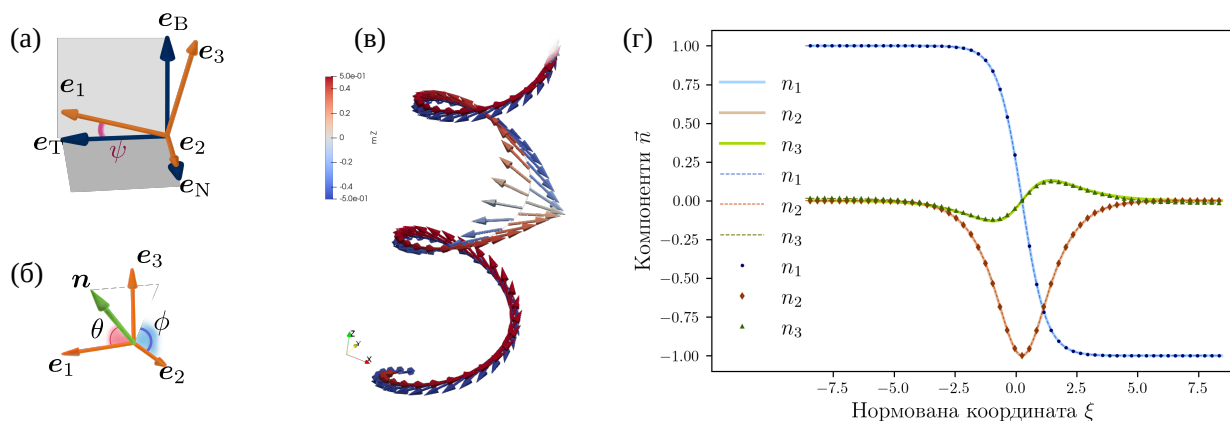


Рис. 2.5: Доменна стінка на фоні квазітангенційного стану. (а) схематичне зображення базисів  $\{e_1, e_2, e_3\}$  та  $\{e_T, e_N, e_B\}$ , кут повороту  $\psi$  позначено червоним. (б) Кутова параметризація вектора Нееля. (в) Доменна стінка в спіновому ланцюжку, отримана в SLaSi [55] для  $\varkappa = 0.45$ ,  $\tau = 0.2$ . Колір кодує компоненту намагніченості в кожному вузлі вздовж осі  $z$ . (г) Розподіл компонент вектора Нееля в системі координат  $\{e_1, e_2, e_3\}$  вздовж нормованої координати ланцюжка. Суцільні лінії відповідають аналітично отриманим залежностям, символи — даним спін-ґраткових моделювань з SLaSi, пунктирні — з Wolfram Mathematica.

Отриманий вираз є аналогічним до енергії ДС у легкоосьовому гелікоїдальному феромагнітному дроті [16]. З мінімізації енергії (27) за  $\Phi$ ,  $\delta$ ,  $a$  знаходимо рівноважні параметри ДС

$$\Phi_0 = \pi, \quad \delta_{e.a.} = 1, \quad a_{e.a.} = -\sigma. \quad (28)$$

Отриманий розподіл відповідає поперечній ДС. Існування ДС у важкоосьовому ланцюжку можливе лише завдяки легкоосьовій анізотропії, що індукована кривиною, що пояснює залежність  $\delta(\varkappa)$  в (24), в той час як в даному випадку ДС стабілізується магнітокристалічною легкоосьовою анізотропією, і її ширина в даному наближенні не залежить від геометричних параметрів, що обґрунтовує можливість опису легкоосьового АФМ ланцюжка в лінійному наближенні за малими параметрами  $\varkappa$ ,  $\sigma$ . Відповідний рівноважний розподіл вектора Нееля в ДС, що відповідає  $\delta_{e.a.}$ ,  $a_{e.a.}$ , та порівняння аналітично отриманого розподілу із результатами спін-ґраткових моделювань подано на Рис. 2.5(г).

## 2.5. Рух доменної стінки в легкоосьовому спіновому ланцюжку в зовнішньому магнітному полі

В цьому розділі розглянемо динаміку ДС у гелікоїдальному спіновому ланцюжку із легкоосьовою анізотропією під дією статичного та обертального магнітних полів.

### 2.5.1. Рівняння руху доменної стінки під дією статичного магнітного поля

Нехай до АФМ ланцюжка з легкотангенційною анізотропією та ДС на фоні основного стану прикладене зовнішнє магнітне поле, статичне в локальній системі координат,  $\mathbf{h} = h\mathbf{e}_B$ . Тоді вважаючи, що  $\delta = \delta_{e.a.}$ ,  $a = a_{e.a.}$  в цьому випадку, вираз (11) з підстановкою відповідно (26), (21) приймає вигляд

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{fb} = & 2\dot{\Phi}(t)^2 + 4\sigma\dot{q}(t)\dot{\Phi}(t) + 2\dot{q}(t)^2 - 2\pi\kappa \cos \Phi(t) - 2h^2 \sin^2 \Phi(t) \\ & + 2\pi h \left[ \left( 2\sigma q(t) \sin \Phi(t) - \cos \Phi(t) \right) \dot{q}(t) - \sigma \cos \Phi(t) \dot{\Phi}(t) \right], \end{aligned} \quad (29)$$

і дисипативна функція набуває вигляду

$$\mathcal{R}^{\text{DW}} = 2\eta \left( \dot{\Phi}(t)^2 + \dot{q}(t)^2 + 2\sigma\dot{q}(t)\dot{\Phi}(t) \right) \quad (30)$$

для даного анзацу. Відповідні рівняння руху (12)

$$\begin{aligned} -2 \left[ \ddot{q}(t) - \sigma\ddot{\Phi}(t) \right] - 2\eta \left[ \dot{q}(t) - \sigma\dot{\Phi}(t) \right] + \pi h \left[ 2\sigma q(t) \cos \Phi(t) - \sin \Phi(t) \right] \dot{\Phi}(t) = 0, \\ 2 \left[ \sigma\ddot{q}(t) - \ddot{\Phi}(t) \right] + 2\eta \left[ \sigma\dot{q}(t) - \dot{\Phi}(t) \right] + \pi h \left[ -2\sigma q(t) \cos \Phi(t) + \sin \Phi(t) \right] \dot{q}(t) \\ + \pi\kappa \sin \Phi(t) - h^2 \sin 2\Phi(t) = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Поклашви  $\dot{\Phi}(t) = 0$ , рівняння (31) зводиться до  $\ddot{q}(t) = -\eta\dot{q}(t)$ ,  $q(t) = 0$  тобто ДС є нерухомою в цьому випадку. Рівняння (31) має два стаціонарні розв'язки для фази ДС:  $\Phi = \pi$  та  $\cos \Phi = \pi\kappa/(2h^2)$ . Розв'язок  $q(t) = 0$ ,  $\cos \Phi = \pi\kappa/(2h^2)$  є енергетично вигіднішим за  $\Phi = \pi$  при значеннях поля та кривини, що задовільняють умові  $h^2 > \pi\kappa/2$ . Для зовнішнього магнітного поля  $\mathbf{h} = h\mathbf{e}_z$ , що приймає вигляд  $\mathbf{h} = \frac{h}{\sqrt{\sigma^2 + \kappa^2}} (\sigma\mathbf{e}_T + \kappa\mathbf{e}_B)$  в TNB-базисі, симетрія рівнянь руху є аналогічною до (31), що виключає можливість руху

