

Міністерство освіти і науки України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
ННІ «Інститут геології»
Кафедра геофізики

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА МАГІСТРА
спеціальність 103 – Науки про Землю
освітня програма «Геофізика»

ТЕМА: «Моделювання зміни параметрів анізотропії Томсена для різних типів симетрії моделей карбонатного колектора»

Виконала студентка 2-го курсу магістратури
кафедри геофізики
Дарія ВОЙТЕНКО

Науковий керівник кандидат геологічних наук, доцент
Дмитро БЕЗРОДНИЙ

Науковий консультант кандидат геологічних наук, ст.н.с.
Ірина БЕЗРОДНА

Робота рекомендується до захисту (протокол № 14
засідання кафедри геофізики від «20» травня 2025 року)

Завідувач кафедри кандидат геологічних наук,
доцент
Віктор ОНИЩУК

ЗМІСТ

ЗМІСТ	2
ВСТУП.....	3
1. АКУСТИЧНА АНІЗОТРОПІЯ ТА ТИПИ ПРУЖНОЇ СИМЕТРІЇ ГЕОЛОГІЧНИХ СЕРЕДОВИЩ.....	7
1.1. Акустична анізотропія	7
1.2. Закон Гука для ізотропних і анізотропних середовищ.....	13
1.3. Типи пружної симетрії	15
1.4. Акустичний тензор	20
2. ПАРАМЕТРИ АНІЗОТРОПІЇ ТОМСЕНА.....	24
2.1. Основна інформація про параметри анізотропії Томсена.....	24
2.2. Обґрунтування формул для двох типів середовища.....	25
2.3. Застосування параметрів Томсена	27
3. ОБҐРУНТУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ГЛИНИСТОГО ВАПНЯКУ 30	
4. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЗМІНИ ПАРАМЕТРІВ ТОМСЕНА ДЛЯ МОДЕЛЕЙ ГЛИНИСТОГО ВАПНЯКУ	48
4.1. Поперечно-ізотропне середовище	49
4.1.1. Модель 1	50
4.1.2. Модель 2.....	61
4.2. Ортотропне середовище.....	71
4.2.1. Модель 1	72
4.2.2. Модель 2.....	93
ВИСНОВОК.....	112
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	114

ВСТУП

Актуальність теми дослідження обумовлена необхідністю точного моделювання параметрів анізотропії Томсена для різних типів геологічних середовищ, зокрема для карбонатних порід. Параметри анізотропії Томсена є важливим інструментом у геофізиці, оскільки вони дозволяють оцінювати пружні властивості матеріалів з анізотропною структурою, що має велике значення для сейсморозвідки, а також для моделювання процесів, що відбуваються в підземних геологічних середовищах. Геологічні середовища, зокрема карбонатні породи, мають складну внутрішню структуру, що впливає на їх механічні властивості, тому розрахунок параметрів анізотропії є ключовим для точного визначення характеристик цих порід.

Дослідження параметрів анізотропії для різних типів симетрії середовища стає надзвичайно важливим для розвитку сучасних методів геофізичних досліджень. Моделювання параметрів анізотропії Томсена для геологічних середовищ з поперечно-ізотропною та ортотропною симетрією дозволяє точніше описати фізичні властивості порід та визначити їх поведінку в умовах різних геологічних процесів. У цьому контексті особливо актуальним є розрахунок параметрів анізотропії для моделей карбонатних порід, таких як глинисті вапняки, що є важливими компонентами нафтогазових колекторів.

Параметри анізотропії Томсена були розроблені для кількісного опису властивостей анізотропії в геофізиці і геології, оскільки дозволяють враховувати зміни швидкостей хвиль залежно від напрямку їх поширення. Вони є інструментом для аналізу анізотропії в геофізичних моделях, оскільки дають змогу точно відображати механічні властивості геологічних порід з різними внутрішніми структурами. Для складних геологічних середовищ, таких як карбонатні породи, вапняки та глини, параметри Томсена дають можливість точно моделювати та аналізувати фізичні властивості порід. Тому вивчення і моделювання параметрів

Томсена для різних типів симетрії середовища є важливим кроком для удосконалення методів сейсмозвідки, глибинних досліджень та геофізичного моніторингу.

У цій роботі основну увагу приділено дослідженню впливу типів насичення та типів глинистості на параметри анізотропії Томсена для карбонатних порід, а саме глинистого вапняку. Моделювання передбачає врахування різних типів симетрії середовища, таких як поперечно-ізотропне та ортотропне середовище. Це дає змогу отримати точні результати, які можуть бути використані для аналізу властивостей карбонатних порід. Для цього була адаптована математична модель, що враховує зміни параметрів анізотропії залежно від типу пористості, мінерального складу та внутрішньої структури породи. Чисельне моделювання параметрів Томсена дозволяє визначити, як ці фактори впливають на акустичні властивості середовища та як можна використовувати ці результати для більш точної інтерпретації сейсмічних даних.

Метою даної роботи є моделювання зміни параметрів анізотропії Томпсена для моделей глинистих вапняків, залежно від типу симетрії середовища. Важливим завданням є також аналіз впливу мінерального складу, типів пористості та геометрії колектора на параметри анізотропії. Зокрема, робота зосереджена на порівнянні двох основних типів симетрії середовища: поперечно-ізотропного та ортотропного. Це дозволяє оцінити, як ці фактори впливають на параметри анізотропії та їх зміну в залежності від літологічного складу порід і їх структурних характеристик.

Об'єктом дослідження є параметри анізотропії Томпсена для геологічних середовищ, зокрема для глинистих вапняків.

Предметом дослідження є математичні моделі та чисельне моделювання параметрів анізотропії для карбонатних порід, зокрема для різних типів симетрії середовища. Це дозволяє більш точно оцінювати механічні властивості порід, що використовуються в нафтовій і газовій промисловості, а також для оцінки сейсмічних властивостей середовищ.

Методологічною основою дослідження є чисельне моделювання параметрів анізотропії за допомогою програмного забезпечення Excel. Це програмне забезпечення дозволяє виконувати необхідні обчислення та аналіз параметрів для різних типів симетрії середовища, забезпечуючи точні результати для порівняння поперечно-ізотропних та ортотропних моделей. Математичні моделі для розрахунку параметрів Томпсена базуються на реальних даних з мінералого-петрографічних і петрофізичних досліджень 46 зразків глинистих вапняків, відібраних із пластів девонського віку, розташованих на території Волино-Подільщини (*Безродна та ін., 2010*).

Наукова новизна роботи полягає у тому, що вперше досліджено вплив типів насичення та типів глинистості на параметри анізотропії Томсена для карбонатних порід Волино-Поділля на основі математичного моделювання. Раніше подібні розрахунки не проводились для цієї ділянки досліджень. Отримані результати показують суттєвий вплив різних типів симетрії середовища на параметри анізотропії та дозволяють зробити нові висновки щодо механічних властивостей глинистих вапняків. Розроблена модель дозволяє оцінювати різні характеристики порід і їх поведінку за змінних геологічних умов.

Практичне значення роботи полягає в тому, що отримані результати можуть бути використані для удосконалення методів сейсмозрозвідки та для точнішого визначення властивостей карбонатних порід в геофізичних дослідженнях. Оскільки карбонатні породи складають важливу частину нафтових і газових колекторів, точне моделювання їх параметрів анізотропії допоможе підвищити ефективність геофізичних розвідок і видобутку енергетичних ресурсів.

Особистий внесок: автор роботи особисто виконувала розрахунки та аналізувала характер зміни параметрів Томсена на основі 18 математичних моделей глинистих вапняків.

Робота була апробована на XV Всеукраїнській конференції-школі «Сучасні проблеми наук про Землю», що підтверджує її наукову значущість і внесок у

розвиток геофізики та геології. Хоча публікації на базі цієї роботи ще не мають місця, результати дослідження вже активно обговорюються в науковому середовищі.

Робота з 116 аркушів складається з 4 розділів, вступу, висновків, реферату, 21 використане джерел, 39 рисунків та 25 таблиць.

Робота виконувалась на основі матеріалів наданих під час проходження науково дослідницької практики на базі кафедри Геофізики ННІ «Інституту геології». За основу досліджень параметрів Томсена було взято 18 математичних моделей глинистого вапняку території Волино-Подільщини, авторами якого є співробітники кафедри геофізики.

1. АКУСТИЧНА АНІЗОТРОПІЯ ТА ТИПИ ПРУЖНОЇ СИМЕТРІЇ ГЕОЛОГІЧНИХ СЕРЕДОВИЩ

1.1. Акустична анізотропія

Акустична анізотропія визначається як залежність швидкості поширення акустичних хвиль від напрямку їхнього розповсюдження в анізотропному середовищі. Це явище зумовлене неоднорідністю структурних та фізичних властивостей середовища, зокрема орієнтацією мінеральних компонентів, тріщинуватістю або різною пористістю.

Згідно з "Анізотропією пружних властивостей мінералів і гірських порід" (Продайвода, 2000), акустична анізотропія може бути описана через параметри, які визначають відмінності в швидкостях хвиль в різних напрямках. У таких середовищах акустичні хвилі можуть мати різні фазові швидкості, швидкості групи і коефіцієнти затухання, залежно від того, в якому напрямку вони поширюються. Це явище часто спостерігається в природних матеріалах, таких як гірські породи, в яких структура, орієнтація і склад елементів (наприклад, глинисті мінерали) можуть значно впливати на акустичні характеристики.

Розглянемо тепер, які вимоги симетрії мають задовольняти закономірності розповсюдження пружних хвиль в однорідному анізотропному середовищі. Такий аналіз зручно провести спочатку в узагальненому вигляді шляхом порівняння властивостей анізотропного та ізотропного середовищ. Пружні хвилі при розповсюдженні в ізотропному середовищі в будь-якому напрямку хвильової нормалі характеризуються такими закономірностями (рис. 1.1):

1. Одна з трьох ізоортогональних хвиль завжди є повздовжньою хвилею, вектор переміщення якої паралельний напрямку розповсюдження пружної хвилі.
2. Уздовж кожної хвильової нормалі розповсюджуються поперечні хвилі, вектор переміщення яких ортогональний вектору хвильової нормалі.

3. Уздовж кожної хвильової нормалі розповсюджуються дві поперечні хвилі з однаковими швидкостями.

4. Уздовж кожної хвильової нормалі вектори пружних переміщень і променевої швидкості повздовжньої хвилі паралельні вектору хвильової нормалі, а вектори пружних переміщень і променевої швидкості поперечної хвилі перпендикулярні вектору хвильової нормалі.

5. Уздовж кожної хвильової нормалі променеві й фазові швидкості розповсюджуються з однаковими швидкостями (*Продайвода, 2004*).

В однорідному анізотропному середовищі (рис. 1.1) жодна з вищезазначених властивостей в загальному випадку не виконується. Але це не виключає існування в будь-якому однорідному анізотропному середовищі таких напрямків хвильової нормалі, при розповсюдженні вздовж яких пружні хвилі мають одну або декілька, або всі вищезазначені властивості.

Напрямки хвильової нормалі, уздовж яких виконується хоча б одна з вищезазначених властивостей, називають особливими напрямками розповсюдження пружних хвиль в однорідному анізотропному середовищі. Інтуїтивно зрозуміло, що особливі напрямки насамперед мають збігатися з просторовим розташуванням елементів симетрії середовища, але не тільки з ними. Залежно від того, які з умов виконуються, особливі напрямки мають певну назву. Якщо вздовж хвильової нормалі в однорідному анізотропному середовищі розповсюджується повздовжня хвиля, то такий особливий напрямок називається повздовжньою нормаллю. При цьому очевидним є й той факт, що вздовж цього напрямку будуть розповсюджуватися і дві поперечні хвилі (*Guoxing Liu and Maynard, 2012*).

Рисунок 1.1 демонструє основні типи пружних середовищ, що використовуються для опису акустичної анізотропії в геологічних середовищах. У ньому представлені різні симетрії, такі як ізотропна, ортотропна та поперечно-

ізотропна (VTI). Ці симетрії відіграють важливу роль у визначенні швидкостей пружних хвиль в середовищі та їхньої взаємодії з іншими фізичними властивостями гірських порід. Розрізнення типів симетрії допомагає зрозуміти, як породи реагують на механічні впливи в різних напрямках і чому швидкість хвиль змінюється залежно від напрямку розповсюдження хвиль у різних середовищах.

У природних матеріалах, таких як гірські породи, акустична анізотропія є результатом впорядкованості елементів середовища, таких як мінеральні зерна, тріщини або порожнечі, а також впливу флюїдів, що їх насичують (рис. 1.2) . Акустична анізотропія є важливим параметром для сейсмічних і акустичних досліджень, оскільки дозволяє більш точно визначати структуру та фізичні властивості геологічних середовищ. *(Безродний та Безродна, 2008).*

Вимірювання сейсмічної анізотропії швидкості за величинами часу розповсюдження P-, SV-, SH- хвиль показали, що геотектонічні осадкових басейнів мають значну анізотропію. Подібні результати були одержані для земної кори і глибинної мантії в сейсмології землетрусів, а також в ядрі Землі.

Слід зауважити, що сейсмічна анізотропія відображує суттєву особливість будови середовища, насамперед, наявність у ньому впорядкованості, зокрема впорядкованості порожнього простору (рис. 1.2, 1.3) *(Helbig, 1994).*

На рисунку 1.2 зображені основні ознаки упорядкованості в геологічних середовищах, які безпосередньо впливають на акустичну анізотропію. Це включає орієнтацію мінералів, наявність тріщин, пористість і флюїдонасичення, що визначають напрямкову залежність швидкості акустичних хвиль. Ці фактори, зокрема орієнтація тріщин і мінералів, суттєво змінюють швидкість і характеристики хвиль, що поширюються в середовищі. Візуалізація упорядкованості цих елементів у контексті геологічних порід дає змогу краще зрозуміти, як ці мікроструктурні особливості можуть визначати акустичні властивості і в результаті — сейсмічні характеристики матеріалу.

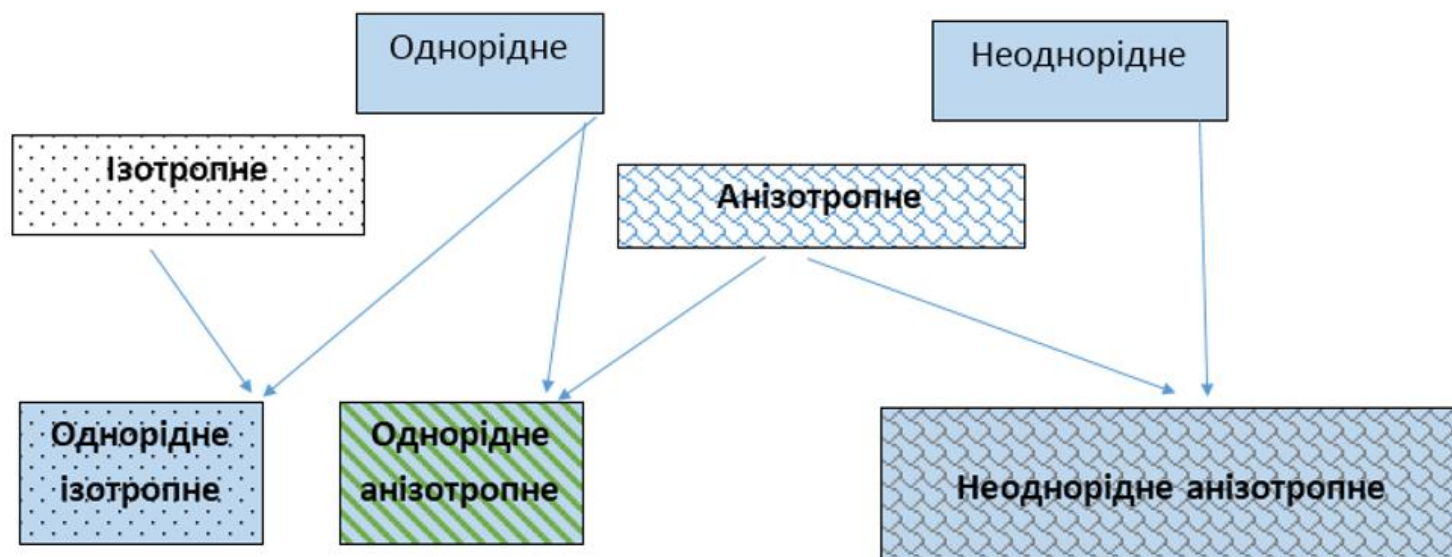


Рис. 1.1 – Типи пружних середовищ.



Рис. 1.2 – Ознаки упорядкованості геологічних середовищ.



Рис. 1.3 – Структурні елементи пустотного простору та його ознаки.

Рисунок 1.3 відображає структурні елементи пустотного простору геологічних середовищ та їхні ознаки, що впливають на акустичну анізотропію. Це зокрема орієнтація тріщин, пористість, типи флюїдів, що насичують пори (вода, газ, нафта), а також взаємодія цих елементів між собою. Візуалізація таких структурних характеристик дозволяє зрозуміти, як змінюються акустичні властивості середовища під впливом різних типів пустот, зокрема при наявності тріщин та каверн. Акустична анізотропія в такому середовищі виникає через неоднорідність пористої структури та орієнтацію тріщин, що веде до різних швидкостей поширення хвиль в залежності від напрямку. Це зображення є важливим для пояснення того, як пористість і структурна організація пустотного простору впливають на швидкість хвиль і їхню поведінку в анізотропних матеріалах.

Основні висновки, що базуються на даних сейсмозв'язки, такі:– азимутальна поперечна ізотропія спостерігається в будь-якому місці, у широкому інтервалі глибин (*Blias, 2019*).

За даними регіональних сейсмічних досліджень спостерігається майже повсюди розщеплення поперечних хвиль. Пояснення цим явищам слід шукати серед основних факторів, які зумовлюють сейсмічну анізотропію в земній корі, це:

- 1) кристалографічна орієнтація кристалів під дією тиску, пластичності, текучості й перекристалізації при високих температурах;
- 2) літологічні фактори (літологічна анізотропія), зумовлені текстурними особливостями гірських порід, такими як просторова орієнтація (розташування) зерен мінералів, уламків, шаруватість, кристалізаційна смугастість;
- 3) анізотропія, індукована напруженим станом;
- 4) анізотропія, викликана орієнтацією тріщин і мікротріщин.

Усі осадові породи при переміщеннях на значні глибини зберігають воду у своїх пустотах, а тривала дія на них поля напруг призведуть до орієнтації пустот

перпендикулярно до мінімуму стискаючих напруг, а дія температур сприятиме субкритичному росту тріщин (*Xinpeng Du and Ji-Cheng Zhao 2017*).

1.2. Закон Гука для ізотропних і анізотропних середовищ

Для глибшого розуміння фізичних процесів, що відбуваються при розповсюдженні акустичних хвиль у геологічних середовищах, необхідним є представлення закону Гука. Цей закон описує взаємозв'язок між деформацією і напруженням у середовищі, що є основою для розуміння механізмів, які визначають поведінку матеріалів під дією зовнішніх навантажень. Оскільки акустична анізотропія безпосередньо залежить від пружних властивостей середовища, таких як його здатність до деформацій, використання закону Гука дає можливість врахувати напрямкову залежність швидкості хвиль у середовищах з різною симетрією. Це знання є важливим для подальшого аналізу сейсмічних хвиль, які дозволяють досліджувати геологічні структури, і таким чином сприяє точнішій інтерпретації сейсмічних даних та оцінці фізичних властивостей підземних порід (*Alexandrov, Prodayvoda, 2000*).

Ізотропне середовище

Для ізотропного середовища закон Гука описується через зв'язок між деформацією та напруженням, що є лінійним і однаковим у всіх напрямках. В такому середовищі жоден напрямок не має пріоритету, і матеріал однаково реагує на зусилля в будь-якому напрямку. Закон Гука для ізотропного середовища можна виразити так: відносна деформація (ϵ) об'єму ($\Delta V/V$) прямо пропорційна нормальному (вертикальному) напруженню σ_n та модулю поздовжньої пружності – модулю Юнга E , тобто

$$\epsilon = \Delta V/V = E \sigma_n.$$

Анізотропне середовище

Для анізотропного середовища закон Гука стає більш складним, оскільки фізичні властивості, такі як пружність, змінюються в залежності від напрямку. У такому середовищі використовується тензор пружності для опису зв'язку між

напруженням та деформацією, і цей тензор має різні компоненти для різних напрямків. Закон Гука для анізотропного середовища можна виразити через тензор напружень та деформацій:

$$\sigma_{ik} = \sum_{lm} C_{iklm} \varepsilon_{lm}$$

де:

σ_{ik} — компоненти тензора напружень,

C_{ijkl} — компоненти тензора пружності для анізотропного середовища, який має 21 незалежний компонент для ортотропних середовищ (замість 2 для ізотропних),

ε_{lm} — компоненти тензора деформацій.

Для анізотропних середовищ, як показано в наведеному рівнянні, тензор пружності містить компоненти, що відповідають різним типам деформацій у різних напрямках. Наприклад, для середовищ з гексагональною симетрією (наприклад, в VTI або HTI середовищах) можна застосовувати спеціальні параметри, такі як C_{11} , C_{12} , C_{13} , які залежать від фізичних властивостей середовища в кожному напрямку.

Тензорні характеристики є основою для опису взаємозв'язку між деформацією та напруженням у середовищах, зокрема в анізотропних. Тензор напружень описує сили, які виникають у матеріалі при його деформації, і може бути представлений як матриця, що містить компоненти для кожної осі координат. Тензор деформацій, у свою чергу, відображає відносні зміни в структурі матеріалу, тобто, як змінюється форма об'єкта під впливом навантаження. Для анізотропних середовищ ці тензори мають багато незалежних компонентів, оскільки властивості матеріалу можуть змінюватися в різних напрямках, і це необхідно враховувати при моделюванні поведінки хвиль.

Ключовими для анізотропії є компоненти тензора пружності, що визначають, як матеріал реагує на деформацію в різних напрямках. В

анізотропних середовищах цей тензор зазвичай містить більше компонентів, ніж в ізотропних середовищах, що дозволяє точніше описати різні властивості матеріалу. Наприклад, компоненти C_{11} , C_{12} і C_{33} описують поведінку матеріалу по відповідних осях симетрії, тоді як компоненти C_{44} , C_{55} і C_{66} характеризують поперечні сили і крутильні моменти. Різні параметри пружності дозволяють врахувати, як хвилі різних типів — повздовжні, поперечні — поширюються через анізотропні середовища (*Продайвода та ін., 2012*).

Ці компоненти є важливими для точної інтерпретації сейсмічних хвиль, оскільки від їх значень залежить, як буде поширюватися акустична енергія в середовищі. Різні компоненти тензора пружності також дозволяють моделювати зміну швидкості хвиль в залежності від напрямку, що має важливе значення для дослідження геологічних структур та оцінки їх фізичних властивостей. Тому точне визначення і врахування цих компонентів є ключовим етапом у моделюванні та аналізі акустичної анізотропії.

У більш складних середовищах, таких як ортотропні кількість компонентів тензора пружності збільшується, що дозволяє врахувати велику кількість напрямків анізотропії (*Tsvankin, 1997*).

1.3. Типи пружної симетрії

Анізотропія може бути описана за допомогою математичних моделей, що враховують різні симетрії середовища. Кожен тип пружної симетрії має певні властивості, які визначають, як хвилі розповсюджуються в середовищі (таб. 1.1) і як можна передбачити їх поведінку при сейсмічних дослідженнях чи інтерпретації геофізичних даних. Залежно від симетрії середовища, кількість незалежних параметрів в тензорі пружності може варіюватися, що впливає на складність моделювання та аналізу (*Grechka and Tsvankin, 2002*).

Таблиця 1.1 – Ключові характеристики типів пружної симетрії симетрії середовища.

Тип симетрії	Ключові характеристики
Триклінна симетрія	Жодна з осей не є перпендикулярною, властивості змінюються в будь-якому напрямку.
Моноклінна симетрія	Одна вісь симетрії, властивості змінюються лише по одній осі.
Орторомбічна симетрія	Три взаємно перпендикулярні осі симетрії.
Тетрагональна симетрія	Одна вісь симетрії, інші осі рівні між собою.
Гексагональна симетрія	Одна вертикальна вісь симетрії, властивості однакові по горизонтальних осях.
Кубічна симетрія	Всі осі рівні, максимально спрощена структура тензора пружності.
Ізотропна симетрія	Властивості однакові у всіх напрямках, немає залежності від орієнтації.

Розглянемо основні типи симетрії середовища, які використовуються для опису анізотропії:

Триклінна симетрія:

У цьому середовищі жодна з осей не є взаємно перпендикулярною. Параметри симетрії представлені шістьма незалежними компонентами пружного тензора:

$$\begin{matrix}
 C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\
 & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\
 & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\
 & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\
 & & & & C_{55} & C_{56} \\
 & & & & & C_{66}
 \end{matrix}$$

Моноклінна симетрія:

У цьому випадку існує одна вісь симетрії, яка визначає напрямок розповсюдження хвиль. Тензор пружності для цього типу симетрії є спрощеним, з меншим числом незалежних компонентів, ніж у триклінному середовищі.

Типові компоненти включають:

$$\begin{array}{ccccccc}
 C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & & C_{16} \\
 & C_{22} & C_{23} & & & & C_{26} \\
 & & C_{33} & & & & C_{36} \\
 & & & C_{44} & C_{45} & & \\
 & & & & C_{55} & & \\
 & & & & & & C_{66}
 \end{array}$$

Орторомбічна симетрія:

Це середовище має три взаємно перпендикулярні осі симетрії, і тензор пружності має певну структурну простоту. Компоненти тензора, які описують таку симетрію, включають:

$$\begin{array}{ccccccc}
 C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & & \\
 & C_{22} & C_{23} & & & & \\
 & & C_{33} & & & & \\
 & & & C_{44} & & & \\
 & & & & C_{55} & & \\
 & & & & & & C_{66}
 \end{array}$$

Тетрагональна симетрія:

У цьому типі симетрії є одна вісь симетрії, але залишкові осі є рівними між собою. Це зменшує кількість незалежних компонентів в тензорі пружності, що знову ж таки спрощує математичні моделі. Зазвичай має компоненти типу:

$$\begin{array}{ccccccc}
 C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & & \\
 & C_{11} & C_{13} & & & & \\
 & & C_{33} & & & & \\
 & & & C_{44} & & & \\
 & & & & C_{44} & & \\
 & & & & & & C_{66}
 \end{array}$$

Гексагональна симетрія (VTI, HTI, TTI):

Це середовище характеризується вертикальною віссю симетрії, і параметри пружності мають специфічний вигляд, де деякі компоненти стають рівними. Це типово для середовищ, таких як сланці або інші тріщинуваті породи. Компоненти включають:

$$\begin{array}{ccccccc}
 C_{11} & C_{13} & & C_{13} & & & \\
 & C_{33} & & (C_{13} - 2C_{44}) & & & \\
 & & & C_{33} & & & \\
 & & & & C_{44} & & \\
 & & & & & C_{66} & \\
 & & & & & & C_{66}
 \end{array}$$

Кубічна симетрія:

У кубічних середовищах всі осі рівні, і тензор пружності має ще більшу симетрію. Це призводить до максимальної спрощеності в математичному описі, де більшість компонентів рівні.

$$\begin{array}{ccccccc}
 C_{11} & C_{13} & C_{13} & & & & \\
 & C_{11} & C_{13} & & & & \\
 & & C_{11} & & & & \\
 & & & C_{66} & & & \\
 & & & & C_{66} & & \\
 & & & & & C_{66} & \\
 & & & & & & C_{66}
 \end{array}$$

Ізотропна симетрія:

У ізотропних середовищах всі властивості однакові в будь-якому напрямку. Це найбільш простий тип симетрії, де всі параметри пружності взаємозамінні, і можна використовувати єдині значення для всіх компонентів.

$$\begin{array}{ccccccc}
 (\lambda + 2\mu) & \lambda & \lambda & & & & \\
 & (\lambda + 2\mu) & \lambda & & & & \\
 & & (\lambda + 2\mu) & & & & \\
 & & & \mu & & & \\
 & & & & \mu & & \\
 & & & & & \mu & \\
 & & & & & & \mu
 \end{array}$$

Ці типи симетрії мають важливе значення для розуміння і моделювання акустичної анізотропії та поведінки пружних хвиль у геологічних середовищах.

Поперечно-ізотропне середовище характеризується вертикальною віссю симетрії. У цьому середовищі властивості матеріалу (як правило, пружні властивості) є однаковими у всіх напрямках, перпендикулярних до вертикальної осі симетрії, але можуть значно відрізнятись у вертикальному напрямку. Таким чином, акустична анізотропія в VTI середовищі виникає через різницю в швидкостях хвиль, коли напрямок їх розповсюдження змінюється в межах горизонтальної площини та вертикальної осі.

У такому середовищі можна спостерігати різні швидкості фазових хвиль, наприклад, повздовжні (P) та поперечні (S) хвилі, у напрямках, перпендикулярних до осі симетрії. Це призводить до змін в акустичних характеристиках матеріалу в залежності від того, в якому напрямку проходять хвилі (*Alkhalifah, 2000*).

Ортотропне середовище характеризується трьома осями симетрії, які взаємно перпендикулярні. Це означає, що акустична анізотропія в ортотропному середовищі більш складна, оскільки існують три незалежні осі симетрії, що веде до різної поведінки хвиль по кожній з цих осей. В ортотропних середовищах акустична анізотропія відображає різні швидкості для різних типів хвиль (P, SV, SH) у трьох основних напрямках.

Тензор пружності для ортотропного середовища містить дев'ять незалежних компонентів, що визначають характеристики пружних хвиль у трьох взаємно перпендикулярних напрямках. Це середовище має складнішу структуру, ніж поперечно-ізотропне, оскільки взаємодія між компонентами пружних постійних залежить від усіх трьох осей. Врахування анізотропії в ортотропних середовищах дозволяє точно моделювати акустичні характеристики, які зумовлені орієнтацією мінералів, пористістю та тріщинами.

Параметри анізотропії в ортотропному середовищі мають великий вплив на швидкість хвиль у різних напрямках, а також на розподіл енергії хвиль при їх розповсюдженні.

1.4. Акустичний тензор

Поняття акустичного тензора μ_{il} можна ввести аналітичним шляхом як згортку тензора пружних постійних по парі внутрішніх або зовнішніх індексів:

$$C_{ijkl} = \rho\mu_{il} \quad \text{або} \quad C_{ijki} = \rho\mu_{jk}.$$

Утворимо його квадратичну форму $\mu(\vec{n})$, яка характеризує тензорну властивість у довільному напрямку хвильової нормалі:

$$\rho\mu(\vec{n}) = \rho\mu_{il}n_in_l = C_{ijkl}n_in_l.$$

Шляхом згортки по парі зовнішніх індексів знайдемо перший інваріант тензора Гріна $\Gamma_{il} = C_{ijkl}n_jn_k$:

$$I^{(1)} = \Gamma_{ii} = C_{ijki}n_jn_k.$$

Порівнюючи формули приходимо до висновку, що

$$\rho\mu(\vec{n}) = \rho\mu_{il}n_in_l = \Gamma_{ii}.$$

Згідно з властивостями згортки симетричного тензора другого рангу перший інваріант тензора Крістоффеля дорівнює сумі його власних значень:

$$I^{(1)} = \rho(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2),$$

де v_1, v_2, v_3 – фазові швидкості ізоортогональних хвиль, що розповсюджуються вздовж даного напрямку хвильової нормалі з ортогональними векторами пружних переміщень. Враховуючи вищенаведене, маємо:

$$\mu(\vec{n}) = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2.$$

Отже, значення акустичного тензора μ_{il} в довільному напрямку хвильової нормалі дорівнює сумі квадратів фазових швидкостей ізоортогональних пружних хвиль, що розповсюджуються в напрямку хвильової нормалі \vec{n} .

Акустичний тензор μ_{il} є додатним симетричним тензором другого рангу і його тензорну матрицю можна подати так:

$$\mu_{il} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{12} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{13} & \mu_{23} & \mu_{33} \end{bmatrix}.$$

Як і будь-який симетричний тензор другого рангу він має власні значення і власні напрямки, які можна знайти з розв'язку характеристичного рівняння:

$$\mu_{il}x_l = \lambda x_i.$$

Тензор μ_{il} має три власні значення $\mu_{11}, \mu_{22}, \mu_{33}$, які приводять тензорну матрицю до діагонального вигляду, якщо власні ортогональні вектори обрати за базис системи координат:

$$\mu_{il} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33} \end{bmatrix}.$$

Доведемо, що екстремальні значення квадратичної форми і є власні значення акустичного тензора. Будемо шукати значення n_i , при яких досягає екстремальних значень квадратична форма

$$\mu(n) = \mu_{il}n_in_l,$$

враховуючи умову ортогональності компонент вектору \vec{n} :

$$n_in_i - 1 = 0.$$

Утворимо функціонал $F(\vec{n})$:

$$F(\vec{n}) = \mu_{il}n_in_l - \lambda(n_in_i - 1),$$

де λ – невизначений множник Лагранжа.

Функціонал має екстремум, якщо виконується умова

$$\frac{\partial F}{\partial n_i} = 0.$$

Після диференціювання і підстановки в маємо:

$$\mu_{il}n_l + \mu_{li}n_l - 2\lambda n_i = 0.$$

Врахуємо симетричність акустичного тензора $\mu_{il} = \mu_{li}$,

тоді одержимо:

$$\mu_{il}n_j = \lambda n_i.$$

З рівняння бачимо, що це і є характеристичне рівняння, яке дозволяє знайти власні вектори \vec{n} і власні значення λ акустичного тензора. Отже, квадратична форма $\mu(\vec{n})$ досягає екстремальних значень у напрямку власних векторів.

На компоненти акустичного тензора накладає жорсткі обмеження симетрія середовища (таб. 1.2.).

Як і будь-який симетричний тензор другого рангу, акустичний тензор має характеристичну поверхню, яку називають акустичним еліпсоїдом:

$$\mu_{il}x_ix_l = 1.$$

Таблиця 1.2 – Компоненти акустичного тензора.

Середовище	Компоненти	Акустичний еліпсоїд	Співвідношення компонент акустичного тензора
Ізотропне	$\mu_{11} = \mu_{22} = \mu_{33}$ ($\mu_{12} = \mu_{13} = \mu_{23} = 0$)	сфера	$\mu_{11} = \mu_{22} = \mu_{33}$.
поперечно-ізотропне	$\mu_{11} = \mu_{22} \neq \mu_{33}$ ($\mu_{12} = \mu_{13} = \mu_{23} = 0$)	еліпсоїд обертання	$\mu_{11} = \mu_{22} \neq \mu_{33}$.
триклінної симетрії	$\rho\mu_{il} = C_{ijkl}$ $\rho\mu_{11} = C_{1j1j} = C_{11} + C_{55} + C_{66},$ $\rho\mu_{22} = C_{2jj2} = C_{22} + C_{44} + C_{66},$ $\rho\mu_{33} = C_{3jj3} = C_{33} + C_{44} + C_{55},$ $\rho\mu_{12} = C_{1jj2} = C_{16} + C_{26} + C_{45},$ $\rho\mu_{13} = C_{1jj3} = C_{15} + C_{35} + C_{46},$ $\rho\mu_{23} = C_{2jj3} = C_{24} + C_{34} + C_{56}.$	тривісний еліпсоїд	$\mu_{11} \neq \mu_{22} \neq \mu_{33}$.

Згортка акустичного тензора

$$\mu_{ii} = \mu_{11} + \mu_{22} + \mu_{33}$$

має

важливий фізичний зміст.

Оскільки величина акустичного тензора визначається як сума квадратів фазових швидкостей ізоортогональних хвиль, то сума квадратів фазових швидкостей ізоортогональних пружних хвиль, що розповсюджуються у всіх трьох напрямках, є інваріантною величиною, тобто постійною величиною.

Згідно з властивостями акустичного тензора μ_{ij} всі однорідні анізотропні пружні середовища розбиваються на категорії симетрії таким же чином, як і в оптиці (таб. 1.3).

Таблиця 1.3. – Категорії симетрії середовищ.

Категорія симетрії	Симетрії середовищ	Властивості акустичного тензора
вища	кубічної	не відрізняються від ізотропного середовища
середня	гексагональна, тригональна, тетрагональна, поперечно-ізотропна	еліпсоїд обертання навколо осі симетрії вищого порядку
нижча	ромбічна, моноклінна, триклінна	двовісний еліпсоїд

У власній акустичній системі координат, базис якої збігається з напрямком власних векторів акустичного тензора, на число незалежних пружних постійних накладаються додаткові умови:

$$C_{16} + C_{26} + C_{45} = 0,$$

$$C_{15} + C_{35} + C_{46} = 0,$$

$$C_{24} + C_{34} + C_{56} = 0,$$

згідно з якими число незалежних пружних постійних зводиться до 18.

2. ПАРАМЕТРИ АНІЗОТРОПІЇ ТОМСЕНА

2.1. Основна інформація про параметри анізотропії Томсена

Анізотропія матеріалів є важливою характеристикою при розповсюдженні пружних хвиль у геологічних середовищах. Вона описує залежність швидкості хвиль від напрямку в анізотропному середовищі.

Для опису малоанізотропних середовищ застосовуються параметри анізотропії, розроблені Томсеном, які стали стандартом у геофізичних дослідженнях. Ці параметри дозволяють описати зміну швидкості пружних хвиль (повздовжніх і поперечних) залежно від напрямку в середовищах з поперечно-ізотропною та ортотропною симетрією.

Модель Томсена, розроблена в 1986 році, є однією з найбільш поширених для опису слабкої анізотропії в осадових породах, зокрема в поперечно-ізотропних середовищах (VTI), де анізотропія виражається у зміні швидкостей хвиль в горизонтальній площині. Ця модель використовує три основні параметри для опису анізотропії: ϵ , δ та γ , що дозволяє детально визначити напрямкові залежності швидкості пружних хвиль (*Hao and Tsvankin, 2023*).

Параметр ϵ (епсилон) — описує відносну зміну швидкості Р-хвиль у горизонтальному напрямку (в порівнянні з вертикальним). Цей параметр визначає різницю в швидкості хвиль, що поширюються в горизонтальних напрямках

Параметр δ (дельта) — це параметр, який описує вплив на швидкість Р-хвиль біля вертикалі. Він визначає складність поведінки пружних хвиль, що поширюються в напрямку, близькому до вертикалі.

Параметр γ (гамма) — відображає анізотропію швидкості S-хвиль (поперечних хвиль) відносно горизонталі. Цей параметр є важливим для розуміння того, як швидкість поперечних хвиль змінюється в горизонтальних площинах (*Thomsen, 1986*).

Задача моделювання анізотропії полягає в тому, щоб описати зміну властивостей середовища, таких як швидкість пружних хвиль, залежно від напрямку їх поширення. Цей напрямковий ефект може бути описаний через кілька ключових параметрів, зокрема ϵ , δ та γ . Кожен з цих параметрів відповідає за окремий аспект анізотропії та дає можливість детально проаналізувати поведінку хвиль у конкретних середовищах.

Ці параметри є основою для розрахунку швидкостей пружних хвиль в поперечно-ізотропних середовищах за допомогою наближених формул Томсена, що дозволяє описати залежність швидкості хвиль від кута θ відхилення від вертикалі. Формули для швидкості Р-хвиль та S-хвиль в залежності від кута розповсюдження можна записати наступним чином:

- Для Р-хвиль:

$$V_P(\theta) \approx V_{P0} (1 + \epsilon \sin^2 \theta + (\delta - \epsilon) \sin^2 \theta \cos^2 \theta)$$

де V_P — швидкість Р-хвиль, а θ — кут відхилення від вертикалі.

- Для S-хвиль:

$$V_S(\theta) \approx V_{S0} (1 + \gamma \sin^2 \theta)$$

де V_S — швидкість S-хвиль.

Ці рівняння дають змогу прогнозувати швидкість хвиль для різних напрямків, що має важливе значення для сейсмічного моделювання та інверсії сейсмічних даних (*Thomsen, 1986*).

2.2. Обґрунтування формул для двох типів середовища

Поперечно-ізотропне середовище.

У поперечно-ізотропному середовищі (VTI) параметри ϵ , δ та γ описують відмінності в поведінці хвиль в напрямках, перпендикулярних до вертикальної осі симетрії. Формули для швидкостей хвиль в таких середовищах дозволяють

точно моделювати їх поширення при різних кутах відхилення від вертикалі. Параметри Томсена для VTI середовища дозволяють враховувати асиметрію в розповсюдженні хвиль, що важливо для точного визначення сейсмічних властивостей порід. Для цього використані рівняння Томсена (*Thomsen, 1986; Безродна та Хоменко, 2023*):

$$\varepsilon = \frac{C_{11}-C_{33}}{2C_{33}} = \frac{V_{\rho}^2(\theta=90)-V_{\rho}^2(\theta=0)}{V_{\rho}^2(\theta=0)},$$

$$\delta = \frac{(C_{13}+C_{44})^2-(C_{33}-C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33}-C_{44})} = 4 \left(\frac{V_{\rho}(\theta=45)}{V_{\rho}(\theta=0)} - 1 \right) - \left(\frac{V_{\rho}(\theta=90)}{V_{\rho}(\theta=0)} - 1 \right),$$

$$\gamma = \frac{C_{66}-C_{44}}{C_{44}} = \frac{V_S^2(\theta=90)-V_S^2(\theta=0)}{V_S^2(\theta=0)};$$

Ортотропне середовище.

Для ортотропних середовищ, які мають три взаємно перпендикулярні осі симетрії, параметри анізотропії набувають більш складної форми, оскільки розповсюдження хвиль залежить від всіх трьох осей. Ортотропія описується через дев'ять компонент тензора пружності, що дозволяє точніше моделювати поведінку хвиль у таких середовищах. У випадку слабкої анізотропії, можна застосовувати узагальнені параметри Томсена для опису розповсюдження хвиль в ортотропному середовищі, що враховують орієнтацію тріщин та інші структурні особливості порід. (*Thomsen, 1986; Безродна та Хоменко, 2023*):

$$\varepsilon_{13} = \frac{C_{11}-C_{33}}{2C_{33}}; \varepsilon_{23} = \frac{C_{22}-C_{33}}{2C_{33}}; \varepsilon_{12} = \frac{C_{11}-C_{22}}{2C_{22}};$$

$$\gamma_{13} = \frac{C_{66}-C_{44}}{2C_{44}}; \gamma_{23} = \frac{C_{66}-C_{55}}{2C_{55}}; \gamma_{12} = \frac{C_{55}-C_{44}}{2C_{44}};$$

$$\delta_{13} = \frac{(C_{13}+C_{55})^2-(C_{33}-C_{55})^2}{2C_{33}(C_{33}-C_{55})};$$

$$\delta_{23} = \frac{(C_{23}+C_{44})^2-(C_{33}-C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33}-C_{44})};$$

$$\delta_{12} = \frac{(C_{12} + C_{66})^2 - (C_{22} - C_{66})^2}{2C_{22}(C_{22} - C_{66})}.$$

Таким чином, параметри Томсена є ключовими для моделювання акустичної анізотропії в геофізиці і широко застосовуються для аналізу і інтерпретації сейсмічних даних. Вони дозволяють ефективно враховувати напрямкові залежності швидкості хвиль у різних типах геологічних середовищ, що є важливим для дослідження структур підземних порід.

2.3. Застосування параметрів Томсена

Параметри Томсена є важливими інструментами в сучасній геофізиці та широко використовуються для моделювання та інтерпретації сейсмічних даних. Вони дозволяють описувати анізотропні властивості матеріалів, зокрема осадових порід, що мають складну структурну організацію. Ось деякі основні напрямки, в яких застосовуються параметри Томсена:

1. Сейсмічне моделювання: Параметри Томсена використовуються для розрахунку фронтів хвиль, прогнозування часу пробігу та трасування променів у моделі підземного середовища. Це дозволяє створювати точні моделі розповсюдження хвиль в анізотропних середовищах, що є важливим для проведення сейсмологічних досліджень, а також для прогнозування властивостей підземних утворень. Сейсмічне моделювання з використанням цих параметрів допомагає виявляти структури, що можуть бути важливими для розробки родовищ корисних копалин.

2. Сейсмічна інверсія: Параметри Томсена є важливим інструментом при розв'язанні обернених задач, де необхідно відновити фізичні властивості середовища (наприклад, швидкість хвиль) за сейсмічними даними. Врахування анізотропії через ці параметри дозволяє точніше визначати зміни

швидкостей хвиль з глибиною, що є важливим для вивчення земної кори та мантиї, а також для розвідки нафтогазових родовищ.

3. AVO-аналіз (Amplitude Variation with Offset): Цей метод дозволяє оцінити зміни амплітуд сейсмічного сигналу в залежності від кута падіння хвилі. Застосування параметрів Томсена в AVO-аналізі дозволяє оцінити зміни акустичних властивостей середовища на основі амплітудних змін сигналу, що може бути корисним для оцінки структури порід, їх насиченості флюїдами та інших характеристик. Це важливо для оцінки газо- та нафтових покладів.

4. Оцінка тріщинуватості: Параметр γ Томсена може бути використаний для оцінки наявності тріщин у матеріалі та їх орієнтації відносно шару породи. Визначення тріщинуватості є критичним для розуміння фільтраційних властивостей порід, а також для оцінки їх механічної стабільності, що важливо для інженерних розрахунків та проектування підземних об'єктів.

5. Гідрогеофізика та інженерна геофізика: В цих галузях параметри Томсена використовуються для моделювання руху хвиль у складних техногенних середовищах, таких як породи, що зазнали деформацій внаслідок людської діяльності (будівництво, гірничі роботи). Розуміння анізотропії в таких середовищах дозволяє точніше прогнозувати поведінку хвиль і визначати властивості таких матеріалів, що є важливим для безпеки будівництва та інженерних проектів.

6. Калібрування сейсмічних даних з результатами свердловинних вимірювань (VSP, логування): Параметри Томсена застосовуються для калібрування сейсмічних даних з результатами, отриманими в процесі свердловинних вимірювань (наприклад, VSP — вертикальне сейсмічне профілювання). Це дозволяє коректно інтерпретувати сейсмічні дані в контексті конкретних геологічних умов і отримувати точніші оцінки фізичних властивостей підземних порід (Hao and Tsvankin, 2023).

Застосування параметрів Томсена дозволяє геофізикам здійснювати більш точний аналіз і моделювання анізотропних середовищ, що сприяє значному покращенню результатів сейсмічних досліджень і зменшенню похибок при оцінці властивостей підземних утворень. Це важливий інструмент для розвитку наукових досліджень у геофізиці, а також для практичного застосування в енергетичній і будівельній галузях.

Отже, модель Томсена — це потужний інструмент у сучасній сейсміці, який дозволяє ефективно описати слабку анізотропію в осадових породах, що мають поперечно-ізотропну або ортотропну симетрії. Її перевага — простота, фізична інтерпретація параметрів і зручність використання в чисельних алгоритмах. Для складніших середовищ, які мають більш анізотропні властивості, потрібні розширені моделі, проте основи, закладені Томсеном, залишаються фундаментальними для розуміння поведінки сейсмічних хвиль у неоднорідному середовищі.

3. ОБҐРУНТУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ГЛИНИСТОГО ВАПНЯКУ

Для розрахунку параметрів Томсена в даній роботі використовуються дві математичні моделі глинистого вапняку, які характеризують складно побудовані карбонатні породи-колектори Волино-Подільської нафтогазоносною області, і розроблені у роботах (*Безродна, 2010; Безродна та ін., 2010; Безродна та ін., 2017*). В цих попередніх дослідженнях основною метою математичного моделювання є дослідження зміни щільності, пружних постійних моделей, коефіцієнта і параметрів анізотропії, компонентів акустичного тензора в залежності від характеру насичення і типу глинистості. Практичним обґрунтуванням математичних моделей послужили результати мінералого-петрографічних та петрофізичних досліджень 46 зразків глинистих вапняків, відібраних із пластів девонського віку свердловин, розташованих на території Волино-Поділля.

В результаті петрографічних досліджень ряду зразків (вапняки органогенні доломітизовані) встановлено їх мінералогічний склад і узагальнено характеристики пустотного простору. Структура порід – органогенно-детритова, на ділянках і по тріщинах перекристалізації – дрібно- і середньокристалічна, проявляються стилітові шви, заповнені темно-сірою масою глинистої речовини. Мінеральний склад – кальцит і доломіт (до 97 %), глини (монтморилоніт, іліт, каолініт) – 1-5%, спостерігається пірит – поодинокі зерна. Пористість таких порід не перевищує 15 %, присутні великі каверни вилуговування (до 1 см в діаметрі) – до 10% (*Павлов, 2010*).

При аналізі пустотного простору колекції зразків встановлено односпрямовану тріщинуватість і кавернозність, що характеризують вторинні зміни, пов'язані з вертикальними деформаціями. Пустоти первинного седиментаційного походження також орієнтовані перпендикулярно осі свердловини. Загальна пористість вапняків змінюється від 8 до 15 %, в середньому становить 12%, що і прийнято авторами при моделюванні.

Відповідно до петрофізичних і петрографічних властивостей карбонатних порід Волино-поділля авторами цих робіт розроблено моделі, що описують акустичні та пружні властивості порід з глинистими включеннями та різним флюїдонасиченням, що є основою для подальших розрахунків параметрів анізотропії, зокрема для моделювання параметрів Томсена (*Продайвода та ін., 2009; Prodayvoda et al. 2010*).

У роботах розглядаються дві основні математичні моделі глинистого вапняку, які використовуються для розрахунку параметрів Томсена.

Класифікація математичних моделей (табл. 3.1) створена на основі кальцитової матриці, включень у вигляді глин трьох різних типів та пустот різних типів і різного флюїдонасичення:

- водонасичені (в),
- газонасичені (г),
- нафтонасичені (о).

Моделювалося вплив глинистих включень для кожного випадку флюїдонасичення. Включення глин представлені трьома типами:

- іліт (і),
- каолінит (к),
- монтмориллоніт (м).

Усі мінеральні включення в породах розташовані в площині X_1X_2 , крім глин, які поширені в моделі № 1 хаотично.

Формати пустот і їх концентрація в моделях порід обґрунтовані попередніми дослідженнями авторів і прийняті:

- для тріщин – $\alpha = 0,005$ (концентрація - 2%),
- для пор – $\alpha = 0,9$ (концентрація – 10% для моделі ІГТ і 5% – для моделі ІДГТК),
- для каверн – $\alpha = 2010$ (концентрація - 5% для моделі ІДГТК) (*Безродна та ін., 2010*).

Вибір цих моделей обґрунтовано їх здатністю адекватно відобразити вплив глинистих включень, пористості та флюїдонасичення на акустичні та пружні властивості порід. Моделі, запропоновані авторами (*Безродна та ін., 2010*), були обрані як основа для подальших розрахунків параметрів Томсена, оскільки вони дозволяють враховувати структурні зміни в породах при різних умовах флюїдонасичення та різних типах глини.

Таблиця 3.1 – Параметри математичних моделей карбонатних порід-колекторів.

Модель		№9 “Вапняк гранулярно-тріщинуватий” (ВГТ)			№10 “Вапняк доломітизований гранулярно-тріщинно-кавернозний” (ВДГТК)		
		Формат включень	Концентрація включен, %	Орієнтація включень	Формат включень	Концентрація включен, %	Орієнтація включень
Пустотний простір	Тріщини	0,005	2	в площині X_1X_2	0,005	2	в площині X_1X_2
	Пори	0,9	10	в площині X_1X_2	0,9	5	
	Каверни	-	-		2010	5	
Мінеральні включення	Глини	0,7	1÷6	хаотично	0,7	1÷5	
	Доломіт	-	-		0,7	30	

В результаті обґрунтовано і побудовано 18 математичних моделей, які характеризують ці породи з точки зору впливу флюїдонасичення та глинистості.

Модель 1: Гранулярно-тріщинний глинистий вапняк (табл. 3.2).

Модель 1 описує глинистий вапняк, що має гранулярно-тріщинну структуру, типову для багатьох родовищ карбонатних порід. Ця модель включає три основні типи глин: іліт, каолінит та монтмориллоніт, кожен з яких має різні фізичні та структурні характеристики, що впливають на акустичні та пружні властивості породи. Моделюються також різні типи флюїдонасичення: вода, газ та нафта, що дозволяє досліджувати, як зміни у типі флюїдонасичення впливають на швидкість хвиль та анізотропію породи.

Таблиця 3.2 – Класифікація моделі 1 – Вапняк гранулярно-тріщинний глинистий

№ моделі	Назва моделі	Тип глини	Насичення
1.1	ВГТГів	Іліт	Мінералізована вода
1.2	ВГТГіг		Газ
1.3	ВГТГін		Нафта
1.4	ВГТГкв	Каолінит	Мінералізована вода
1.5	ВГТГкг		Газ
1.6	ВГТГкн		Нафта
1.7	ВГТГмв	Монтморілоніт	Мінералізована вода
1.8	ВГТГмг		Газ
1.9	ВГТГмн		Нафта

Важливою характеристикою цієї моделі є те, що вона враховує вплив тріщин, які орієнтовані в основному в площині X_1X_2 . Це має значний вплив на акустичні та пружні властивості вапняку, оскільки орієнтація тріщин змінює шляхи поширення хвиль і їх швидкість. У моделі передбачено зміну концентрації

глинистих включень — від 1% до 6%, що дозволяє оцінити вплив зміни концентрації глин на акустичні та пружні характеристики породи.

Модель 2: Долітовий гранулярно-тріщинно-кавернозний глинистий вапняк

Модель 2 (табл 3.3.) описує глинистий вапняк з додатковими кавернами, що є характерними для доломітових порід. Ці каверни надають пористій структурі складнішу геометрію, що значно змінює її акустичні та пружні властивості у порівнянні з моделлю 1. Модель 2 включає також три типи глин: іліт, каолінит і монтморілоніт, а також різні типи флюїдонасичення (вода, газ, нафта), що дає змогу дослідити вплив цих факторів на параметри анізотропії та акустичні властивості породи.

Таблиця 3.3 – Класифікація моделі 2 – Вапняк доломітовий гранулярно-тріщинний кавернозний

№ моделі	Назва моделі	Тип глини	Насичення
2.1	ВДГТКів	Іліт	Мінералізована вода
2.2	ВДГТКіг		Газ
2.3	ВДГТКін		Нафта
2.4	ВДГТКмв	Каолініт	Мінералізована вода
2.5	ВДГТКмв		Газ
2.6	ВДГТКмн		Нафта
2.7	ВДГТКмв	Монтморілоніт	Мінералізована вода
2.8	ВДГТКмг		Газ
2.9	ВДГТКмн		Нафта

Окрім тріщин, які мають орієнтацію в площині X_1X_2 , Модель 2 враховує додаткові порожнини у вигляді каверн, які мають великий діаметр і значно змінюють фізичні характеристики породи. Оскільки каверни можуть впливати на швидкість

хвиль та на параметри анізотропії, Модель 2 дає змогу більш точно моделювати поведінку порід з додатковими поровими структурами, що важливо для геофізичних досліджень та розвідки родовищ.

Таким чином, моделі передбачають численні припущення щодо типів включень, їх концентрації та флюїдонасичення, що дозволяє оцінити зміни акустичних і пружних властивостей порід під різними умовами. Врахування всіх цих факторів дає можливість більш точно моделювати поведінку глинистих вапняків в реальних геологічних умовах, що необхідно для подальших розрахунків параметрів Томсена.

Для кожної з обраних моделей — Модель 1 (Гранулярно-тріщинний глинистий вапняк) та Модель 2 (Доломітовий гранулярно-тріщинно-кавернозний глинистий вапняк) — авторами в попередніх дослідженнях (Безродна, 2010; Безродна та ін., 2010; Безродна та ін., 2017) визначено пружні постійні (табл. 3.4 - 3.13), на основі яких мною проведено математичне моделювання параметрів анізотропії Томсена.