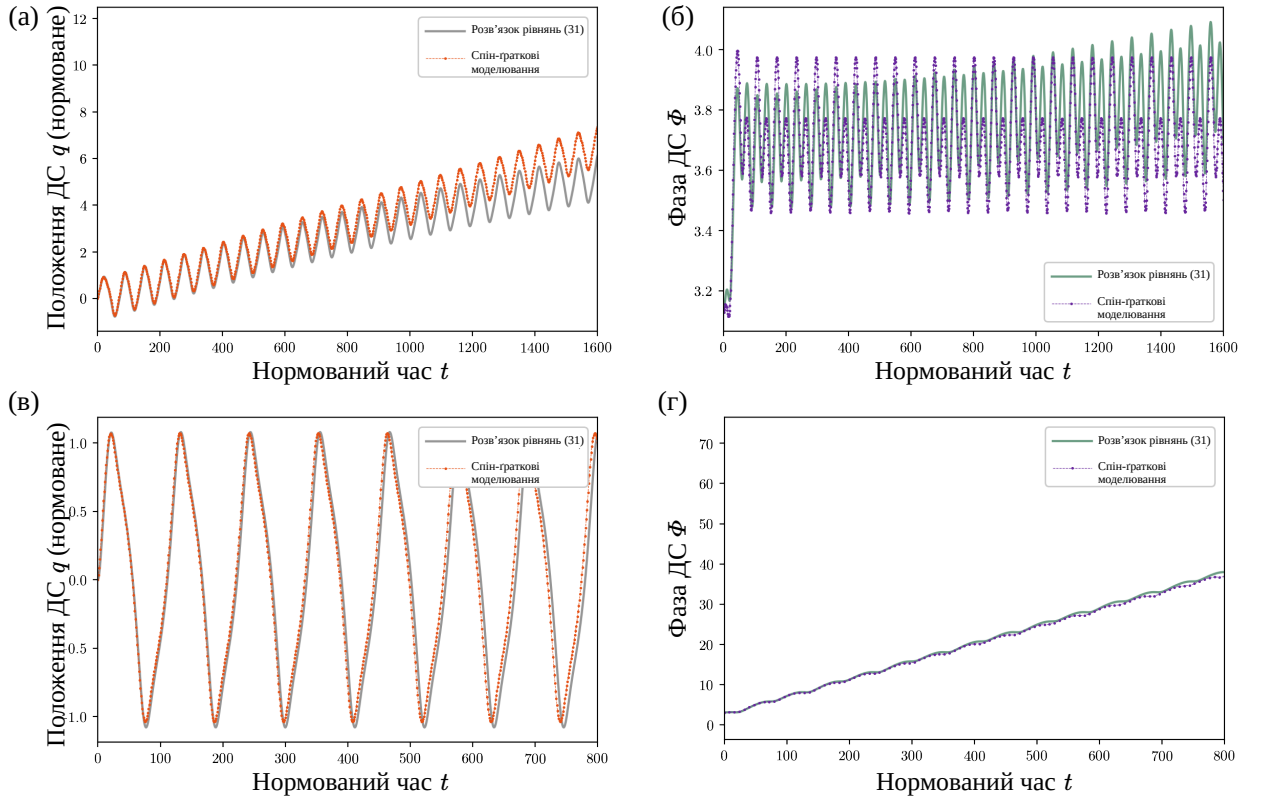


Рис. 2.6: Динаміка ДС під дією обертального магнітного поля. Часові залежності положення (а) та фази (б) доменної стінки в ланцюжку з  $\kappa = 0.01$ ,  $\sigma = 0.1$  під дією магнітного поля з  $h = 0.13$ ,  $\omega = 0.1$ . Часові залежності положення (в) та фази (г) ДС у прямому ланцюжку з  $\sigma = 0.1$  при  $h = 0.15$ ,  $\omega = 0.1$ . Суцільні лінії відповідають чисельному розв'язку рівнянь (33).

під дією статичних магнітних полів.

## 2.5.2. Рівняння руху доменної стінки під дією обертального магнітного поля

Нехай до системи, розглянутої вище, прикладено обертальне магнітне поле з постійною амплітудою  $h$  та частотою обертання  $\omega$ :  $\mathbf{h} = h(\mathbf{e}_x \cos \omega t + \mathbf{e}_y \sin \omega t)$ . В локальній системі координат

$$\mathbf{h} = \frac{h}{\sqrt{\sigma^2 + \kappa^2}} \left[ (\kappa \mathbf{e}_T - \sigma \mathbf{e}_B) \sin \left( \omega t - \xi \sqrt{\sigma^2 + \kappa^2} \right) - \sqrt{\sigma^2 + \kappa^2} \cos \left( \omega t - \xi \sqrt{\sigma^2 + \kappa^2} \right) \mathbf{e}_N \right]. \quad (32)$$

Отримані із спін-ґраткових моделювань часові залежності ширини та параметра асиметрії ДС (див. додаток Б) свідчать про те, що під час динаміки ці параметри або змінюються в часі періодично з порівняно малими амплі-

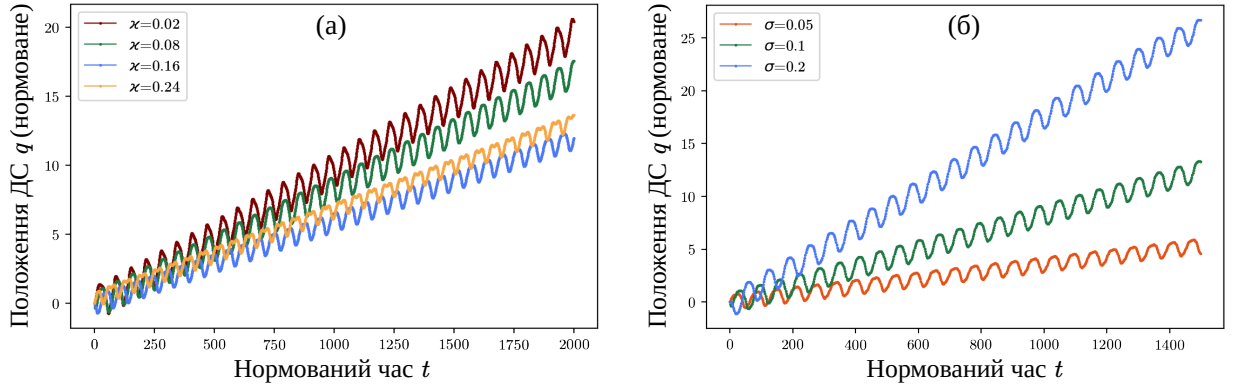


Рис. 2.7: Часові залежності положення ДС під дією поля з  $h = 0.2$ ,  $\omega = 0.1$  в ланцюжках різної геометрії (результати спіні-ґраткових моделювань): (а)  $\sigma = 0.1$  та  $\varkappa = 0.02, 0.08, 0.16, 0.24$ ; (б)  $\varkappa = 0.08$  та  $\sigma = 0.05, 0.1, 0.2$ .