Таблиця 3.4 – Ефективні пружні постійні моделі 1.1

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %					
	1	2	3	4	5	6
C_{11}	57,82	58,39	59,11	59,62	60,14	60,65
C_{22}	41,58	42,06	42,68	43,15	44,18	45,21
C_{33}	48,00	48,25	48,56	48,79	49,18	49,56
C_{44}	13,00	13,07	13,13	13,16	13,52	13,78
C_{55}	13,13	13,33	13,57	13,74	13,79	13,84
C_{66}	19,84	20,05	20,30	20,47	20,43	20,40
C_{12}	17,12	17,20	17,31	17,40	17,70	18,00
C_{13}	14,56	14,49	14,39	14,30	13,79	13,28

C_{23}	18,57	18,47	18,31	18,18	17,47	16,77
ρ	2,517	2,518	2,519	2,5199	2,522	2,5245

Таблиця 3.5 – Ефективні пружні постійні моделі 1.2

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %					
	1	2	3	4	5	6
C_{11}	31,65	32,09	32,61	32,97	29,29	31,13
C_{22}	24,13	24,59	25,17	25,60	23,62	25,78
C_{33}	27,08	27,48	27,97	28,29	25,15	26,88
C_{44}	13,01	13,07	13,13	13,16	12,23	12,45
C_{55}	13,13	13,33	13,57	13,74	12,94	13,83
C_{66}	16,07	16,28	16,54	16,71	15,00	15,96
C_{12}	-4,85	-4,64	-4,39	-4,21	-5,72	-4,82
C_{13}	-1,03	-1,09	-1,19	-1,28	-2,34	-2,73
C_{23}	3,96	3,82	3,61	3,43	1,77	1,01
ρ	2,409	2,41	2,41	2,411	2,412	2,416

Таблиця 3.6 – Ефективні пружні постійні моделі 1.3

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %				
	1	2	3	4	5
C_{11}	54,02	54,62	55,20	55,70	53,88
C_{22}	38,97	39,49	40,01	40,49	39,77
C_{33}	45,45	45,73	46,00	46,24	45,77
C_{44}	13,02	13,08	13,13	13,16	12,19
C_{55}	13,15	13,37	13,57	13,74	12,85
C_{66}	19,62	19,84	20,04	20,22	19,12

C_{12}	13,89	13,99	14,09	14,19	14,20
C_{13}	11,95	11,87	11,77	11,69	11,04
C_{23}	1,26	16,13	15,98	15,84	14,99
ρ	2,4996	2,5005	2,5014	2,5023	2,5031

Таблиця 3.7 – Ефективні пружні постійні моделі 1.4

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %					
	1	2	3	4	5	6
C_{11}	57,42	57,58	57,77	57,87	57,27	57,62
C_{22}	41,11	41,09	41,07	41,04	40,66	39,46
C_{33}	47,45	47,14	46,73	46,42	45,94	44,64
C_{44}	12,92	12,90	12,86	12,80	12,42	12,05
C_{55}	12,97	13,01	13,03	13,03	12,68	12,56
C_{66}	19,76	19,86	19,99	20,06	19,71	19,89
C_{12}	16,82	16,59	16,31	16,10	15,92	14,52
C_{13}	14,35	14,06	13,67	13,37	12,92	11,70
C_{23}	18,40	18,12	17,73	17,42	16,92	15,86
ρ	2,514	2,513	2,5109	2,509	2,507	2,5

Таблиця 3.8 – Ефективні пружні постійні моделі 1.5

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %					
	1	2	3	4	5	6
C_{11}	31,18	31,13	31,00	30,84	29,29	27,44
C_{22}	23,70	23,72	23,72	23,68	22,84	21,73
C_{33}	26,53	26,37	26,11	25,87	24,42	22,51
C_{44}	12,92	12,90	12,85	12,80	12,42	12,05

C_{55}	12,97	13,00	13,02	13,02	12,68	12,55
C_{66}	15,91	15,97	16,00	16,00	15,31	14,77
C_{12}	-5,26	-5,45	-5,73	-5,95	-6,75	-8,52
C_{13}	-1,26	-1,56	-1,96	-2,28	-2,88	-4,38
C_{23}	3,68	3,27	2,68	2,23	1,30	-0,97
ρ	2,406	2,405	2,403	2,401	2,399	2,392

Таблиця 3.9 – Ефективні пружні постійні моделі 1.6

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %				
	1	2	3	4	5
C_{11}	53,54	53,70	53,82	53,88	53,18
C_{22}	38,44	38,42	38,39	38,36	37,92
C_{33}	44,88	44,54	44,22	43,93	43,42
C_{44}	12,92	12,90	12,85	12,80	12,42
C_{55}	12,97	13,01	13,03	13,03	12,68
C_{66}	19,51	19,63	19,73	19,80	19,45
C_{12}	13,57	13,30	13,05	12,83	12,59
C_{13}	11,73	11,37	11,02	10,70	10,20
C_{23}	16,07	15,70	15,32	14,97	14,38

Таблиця 3.10 – Ефективні пружні постійні моделі 1.7

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %					
	1	2	3	4	5	6
C_{11}	57,84	58,41	58,29	58,26	58,14	61,12
C_{22}	41,69	42,25	42,60	42,90	43,16	45,86
C_{33}	48,21	48,65	49,02	49,29	49,56	52,10

C_{44}	13,01	13,07	12,73	12,52	12,25	12,64
C_{55}	13,10	13,25	13,02	12,90	12,72	13,51
C_{66}	19,82	19,98	19,68	19,51	19,26	20,18
C_{12}	17,31	17,58	17,96	18,22	18,51	19,69
C_{13}	14,65	14,67	14,49	14,34	14,18	14,45
C_{23}	18,66	18,64	18,36	18,14	17,89	18,16
ρ	2,515	2,513	2,511	2,5105	2,509	2,502

Таблиця 3.11 – Ефективні пружні постійні моделі 1.8

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %					
	1	2	3	4	5	6
C_{11}	31,53	31,82	30,45	29,46	28,30	29,45
C_{22}	24,15	24,62	24,16	23,84	23,41	25,43
C_{33}	27,14	27,58	26,65	25,90	25,00	26,96
C_{44}	13,01	13,07	12,72	12,51	12,25	12,63
C_{55}	13,09	13,25	13,02	12,89	12,71	13,50
C_{66}	16,04	16,20	15,61	15,19	14,66	15,47
C_{12}	-4,67	-4,30	-4,59	-4,82	-5,07	-3,78
C_{13}	-0,98	-1,00	-1,48	-1,82	-2,15	-2,37
C_{23}	4,00	3,88	3,08	2,51	1,90	1,39
ρ	2,407	2,407	2,403	2,402	2,401	2,394

Таблиця 3.12 – Ефективні пружні постійні моделі 1.9

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %				
	1	2	3	4	5
C_{11}	54,02	54,62	54,29	54,18	53,97

C ₂₂	39,08	39,70	39,86	40,11	40,31
C ₃₃	45,65	46,14	46,35	46,57	46,79
C ₄₄	13,02	13,08	12,73	12,52	12,25
C ₅₅	13,11	13,28	13,02	12,90	12,71
C ₆₆	19,59	19,76	19,43	19,25	19,00
C ₁₂	14,11	14,41	14,68	14,89	15,14
C ₁₃	12,05	12,05	11,82	11,63	11,42
C ₂₃	16,35	16,31	15,96	15,69	15,39
ρ	2,4973	2,4958	2,4942	2,4929	2,4915

Результати математичного моделювання ефективних пружних постійних представлені в таблицях 3.13 – 3.21 (Безродна та ін., 2010).

Таблиця 3.13 – Ефективні пружні постійні моделі 2.1

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %				
	1	2	3	4	5
C ₁₁	74,30	75,04	76,11	76,75	76,69
C ₂₂	54,28	55,46	56,91	58,28	59,21
C ₃₃	55,98	56,27	56,67	56,95	56,92
C ₄₄	19,26	19,18	19,14	19,06	18,65
C ₅₅	19,45	19,61	19,82	20,00	19,82
C ₆₆	25,09	25,26	25,47	25,61	25,42
C ₁₂	18,96	19,20	19,58	19,83	19,97
C ₁₃	17,00	16,92	16,94	16,83	16,46
C ₂₃	18,97	18,95	19,06	19,02	18,67
ρ	2,494	2,495	2,496	2,497	2,498

Таблиця 3.14 – Ефективні пружні постійні моделі 2.2

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глини, %				
	1	2	3	4	5
C_{11}	47,87	48,23	48,98	49,42	49,75
C_{22}	36,94	37,84	38,99	40,02	40,61
C_{33}	38,45	38,68	39,17	39,41	39,58
C_{44}	19,25	19,14	19,13	19,06	19,04
C_{55}	19,44	19,58	19,81	19,99	20,09
C_{66}	22,15	22,26	22,48	22,61	22,70
C_{12}	-0,89	-0,67	-0,56	-0,46	-0,45
C_{13}	0,37	0,23	0,06	-0,15	-0,27
C_{23}	2,27	2,06	1,93	1,71	1,60
ρ	2,494	2,495	2,496	2,497	2,498

Таблиця 3.15 – Ефективні пружні постійні моделі 2.3

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глини, %				
	1	2	3	4	5
C_{11}	70,88	71,21	71,97	73,24	73,21
C_{22}	52,01	52,93	53,92	55,73	56,66
C_{33}	53,81	54,04	54,43	54,89	54,89
C_{44}	19,26	19,17	19,15	19,07	18,80
C_{55}	19,47	19,60	19,75	19,99	19,96
C_{66}	24,90	25,00	25,16	25,41	25,33
C_{12}	16,33	16,46	16,71	17,14	17,21
C_{13}	14,59	14,45	14,48	14,43	14,08
C_{23}	16,58	16,47	16,57	16,61	16,28

ρ	2,469	2,47	2,471	2,472	2,473
--------	-------	------	-------	-------	-------

Таблиця 3.16 – Ефективні пружні постійні моделі 2.4

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %				
	1	2	3	4	5
C_{11}	74,15	74,28	74,55	74,85	75,06
C_{22}	53,87	54,21	54,66	55,11	55,57
C_{33}	55,64	55,37	55,14	55,02	54,68
C_{44}	19,18	19,02	18,88	18,73	18,55
C_{55}	19,18	19,02	18,88	18,73	18,55
C_{66}	25,05	25,09	25,17	25,24	25,30
C_{12}	18,83	18,80	18,82	18,85	18,81
C_{13}	16,89	16,63	16,42	16,21	15,92
C_{23}	18,78	18,46	18,20	17,95	17,59
ρ	2,492	2,49	2,488	2,486	2,484

Таблиця 3.17 – Ефективні пружні постійні моделі 2.5

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %				
	1	2	3	4	5
C_{11}	47,30	47,43	47,18	47,01	47,04
C_{22}	36,30	36,57	36,57	36,75	36,89
C_{33}	37,83	37,64	37,37	36,97	36,84
C_{44}	19,14	19,05	18,91	18,73	18,68
C_{55}	19,15	19,05	18,91	18,73	18,68
C_{66}	22,01	22,08	22,02	22,01	22,04
C_{12}	-1,27	-1,54	-1,65	-1,95	-2,10

C_{13}	0,10	-0,29	-0,54	-1,02	-1,23
C_{23}	1,89	1,40	1,02	0,33	0,07
ρ	2,492	2,49	2,489	2,486	2,486

Таблиця 3.18 – Ефективні пружні постійні моделі 2.6

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глини, %				
	1	2	3	4	5
C_{11}	70,07	70,70	71,09	71,38	71,38
C_{22}	51,18	51,79	52,19	52,76	52,97
C_{33}	53,25	53,24	53,13	52,91	52,72
C_{44}	19,13	19,02	18,95	18,73	18,63
C_{55}	19,13	19,02	18,95	18,73	18,63
C_{66}	24,75	24,89	24,98	25,07	25,09
C_{12}	16,00	16,10	16,16	16,15	16,09
C_{13}	14,33	14,19	14,09	13,73	13,54
C_{23}	16,21	16,04	15,90	15,45	15,21
ρ	2,466	2,465	2,463	2,461	2,46

Таблиця 3.19 – Ефективні пружні постійні моделі 2.7

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глини, %				
	1	2	3	4	5
C_{11}	74,39	75,05	75,42	76,70	76,43
C_{22}	54,52	55,71	56,59	58,57	59,61
C_{33}	56,16	56,73	56,93	57,75	58,02
C_{44}	19,28	19,25	19,23	19,20	18,67
C_{55}	19,44	19,57	19,67	19,86	19,55

C_{66}	25,06	25,17	25,21	25,39	25,05
C_{12}	19,09	19,42	19,65	20,28	20,53
C_{13}	17,04	17,05	17,01	17,07	16,55
C_{23}	19,02	19,12	19,12	19,30	18,79
ρ	2,492	2,491	2,49	2,488	2,486

Таблиця 3.20 – Ефективні пружні постійні моделі 2.8

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %				
	1	2	3	4	5
C_{11}	47,37	47,40	47,08	46,81	46,62
C_{22}	36,82	37,36	37,76	38,20	38,59
C_{33}	38,26	38,49	38,52	38,48	38,49
C_{44}	19,22	19,17	19,06	18,98	18,91
C_{55}	19,22	19,18	19,06	18,98	18,91
C_{66}	22,00	22,02	21,93	21,86	21,83
C_{12}	-1,04	-1,01	-0,99	-1,05	-1,19
C_{13}	0,13	-0,12	-0,43	-0,78	-1,21
C_{23}	1,98	1,68	1,27	0,81	0,29
ρ	2,492	2,491	2,489	2,488	2,486

Таблиця 3.21 – Ефективні пружні постійні моделі 2.9

Пружні постійні і параметри анізотропії	Концентрація глин, %				
	1	2	3	4	5
C_{11}	70,71	70,87	71,56	71,74	72,56
C_{22}	51,87	52,62	53,64	54,40	55,37
C_{33}	54,03	54,29	54,84	55,14	55,63

C ₄₄	19,24	19,14	19,10	18,99	18,94
C ₅₅	19,24	19,15	19,10	18,99	18,94
C ₆₆	24,82	24,83	24,94	24,95	25,08
C ₁₂	16,36	16,54	16,86	17,04	17,39
C ₁₃	14,59	14,43	14,41	14,22	14,18
C ₂₃	16,57	16,41	16,43	16,23	16,20
ρ	2,467	2,465	2,464	2,462	2,461

Таким чином, математичне моделювання, що проведено співробітниками кафедри геофізики, лягло в основу вивчення параметрів анізотропії Томсена моделей глинистих вапняків Волино-Поділля.

Для аналізу параметрів анізотропії Томсена важливо проаналізувати анізотропність моделей вапняків, що використовуються. За даними (Безродна та ін., 2010) значення диференціального коефіцієнта акустичної анізотропії A_{μ} (табл. 3.22), визначеного в результаті математичного моделювання, для різновидів моделі вапняку гранулярно-тріщинного коливається в межах $4,38 \div 6,71$ % в газонасиченому колекторі, а в водонасиченому становить $9,1 \div 12,1$ %, для нафтонасиченої моделі значення цього коефіцієнту становить $8,6 \div 10,2$ %, а для вапняку доломітового гранулярно-тріщинно-кавернозного відповідно: при насиченні газом – $5,75 \div 7,18$, при водонасиченні – $9,71 \div 1,78$, при нафтонасиченні – $9,45 \div 10,5$. Таким чином, найменша анізотропія спостерігалася в газонасиченому колекторі, а найбільша – в водонасиченому, при чому в цілому для вапняку більш складного типу пустотного простору анізотропія скрізь більша в середньому на 13 %.

Що стосується типів глин, то при дослідженнях встановлено (Безродна, 2010; Безродна та ін., 2010; Безродна та ін., 2017), що в залежності від їх концентрації величина A_d змінюється наступним чином. В моделях, де глинисті включення - іліт та каолінит, значення A_d поступово збільшуються із збільшенням

концентрації глин, а зменшення A_d із збільшенням концентрації глин спостерігається у моделях, до складу яких входить монтморилоніт.

Таблиця 3.22 – Аналіз розрахунків коефіцієнту диференціальної анізотропії при зміні вмісту глин для моделей 1 і 2 (Безродна та ін., 2010).

Модель	Тип глини	Насичення	Коефіцієнт диференціальної анізотропії при зміні концентрації глин					
			1	2	3	4	5	6
1.1	Іліт	вода	9,71	9,82	9,96	10,06	10,13	10,19
1.2		Газ	6,45	6,48	6,53	6,56	6,34	6,12
1.3		Нафта	9,30	9,41	9,52	9,61	9,22	
1.4	Каолініт	вода	9,84	10,08	10,41	10,63	10,72	12,07
1.5		Газ	6,49	6,56	6,65	6,71	6,54	6,61
1.6		Нафта	9,40	9,67	9,92	10,13	10,19	
1.7	Монтмо-рілоніт	вода	9,60	9,60	9,42	9,29	9,13	9,15
1.8		Газ	6,29	6,16	5,72	5,38	5,02	4,38
1.9		Нафта	9,17	9,16	8,96	8,81	8,63	
2.1	Іліт	вода	10,11	10,19	10,32	10,35	10,36	
2.2		Газ	6,78	6,78	6,84	6,86	6,91	
2.3		Нафта	9,79	9,75	9,96	10,00	9,96	
2.4	Каолініт	вода	10,24	10,39	10,58	10,75	10,98	
2.5		Газ	6,83	6,97	6,99	7,11	7,18	
2.6		Нафта	9,78	10,01	10,19	10,41	10,50	
2.7	Монтмо-рілоніт	вода	10,03	9,95	9,91	9,90	9,71	
2.8		Газ	6,54	6,36	6,11	5,90	5,75	
2.9		Нафта	9,64	9,52	9,48	9,47	9,45	

Таким чином, жодна з наведених моделей не є малоанізотропною ($A_d < 5\%$), майже всі моделі – середньоанізотропні, а деякі мають значення A_d близько 10 %. Таким чином, використання формул Томсена для поперечно-ізотропного середовища є недоцільним для середньоанізотропних порід, а для високоанізотропних результати математичного моделювання параметрів Томсена можуть мати неприродний характер.

4. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЗМІНИ ПАРАМЕТРІВ ТОМСЕНА ДЛЯ МОДЕЛЕЙ ГЛИНИСТОГО ВАПНЯКУ

У межах даної роботи було здійснено обчислення параметрів анізотропії Томсена: ϵ - еліптичність зміни швидкості хвилі Р залежно від відхилення напрямку від вертикалі; δ -відхилення від еліптичності зміни швидкості Р хвилі; γ -еліптичність зміни швидкості SH хвилі в залежності від відхилення напрямку від вертикалі, для серії моделей, що характеризують глинисті вапняки з різними типами мінеральних включень (іліт, каолінит, монтморилоніт) та різними типами флюїдонасичення (вода, газ, нафта). Моделі розподілено на дві групи: моделі 1.1–1.9, вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий та моделі 2.1–2.9, вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий. Обчислення проводились для поперечно – ізотропного та ортотропного середовищ.

Розрахунки проводилися з метою моделювання зміни параметрів анізотропії Томсена в залежності від:

- типу симетрії пружного середовища (ПІ чи ортотропія),
- концентрації глинистих мінералів у породі,
- типу порового заповнювача (насичення водою, нафтою, газом),
- геометричних характеристик пористості (наявність тріщин, каверн тощо).

Основною метою дослідження є глибокий аналіз того, як мінералогічний склад, тип флюїду, а також тип симетрії пружного середовища впливають на величини та зміну анізотропних параметрів, які безпосередньо пов'язані з поширенням пружних хвиль у породах. Це, в свою чергу, має велике значення для задач сейсмозв'язки, акустичного моделювання та геомеханічного аналізу тріщинуватих колекторів.

Розрахунок параметрів Томсена проводився згідно з класичними визначеннями для поперечно-ізотропного середовища (ϵ , γ , δ), наведеними в розділі 2 роботи.

Для ортотропного середовища відповідно до симетрії, розраховано дев'ять анізотропних параметрів Томсена (ϵ_{13} , ϵ_{23} , ϵ_{12} , γ_{13} , γ_{23} , γ_{12} , δ_{13} , δ_{23} , δ_{12}) згідно з відповідними формулами з розділу 2.

Усі обчислення були виконані в середовищі Microsoft Excel, що дозволило реалізувати автоматизовану структуру для обчислення параметрів Томсена на основі заданих значень компонент тензора пружності C_{ij} , густини та об'ємних концентрацій глинистих мінералів. Крім того, Excel використовувався для побудови графіків залежності параметрів анізотропії від вмісту глини, що дозволило здійснити візуальне порівняння між моделями з різними типами симетрії.

Такий підхід забезпечив цілісне уявлення про зміну анізотропних властивостей залежно від ключових геологічних і флюїдодинамічних чинників. Порівняння поперечно - ізотропних та ортотропних середовищ дає змогу оцінити, наскільки важливо враховувати тип симетрії у моделюванні пружних властивостей гірських порід, особливо для задач, пов'язаних із тріщинуватими і глинисто-детермінованими колекторами.

4.1. Поперечно-ізотропне середовище

Поперечно-ізотропна модель використовується як базовий варіант для порівняння з більш складними симетріями, зокрема ортотропними середовищами.

Поперечно-ізотропне середовище характеризується наявністю однієї осі симетрії, зазвичай вертикальної, при якій фізичні властивості середовища однакові в усіх горизонтальних напрямках і відрізняються від вертикального.

Такий тип симетрії є типовим для гірських порід осадового походження, зокрема шаруватих або тріщинуватих вапняків.

В роботі поперечно-ізотропне середовище розглядається як один з основних типів анізотропії. Для моделей було розраховано три параметри Томсена — ϵ , γ , δ , які описують зміну швидкості хвиль залежно від напрямку. Ці параметри дозволяють оцінити вплив будови середовища на поширення пружних хвиль і застосовуються для аналізу сейсмоакустичних властивостей порід.

Поперечно-ізотропна модель використовується як базовий варіант для порівняння з більш складними симетріями, зокрема ортотропними середовищами, з метою вивчення впливу глинистості, типу флюїду та геометрії пористості на анізотропні властивості вапнякових колекторів.

4.1.1. Модель 1

Вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий.

Для моделі 1.1 **вапняк гранулярно - тріщинуватий глинистий з включеннями іліту, насичений водою** (табл. 3.1) параметр ϵ змінюється від 0,102 до 0,112 (рис. 4.1), крива є лінійною на графіку, ϵ повільно зростає із збільшенням концентрації глини, це означає, що анізотропія швидкості по горизонталі стає більш вираженою зі збільшенням кількості іліту.

Параметр γ змінюється від 0,240 до 0,278 (рис. 4.1), γ зростає до концентрації 4% далі спостерігається різке падіння параметру.

Параметр δ змінюється від -0,139 до -0,155 (рис. 4.1), характеризується поступовим зменшенням свого значення зі збільшенням концентрації. Графік має лінійне падіння значення δ .

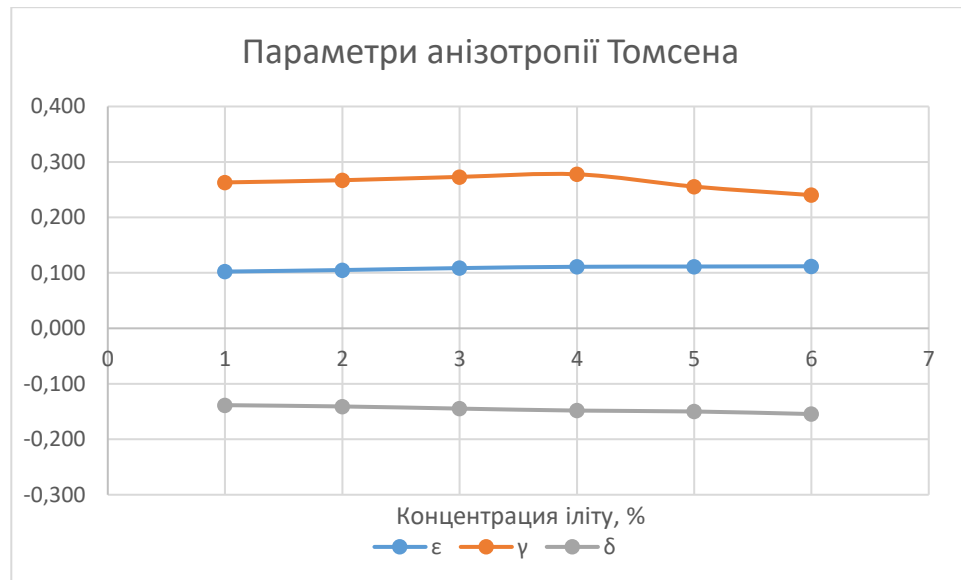


Рисунок 4.1 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.1 в поперечно-ізоτροпному середовищі.

Для моделі 1.2 вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями іліту, насичений газом (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від 0,079 до 0,084 (рис. 4.2), ϵ при насиченні газом знижується зі збільшенням концентрації іліту, але темп зниження ϵ досить повільний. Газове насичення знижує еліптичність зміни швидкості Р-хвиль, що означає меншу анізотропію порівняно з водонасиченими моделями.

Параметр γ змінюється від 0,113 до 0,141 (рис. 4.2), він різко зростає разом із концентрацією глин до 4% і аналогічно до водонасичення зменшується для 5-6%.

Параметр δ змінюється від -0,071 до -0,147 (рис. 4.2), різко зменшується зі збільшенням концентрації іліту. Така зміна параметру свідчить про зниження відхилення від еліптичності в газонасичених моделях.

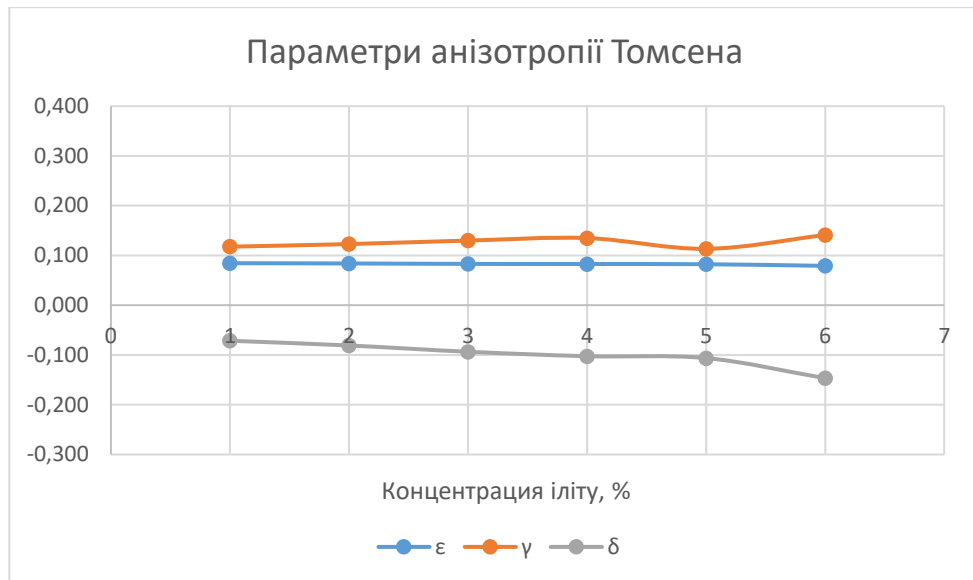


Рисунок 4.2 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.2 в поперечно-ізотропному середовищі.

Для поперечно – ізотропного середовища моделі 1.3 **вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями іліту, насичений нафтою** (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від 0,089 до 0,102 (рис. 4.3), ϵ повільно зростає із концентрацією глини, але при досягненні концентрації 5% спостерігається його спад.

Параметр γ змінюється від 0,253 до 0,284 (рис. 4.3), він характеризується майже лінійним зростанням до концентрації 4% та більш різким підйомом при збільшенні концентрації до 5%.

Параметр δ змінюється від -0,145 до -0,191 (рис. 4.3), характеризується поступовим зменшенням значення зі збільшенням концентрації.

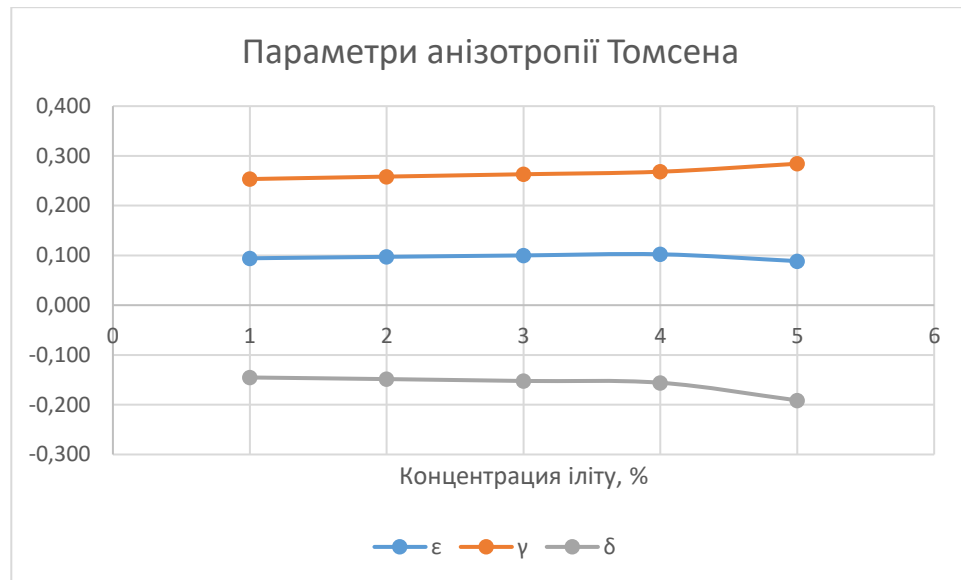


Рисунок 4.3 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.3 в поперечно-ізотропному середовищі.

Для поперечно – ізотропного середовища моделі 1.4 вапняк **гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями каолініту, насичений водою** (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від 0,105 до 0,145 (рис. 4.4), він зростає плавно і майже лінійно. На графіку спостерігається постійне підвищення без різких стрибків, що свідчить про поступове зростання еліптичності зі збільшенням концентрації каолініту. Це означає, що анізотропія швидкості Р-хвиль збільшується в середовищі з каолінітом, насиченим водою. Вода підвищує еліптичність змін, оскільки сприяє більш вираженому ефекту анізотропії при вертикальному і горизонтальному розповсюдженні хвиль.

Параметр γ змінюється від 0,265 до 0,325 (рис. 4.4), що показує підвищення чутливості швидкості SH-хвилі до напрямку. Крива нелінійна, з прискореним зростанням після концентрації 4%, що вказує на значну зміну швидкості SH-хвилі внаслідок збільшення концентрації каолініту. Параметр γ вказує на посилення анізотропії в напрямку поперечних хвиль.

Параметр δ змінюється від -0,137 до -0,171 (рис. 4.4), зменшується плавно, але ближче до концентрації 5–6% спостерігається прискорений його

спад. Це свідчить про зменшення відхилення від еліптичності, що означає більш однорідний характер змін швидкості Р-хвиль при великих концентраціях каолініту.

У порівнянні моделі 1.5 (газ) і 1.6 (нафта) мають менші значення ϵ і γ , що вказує на меншу анізотропію в порівнянні з водонасиченими моделями. Моделі 1.1 (іліт, вода) і 1.7 (монтморилоніт, вода) показують менше зростання ϵ і γ , вказуючи на меншу анізотропію порівняно з каолінітом.

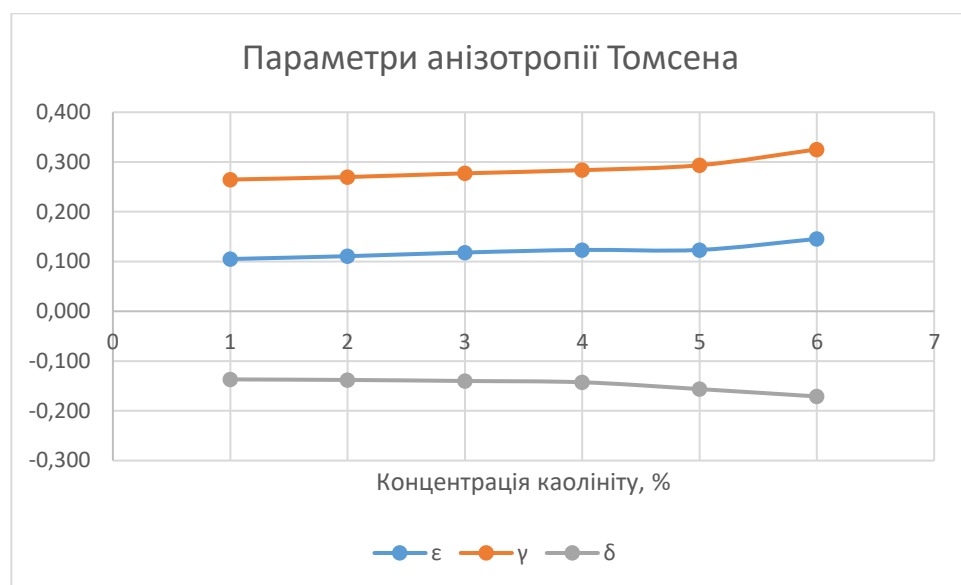


Рисунок 4.4 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.4 в поперечно-ізотропному середовищі.

Для моделі 1.5 вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями каолініту, насичений газом (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від 0,088 до 0,110 (рис. 4.5) та характеризується плавним зростанням. Крива його розподілу не має різких змін, що вказує на поступове збільшення еліптичності швидкості Р-хвиль при газонасиченні. Насиченість газом зменшує анізотропію в порівнянні з водонасиченими середовищами, знижуючи чутливість змін швидкості Р-хвиль до напрямку.

Параметр γ змінюється від 0,113 до 0,125 (рис. 4.5), що є меншим значенням, ніж у водонасиченому середовищі (модель 1.4). Крива на графіку майже горизонтальна, що свідчить про меншу зміну швидкості SH-хвиль.

Параметр δ змінюється від -0,068 до -0,107 (рис. 4.5). Значення параметра повільно зменшуються, показуючи плавне падіння, що вказує на зменшення відхилення від еліптичності порівняно з водонасиченими моделями.

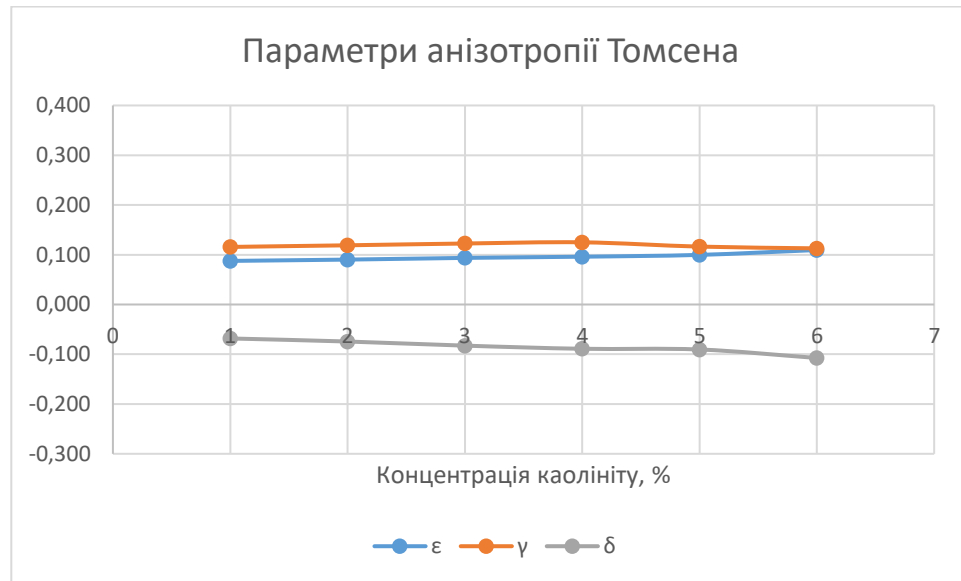


Рисунок 4.5 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.5 в поперечно-ізоτροпному середовищі.

В моделі 1.5 ϵ і γ менші, ніж у водонасиченій моделі 1.4, що свідчить про менш виражену анізотропію у газонасичених середовищах. В порівнянні з моделлю 1.6. (каолініт, нафта) 1.5. показує аналогічні значення ϵ і більші γ , що вказує на більшу зміну швидкості SH-хвиль у газонасиченому середовищі в порівнянні з нафтонасиченим.

Для моделі 1.6 вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями каолініту, насичений нафтою (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від 0,096 до 0,112 (рис. 4.6), характеризується плавним зростанням, що підтверджує меншу еліптичність в порівнянні з водонасиченими моделями та вказує на менше зростання швидкості P-хвиль.

Параметр γ змінюється від 0,255 до 0,283 (рис. 4.6), що є вищим значенням порівняно з моделями газонасичених середовищ, але меншим, ніж в моделях водонасичених. Він показує, що нафтонасичення сприяє більш вираженій зміні SH-хвиль, хоча і не настільки сильно, як у водонасичених середовищах.

Параметр δ змінюється від -0,144 до -0,167 (рис. 4.6), що подібно до моделі 1.3 (нафта, іліт). Це свідчить про поступове зменшення відхилення від еліптичності, що підтверджує вплив нафтонасичення на зменшення анізотропії.

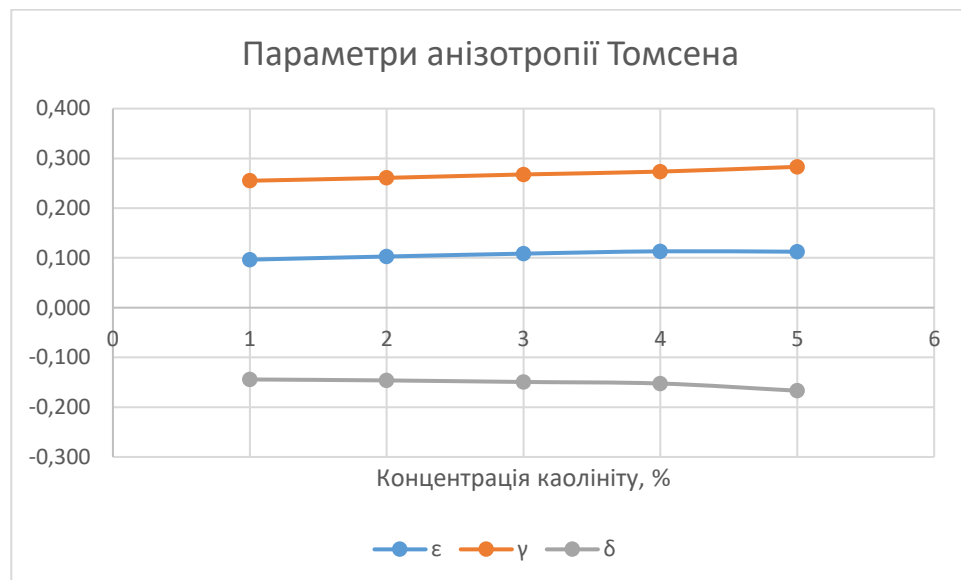


Рисунок 4.6 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.6 в поперечно-ізотропному середовищі.

Для моделі 1.7 вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями монтморілоніту, насичений водою (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від 0,087 до 0,1 (рис. 4.7), і це менше, ніж у моделях з каолінітом та ілітом, вказуючи на меншу еліптичність зміни швидкості Р-хвиль. Це означає меншу анізотропію в порівнянні з включеннями інших глинистих матеріалів.

Параметр γ змінюється від 0,262 до 0,298 (рис. 4.7), характеризується вищими значеннями, ніж у газонасичених моделях, але меншими у порівнянні

з каолінітом. Отже, середовище з монтморилонітом має помітну зміну швидкості SH-хвиль, але не настільки високу, як у водонасичених моделях каолініту.

Параметр δ змінюється від $-0,14$ до $-0,2$ (рис. 4.7), що показує більше відхилення від еліптичності в порівнянні з іншими моделями. Це свідчить про збільшення анізотропності в порівнянні з моделями з ілітом або каолінітом.

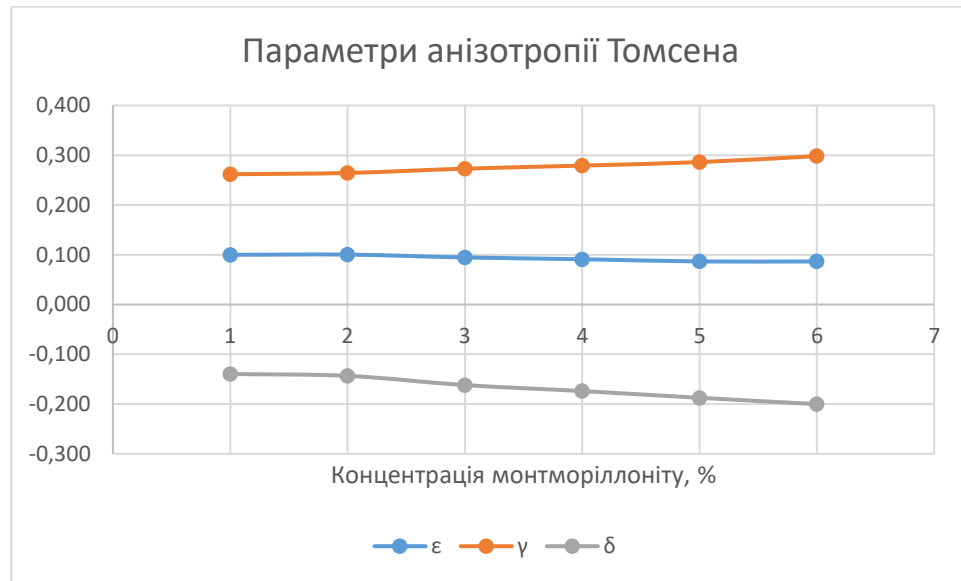


Рисунок 4.7 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.7 в поперечно-ізоотропному середовищі.

Для моделі 1.8 вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями монтморілоніту, насичений газом (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від $0,046$ до $0,081$ (рис. 4.8), що є найнижчим значенням серед усіх моделей, вказуючи на найменшу еліптичність. Наявність монтморилоніту у газонасиченому середовищі дає найменшу анізотропію серед усіх моделей.

Параметр γ змінюється від $0,098$ до $0,12$ (рис. 4.8), що є найменшим значенням серед усіх моделей. Це вказує на меншу зміну швидкості SH-хвиль в порівнянні з іншими моделями. Тобто, що газонасичення монтморилонітом зменшує чутливість SH-хвиль до напрямку.

Параметр δ змінюється від $-0,072$ до $-0,13$ (рис. 4.8), що є меншим відхиленням порівняно з іншими моделями. Це вказує на меншу нестійкість швидкості Р-хвиль в газонасиченому середовищі.

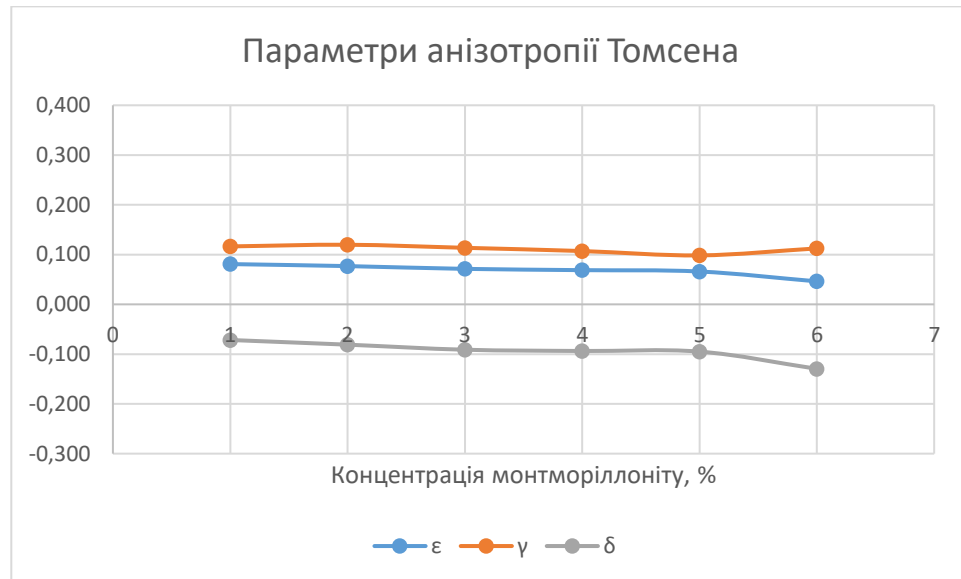


Рисунок 4.8 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.8 в поперечно-ізоτροпному середовищі.

Для моделі 1.9 вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями монтморілоніту, насичений нафтою (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від $0,077$ до $0,092$ (рис. 4.9), що є більшим, ніж у газонасиченій моделі 1.8, проте меншим порівняно з моделями 1.4 та 1.5. Це вказує на те, що нафтонасичення в монтморілонітових породах підвищує еліптичність змін швидкості Р-хвиль, хоча й не настільки сильно, як у водонасичених середовищах.

Параметр γ змінюється від $0,252$ до $0,276$ (рис. 4.9), що вказує на помітну зміну швидкості SH-хвилі, але менше, ніж у водонасичених моделях з каолінітом. Це підтверджує, що нафтонасичення сприяє більш вираженій зміні швидкості SH-хвиль, хоча й не настільки сильно, як у водонасичених середовищах.

Параметр δ змінюється від -0,146 до -0,196 (рис. 4.9), що вказує на глибше відхилення від еліптичності, ніж у газонасиченому середовищі. Параметр δ підтверджує меншу анізотропію в нафтонасичених моделях в порівнянні з водонасиченими.

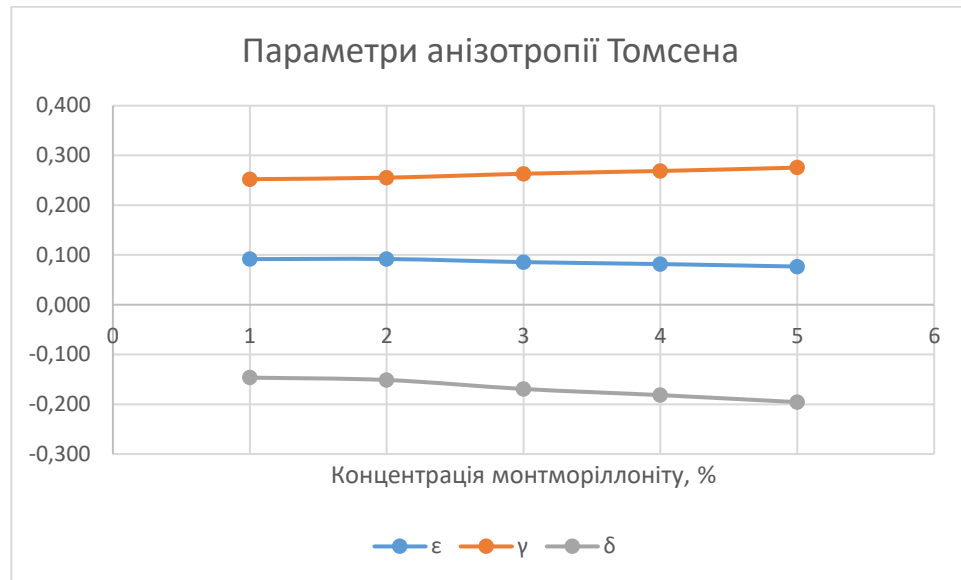


Рисунок 4.9 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.9 в поперечно-ізотропному середовищі.

Висновок. Результати дослідження параметрів Томпсена для моделі вапняку гранулярно-тріщинуватого у поперечно-ізотропному середовищі показали, що тип глинистої породи у включеннях та умови насичення (вода, газ, нафта) мають значний вплив на анізотропні характеристики середовища. Усі параметри (ϵ , γ , δ) демонструють різні тренди залежно від цих умов. Зокрема, наявність каолініту в водонасиченій моделі (1.4) викликає найвищі значення ϵ та γ , що вказує на найбільшу анізотропію як для швидкості Р-хвиль, так і для швидкості SH-хвиль. Це означає, що в середовищах з каолінітом, особливо при водонасиченні, хвилі зазнають значні зміни в швидкості в залежності від напрямку, що підвищує чутливість до напрямку поширення хвиль.

У свою чергу, іліт в водонасиченій моделі (модель 1.1) показує менші значення ϵ і γ , що свідчить про меншу анізотропію порівняно з каолінітом. Моделі з ілітом демонструють більш стабільну швидкість хвиль, без значних змін при зміні напрямку, що може бути корисно в умовах, де потрібно зберігати певну однорідність розповсюдження хвиль.

Наявність газу в моделях (1.2, 1.5, 1.8) знижує всі параметри, особливо параметру γ , що свідчить про зменшення анізотропії в газонасичених середовищах. Отже, газові включення зменшують чутливість швидкості SH-хвиль до напрямку, створюючи більш однорідне середовище для розповсюдження хвиль. Цей ефект є особливо вираженим для параметра γ , де спостерігається майже плоска крива, що свідчить про мінімальні зміни швидкості SH-хвиль при зміні напрямку.

Нафтонасичення (моделі 1.3, 1.6, 1.9) має проміжний ефект. У моделях з нафтою спостерігається підвищення параметру γ , що показує більшу чутливість SH-хвиль до напрямку поширення хвилі, однак значення ϵ залишаються поміркованими порівняно з водонасиченими середовищами. Крім того, параметр δ у нафтонасичених моделях зменшується поступово, але не так різко, як у водонасичених, що вказує на помірне відхилення від еліптичності зміни швидкості P-хвиль.

У загальному, аналіз усіх моделей показує, що газонасичення порід знижує анізотропію швидкості хвиль, створюючи більш однорідне середовище для поширення хвиль. Нафтонасичення, хоча й не змінює швидкість P-хвиль так сильно, як вода, робить середовище більш чутливим до змін швидкості SH-хвиль, але з менш вираженими ефектами порівняно з водонасиченими моделями. Водночас, монтморилоніт у всіх моделях показує найбільш слабку анізотропію серед глинистих порід, з мінімальними змінами параметрів.

Представлені результати показують, що наявність різних типів глинистих включень та умов насичення має істотний вплив на еліптичність, відхилення від еліптичності та залежність швидкості хвиль від напрямку, що є важливим фактором при моделюванні поведінки хвиль у геологічних середовищах. Ці відмінності можуть бути використані для більш точного аналізу, а також для планування геофізичних досліджень.

4.1.2. Модель 2

Вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий.

Для моделі 2.1. **вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий, включення - іліт, насичений водою** (табл 3.1), параметр ϵ змінюється від 0,164 до 0,174 (рис. 4.10), крива плавно зростає (на 6 %) зі збільшенням концентрації каолініту, вказуючи на поступове збільшення еліптичності зміни швидкості Р-хвиль. Це свідчить про підвищену чутливість швидкості Р-хвиль до напрямку поширення хвилі.

Параметр γ змінюється від 0,151 до 0,182 (рис. 4.10), це вказує на збільшення чутливості SH-хвиль до напрямку з підвищенням концентрації іліту. Тренд (17 %) свідчить про більшу анізотропію для швидкості SH-хвиль з підвищенням глинистої компоненти в водонасичених моделях.

Параметр δ змінюється від -0,008 до -0,053 (рис. 4.10), параметр зменшується на 84 % зі збільшенням концентрації іліту на 5 %. Це помітне падіння, що свідчить про зниження відхилення від еліптичності в газонасичених моделях.

Наявність води в породі збільшує контраст між матрицею та включеннями, що сприяє підвищеній анізотропії. Підвищення концентрації глини веде до більшої чутливості швидкості хвиль до напрямку.

Для моделі 2.2. вапняк доломітовий гранулярно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями іліту, насичений газом (табл. 3.1) параметр ϵ змінюється на 5 % від 0,122 до 0,128 (рис. 4.11), крива зростає дуже повільно, що свідчить про значно меншу еліптичність у газонасиченій моделі порівняно з водонасиченою. Це вказує на зменшену анізотропію швидкості Р-хвиль при газовому насиченні.

Параметр γ змінюється від 0,075 до 0,096 (рис. 4.11), порівняно з водонасиченою моделлю, зміни є дещо більшими (22 %), що вказує на збільшення чутливості SH-хвиль до напрямку через зменшення контрасту між компонентами породи.

Параметр δ змінюється на 91 %: від -0,004 до -0,043 (рис. 4.11), газове насичення значно збільшує це відхилення.

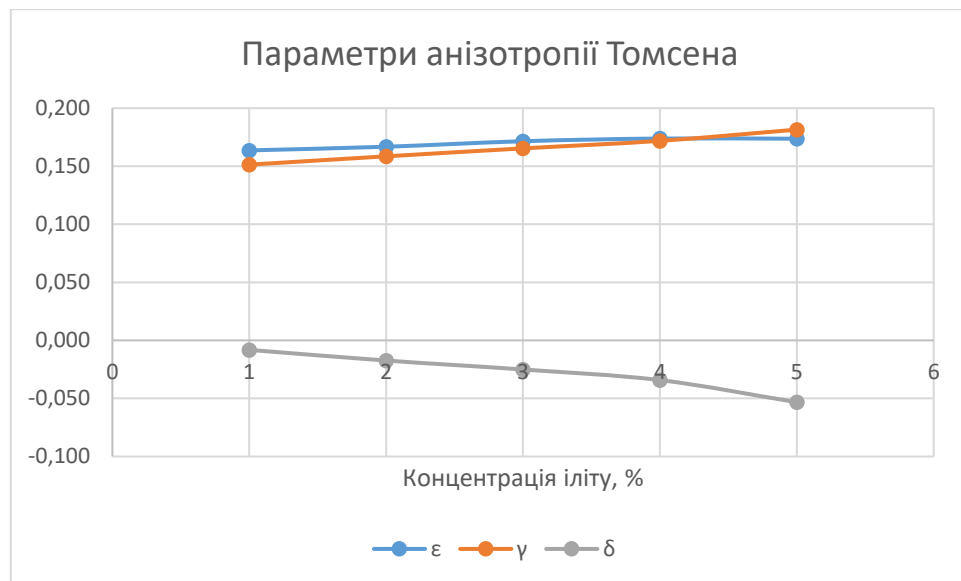


Рисунок 4.10 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.1 в поперечно-ізоотропному середовищі.

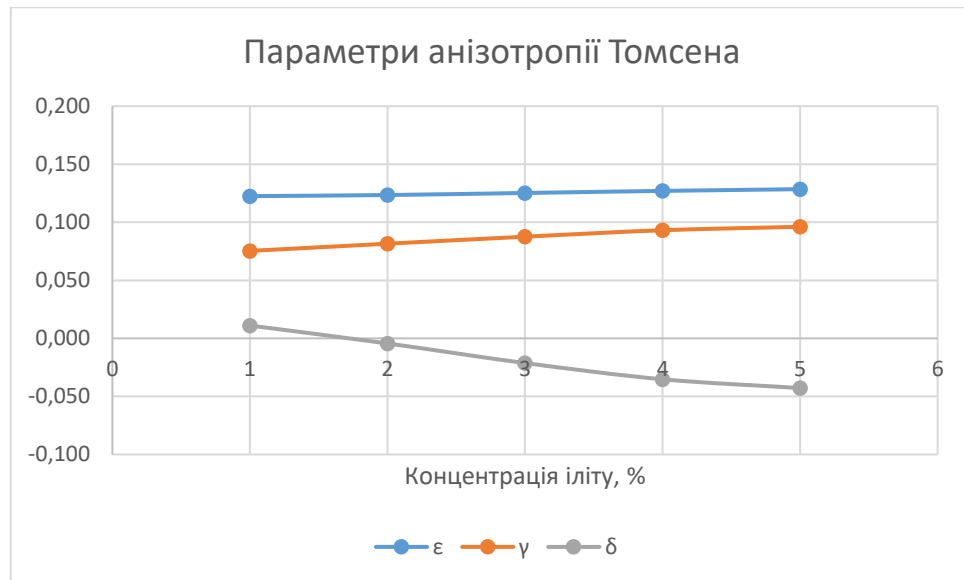


Рисунок 4.11 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.2 в поперечно-ізоотропному середовищі.

Для моделі 2.3. вапняк доломітовий гранулярно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями іліту, насичений нафтою (табл. 3.1.) параметр ϵ змінюється на 5 % від 0,159 до 0,167 (рис. 4.12), показує помірне зростання еліптичності зміни швидкості Р-хвиль. Це вказує на більшу анізотропію порівняно з газовим насиченням, але менше, ніж у водонасиченому середовищі.

Параметр γ змінюється на 16 % від 0,146 до 0,174 (рис. 4.12). Таке зростання показує меншу чутливість SH-хвиль до напрямку порівняно з газонасиченими моделями, але все ще менше, ніж у водонасичених моделях.

Параметр δ змінюється на 76 % від -0,013 до -0,056 (рис. 4.12), падіння є відчутним і свідчить про зменшене відхилення від еліптичності в нафтонасичених моделях порівняно з газонасиченими.

В цілому, нафтонасичення викликає проміжний ефект між газом та водою, збільшуючи чутливість SH-хвиль до напрямку, але в меншій мірі, ніж вода.

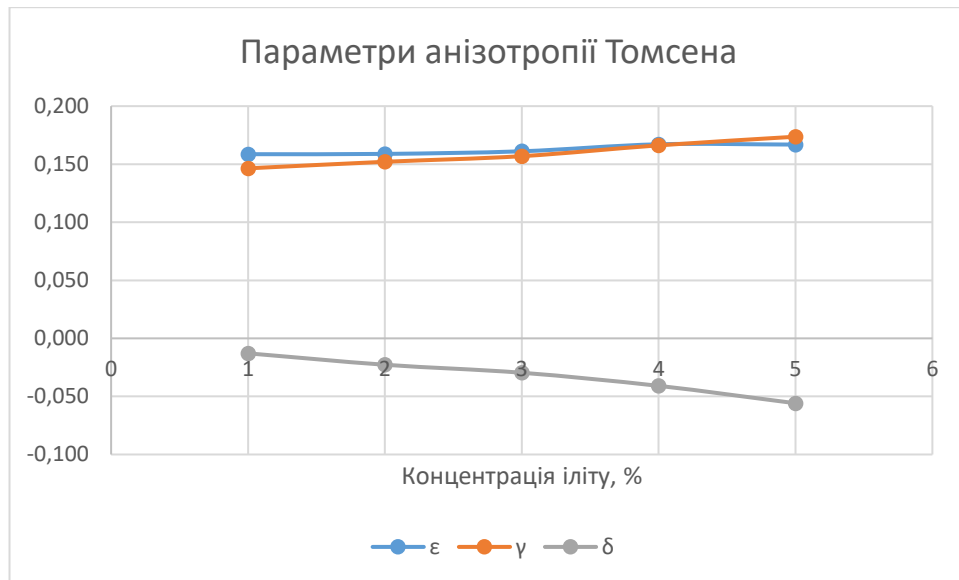


Рисунок 4.12 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.3 в поперечно-ізотропному середовищі.

Для моделі 2.4 вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями каолініту, насичений водою (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється на 11 % від 0,166 до 0,186 (рис. 4.13), що вказує на незначне збільшення еліптичності швидкості Р-хвиль з підвищенням концентрації каолініту. Це вказує на високий рівень анізотропії в порід з каолінітом.