тудами ( $\Delta a, \Delta \delta \ll \varkappa, \sigma$ ), або є константами (при малих значеннях частоти магнітного поля, див. Рис. Б.2). Тому далі вважатимемо, що в процесі динаміки ці параметри не змінюються і дорівнюють рівноважним значенням (28). Рівняння руху (12) в такому випадку мають вигляд

$$B_1 + A_1 \dot{\Phi}(t) - 4\eta \left[ \sigma \dot{\Phi}(t) + (\sigma^2 + 1) \dot{q}(t) \right] - 4\sigma \ddot{\Phi}(t) - 4(\sigma^2 + 1) \ddot{q}(t) = 0, \quad (33a)$$

$$B_2 + A_2 \dot{q}(t) - 4\eta \left[ \sigma \dot{q}(t) + \dot{\Phi}(t) \right] - 4\ddot{\Phi}(t) - 4\sigma \ddot{q}(t) = 0, \quad (33b)$$

де  $A_1, B_1, A_2, B_2$  — залежні від часу коефіцієнти, що містять  $q(t), \Phi(t)$  та параметри  $\varkappa, \sigma, h, \omega$ , див. додаток Б.

Чисельні розв'язки рівнянь (33) для ланцюжка з  $\varkappa = 0.01$ ,  $\sigma = 0.1$  під дією магнітного поля з  $h = 0.13$ ,  $\omega = 0.1$  порівняно з результатами спіні-ґраткових моделювань у Wolfram Mathematica подано на Рис. 2.6(а, б). ДС рухається поступально з модульованою швидкістю та періодично змінною фазою. Для ланцюжка з  $\varkappa = 0$ , тобто прямого, типові часові залежності положення та фази ДС наведено на Рис. 2.6 (в, г). ДС здійснює коливальний рух навколо початкового положення із зростаючою в часі фазою.

Кривина та кручення ланцюжку суттєво впливають на швидкість руху ДС. Порівняння часових залежностей положень доменної стінки для різних значень  $\varkappa$  при заданому крученні  $\sigma = 0.1$  подано на Рис. 2.7(а), а для різних значень  $\sigma$  при незмінній кривині  $\varkappa = 0.08$  — на Рис. 2.7(б). Швидкість руху ДС збільшується зі збільшенням кручення ланцюжка.

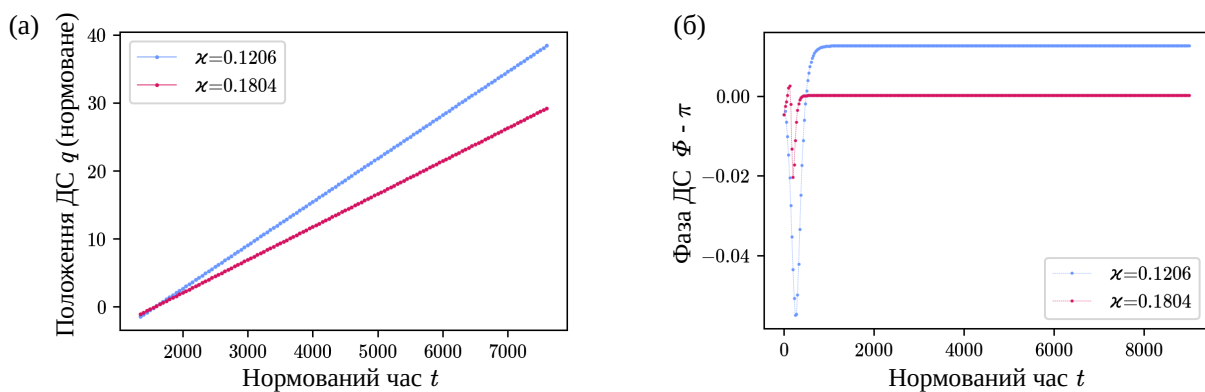


Рис. 2.8: Часові залежності положення (а) та фази ДС (б) в ланцюжку з  $\sigma = 0.1$ ,  $\kappa = 0.1206, 0.1804$  під дією поля з  $h = 0.2$  та  $\omega = 0.001$  (результати спінін-граткових моделювань).

### 2.5.3. Режим рівномірного прямолінійного руху доменної стінки

При певних параметрах геометрії ланцюжка та зовнішнього магнітного поля, зокрема за малих частот, рух ДС може відбуватись рівномірно і прямо-лінійно зі сталою швидкістю, див. Рис. 2.8(а).

Оцінити швидкість такого руху можна зробивши наступну підстановку у рівняння руху (33)

$$q(t) \rightarrow vt, \quad \Phi(t) \rightarrow \pi + \varphi. \quad (34)$$

Під час руху в такому режимі фаза ДС не змінюється в часі, див. Рис. 2.8(б), тому можна виразити її похідну з рівнянь (33) як

$$\dot{\Phi}(t) = \frac{A_2 \sigma \dot{q}(t) - B_1 + \sigma B_2 + 4\eta \dot{q}(t) + 4\ddot{q}(t)}{A_1} \quad (35)$$

та прирівняти до нуля. Так як даний режим стабілізується за малих частот зовнішнього поля, можемо вважати  $\omega$  малим параметром. Підставивши (34) у (35) та розклавши отримане рівняння в ряд за малими параметрами  $\kappa$ ,  $\sigma$ ,  $\omega$  до першого порядку отримуємо наступне рівняння для швидкості ДС

$$4\eta v - 2\pi h \sigma \left( \frac{\omega}{\sqrt{\sigma^2 + \kappa^2}} - v \right) \cos(\varphi) = 0, \quad (36)$$

розв'язок якого

$$v = \frac{\pi \omega \sigma h \cos(\varphi)}{(2\eta + \pi \sigma h \cos(\varphi)) \sqrt{\kappa^2 + \sigma^2}}, \quad (37)$$