Параметр γ змінюється на 16 % від 0,153 до 0,182 (рис. 4.13), що підтверджує зростання чутливості SH-хвиль до напрямку з підвищенням концентрації каолініту

Параметр δ найменшій порівняно з іншими моделями, змінюється від -0,007 до -0,030 (рис. 4.13), свідчить про помірне зниження відхилення від еліптичності. У водонасиченій моделі цей ефект є помітним, але не екстремальним.

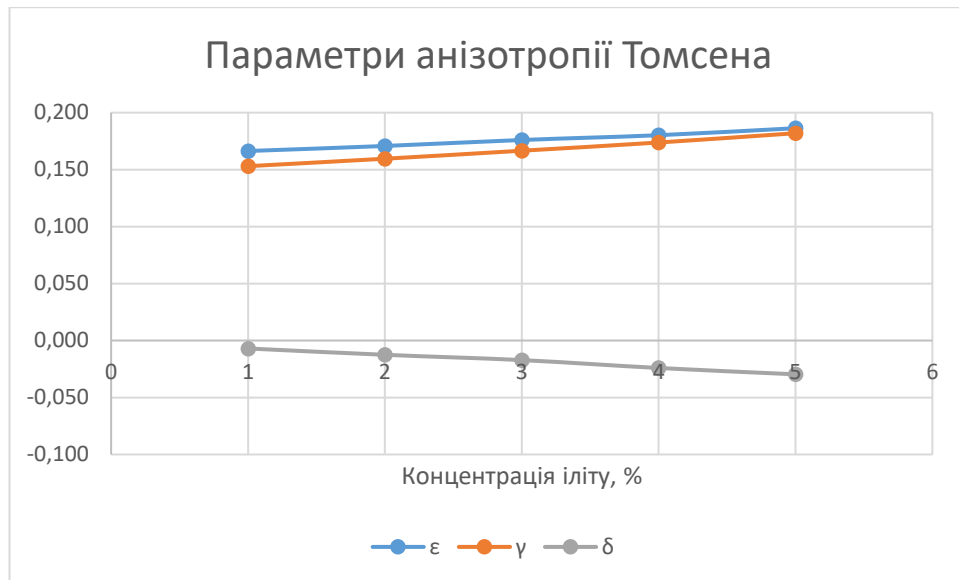


Рисунок 4.13 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.4 в поперечно-ізотропному середовищі.

Для моделі 2.5 вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями каолініту, насичений газом (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від 0,125 до 0,138, параметр γ змінюється від 0,075 до 0,138 (рис. 4.14). Параметри показують помірне зростання еліптичності та анізотропії SH-хвиль, воно є менш виражено, ніж у водонасичених моделях

Параметр δ змінюється від -0,002 до -0,019 (рис. 4.14), це помірне падіння відхилення, що характерно для газонасичених середовищ.

Газ значно знижує анізотропію, зменшуючи чутливість швидкості SH-хвиль та знижуючи відхилення від еліптичності.

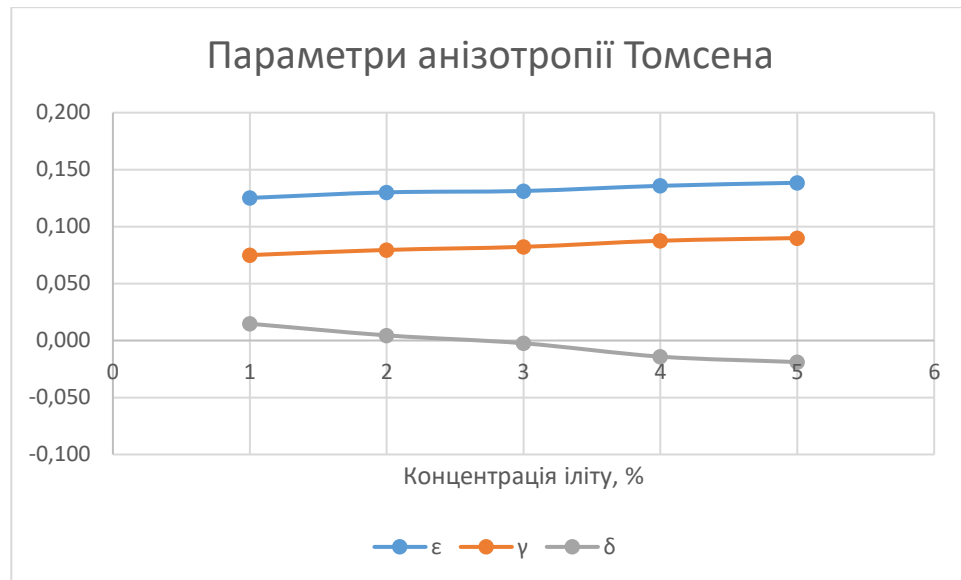


Рисунок 4.14 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.5 в поперечно-ізотропному середовищі.

Для моделі 2.6. вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями каолініту, насичений нафтою (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від 0,158 до 0,177 (рис. 4.15), що вказує на помірне зростання еліптичності, але в межах середнього рівня анізотропії.

Параметр γ змінюється від 0,147 до 0,173 (рис. 4.15), що підтверджує підвищення чутливості SH-хвиль, але в меншій мірі порівняно з водонасиченими моделями.

Параметр δ змінюється від -0,012 до -0,035 (рис. 4.15), що свідчить про поступове зменшення відхилення від еліптичності.

Нафта в моделі сприяє помірному зростанню анізотропії для швидкості SH-хвиль, при цьому зміни швидкості P-хвиль залишаються поміркованими.

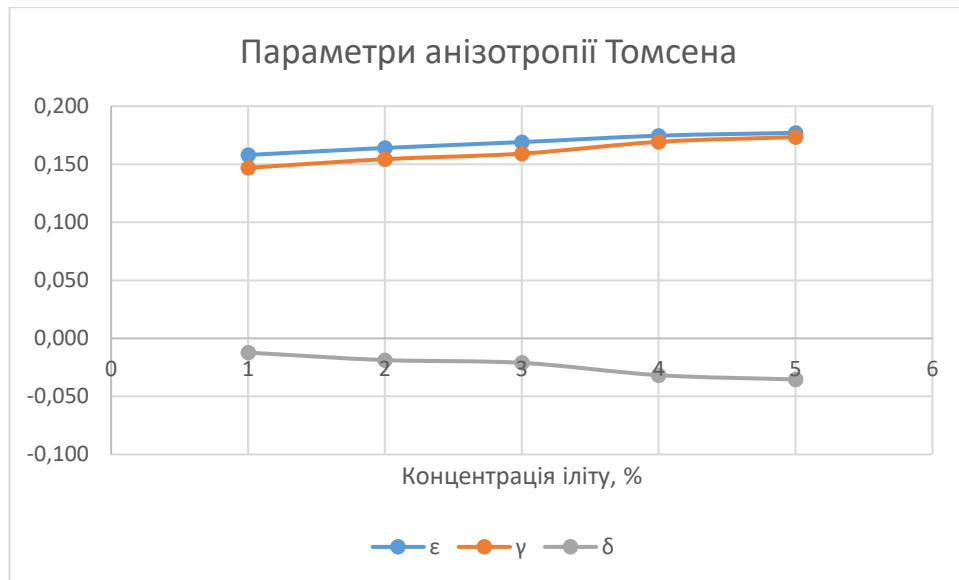


Рисунок 4.15 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.6 в поперечно-ізотропному середовищі.

Для моделі 2.7 вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями монтморілоніту, насичений водою (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від 0,159 до 0,164 (рис. 4.16), параметр майже не змінюється зі зростанням концентрації глин, що свідчить про відсутність значного зростання еліптичності зі збільшенням концентрації глини. Це може бути пов'язано з тим, що монтморилоніт має менш виражений ефект на зміну анізотропії, ніж інші глинисті компоненти, такі як каолініт або іліт.

Параметр γ змінюється від 0,15 до 0,171 (рис. 4.16), що показує збільшення чутливості SH-хвиль до напрямку.

Параметр δ змінюється від -0,01 до -0,067 (рис. 4.16), що вказує на збільшення відхилення від еліптичності, що свідчить про більш виражену анізотропію.

Монтморилоніт у водонасичених моделях демонструє помірне зростання анізотропії, зокрема, для SH-хвиль.

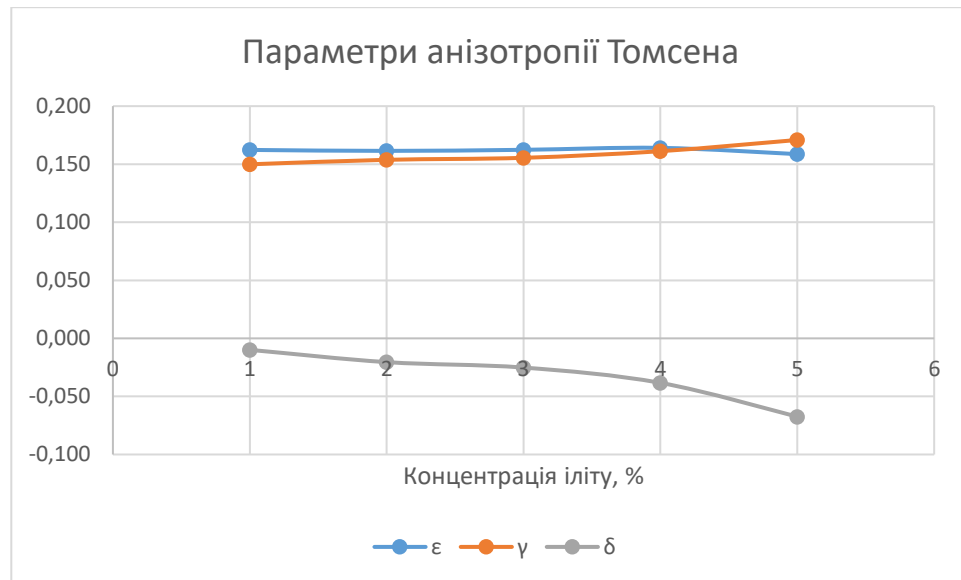


Рисунок 4.16 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.7 в поперечно-ізотропному середовищі.

Для моделі 2.8 вапняк доломітовий гранулярно - тріщинно - кавернозний глинистий з включеннями монтморілоніту, насичений газом (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від 0,106 до 0,119 (рис. 4.17), тут важливо зауважити що його значення падає. Це відрізняється від інших моделей, де ϵ зазвичай зростає зі збільшенням концентрації глини.

Параметр γ змінюється від 0,072 до 0,077 (рис. 4.17), що вказує на мінімальні зміни швидкості SH-хвиль, сприяючи дуже слабкій анізотропії.

Параметр δ змінюється від 0,008 до -0,046 (рис. 4.17), що свідчить про зменшення відхилення від еліптичності у порівнянні з іншими моделями.

Газ у монтморилонітових породах має найменший вплив на анізотропію.

Для моделі 2.9 вапняк доломітовий гранулярно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями монтморілоніту, насичений нафтою (табл. 3.1), параметр ϵ змінюється від 0,151 до 0,154 (рис. 4.18), що є дуже непомітним зниженням, крива ϵ залишається майже горизонтальною.

Параметр γ змінюється від 0,145 до 0,162 (рис. 4.18), що свідчить про помірне зростання чутливості SH-хвиль до напрямку.

Параметр δ змінюється від -0,018 до -0,061 (рис. 4.18), з поступовим зниженням відхилення від еліптичності.

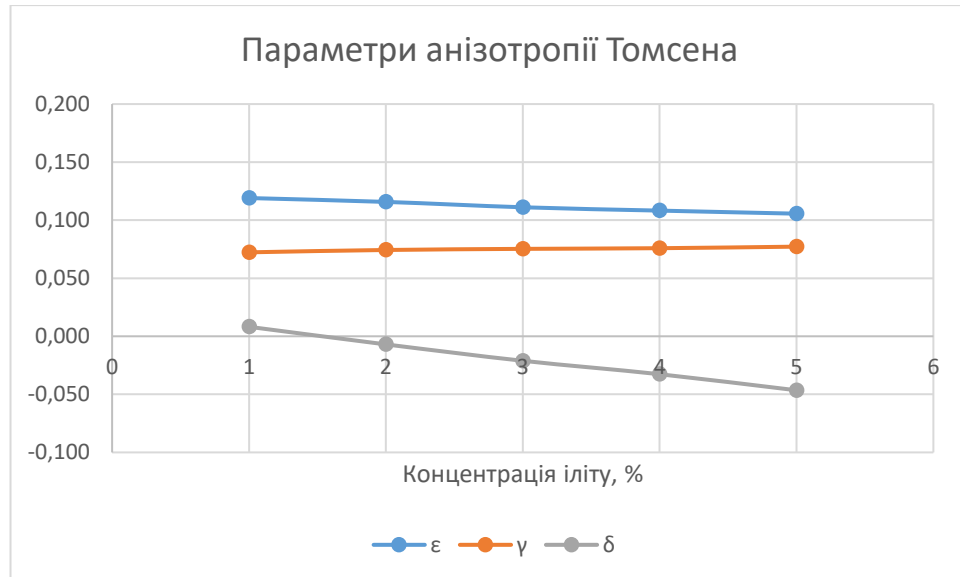


Рисунок 4.17 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.8. в поперечно-ізоотропному середовищі.

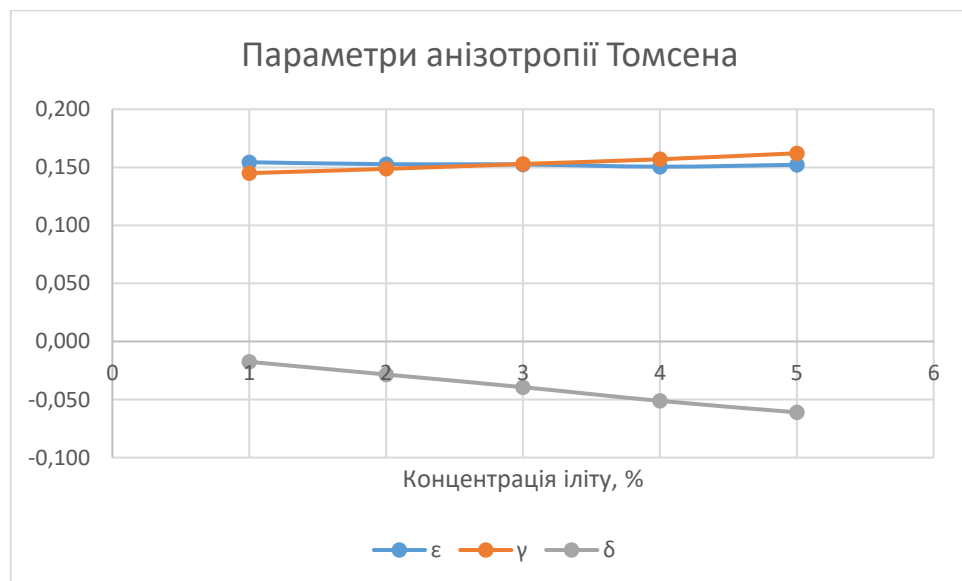


Рисунок 4.18 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.9 в поперечно-ізоотропному середовищі.

Висновок. У даному аналізі розглянуто вплив різних флюїдів (вода, газ, нафта) та концентрації глини на параметри анізотропії Томсена для поперечно-ізотропного середовища. У всіх моделях спостерігається залежність між зміною концентрації глини та анізотропією породи, яка проявляється через зміни параметрів ϵ , γ та δ . Відповідно до цього, кожен тип флюїду має свою специфічну поведінку в залежності від концентрації глини.

Водонасичення значно підвищує анізотропію в порівнянні з іншими флюїдами. Вода збільшує контраст між включеннями та матрицею породи, що сприяє більш вираженій залежності швидкості хвиль від напрямку їх поширення. Моделі з водою демонструють значне зростання параметрів ϵ та γ , що свідчить про сильну анізотропію, зокрема для P-хвиль і SH-хвиль. Це вказує на те, що породи з високим вмістом води мають найбільшу чутливість до напрямку поширення хвиль.

Газове насичення значно зменшує анізотропію. Газ знижує контраст між матрицею та включеннями, що призводить до більш однорідного розповсюдження хвиль у порівнянні з водонасиченими моделями. У моделях з газом спостерігається значне зниження параметрів ϵ та γ , що підтверджує зменшену залежність швидкості хвиль від напрямку. Особливо це видно для параметра γ , де в моделях з газом крива змінюється значно повільніше, що свідчить про менш виражену анізотропію в порівнянні з водонасиченими моделями.

Нафтонасичення має проміжний ефект між водою та газом. Хоча нафтові моделі показують менше зростання параметрів ϵ і γ , ніж водонасичені, вони все ж демонструють більше зростання, ніж газонасичені. Це свідчить про те, що нафта сприяє збільшенню чутливості SH-хвиль до напрямку, хоча цей ефект менш виражений, ніж у водонасичених моделях. У порівнянні з газом, нафта має більший вплив на швидкість SH-хвиль, що вказує на її здатність викликати помірне збільшення анізотропії.

Концентрація глини в усіх моделях має тенденцію до підвищення анізотропії, зокрема для швидкостей Р-хвиль і SH-хвиль. Збільшення концентрації глини призводить до більш виражених змін у швидкостях хвиль при зміні напрямку, що підвищує чутливість цих хвиль до напрямку їх поширення. Проте, цей ефект варіюється залежно від типу флюїду, зокрема газ значно зменшує цю чутливість.

Моделі з монтморилонітами (наприклад, моделі 2.7 і 2.9) показують менш виражену анізотропію в порівнянні з моделями, що містять каолінит або іліт. Монтморилоніт, як глина, не викликає таких значних змін швидкості хвиль, навіть при високій концентрації глини. Це пояснюється особливостями цієї глини, яка має високу пластичність і не створює такого сильного контрасту, як інші глини, що призводить до слабкої залежності швидкості хвиль від напрямку.

Газонасичені моделі (наприклад, модель 2.2) продемонстрували, що газ значно знижує анізотропію. Це відображено в поведінці параметрів, де спостерігається майже відсутність змін у параметрі ϵ , а також дуже низька чутливість SH-хвиль до напрямку. Це ще раз підтверджує загальну закономірність, що гази призводять до більш однорідного середовища для розповсюдження хвиль.

4.2. Ортотропне середовище

Ортотропне середовище характеризується наявністю трьох взаємно перпендикулярних площин симетрії, в кожній з яких фізичні властивості можуть відрізнятися. Такий тип симетрії є більш складним і наближеним до природних умов, у яких гірські породи мають складну мікроструктуру — поєднання шаруватості, тріщинності, неоднорідної мінералогії та напрямленої пористості.

У даній роботі ортотропне середовище розглядається для моделей 1.1–1.9, 2.1 – 2.9. Для кожної моделі розраховуються дев'ять анізотропних параметрів Томсена: ϵ_{13} , ϵ_{23} , ϵ_{12} ; γ_{13} , γ_{23} , γ_{12} ; δ_{13} , δ_{23} , δ_{12} , що дає змогу оцінити хвильову анізотропію окремо в кожній координатній площині. Такий підхід забезпечує детальніше уявлення про поширення як P-, так і SH-хвиль у різних напрямках.

Застосування ортотропної моделі дозволяє враховувати структурну та мінералогічну складність середовища, а також вплив просторово орієнтованих тріщин і порових включень, що робить її особливо цінною для моделювання хвильових полів у гетерогенних колекторах. У роботі ортотропна симетрія використовується для порівняння з поперечно-ізотропними моделями з метою глибшого аналізу впливу симетрії на анізотропні властивості порід.

4.2.1. Модель 1

Вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.1 **вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями іліту, насичений водою** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.19.

Загалом, ϵ_{13} зростає, ϵ_{23} зменшує від'ємність, а ϵ_{12} знижується, що свідчить про поступове підвищення анізотропії у вертикальному напрямку та стабілізацію горизонтальних напрямків при збільшенні концентрації іліту у водонасиченому середовищі.

Параметр γ_{13} (вісь 1): Зростає з 0,263 до 0,278 до 4% іліту, після чого знижується до 0,240. Така нелінійна поведінка свідчить про максимальну чутливість SH-хвиль до вертикального напрямку при середніх концентраціях іліту. Подальше зниження може бути пов'язане з ущільненням структури або насиченням пор. γ_{23} (вісь 2): параметр змінюється менш виражено – з 0,256 до 0,237. Це свідчить про помірне зниження анізотропії для SH-хвиль у

горизонтальній площині зі збільшення вмісту іліту, особливо після 3–4% концентрації. γ_{12} (вісь 3): має максимум 0,022 при 4%, але загалом залишається на низькому рівні. Це означає слабку анізотропію SH-хвиль у площині 1–2.

Усі параметри демонструють тенденцію до зниження, причому δ_{13} і δ_{23} набувають ще більш від'ємних значень. Це свідчить про посилення анізотропії та відхилення від еліптичності у вертикальному та горизонтальному напрямках при підвищенні концентрації іліту.

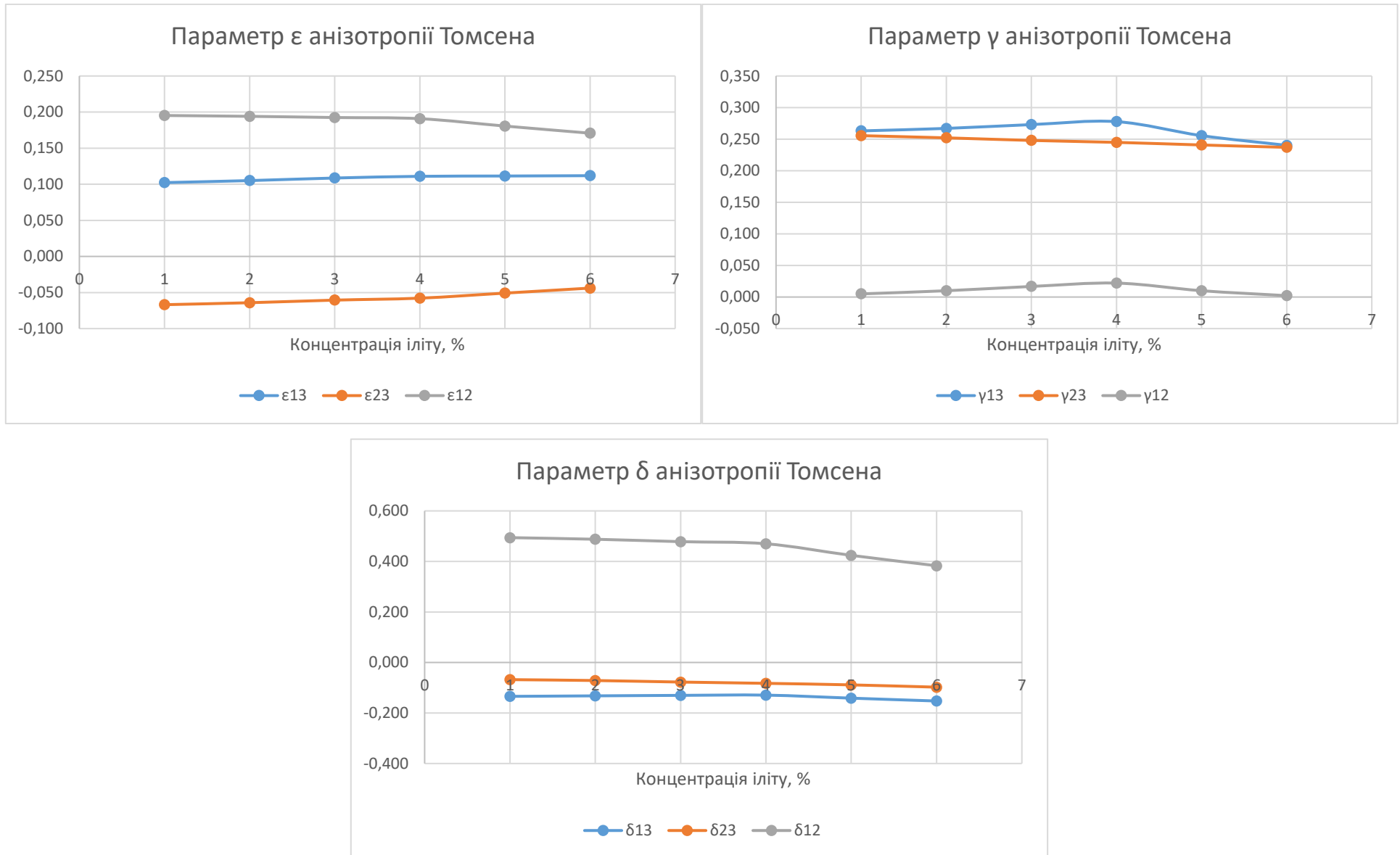


Рисунок 4.19 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.1 в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.2. **вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями іліту, насичений газом** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.20.

Параметр ε_{13} (вісь 1): Значення цього параметру практично не змінюються (0,084 \rightarrow 0,079), що свідчить про стабільно помірну анізотропію Р-хвиль у вертикальному напрямку. Газонасичення, як правило, зменшує пружні контрасти в породі, і тому не спричиняє вираженого підвищення анізотропії. ε_{23} (вісь 2): Залишаються від'ємними, з тенденцією до зростання (-0,054 \rightarrow -0,020). Це свідчить про послаблення від'ємної анізотропії в горизонтальних напрямках, тобто спостерігається зменшення розбіжності у швидкості хвиль у площині осі 2 зі збільшенням іліту. ε_{12} (вісь 3): Значення цього параметру суттєво зменшуються (від 0,156 до 0,104), що вказує на виражене зменшення анізотропії у горизонтальній площині. Газ сприяє більш однорідному поширенню Р-хвиль у горизонтальних напрямках.

В моделі з газонасиченням спостерігається асиметричний вплив на SH-хвилі: зростання анізотропії у вертикальному напрямку (γ_{13}) та площині γ_{12} , але зниження в горизонтальному напрямку (γ_{23}). γ_{13} та γ_{23} зростають до набуття концентрації глини 4%, і різко падають для 5-6% вмісту.

Газонасичене середовище демонструє нестійкі δ -параметри: у вертикальному напрямку залишається слабка від'ємна анізотропія, тоді як у горизонтальних — відзначається перехід від додатної до від'ємної симетрії, що свідчить про складну внутрішню структурну відповідь середовища. δ_{12} зростає при збільшенні концентрації глини до 4%, і різко падає для 5-6%.

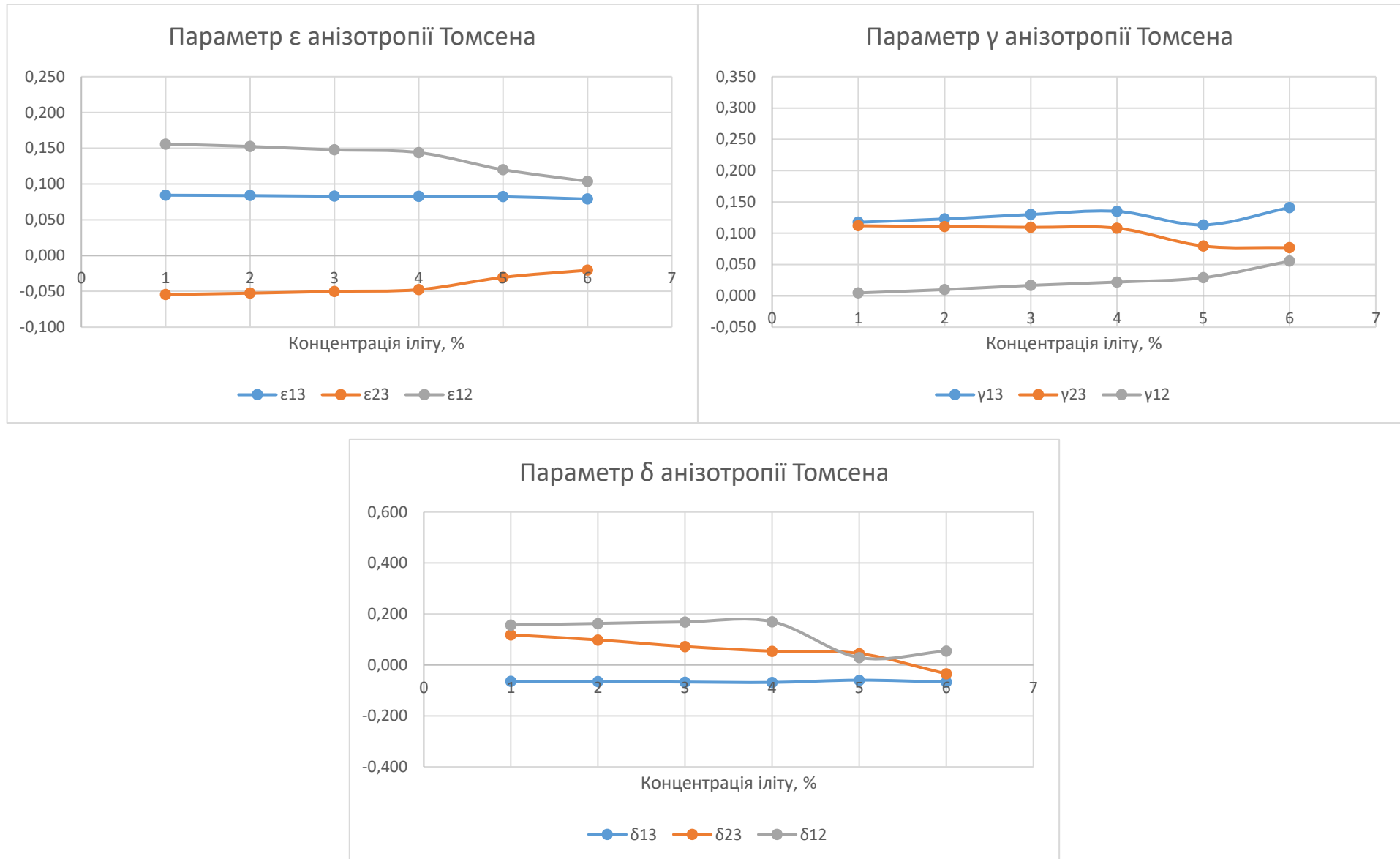


Рисунок 4.20 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.2 в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.3 **вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями іліту, насичений нафтою** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.21.

У нафтонасиченому середовищі з ілітом спостерігається невелике зростання або стабільність ε_{13} , від'ємна та майже стала поведінка параметру ε_{23} , і поступове зниження ε_{12} , що вказує на зниження контрастності горизонтального середовища та помірну анізотропію у вертикальному напрямку.

У вертикальному напрямку (γ_{13}) відзначається найбільш виражене зростання анізотропії, у горизонтальному (γ_{23}) — зміни мінімальні. У площині 1–2 (γ_{12}) — помірне, але стійке зростання. Це підтверджує загальне посилення анізотропії SH-хвиль за присутності іліту й нафти.

Усі δ -параметри знижуються або демонструють нестійку поведінку, особливо δ_{23} . Загалом це вказує на послаблення або ускладнення хвильового фронту Р-хвиль з ростом іліту при нафтонасиченні. Параметр δ_{23} (вісь 2) демонструє значні коливання: від $-0,288$ на першому кроці до $-0,071$ на другому, а далі знову його значення зменшується до $-0,127$. Така нестійка поведінка може вказувати на перенасичення або локальну зміну мікроструктури у горизонтальній площині.

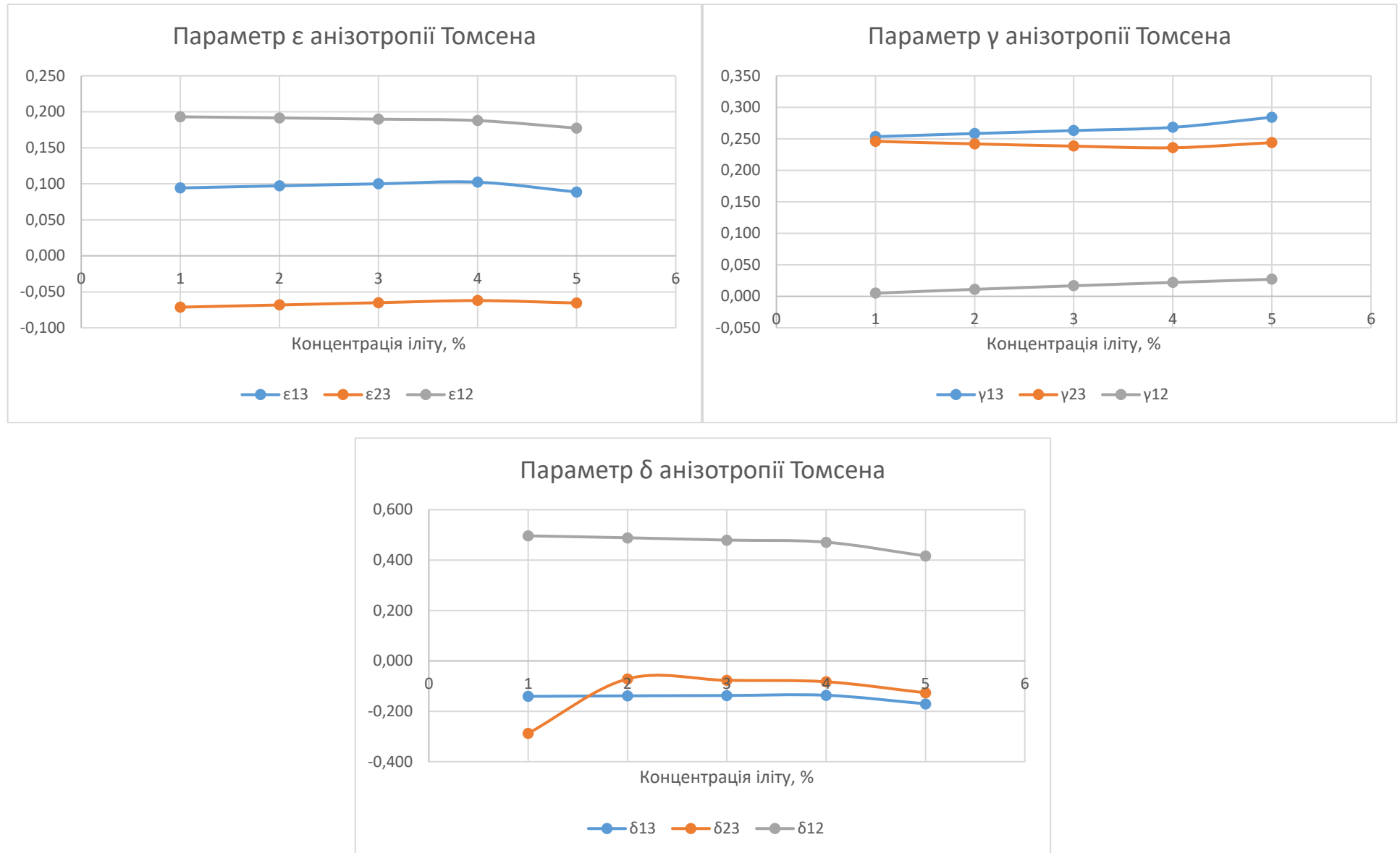


Рисунок 4.21 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.3 в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.4 **вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями каолініт, насичений водою** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.22.

У водонасиченому середовищі з каолінітом усі компоненти ε демонструють або зростання, або стабільну поведінку, що вказує на загальне посилення анізотропії Р-хвиль, особливо у вертикальному напрямку (ε_{13}) і площині ε_{12} .

Для усіх параметрів γ характерне стійке зростання, що свідчить про посилення анізотропії SH-хвиль у всіх напрямках. Найвираженіше — в напрямку осі 1 (γ_{13}), де каолініт у поєднанні з водою найактивніше впливає на пружні властивості.

Розраховані δ -параметри свідчать про посилення анізотропії або збереження високих значень. Це вказує на переважно асиметричну поведінку хвильового фронту при зростанні концентрації каолініту.

Загалом, каолініт у поєднанні з водонасиченням формує дуже анізотропне середовище з сильно вираженими хвильовими ефектами у всіх напрямках.

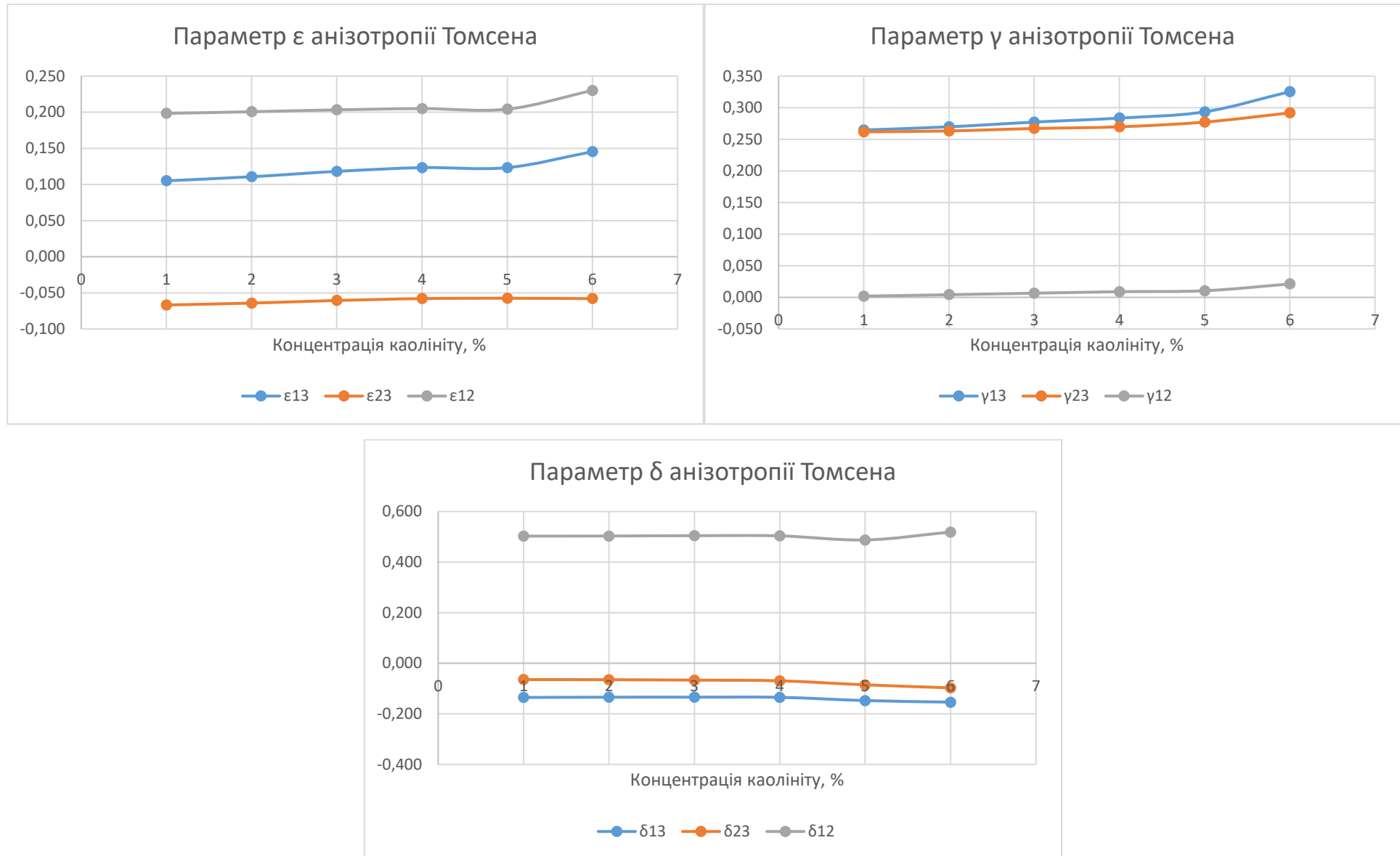


Рисунок 4.22 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.4 в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.5 вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями каолініт, насичений газом (табл. 3.1) представлені на рис. 4.23.

У газонасиченому середовищі з каолінітом спостерігається зростання анізотропії у вертикальному напрямку (ε_{13}), ослаблення горизонтальної (ε_{23}) та помітне зниження анізотропії у площині ε_{12} .

Для параметрів γ_{13} і γ_{23} притаманна параболічна тенденція: початкове зростання і подальше зниження, тоді як γ_{12} зростає стабільно. Це свідчить про тимчасове посилення анізотропії SH-хвиль при середній концентрації каолініту, а потім — вирівнювання при високих концентраціях.

В усіх напрямках параметри δ демонструють тенденцію до зменшення або зміни знаку, що означає ослаблення анізотропії та асиметрії хвильового фронту, особливо в горизонтальних площинах.

Газонасичене середовище з каолінітом стає більш ізотропним у горизонтальних площинах, але анізотропія у вертикальному напрямку зберігається або зростає. Включення каолініту суттєво впливають на поведінку хвиль на середніх рівнях концентрації, тоді як при вищих — структура середовища стає менш контрастною.

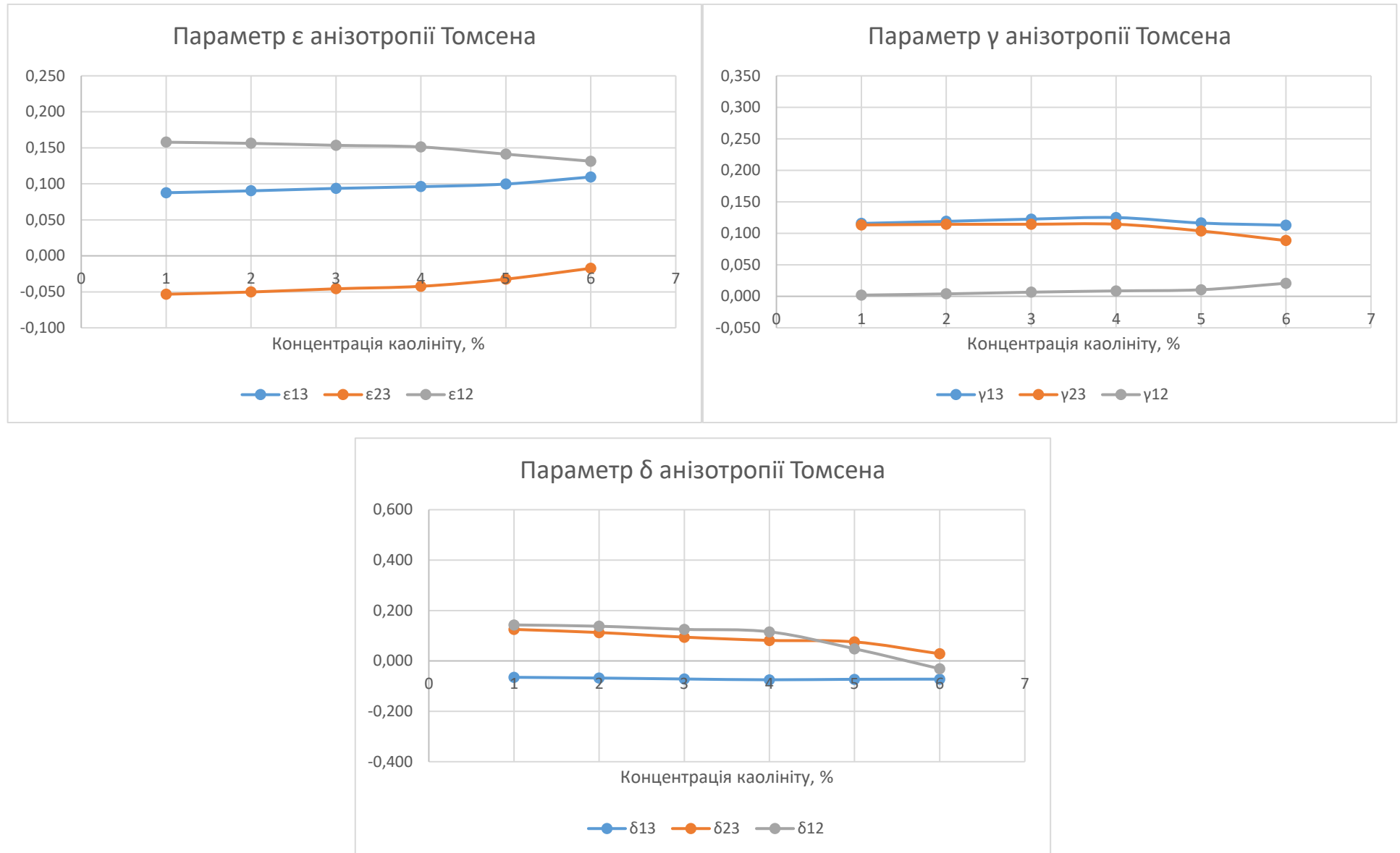


Рисунок 4.23 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.5. в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.6 **вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями каолініт, насичений нафтою** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.24.

Параметри ϵ : У нафтонасиченому середовищі з каолінітом анізотропія Р-хвиль у вертикальному напрямку зростає, у горизонтальних — зберігається стабільність або її значення вирівнюється, що вказує на зниження контрастності при підвищенні концентрації глини.

Параметри γ : Усі параметри γ демонструють чітку тенденцію до зростання, що вказує на загальне посилення анізотропії SH-хвиль у присутності каолініту й нафтонасичення, особливо у вертикальному напрямку.

У нафтонасиченому середовищі δ -параметри переважно знижуються або залишаються стабільно негативними, що свідчить про поступове згладжування відхилення від еліптичності, особливо у горизонтальних площинах.

Нафта в поєднанні з каолінітом створює середовище з вираженою вертикальною анізотропією та відносною стабільністю горизонтальних властивостей, що може бути важливим для сейсмозвідки в подібних типах колекторів.

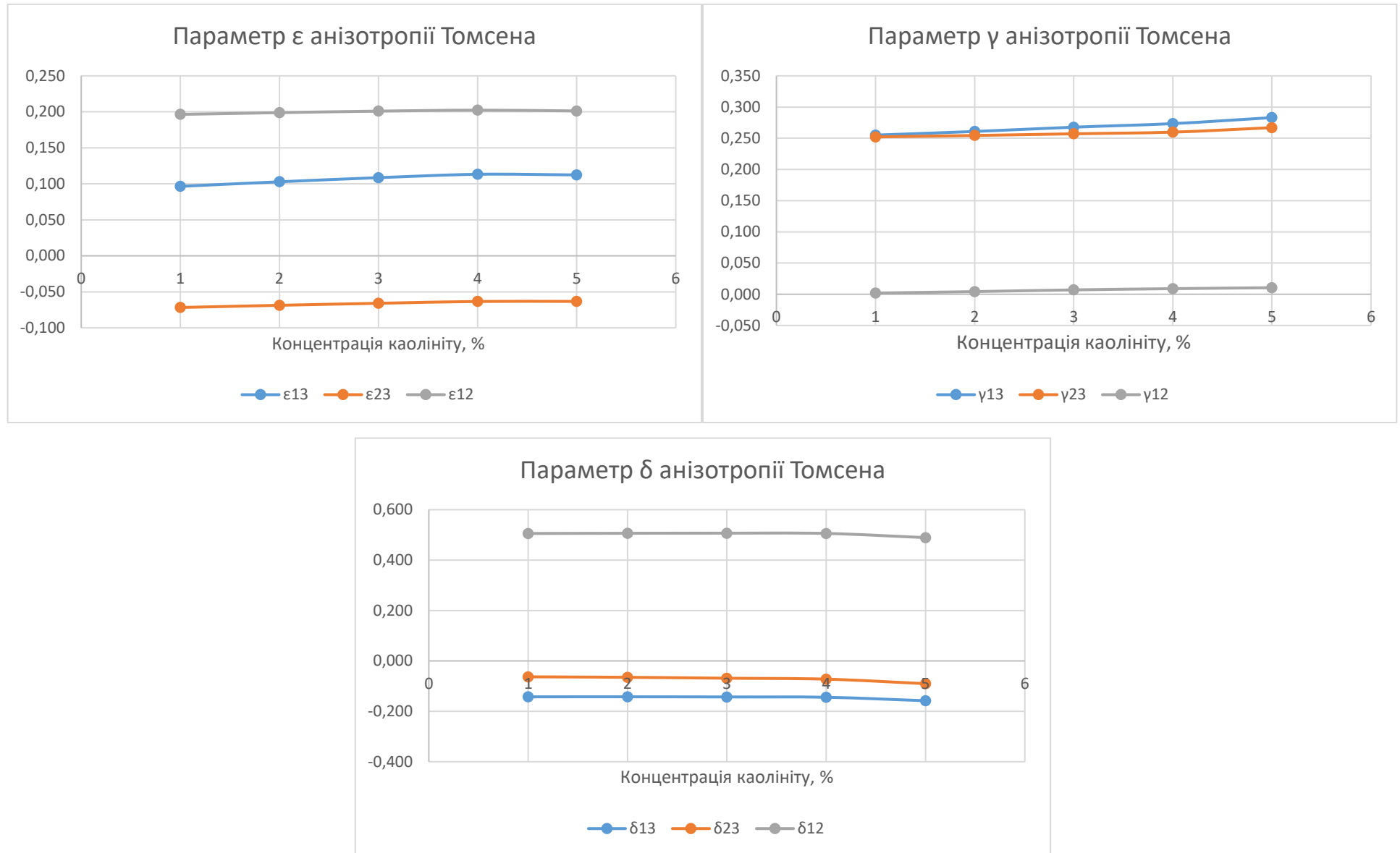


Рисунок 4.24 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.6 в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.7 **вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями Монтмориллоніт, насичений водою** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.25.

Компоненти ϵ_{13} та ϵ_{12} зменшуються з ростом концентрації монтморилоніту, що свідчить про загальне послаблення анізотропії Р-хвиль у водонасиченому середовищі з високим вмістом монтморилоніту.

Параметри γ демонструють різноспрямовану динаміку — вертикальна анізотропія SH-хвиль зростає (γ_{13}), горизонтальна (γ_{23}) знижується, а γ_{12} — помірно зростає. Це свідчить про переважне зростання анізотропії у вертикальній площині.

Всі δ -параметри демонструють загальне посилення асиметрії та зменшення відхилення від еліптичності в горизонтальних площинах при помітному посиленні від'ємної анізотропії у вертикальному напрямку.

Монтморилоніт у поєднанні з водонасиченням формує середовище з виразною вертикальною анізотропією SH-хвиль та зниженою анізотропією Р-хвиль, що є критично важливим для сейсмічного аналізу порід з високою глинистістю.

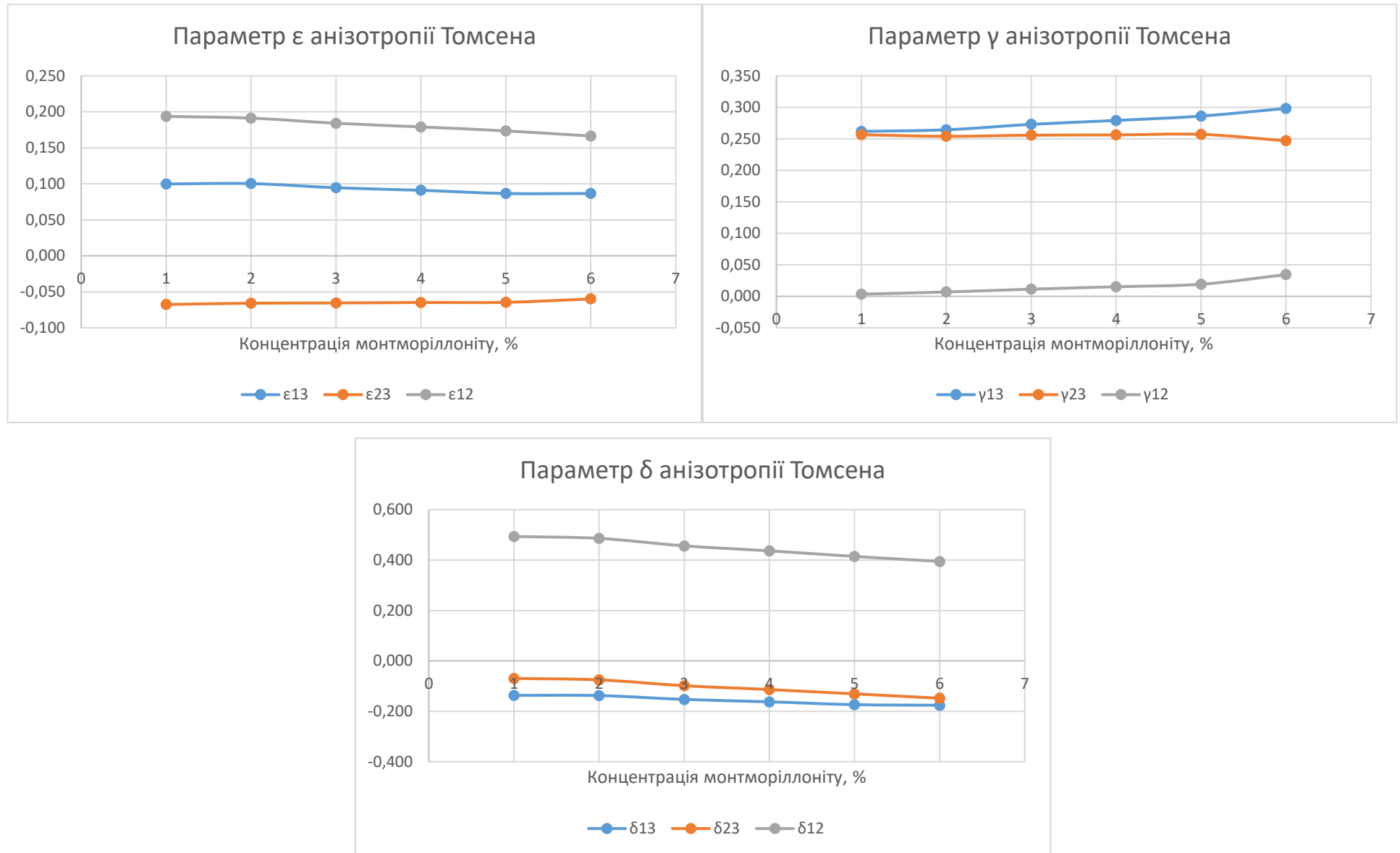


Рисунок 4.25 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.7 в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.8 **вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями монтморілоніт, насичений газом** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.26.

Спостерігається стійке зниження параметрів ε_{13} та ε_{12} . Це свідчить про послаблення анізотропії Р-хвиль у вертикальному напрямку внаслідок зменшення контрастності між включеннями та матрицею при газонасиченні та значне зниження анізотропії у горизонтальній площині, тобто середовище стає менш чутливим до напрямку у цій площині.

Анізотропія SH-хвиль у вертикальному напрямку залишається помірною і нестійкою, у горизонтальному — знижується, а γ_{12} демонструє легке зростання, тобто горизонтальна площина набуває більшої ролі в розповсюдженні SH-хвиль.

Параметри δ демонструють загальну тенденцію до зниження, особливо δ_{23} , що переходить через нуль. Це свідчить про зменшення асиметрії хвильового фронту Р-хвиль у всіх напрямках, з помітними структурними перебудовами в горизонтальній площині.

Газонасичення в поєднанні з монтморілонітом створює максимально ізотропне середовище серед усіх моделей, з найменшою чутливістю хвиль до напрямку поширення, особливо в горизонтальних площинах. Така поведінка є характерною для м'яких, пластичних структур з низькою контрастністю, що критично важливо для побудови моделей розповсюдження хвиль у подібних геологічних умовах.

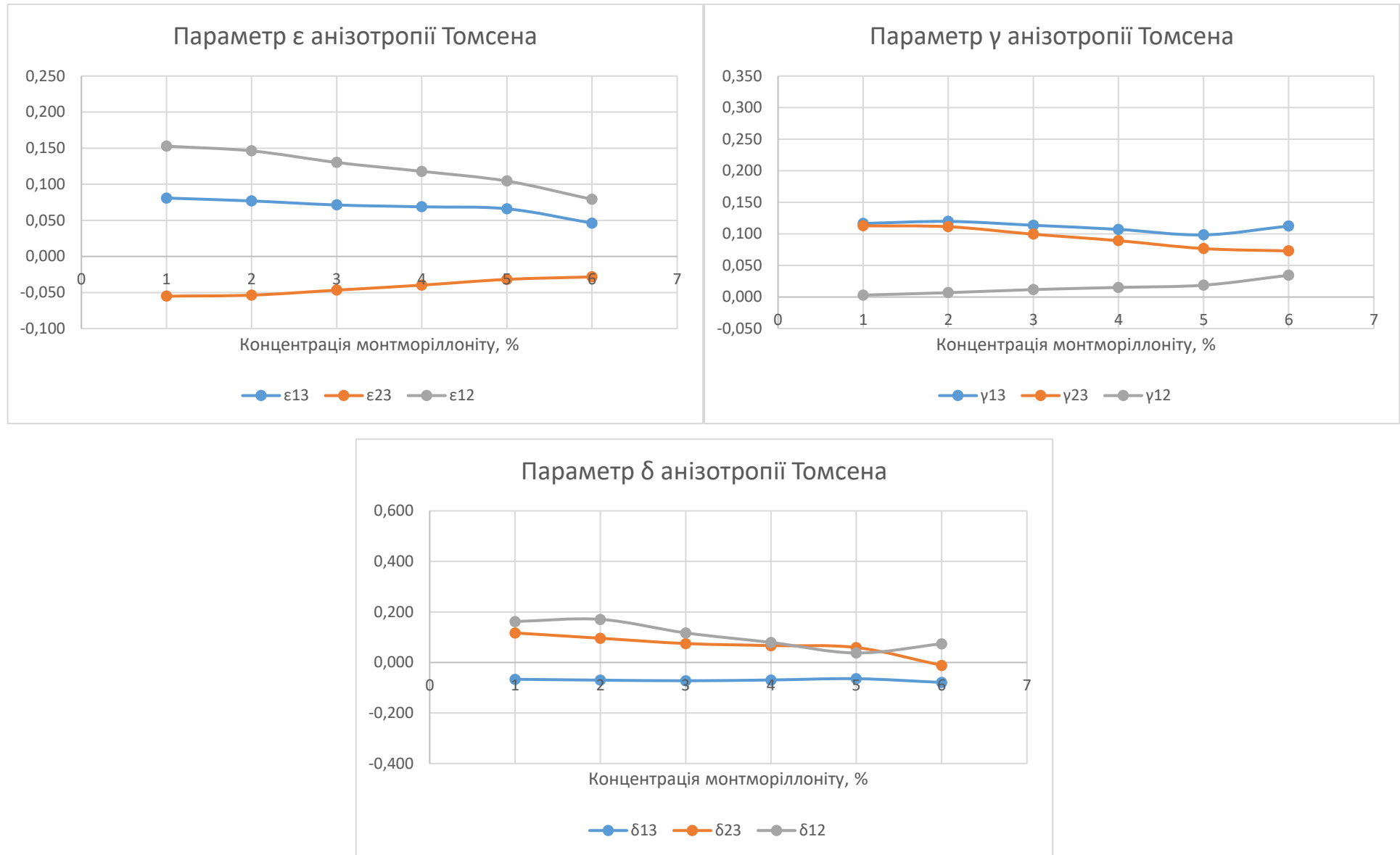


Рисунок 4.26 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.8 в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.9 **вапняк гранулярно-тріщинуватий глинистий з включеннями монтмориллоніт, насичений нафтою** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.27.