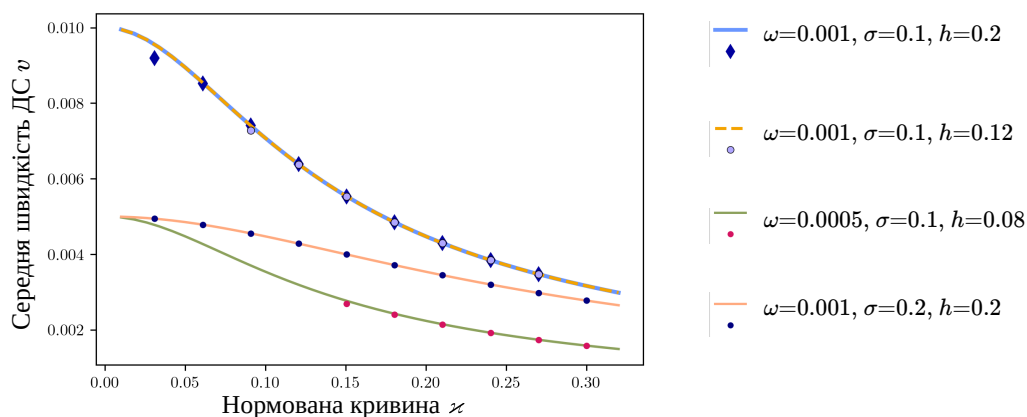


Рис. 2.9: Залежність швидкості прямолінійного рівномірного руху ДС від кривини ланцюжка для різних значень кручення та амплітуди і частоти магнітного поля. Символи відповідають результатам спін-ґраткових моделювань, суцільні лінії — аналітичній залежності (38).

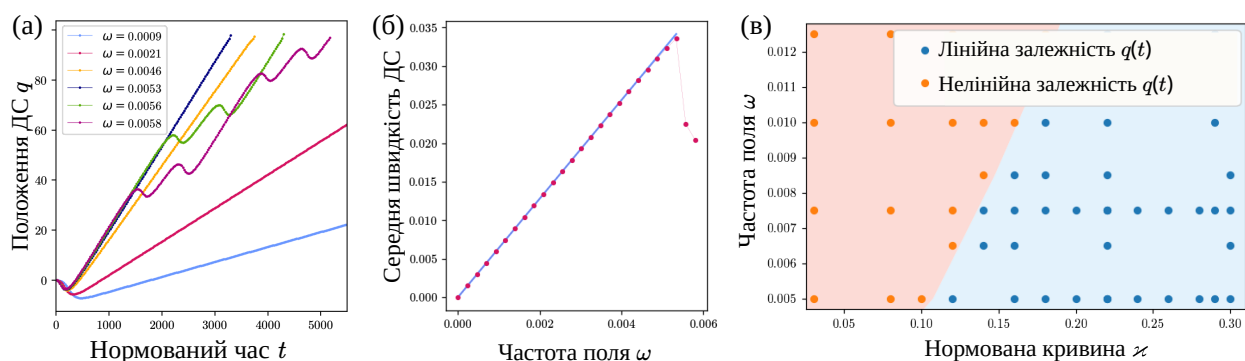


Рис. 2.10: (а) Часові залежності положення ДС в ланцюжку з  $\kappa = 0.12$ ,  $\sigma = 0.1$  під дією поля з  $h = 0.2$  та різними частотами  $\omega$  (результати спін-ґраткових моделювань). (б) Середня швидкість ДС в залежності від частоти магнітного поля, символи — результати спін-ґраткових моделювань, суцільна лінія відповідає аналітичній залежності. (в) Діаграма режимів руху ДС в залежності від частоти магнітного поля та кривини ланцюжка (результати спін-ґраткових моделювань).

при малих значеннях параметра дисипації ( $\eta \rightarrow 0$ ) маємо

$$v \approx \frac{\omega}{\sqrt{\kappa^2 + \sigma^2}}. \quad (38)$$

Залежність  $v(\kappa)$  для різних значень  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $h$  подано на Рис. 2.9. Швидкість ДС не залежить від амплітуди магнітного поля, проте  $h$  відіграє роль у стабілізації даного режиму руху. Наприклад для  $\omega = 0.001$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $h = 0.12$  для кривин  $\kappa \lesssim 0.075$  режим руху вже є модульованим, однак при таких самих значеннях частоти і кручення при  $h = 0.2$  рух із сталою швидкістю спосте-

рігається і для кривин  $\kappa \approx 0.05$ .

Швидкість ДС лінійно збільшується зі збільшенням частоти магнітного поля, проте за частот, більших за певне критичне значення, стійкість цього стану втрачається і швидкість руху стає періодично змінною, див. Рис. 2.10 (а, б). Кривина ланцюжка також визначає стійкість режиму руху зі сталою швидкістю, див. Рис. 2.10 (в): максимальне значення частоти, при якому стабілізується рівномірний прямолінійний рух ДС, є більшим для ланцюжків більшої кривини  $\kappa$ .

## Висновки

У цій роботі було досліджено рівноважні стани антиферомагнітного ланцюжка у формі кільця у статичному зовнішньому магнітному полі довільного напрямку, а також статичні та динамічні характеристики доменних стінок у викривленому антиферомагнітному спіновому ланцюжку зі сталими кривиною та крученням у магнітних полях. Розглянуто двопідгратковий антиферомагнетик, серед взаємодій між магнітними моментами враховано антиферомагнітний обмін найближчих атомів, розглянуто випадки важко- та легкоосьової анізотропії вздовж тангенційного напрямку. В ході роботи було отримано наступні результати:

1. Встановлено, що в АФМ кільці орієнтаційний перехід під дією статичного магнітного поля може відбуватись як фазовий перехід першого роду у вихровий стан при малій кривині кільця, або як два фазові переходи другого роду через скошений стан у опіон стан для великих кривин. Залежність характеру переходу від розмірів зразка обумовлена геометрично індукованою взаємодією Дзялошинського–Морії.
2. Показано, що відхилення напрямку магнітного поля від осі симетрії кільця зумовлює додаткову просторову неоднорідність параметрів порядку, зокрема неоднорідний розподіл намагніченості у площині кільця.
3. Встановлено, що доменна стінка у важкоосьовому спіновому АФМ ланцюжку у формі гвинтової лінії стабілізується анізотропними взаємодіями, що індуковані геометрією. Отримана доменна стінка відповідає стінці Блоха. Ширина та параметр асиметрії доменної стінки є функціями кривини і кручення ланцюжка, відповідно.
4. Показано, що в антиферомагнітних спінових ланцюжках статичне магнітне поле не призводить до руху доменної стінки.
5. Отримано рівняння руху доменної стінки у легкоосьовому АФМ ланцюжку під дією обертального магнітного поля. Знайдено чисельні розв'язки цих рівнянь для різних комбінацій параметрів геометрії та поля. Швидкість поступального руху доменної стінки залежить як від

параметрів зовнішнього магнітного поля, так і від кривини та кручення ланцюжка.

6. Показано, що у граничному випадку кривини, що прямує до нуля, оберտальне магнітне поле спричиняє лише коливальний рух доменної стінки навколо початкового положення. Отже, кривина ланцюжка є одним із вирішальних параметрів для поступального руху доменної стінки під дією таких полів.
7. Знайдено область параметрів поля і геометрії, у якій реалізується рух доменної стінки зі сталою швидкістю, величина якої визначається частотою оберտального магнітного поля та залежить від кривини та кручення зразка. Показано, що даний режим руху стабілізується кривиною ланцюжка.