Параметр ε : У нафтонасиченому середовищі з монтмориллонітом анізотропія Р-хвиль зменшується у вертикальному та горизонтальному напрямках, а ε_{23} залишається стабільно від'ємною, що свідчить про відносну сталість структурної орієнтації тріщин у площині 2.

SH-хвилі демонструють посилення анізотропії у вертикальному напрямку (γ_{13}), стабільність у горизонтальному (γ_{23}) та легке зростання в площині γ_{12} . Це вказує на домінуючий вплив нафтонасичення на вертикальні напрямки.

δ -параметри демонструють загальне зростання від'ємної анізотропії у вертикальному та горизонтальному напрямках, при послабленні симетрії в площині δ_{12} . Це вказує на збільшення хвильової асиметрії з концентрацією монтмориллоніту.

Монтмориллоніт у поєднанні з нафтою створює структурно вразливе, але анізотропно стабільне середовище, з поступовим зменшенням контрасту для Р-хвиль та стабільним (зростаючим) ефектом для SH-хвиль. Це має важливе значення для геофізичного моделювання і оцінки тріщинуватих нафтових колекторів.

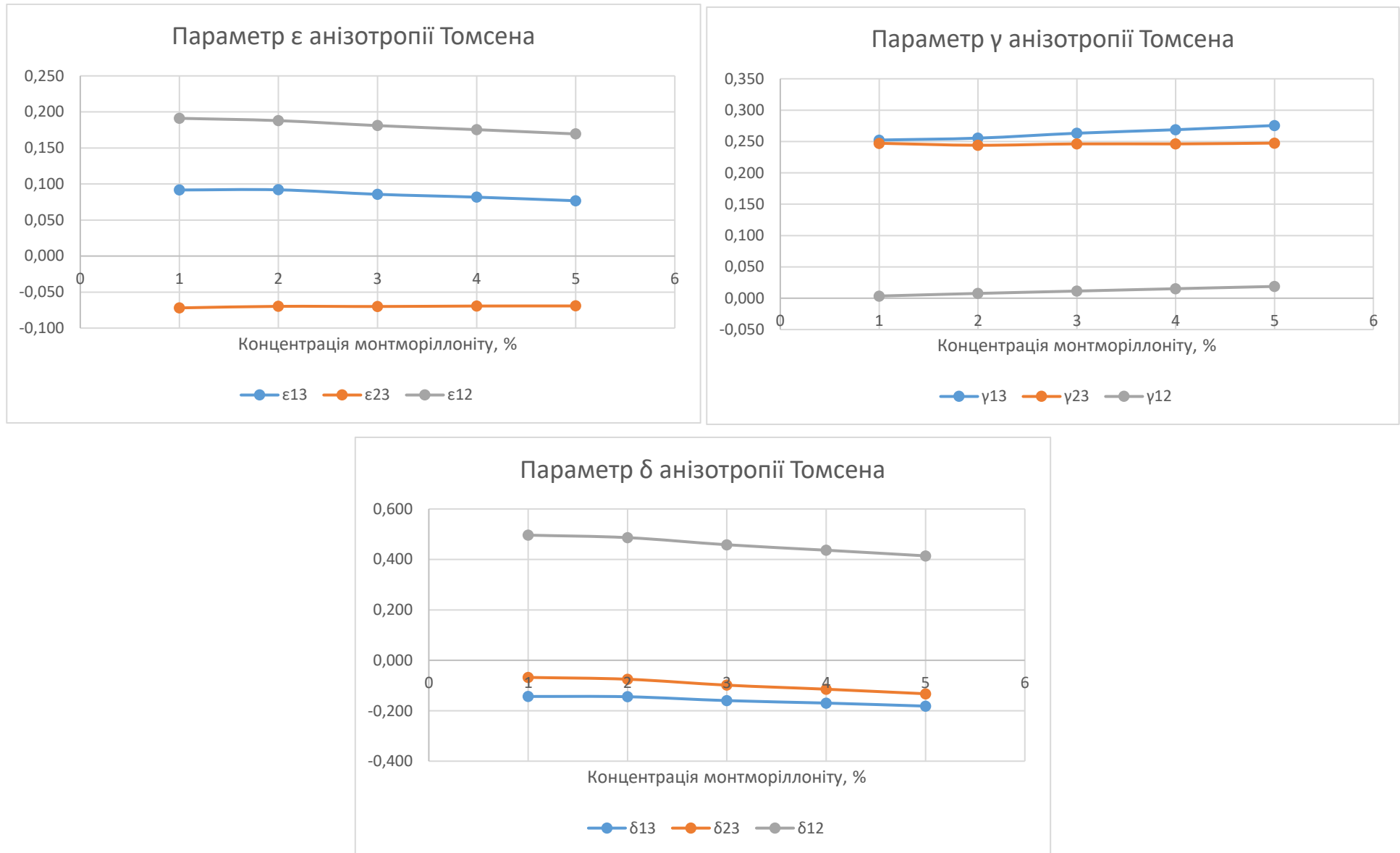


Рисунок 4.27 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 1.9 в ортотропному середовищі.

Висновок. Загальний вплив типу флюїдонасичення (води, газу, нафти) на анізотропні властивості ортотропного середовища в моделях 1.1–1.9 є вираженим і системним. Тип насичення не лише змінює абсолютні значення параметрів Томсена, а й суттєво впливає на характер їхніх змін залежно від концентрації глинистих включень. Ці зміни можна чітко простежити на прикладах моделей з різним мінералогічним складом, зокрема з ілітом, каолінітом і монтморилонітом.

Водонасичення чинить найбільш сильний вплив на посилення анізотропії середовища. У моделях з водонасиченням (наприклад, модель 1.1 — з ілітом, модель 1.4 — з каолінітом, модель 1.7 — з монтморилонітом) спостерігається стабільне зростання параметрів γ_{13} , γ_{23} та високі значення δ_{12} . Це вказує на значну чутливість середовища до напрямку поширення хвиль, особливо для SH-хвиль. У водонасиченій моделі з каолінітом (1.4) параметр γ_{13} досягає максимуму в межах проаналізованих моделей, що свідчить про сильну анізотропію у вертикальному напрямку. Крім того, у водонасичених моделях спостерігається чітко виражене зростання ε_{13} , яке, зокрема в моделях 1.1 і 1.4, відображає активну участь флюїду у формуванні пружних властивостей середовища у вертикальному напрямку. Загалом вода не лише підсилює наявну анізотропію, але й "відкриває" її — роблячи більш контрастною і напрямленою.

Газонасичення, навпаки, суттєво зменшує анізотропію в середовищі. У моделях 1.2 (з ілітом), 1.5 (з каолінітом), 1.8 (з монтморилонітом) спостерігається зменшення ε_{13} , ε_{12} , δ_{12} , а також зниження або нестабільність параметру γ_{23} . Найбільш помітно цей ефект проявляється у моделі 1.8, де ε_{12} падає до найнижчого значення серед усіх моделей, а δ_{12} змінює знак з додатного на від'ємний. Це свідчить про ізотропізацію горизонтальної площини та загальне згладжування пружної неоднорідності середовища. Параметри γ_{13} і γ_{23} при газонасиченні або слабо зростають, або знижуються,

що свідчить про зниження чутливості до напрямку поширення SH-хвиль. Газ у поєднанні з високоглинистими включеннями типу монтморилоніту створює середовище, в якому хвильові фронти поширюються майже рівномірно у всіх напрямках, тобто середовище стає близьким до найбільш наближеного ізотропного середовища.

Нафтонасичення демонструє проміжну поведінку між двома попередніми випадками. У моделях 1.3 (з ілітом), 1.6 (з каолінітом), 1.9 (з монтморилонітом) спостерігається помірне зростання γ_{13} , особливо в моделях 1.6 та 1.9, що свідчить про збереження вертикальної анізотропії для SH-хвиль. У той же час ε_{12} і δ_{12} поступово зменшуються зі збільшенням концентрації глини, як і в газонасичених моделях, але менш різко. Наприклад, у моделі 1.9 δ_{13} досягає значення $-0,182$, що є найнижчим значенням серед усіх нафтомоделей. Це свідчить про зростання відхилення від еліптичності у вертикальному напрямку. Загалом, при нафтонасиченні зберігається відносно висока вертикальна анізотропія, але відбувається вирівнювання горизонтальних напрямків. Водночас, асиметрія між осями не зникає повністю, а просто приглушується.

Отже, вода чинить найбільший вплив на посилення як вертикальної, так і горизонтальної анізотропії. Газ сприяє вирівнюванню пружних властивостей, зменшенню або нівелюванню анізотропії, особливо в горизонтальних площинах. Нафта зберігає вертикальні анізотропні ефекти, проте значно знижує горизонтальну контрастність. Ці закономірності є послідовними у всіх типах глинистих включень, хоча найбільша контрастність між типами насичення проявляється у моделях з монтморилонітом, а найстабільніша анізотропія — у моделях з каолінітом.

Таким чином, результати аналізу показують, що флюїдонасичення є одним із ключових чинників у формуванні хвильової анізотропії, і його вплив

залежить як від фізичних властивостей самого флюїду, так і від типу мінерального заповнення, мікроструктури середовища та концентрації глини.

4.2.2. Модель 2

Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.1 **вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями іліту, насичений водою** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.28.

Параметри ϵ : Спостерігається зростання анізотропії для Р-хвиль в напрямку осі 1 (ϵ_{13}) (вертикальний напрямок) з підвищенням концентрації іліту та водонасичення. Для осі 2 (ϵ_{23}) спостерігається збільшення анізотропії, а для осі 3 (ϵ_{12}) — зниження. Це свідчить про зростання чутливості швидкості хвиль до напрямку в осі 1 і осі 2 та стабільність у горизонтальних площинах.

Параметри γ : Для SH-хвиль спостерігається зростання чутливості до напрямку в осі 1 і осі 3, що підтверджує підвищену анізотропію для SH-хвиль у вертикальному напрямку і горизонтальних площинах. Для осі 2 (γ_{23}) спостерігається незначне зменшення анізотропії.

Параметри δ : Усі параметри δ зменшуються, що вказує на зменшення відхилення від еліптичності і стабілізацію швидкості хвиль у всіх напрямках, що пояснюється впливом водонасичення та глинистих включень.

Цей аналіз показує, що водонасичення та наявність іліту у породі значно впливають на анізотропні характеристики середовища, посилюючи анізотропію для хвиль в вертикальному напрямку, при цьому зменшуючи анізотропію в горизонтальних площинах.

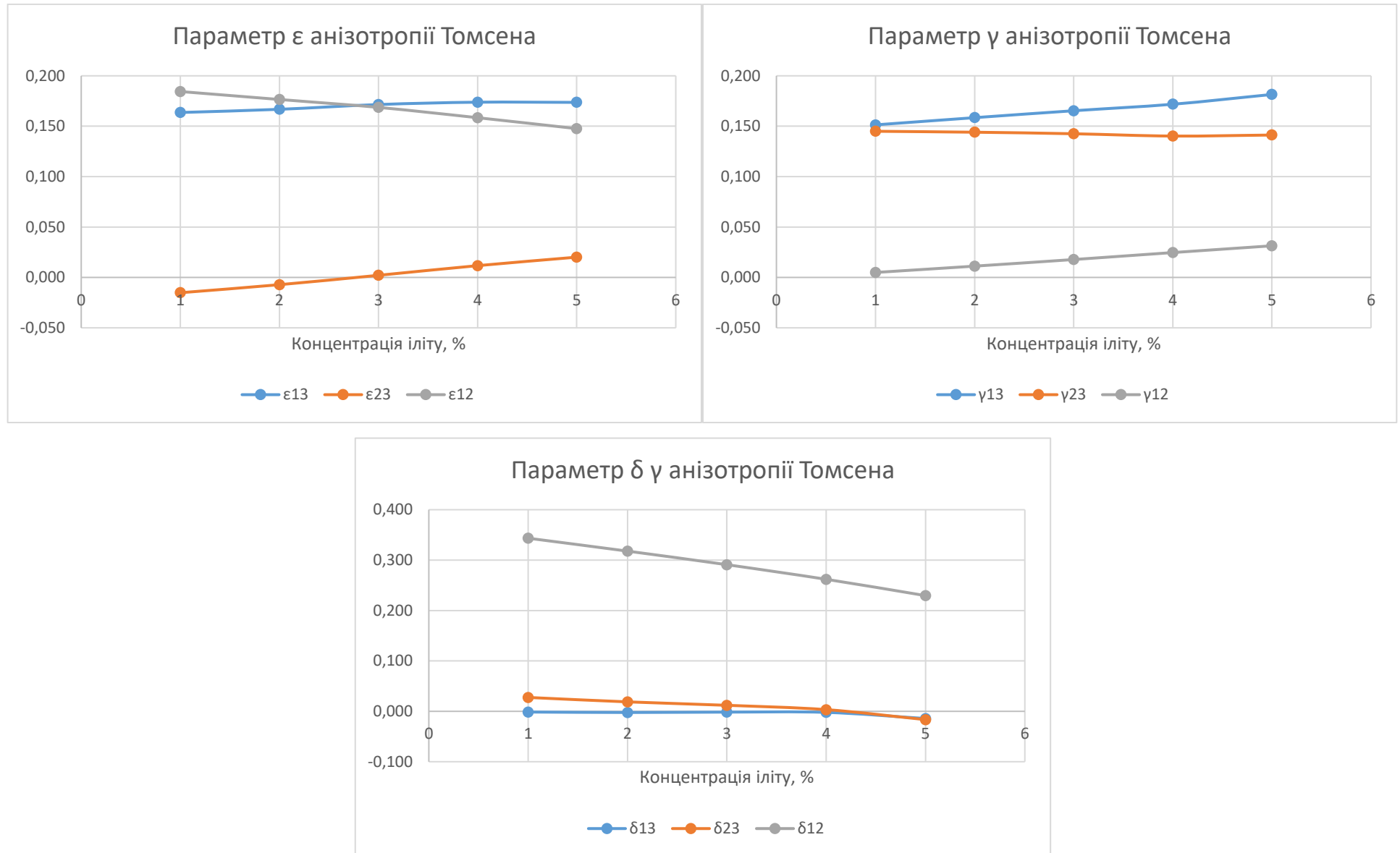


Рисунок 4.28 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.1. в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.2 **вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями іліту, насичений газом** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.29.

Параметр ϵ_{13} збільшується, що підтверджує підвищену анізотропію для Р-хвиль в вертикальному напрямку. Для ϵ_{23} спостерігається збільшення анізотропії в горизонтальному напрямку, але цей ефект залишається помірним. Для ϵ_{12} спостерігається зниження анізотропії в горизонтальних напрямках.

Для SH-хвиль спостерігається зростання чутливості до напрямку в осі 1 (γ_{13}), що вказує на підвищену анізотропію в вертикальному напрямку. У осі 2 (γ_{23}) спостерігається зменшення чутливості, що вказує на зменшення анізотропії для SH-хвиль в горизонтальній площині, а для осі 3 (γ_{12}) спостерігається зростання, що вказує на підвищену чутливість SH-хвиль до напрямку в горизонтальних площинах.

Для всіх осей параметри δ зменшуються, що свідчить про зменшення відхилення від еліптичності для Р-хвиль. Це означає, що з підвищенням концентрації іліту та газонасичення середовище стає більш однорідним у всіх напрямках.

Газ в поєднанні з ілітом викликає зменшення анізотропії в порівнянні з водонасиченими середовищами, при цьому зберігаючи певну чутливість до напрямку в вертикальних та горизонтальних площинах для різних типів хвиль.

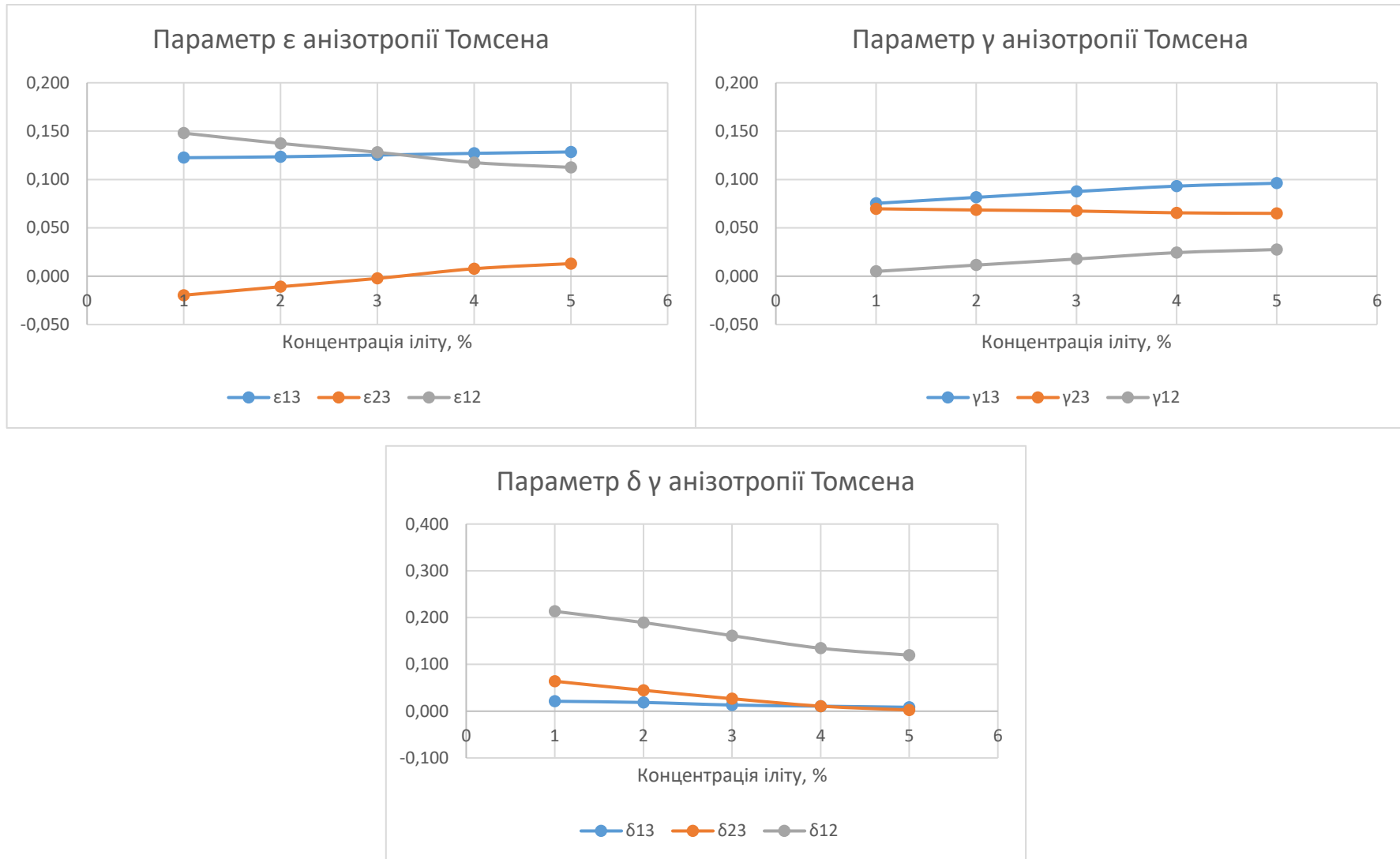


Рисунок 4.29 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.2. в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.3 **вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями іліту, насичений нафтою** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.30.

ϵ_{13} збільшується, що підтверджує підвищену анізотропію для Р-хвиль в вертикальному напрямку. Для ϵ_{23} спостерігається збільшення анізотропії в горизонтальному напрямку, а для ϵ_{12} спостерігається зниження анізотропії в горизонтальних площинах.

Параметри γ_{13} збільшуються, що свідчить про підвищену чутливість SH-хвиль до напрямку в вертикальному напрямку. У осі 2 (γ_{23}) спостерігається зменшення чутливості, що вказує на зменшення анізотропії для SH-хвиль в горизонтальних площинах при нафтонасиченні, тоді як у газонасиченій моделі зменшення є ще більшим.

Для всіх осей параметри δ зменшуються, що свідчить про зменшення відхилення від еліптичності і стабілізацію швидкості Р-хвиль. Це вказує на поступове вирівнювання властивостей середовища при нафтонасиченні.

Таким чином, нафтонасичення має проміжний ефект порівняно з газонасиченням та водонасиченням, зменшуючи анізотропію, але не так сильно, як газ, і підвищуючи анізотропію для SH-хвиль в напрямку вертикального та горизонтального напрямків.

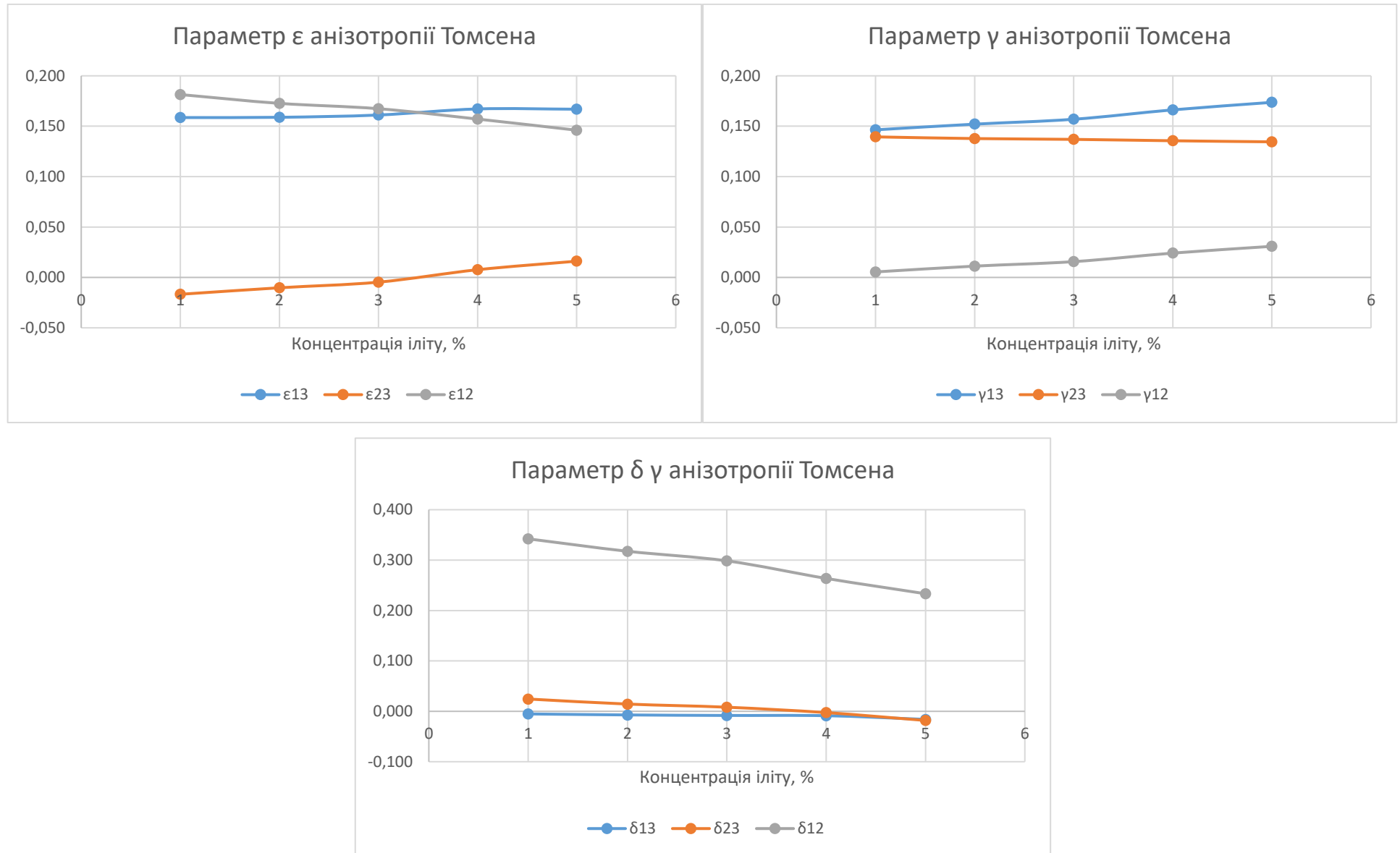


Рисунок 4.30 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.3. в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.4 **вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями каолініту, насичений водою** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.31.

Параметр ϵ_{13} збільшується, що підтверджує підвищену анізотропію для Р-хвиль в вертикальному напрямку. Для ϵ_{23} спостерігається збільшення анізотропії в горизонтальних напрямках, хоча цей ефект є помірним. Для ϵ_{12} спостерігається зниження анізотропії в горизонтальних площинах, що вказує на зменшення чутливості швидкості хвиль до напрямку в цих площинах.

Параметри γ_{13} і γ_{23} мають однакові значення, що свідчить про однакову анізотропію для SH-хвиль в напрямку вертикальної та горизонтальної осей. Для осі 3 (γ_{13}) спостерігається поступове зростання, що підтверджує підвищену чутливість SH-хвиль до напрямку в горизонтальних площинах.

Для всіх осей параметри δ зменшуються, що свідчить про зменшення відхилення від еліптичності і стабільність змін швидкості Р-хвиль в усіх напрямках.

Водонасичення, поєднане з каолінітом, сприяє зменшенню анізотропії в горизонтальних площинах, при цьому підвищує анізотропію для SH-хвиль в напрямку вертикального напрямку. Тобто, водонасичення створює більш однорідне середовище для розповсюдження Р-хвиль в горизонтальних площинах, але підвищує чутливість для SH-хвиль в напрямку осі 1.

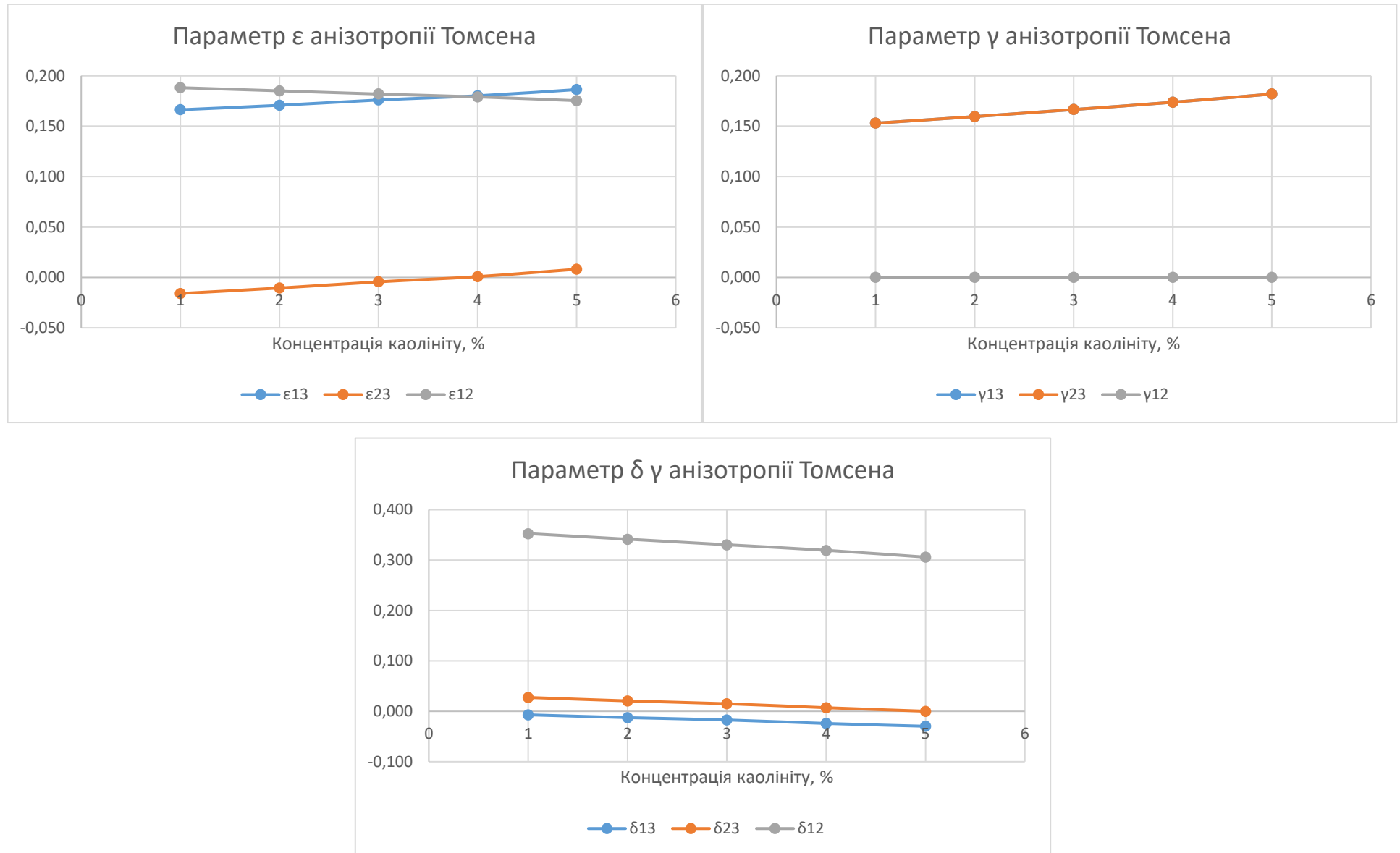


Рисунок 4.31 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.4. в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.5 **вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями каолініту, насичений газом** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.32.