# Апробація

## Наукові статті

- *Borysenko Y. A., Sheka D. D., Fassbender J., van den Brink J., Makarov D., Pylypovskyi O. V.* “Field-induced spin reorientation transitions in antiferromagnetic ring-shaped spin chains” // *Physical Review B* 106, P. 174426 (2022) DOI: 10.1103/physrevb.106.174426

## Друковані матеріали конференцій

- *Borysenko Y. A., Sheka D. D., Yershov K. V., Fassbender J., van den Brink J., Makarov D., Pylypovskyi O. V.* “Magnetic field-induced textures and phase transitions in antiferromagnetic spin chains: geometry-induced effects” // *Re-thinking Spintronics: From Unconventional Materials to Novel Technologies*, 04 - 06 January 2023, Bad Honnef, Germany
- *Borysenko Y. A., Sheka D. D., Fassbender J., van den Brink J., Makarov D., Pylypovskyi O. V.* “Antiferromagnetic Ring-Shaped Spin Chains: Magnetic Field-Induced Textures And Phase Transitions” // *Proceedings of the XVIII International Conference on Electronics and Applied Physics*, October 18-22, 2022, Kyiv, Ukraine, P. 50 (2022)
- *Borysenko Y. A., Sheka D. D., Fassbender J., van den Brink J., Makarov D., Pylypovskyi O. V.* “Effects of static magnetic fields in antiferromagnetic ring-shaped spin chains” // *DPG Meeting of the Condensed Matter Section: Magnetism Division*, 04 - 09 September 2022, Regensburg, Germany

## Література

- [1] D. Makarov and D. D. Sheka (eds.), *Curvilinear Micromagnetism* (Springer Nature, 6330 Cham, Switzerland, 2022).
- [2] D. Makarov, O. M. Volkov, A. Kákay, O. V. Pylypovskyi, B. Budinská, and O. V. Dobrovolskiy, *Advanced Materials* **34**, 2101758 (2022).
- [3] A. A. Khajetoorians, D. Wegner, A. F. Otte, and I. Swart, *Nature Reviews Physics* **1**, 703 (2019).
- [4] C. F. Hirjibehedin, C.-Y. Lin, A. F. Otte, M. Ternes, C. P. Lutz, B. A. Jones, and A. J. Heinrich, *Science* **317**, 1199 (2007), <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.1146110> .
- [5] P. Fischer, D. Sanz-Hernández, R. Streubel, and A. Fernández-Pacheco, *APL Materials* **8**, 010701 (2020).
- [6] C. Phatak, C. S. Miller, Z. Thompson, E. B. Gulsoy, and A. K. Petford-Long, *ACS Applied Nano Materials* **3**, 6009 (2020).
- [7] V. S. Kalappattil, “Antiferromagnets for advanced spintronics,” in *Reference Module in Materials Science and Materials Engineering* (Elsevier, 2023).
- [8] V. Baltz, A. Manchon, M. Tsoi, T. Moriyama, T. Ono, and Y. Tserkovnyak, *Reviews of Modern Physics* **90**, 015005 (2018).
- [9] L. Šmejkal, Y. Mokrousov, B. Yan, and A. H. MacDonald, *Nature Physics* **14**, 242 (2018).
- [10] L. Šmejkal, A. H. MacDonald, J. Sinova, S. Nakatsuji, and T. Jungwirth, *Nature Reviews Materials* , 2058 (2022).
- [11] Б. А. Иванов, *Физика низких температур* **31**, 841 (2005).
- [12] R. V. Pisarev, M. Fiebig, and D. Fröhlich, *Ferroelectrics* **204**, 1 (1997).
- [13] R. Lebrun, A. Ross, S. A. Bender, A. Qaiumzadeh, L. Baldrati, J. Cramer, A. Brataas, R. A. Duine, and M. Kläui, *Nature* **561**, 222 (2018).

- [14] D. D. Sheka, O. V. Pylypovskyi, O. M. Volkov, K. V. Yershov, V. P. Kravchuk, and D. Makarov, [Small](#) **18**, 2105219 (2022).
- [15] K. V. Yershov, [Phys. Rev. B](#) **105**, 064407 (2022).
- [16] O. V. Pylypovskyi, D. D. Sheka, V. P. Kravchuk, K. V. Yershov, D. Makarov, and Y. Gaididei, [Scientific Reports](#) **6**, 23316 (2016).
- [17] K. V. Yershov, V. P. Kravchuk, D. D. Sheka, and Y. Gaididei, [Physical Review B](#) **93**, 094418 (2016).
- [18] A. I. Akhiezer, V. G. Bar'yakhtar, and S. V. Peletminskiĭ, *Spin waves* (North-Holland, Amsterdam, 1968).
- [19] B. A. Ivanov and A. K. Kolezhuk, [Low Temperature Physics](#) **21**, 275 (1995).
- [20] E. A. Turov, A. V. Kolchanov, V. V. Menshenin, I. F. Mirsayev, and V. V. Nikolaev, *Symmetry and physical properties of antiferromagnets* (FIZMATLIT, Moscow, 2001).
- [21] И. Е Дзялошинский, *Журнал экспериментальной и теоретической физики* **32**, 1547 (1957).
- [22] T. Moriya, [Physical Review](#) **120**, 91 (1960).
- [23] O. G. Medvedovskaya and G. K. Chepurnykh, [Solid state physics \(Soviet Fizika tverdogo tela\)](#) **27**, 718 (1985).
- [24] B. A. Dubrovin, A. T. Fomenko, and S. P. Novikov, *Modern Geometry — Methods and Applications: Part I. The Geometry of Surfaces, Transformation Groups, and Fields*, 2nd ed., Graduate Texts in Mathematics 93, Vol. 1 (Springer New York, 1984).
- [25] E. Kreyszig, *Differential Geometry* (Dover Publications, Inc. Mineola, New York, 1991).
- [26] V. V. Slastikov and C. Sonnenberg, [IMA Journal of Applied Mathematics](#) **77**, 220 (2012).

- [27] Y. Gaididei, A. Goussev, V. P. Kravchuk, O. V. Pylypovskyi, J. M. Robbins, D. Sheka, V. Slastikov, and S. Vasylykevych, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* **50**, 385401 (2017).
- [28] O. V. Pylypovskyi, D. Y. Kononenko, K. V. Yershov, U. K. Rößler, A. V. Tomilo, J. Fassbender, J. van den Brink, D. Makarov, and D. D. Sheka, *Nano Letters* **20**, 8157 (2020).
- [29] D. D. Sheka, V. P. Kravchuk, and Y. Gaididei, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* **48**, 125202 (2015).
- [30] D. D. Sheka, V. P. Kravchuk, K. V. Yershov, and Y. Gaididei, *Physical Review B* **92**, 054417 (2015).
- [31] O. V. Pylypovskyi, Y. A. Borysenko, J. Fassbender, D. D. Sheka, and D. Makarov, *Applied Physics Letters* **118**, 182405 (2021).
- [32] A. Hubert and R. Schäfer, *Magnetic domains: The analysis of magnetic microstructures* (Springer Berlin Heidelberg, Berlin, 2009).
- [33] S. S. P. Parkin, M. Hayashi, and L. Thomas, *Science* **320**, 190 (2008).
- [34] K.-S. Ryu, L. Thomas, S.-H. Yang, and S. Parkin, *Nature Nanotechnology* **8**, 527– (2013).
- [35] S.-H. Yang, K.-S. Ryu, and S. Parkin, *Nature Nanotech* **10**, 221 (2015).
- [36] S. Parkin and S.-H. Yang, *Nature Nanotechnology* **10**, 195 (2015).
- [37] Y. Zhang, X. Zhang, H. Jingtong, J. Nan, Z. Zheng, Z. Zhang, Y. Zhang, N. Vernier, D. Ravelosona, and W. Zhao, *Scientific Reports* **6**, 35062 (2016).
- [38] J.-M. Hu, T. Yang, K. Momeni, X. Cheng, L. Chen, S. Lei, S. Zhang, S. Trolrier-McKinstry, V. Gopalan, G. P. Carman, C.-W. Nan, and L.-Q. Chen, *Nano Letters* **16**, 2341 (2016).
- [39] O. Gomonay, T. Jungwirth, and J. Sinova, *Physical Review Letters* **117**, 017202 (2016).
- [40] K. M. D. Hals, Y. Tserkovnyak, and A. Brataas, *Physical Review Letters* **106**, 107206 (2011).

- [41] O. Gomonay, M. Kläui, and J. Sinova, *Applied Physics Letters* **109**, 142404 (2016).
- [42] K. Pan, L. Xing, H. Y. Yuan, and W. Wang, *Phys. Rev. B* **97**, 184418 (2018).
- [43] H.-J. Mikeska and A. K. Kolezhuk, in *Quantum Magnetism* (Springer Berlin Heidelberg, 2004) pp. 1–83.
- [44] T. Guidi, B. Gillon, S. A. Mason, E. Garlatti, S. Carretta, P. Santini, A. Stunault, R. Caciuffo, J. van Slageren, B. Klemke, A. Cousson, G. A. Timco, and R. E. P. Winpenny, *Nature Communications* **6**, 7061 (2015).
- [45] Y. Furukawa, K. Kiuchi, K.-i. Kumagai, Y. Ajiro, Y. Narumi, M. Iwaki, K. Kindo, A. Bianchi, S. Carretta, G. A. Timco, and R. E. P. Winpenny, *Physical Review B* **78**, 092402 (2008).
- [46] M. M. Levitsky, A. N. Bilyachenko, E. S. Shubina, J. Long, Y. Guari, and J. Larionova, *Coordination Chemistry Reviews* **398**, 213015 (2019).
- [47] R. Alotaibi, J. M. Fowler, S. J. Lockyer, G. A. Timco, D. Collison, J. Schnack, and R. E. P. Winpenny, *Angewandte Chemie International Edition* **60**, 9489 (2021).
- [48] O. Prokhnenko, G. Marmorini, S. E. Nikitin, D. Yamamoto, A. Gazizulina, M. Bartkowiak, A. N. Ponomaryov, S. A. Zvyagin, H. Nojiri, I. F. Díaz-Ortega, L. M. Anovitz, A. I. Kolesnikov, and A. Podlesnyak, *Phys. Rev. B* **103**, 014427 (2021).
- [49] P.-J. Huang and H. Miyasaka, *Dalton Trans.* **49**, 16970 (2020).
- [50] F. Houard, Q. Evrard, G. Calvez, Y. Suffren, C. Daiguebonne, O. Guillou, F. Gendron, B. Le Guennic, T. Guizouarn, V. Dorcet, M. Mannini, and K. Bernot, *Angewandte Chemie International Edition* **59**, 780 (2020).
- [51] F. Houard, F. Gendron, Y. Suffren, T. Guizouarn, V. Dorcet, G. Calvez, C. Daiguebonne, O. Guillou, B. Le Guennic, M. Mannini, and K. Bernot, *Chem. Sci.* **12**, 10613 (2021).
- [52] D. Inosov, *Advances in Physics* **67**, 149 (2018).

- [53] K. S. Pedersen, A. Vindigni, R. Sessoli, C. Coulon, and R. Clérac, “Single-chain magnets,” in *Molecular Magnetic Materials* (John Wiley and Sons, Ltd, 2017) Chap. 6, pp. 131–159, <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/9783527694228.ch6> .
- [54] K. Mizoguchi, S. Tanaka, M. Ojima, S. Sano, M. Nagatori, H. Sakamoto, Y. Yonezawa, Y. Aoki, H. Sato, K. Furukawa, and T. Nakamura, *Journal of the Physical Society of Japan* **76**, 043801 (2007).
- [55] “SLaSi spin–lattice simulations package,” .
- [56] I. V. Baryakhtar and B. A. Ivanov, *Solid State Communications* **34**, 545 (1980).
- [57] J. C. Slonczewski, *Journal of Applied Physics* **44**, 1759 (1973).
- [58] A. P. Malozemoff and J. C. Slonczewski, *Magnetic domain walls in bubble materials* (Academic Press, New York, 1979).
- [59] V. P. Kravchuk, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **367**, 9 (2014).
- [60] A. M. Kosevich, B. A. Ivanov, and A. S. Kovalev, *Physics Reports* **194**, 117 (1990).
- [61] N. Papanicolaou, *Physical Review B* **51**, 15062 (1995).
- [62] F. W. J. Olver, D. W. Lozier, R. F. Boisvert, and C. W. Clark, eds., *NIST Handbook of Mathematical Functions* (Cambridge University Press, New York, NY, 2010).

## Додатки

### А. Спін-ґраткові моделювання

Моделювання проводяться у пакеті спін-ґраткових моделювань SLaSi [55]. Магнітні моменти  $\boldsymbol{\mu}_i$ ,  $|\boldsymbol{\mu}_i| = 1$  розташовані вздовж ланцюжка що складається з  $N$  вузлів ( $i = \overline{1, N}$ ). Для встановлення розподілу намагніченості  $\boldsymbol{\mu}_i$  у рівноважному стані рівняння Ландау–Ліфшиця–Гільберта (LLG)

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}_i}{dt} = \frac{1}{\hbar S} \boldsymbol{\mu}_i \times \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \boldsymbol{\mu}_i} + \alpha_g \frac{d\boldsymbol{\mu}_i}{dt}, \quad i = \overline{1, N} \quad (39)$$

розв'язується чисельно для всіх вузлів системи. У рівнянні (39)  $\hbar$  — стала Планка,  $S = 1$  — довжина спіну,  $\alpha_g$  — коефіцієнт релаксації Гільберта, і Гамільтоніан системи має вигляд

$$\mathcal{H} = -\frac{\mathcal{J}S^2}{2} \left( \sum_{i=1}^{N-1} \boldsymbol{\mu}_i \cdot \boldsymbol{\mu}_{i+1} + \boldsymbol{\mu}_N \cdot \boldsymbol{\mu}_1 \right) + \frac{\mathcal{K}S^2}{2} \sum_{i=1}^N (\boldsymbol{\mu}_i \cdot \mathbf{e}_T^i)^2 - 2\mu_b S \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\mu}_i \cdot \mathbf{H}, \quad (40)$$

де  $\mathcal{J}$ ,  $\mathcal{K}$  — константи обміну та одноіонної анізотропії відповідно,  $\mu_b$  — магнетон Бора,  $\mathbf{e}_T^i$  — одиничний вектор, що визначає тангенційний напрямок до ланцюжка в  $i$ -му вузлі,  $\mathbf{H}$  — зовнішнє магнітне поле. Для моделювань АФМ кілець використовувались наступні параметри:  $\alpha_g = 0.5$ ,  $S = 1$ ,  $\mathcal{J} = -10^{-22}$  J,  $\mathcal{K} = 4 \cdot 10^{-20}$  J. Магнітна довжина такої системи  $\ell = 5a_0$  і параметр дискретності  $\varsigma = 0.1$ . Кривина кільця визначається як  $\kappa = 2\pi/(Na_0)$ , сталу ґратки було взято  $a_0 = 0.3$  нм. Ступінь релаксації системи вважається достатнім (для перебування системи у рівноважному стані), якщо  $\max |d\boldsymbol{\mu}_i/dt| < 10^{-14}$  Hz.

Для моделювання статичних параметрів доменних стінок у спінових ланцюжках у формі гвинтової лінії у SLaSi було використано значення констант  $\mathcal{J} = -16 \cdot 10^{-22}$  J,  $\mathcal{K} = 4 \cdot 10^{-20}$  J.

Моделювання динаміки доменних стінок проводились у Wolfram Mathematica: параметри рівноважного стану системи у кожний момент часу знаходяться як розв'язки рівняння (39), код програми наведено нижче.

```

1 (*General definitions*)
2 nrm[r_List] := Sqrt[r . r];
3 Dv[s_(*scalar*), v_(*vector*)] := D[s, #] & /@ v;

```

```

4 $Assumptions = {Element[xi, Reals], kappa > 0, Element[tau, Reals]};
5 gamma= {kappa*Cos[xi*Sqrt[kappa^2 + tau^2]]/(kappa^2 + tau^2), kappa*Sin[xi*
   Sqrt[ kappa^2 + tau^2 ]]/(kappa^2 + \
6 tau^2) , xi*tau/Sqrt[ kappa^2 + tau^2]};
7
8 v = D[gamma, xi ] // Simplify;
9 e1 = v/nrm[v] // Simplify (*tangential vector*);
10
11 w = D[e1, xi ] /nrm[v] // Simplify;
12 e2 = w/nrm[w] // Simplify (*normal vector*);
13
14 e3 = Cross[e1, e2] // Simplify (*binormal vector*);
15
16 (*number of magnetic moments*)
17 spins = 2000;
18 (*magnetic length*)
19 l = 10;
20
21 (*initial distribution*)
22 mu0 [ckappa_, sigma_, {q_, cphi_, cdelta_}] := Block[{mt, mn, mb},
23   mt = -Tanh[(xi - q)/cdelta ];
24   mn = Cos[ cphi ]*Sech[ (xi - q)/cdelta ];
25   mb = Sin[ cphi ] Sech[(xi - q)/cdelta ];
26   ((-1)^# (mt e1 + mn e2 + mb e3) /. {kappa -> ckappa/l, tau -> sigma/l, xi ->
   #}) & /@ Range[-spins/2, spins/2 - 1]
27 ]
28
29 (*solve LLG equation*)
30 LLGSolver[{ckappa_, sigma_}, {q_, cphi_}, {h_, omega_}, {alphaRel_, tRel_,
   alphaDyn_, tDyn_}] :=
31 Block[{E1, E2, E3, M, Ex, Ea, Ez, Heff, scale = 1/(4 l), LLG, ini,
32   M0, M0Iotar, Mr, sol, relax, dynamics, fld},
33
34   (*curvilinear basis*)
35   E1 = (e1 /. {kappa -> ckappa/l, tau -> sigma/l}) /. xi -> # & /@ Range[-
   spins/2, spins/2 - 1];
36   E2 = (e2 /. {kappa -> ckappa/l, tau -> sigma/l}) /. xi -> # & /@ Range[-
   spins/2, spins/2 - 1];
37   E3 = (e3 /. {kappa -> ckappa/l, tau ->sigma/l}) /. xi -> # & /@ Range[-spins
   /2, spins/2 - 1];
38
39   (*Magnetization per node*)
40   M = Table[{Subscript[mx, n][t], Subscript[my, n][t],
41     Subscript[mz, n][t]}, {n, 1, spins}];
42
43   (*Interactions*)
44   Ex = 2*(l^2)*Sum[M[[n]] . M[[n + 1]], {n, 1, spins - 1}];
45   Ea = -Sum[(M[[n]] . E1[[n]])^2, {n, 1, spins}];

```

```

46 Ez = -4*h*1*Sum[(M[[n]] . {Cos[omega*t], Sin[omega*t], 0}), {n, 1, spins}];
47
48 (*Relaxation with zero field*)
49 Heff = -Dv[Ex + Ea, #] & /@ M;
50 LLG = MapThread[ Thread[(1/scale D[#1, t] == -Cross[#1, #2] + alphaRel/
51     scale Cross[#1, D[#1, t]])] &, {M, Heff}] // Flatten;
52 M0 = mu0[ckappa, sigma, {q, cphi, l}];
53 ini = MapThread[Thread[(#1 /. t -> 0) == #2] &, {M, M0}] // Flatten;
54 sol = NDSolve[Join[LLG, ini], Flatten[M], {t, 0, tRel},
55     Method -> {"EquationSimplification" -> "Residual"}][[1]];
56 relax = M /. sol;
57
58 (*Dynamics in a rotating field*)
59 Mr = relax /. t -> tRel;
60 Heff = -Dv[Ex + Ea + Ez, #] & /@ M;
61 LLG = MapThread[
62     Thread[(1/
63         scale D[#1, t] == -Cross[#1, #2] + alphaDyn/
64         scale Cross[#1, D[#1, t]])] &, {M, Heff}] // Flatten;
65 ini = MapThread[Thread[(#1 /. t -> 0) == #2] &, {M, Mr}] // Flatten;
66 sol = NDSolve[Join[LLG, ini], Flatten[M], {t, 0, tDyn},
67     Method -> {"EquationSimplification" -> "Residual"}][[1]];
68 dynamics = M /. sol;
69
70 (*Saving simulation results*)
71 Export["eT_List.dat", E1 // N, "Table"];
72 Export["eN_List.dat", E2 // N, "Table"];
73 Export["eB_List.dat", E3 // N, "Table"];
74 Export["magnetization_"<>ToString[#]<>".dat",
75     dynamics /. t -> #, "Table"] & /@ Range[0, tDyn, 50];
76 ]

```

## Б. Часові залежності ширини та параметра асиметрії ДС

В залежності від співвідношення частоти обертового магнітного поля та кривини ланцюжка можливі два режими руху ДС: із періодично модульованою або сталою швидкістю, див. Рис 2.10(в). Режим прямолінійного рівномірного руху є стабільним за малих частот магнітного поля.

У режимі руху із періодично модульованою швидкістю ширина та параметр асиметрії ДС коливаються з малими амплітудами відносно рівноважних значень у статичному випадку (28), див. Рис. Б.1. У режимі рівномірного прямолінійного руху  $\delta$ ,  $a$  є константами. Їх рівноважні значення в процесі динаміки відхиляються від (28) на певні значення, що визначаються геометрією

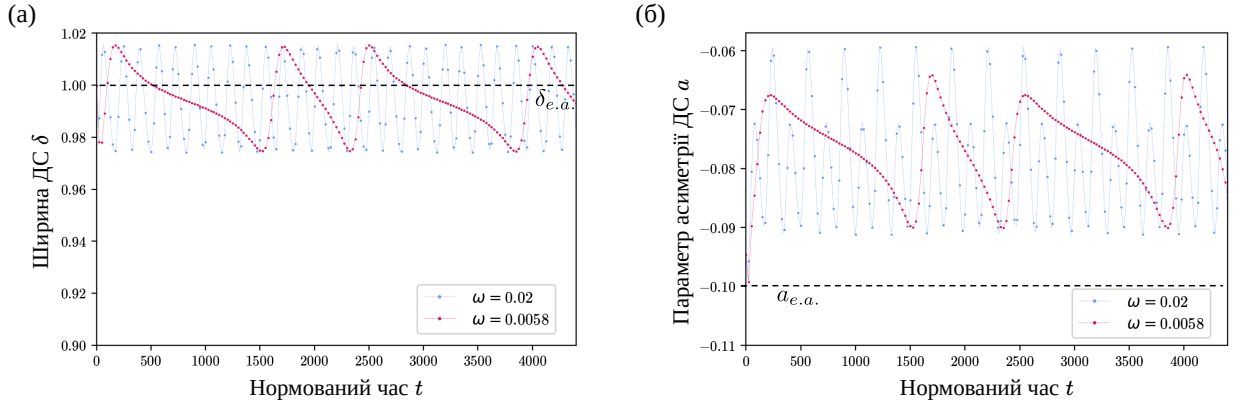


Рис. Б.1: Часові залежності ширини (а) та параметра асиметрії ДС (б) для ланцюжка з  $\kappa = 0.12$ ,  $\sigma = 0.1$  під дією зовнішнього магнітного поля з  $h = 0.2$  та  $\omega = 0.02, 0.0058$  (результати спін-ґраткових моделювань).

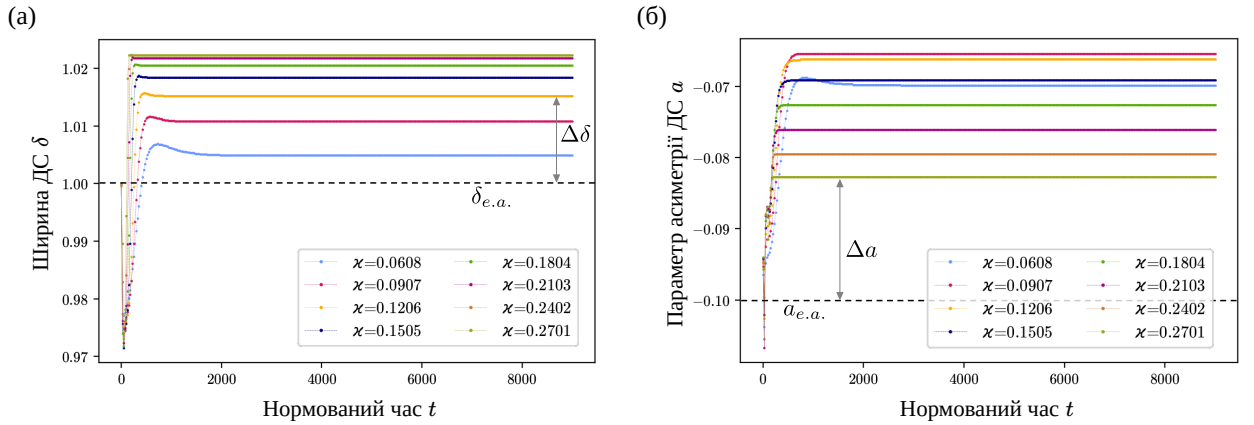


Рис. Б.2: Часові залежності ширини (а) та параметра асиметрії ДС (б) для ланцюжків з  $\sigma = 0.1$  та різних значень кривини під дією зовнішнього магнітного поля з  $h = 0.2$  та  $\omega = 0.001$  (результати спін-ґраткових моделювань).

ланцюжка, проте  $\Delta a, \Delta \delta \ll \kappa, \sigma$ , див. Рис. Б.2.

## В. Коефіцієнти рівнянь руху ДС під дією обертального магнітного поля

$$\begin{aligned}
 A_k = & \mathfrak{A}_{k1} \frac{\pi h \cos(-\omega t + \sqrt{\sigma^2 + \kappa^2} q(t) + \Phi(t)) \operatorname{sech}\left(\frac{\pi \delta (a + \sqrt{\sigma^2 + \kappa^2})}{2}\right)}{\delta \mathcal{K}_3^3 (\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_4) (\sigma^2 + \kappa^2)^2 |\sqrt{\mathcal{K}_3}|} \\
 & + \mathfrak{A}_{k2} \frac{\pi h \cos(\omega t - \sqrt{\sigma^2 + \kappa^2} q(t) + \Phi(t)) \operatorname{sech}\left(\frac{\pi \delta (a - \sqrt{\sigma^2 + \kappa^2})}{2}\right)}{\delta (\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_4) (\sigma^2 + \kappa^2)^2 |\sqrt{\mathcal{K}_3}|} \\
 & + \mathfrak{A}_{k3} \frac{2\pi \delta \kappa h \sqrt{\sigma^2 + \kappa^2} \cos(\omega t - \sqrt{\sigma^2 + \kappa^2} q(t)) \operatorname{csch}\left(\frac{\pi \delta \sqrt{\sigma^2 + \kappa^2}}{2}\right)}{\sqrt{\mathcal{K}_3} (\mathcal{K}_1 + \mathcal{K}_4) (\mathcal{K}_1^2 + \mathcal{K}_1 \sigma^2 - \mathcal{K}_1 \kappa^2 + \mathcal{K}_1 - 2\sigma^2 \kappa^2)},
 \end{aligned}$$

де  $k = 1, 2$ ,