Параметр ϵ_{13} збільшується, що вказує на підвищену анізотропію для Р-хвиль в вертикальному напрямку. Для ϵ_{23} спостерігається збільшення анізотропії в горизонтальних напрямках, хоча цей ефект є помірним, а для ϵ_{12} спостерігається зниження анізотропії в горизонтальних площинах, що вказує на зменшення чутливості швидкості хвиль до напрямку в цих площинах.

Параметри γ_{13} та γ_{23} однакові, вони зростають, що свідчить про підвищену чутливість SH-хвиль до напрямку в вертикальному і горизонтальному напрямках. Однак для осі 3 (γ_{12}), як і в попередніх моделях, параметр γ_{12} залишається стабільним на значенні 0, що вказує на відсутність анізотропії для SH-хвиль в горизонтальних площинах.

Для всіх осей параметри δ зменшуються.

Газ у поєднанні з каолінітом має помірний вплив на анізотропію середовища, зменшуючи анізотропію в горизонтальних площинах для Р-хвиль, але підвищуючи анізотропію для SH-хвиль в напрямку вертикального напрямку

Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.6 **Вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями каолініту** (табл. 3.1), насичений нафтою мають ідентичну поведінку (рис. 4.33), але мають дещо більші значення. Нафтонасичення має проміжний ефект порівняно з газонасиченням та водонасиченням, зменшуючи анізотропію, але не так сильно, як газ, і підвищуючи анізотропію для SH-хвиль в напрямку вертикального напрямку

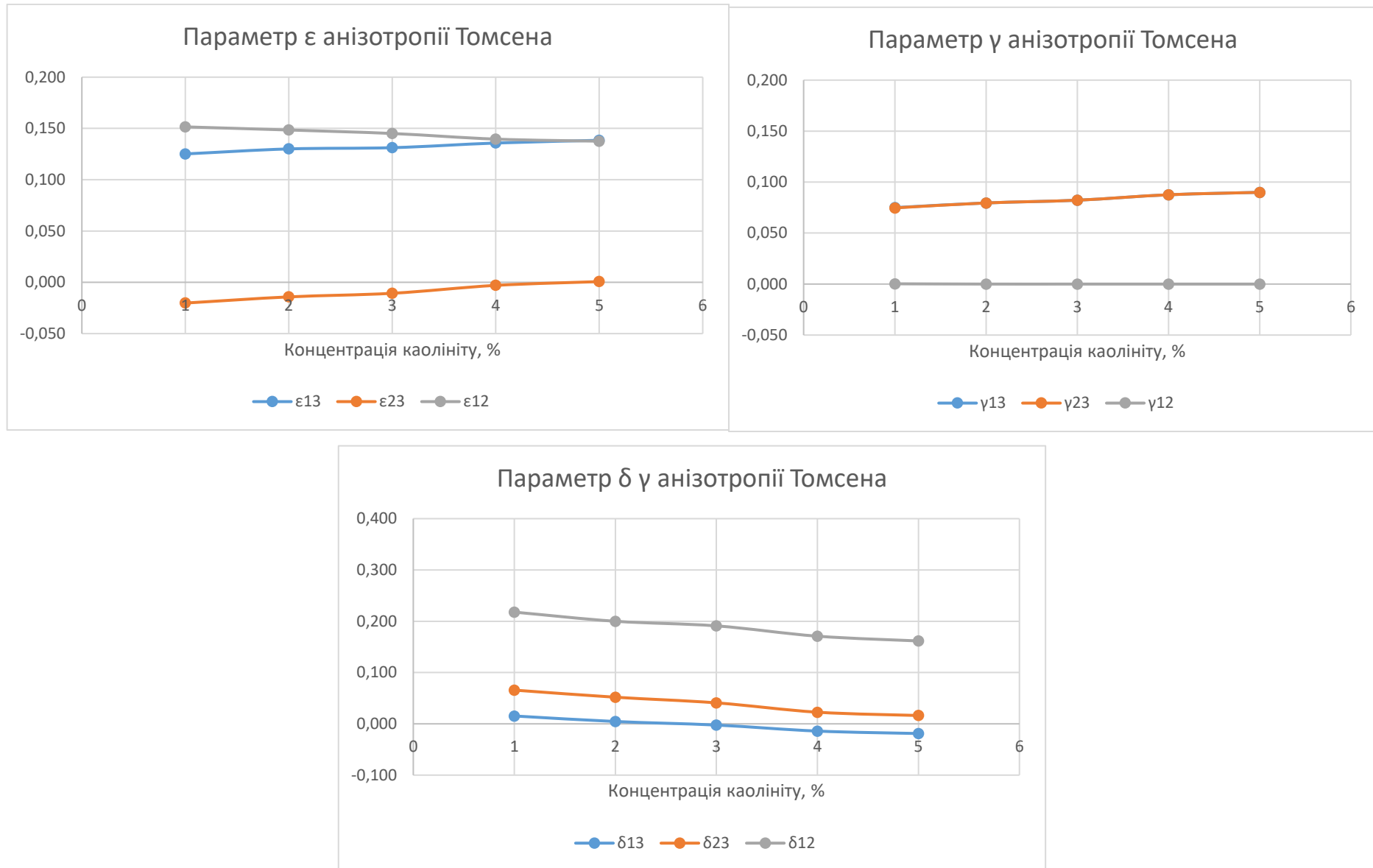


Рисунок 4.32 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.5. в ортотропному середовищі.

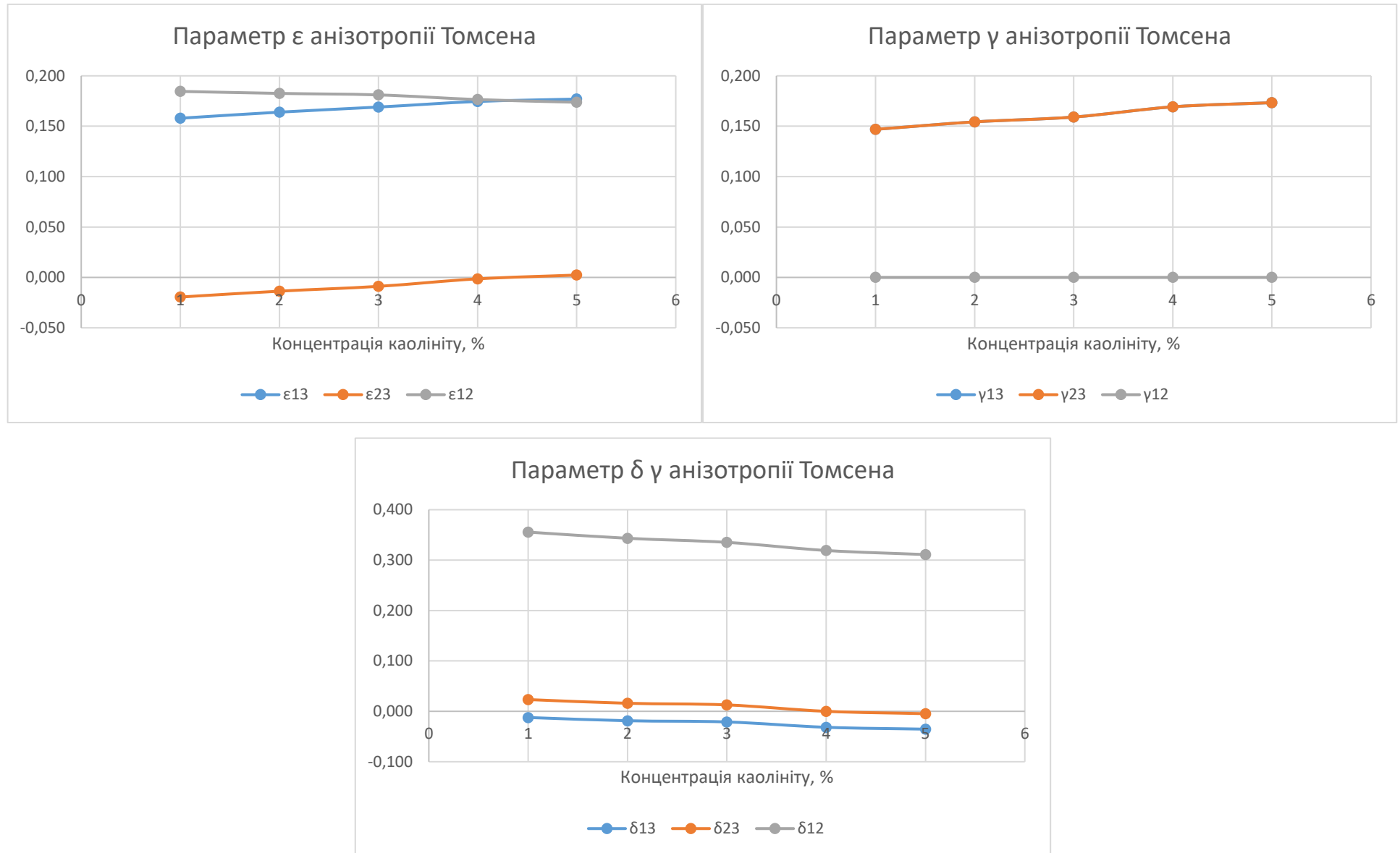


Рисунок 4.33 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.6. в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.7 **вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями монтморілоніту, насичений водою** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.34.

ϵ_{13} залишається практично незмінною, тоді як для осі 2 (ϵ_{23}) спостерігається зростання анізотропії в горизонтальних напрямках. Для осі 3 (ϵ_{13}) спостерігається зниження анізотропії, що вказує на зменшення чутливості швидкості хвиль до напрямку в горизонтальних площинах.

Параметри γ_{13} та γ_{23} зростають, що свідчить про підвищену чутливість SH-хвиль до напрямку в осі 1 та осі 2. Для осі 3 (γ_{12}) спостерігається зростання чутливості, що підтверджує підвищену анізотропію для SH-хвиль в горизонтальних площинах.

Для всіх осей параметри δ зменшуються, що свідчить про зменшення відхилення від еліптичності для P-хвиль. Це вказує на стабільність середовища та вирівнювання властивостей при підвищенні концентрації монтморілоніту та водонасичення.

Монтморілоніт разом з водонасиченням викликає зменшення анізотропії, особливо в горизонтальних площинах для P-хвиль, і підвищує анізотропію для SH-хвиль в напрямку вертикального напрямку. У порівнянні з моделями, насиченими ілітом та каолінітом, цей ефект є менш вираженим. У моделях з ілітом та каолінітом, насичених водою, анізотропія для P-хвиль в горизонтальних напрямках значно сильніша, а для SH-хвиль спостерігається більш виражена чутливість до напрямку. Це вказує на те, що монтморілоніт, як більш пластичний компонент, має менш виражений ефект на анізотропію порівняно з ілітом і каолінітом, що створюють більш чіткий контраст у швидкості хвиль при водонасиченні..

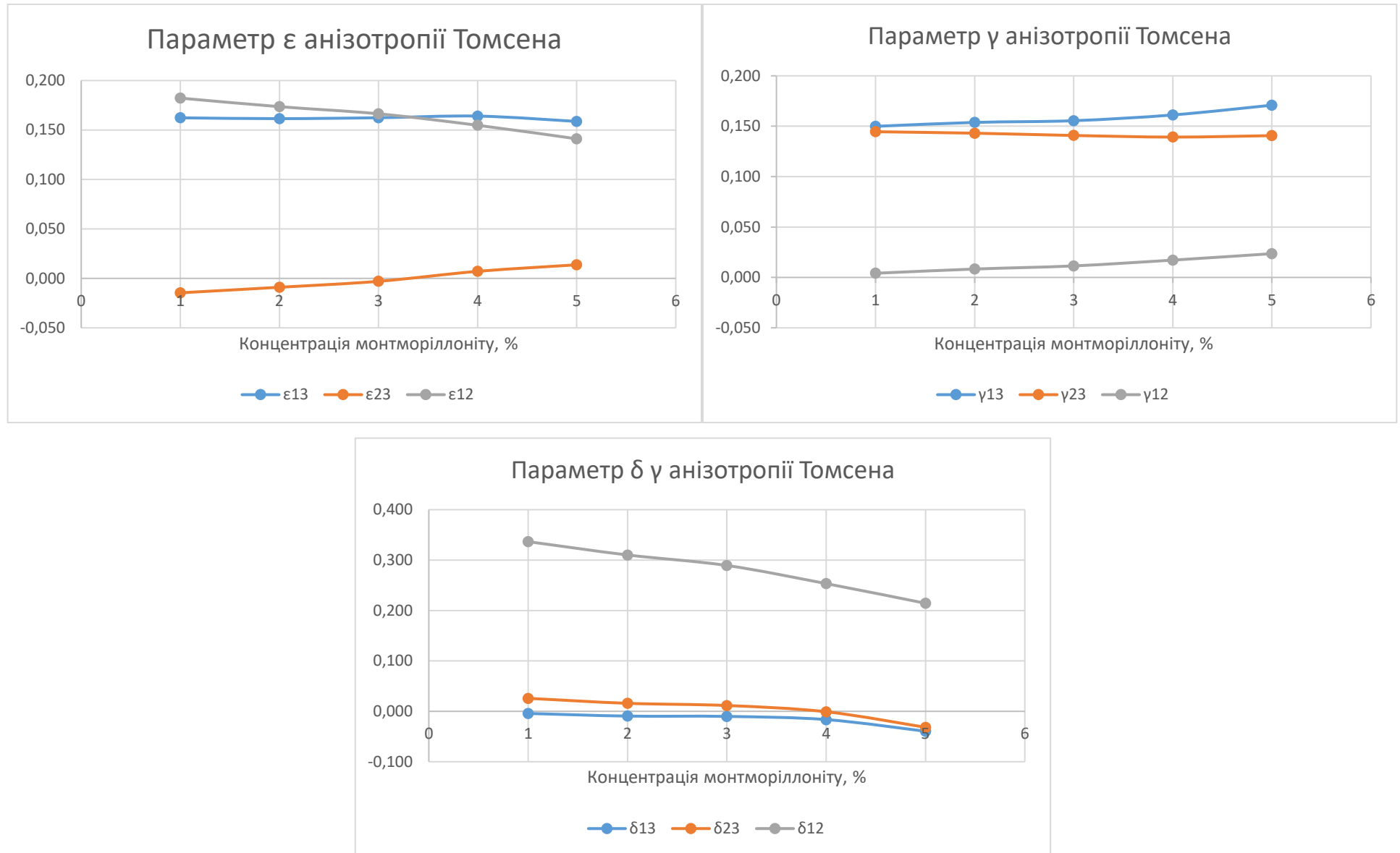


Рисунок 4.34 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.7. в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.8 **вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями монтморіллону, насичений газом** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.35.

Для ϵ спостерігається зниження анізотропії для Р-хвиль в напрямку осі 1 (ϵ_{13}), що вказує на стабілізацію середовища з підвищенням концентрації монтморіллону та газонасичення. Для осі 2 (ϵ_{23}) спостерігається збільшення анізотропії, хоча ефект цей є помірним. Для осі 3 (ϵ_{12}) спостерігається зниження анізотропії в горизонтальних площинах, що вказує на стабільніші зміни швидкості Р-хвиль.

Параметри γ_{13} та γ_{23} збільшуються, що свідчить про підвищену чутливість SH-хвиль до напрямку як у вертикальній, так і в горизонтальних площинах. Для осі 3 (γ_{12}) зміни не спостерігаються, що вказує на відсутність анізотропії для SH-хвиль в горизонтальних площинах.

Для всіх осей параметри δ зменшуються, що свідчить про зменшення відхилення від еліптичності для Р-хвиль. Це вказує на зменшення анізотропії і стабільність середовища при збільшенні концентрації монтморіллону та газонасичення.

Монтморілоніт, насичений газом, має значний вплив на зменшення анізотропії для Р-хвиль в горизонтальних напрямках. Це порівняно з моделями з водонасиченням, де анізотропія для Р-хвиль у горизонтальних напрямках є значно більш вираженою. У той час, газова насиченість не змінює анізотропію для SH-хвиль в горизонтальних площинах, що вказує на відсутність змін для SH-хвиль в напрямку осі 3.

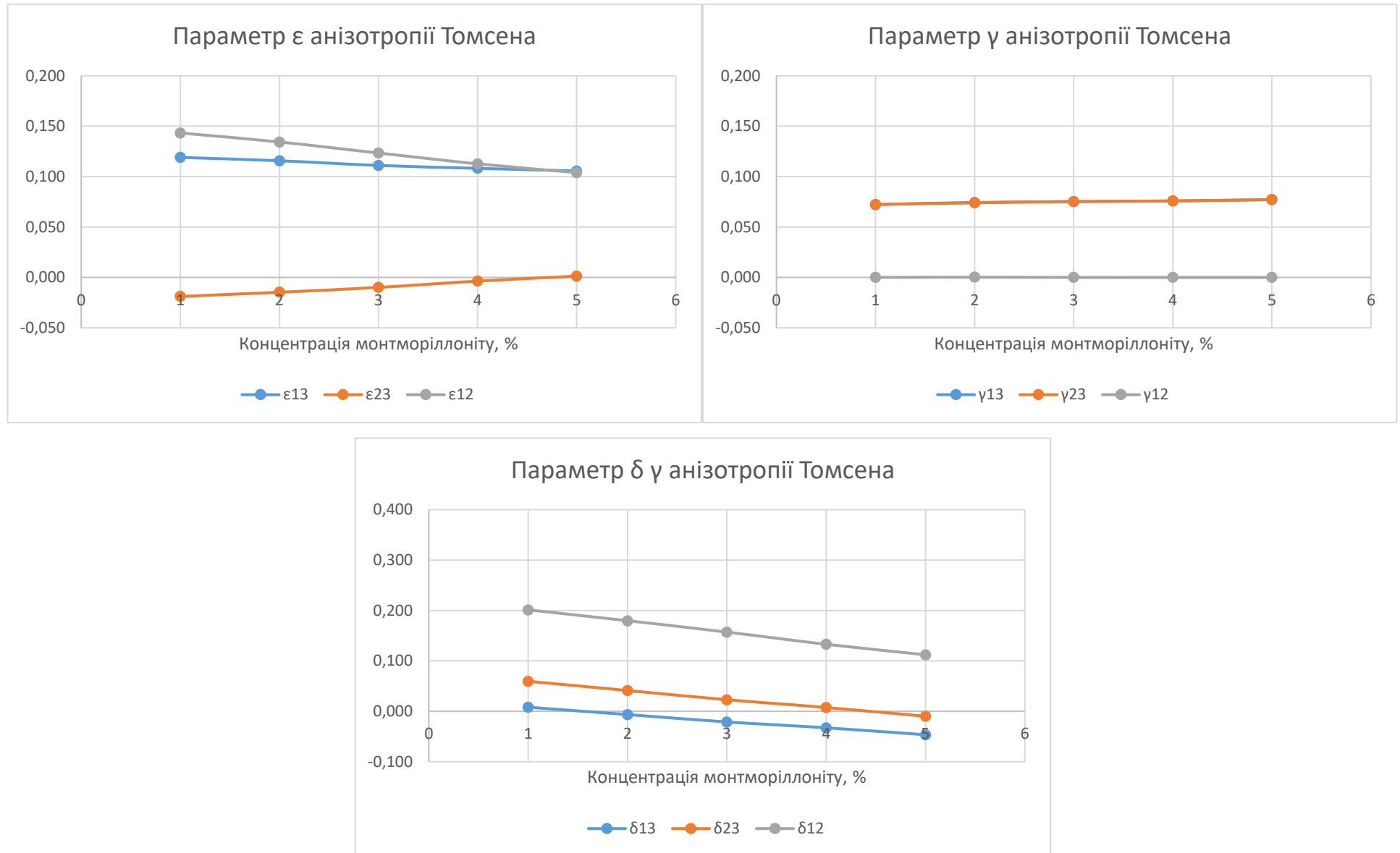


Рисунок 4.35 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.8. в ортотропному середовищі.

Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.9 **вапняк доломітовий гранульно-тріщинно-кавернозний глинистий з включеннями монтморіллону, насичений нафтою** (табл. 3.1) представлені на рис. 4.36.

Параметр ϵ_{13} зменшується, що свідчить про зниження анізотропії для Р-хвиль в напрямку вертикалі, тоді як для ϵ_{23} спостерігається збільшення анізотропії в горизонтальних напрямках. Для ϵ_{12} зниження анізотропії в горизонтальних площинах свідчить про зменшення чутливості швидкості хвиль до напрямку в цих площинах.

Параметри γ_{13} та γ_{23} однаково зростають, що свідчить про підвищену чутливість SH-хвиль до напрямку в вертикальному та горизонтальному напрямках. Для осі 3 (γ_{12}) зміни не спостерігаються, що підтверджує відсутність анізотропії для SH-хвиль в горизонтальних площинах.

Для всіх осей параметри δ зменшуються, що свідчить про зменшення відхилення від еліптичності для Р-хвиль. Це вказує на стабільність середовища та вирівнювання властивостей при підвищенні концентрації монтморіллону та нафтонасичення.

Нафтонасичення має помірний вплив на зменшення анізотропії в порівнянні з водонасиченими і газонасиченими моделями, зменшуючи анізотропію в горизонтальних площинах для Р-хвиль та підвищуючи анізотропію для SH-хвиль в напрямку вертикального напрямку. У порівнянні з моделями, насиченими ілітом та каолінітом, що також насичені нафтою, ефект на анізотропію для Р-хвиль є більш вираженим в останніх, оскільки ці матеріали створюють сильніший контраст у швидкості хвиль при нафтонасиченні. Іліт і каолініт, насичені нафтою, показують більш виражену анізотропію, оскільки їх структура значно менш пориста порівняно з монтморіллоном, що призводить до більш стійкої зміни швидкості хвиль у порівнянні з моделями, де присутній монтморіллонт.

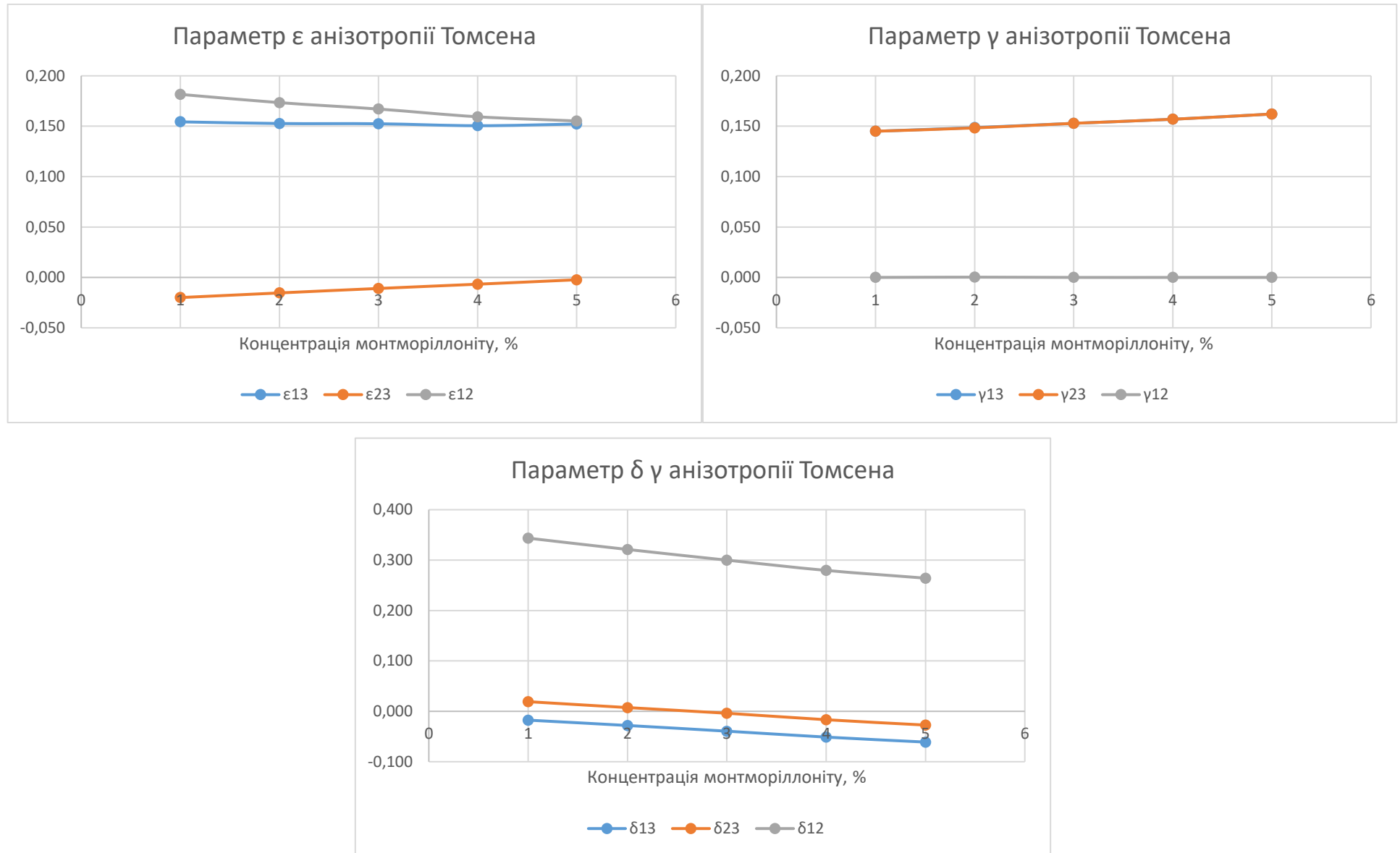


Рисунок 4.36 – Параметри анізотропії Томсена для моделі 2.9. в ортотропному середовищі.

Висновок. Аналіз усіх дев'яти моделей дозволив комплексно оцінити, як тип флюїдонасичення (вода, газ, нафта) та глинистий склад (монтморіллоніт, каолініт, іліт) впливають на анізотропні характеристики хвиль у карбонатних колекторах з ортотропною симетрією. Результати свідчать про систематичні відмінності між моделями, які обумовлюються як властивостями глини, так і типом флюїду.

Водонасичені моделі (2.1 — з ілітом, 2.4 — з каолінітом, 2.7 — з монтморіллонітом) демонструють найвищу анізотропію для Р-хвиль, особливо в напрямку осі 1 (вертикальному), де параметри ϵ_{13} стабільно зростають із підвищенням концентрації глини. Вода, завдяки своїй високій щільності та пружності, створює значний контраст між поровим простором і матрицею, що підсилює анізотропні ефекти. У водонасичених середовищах також спостерігається високий рівень відхилення від еліптичності (δ -параметри), особливо в горизонтальних напрямках (наприклад, δ_{12} у моделі 2.1 досягає значення 0,343), що вказує на сильну асиметрію хвильового фронту.

Газонасичені моделі (2.2 — з ілітом, 2.5 — з каолінітом, 2.8 — з монтморіллонітом) демонструють найменшу анізотропію для Р-хвиль. Газ знижує загальну жорсткість середовища, що призводить до більш однорідного поширення хвиль. Наприклад, у моделі 2.2 (іліт + газ) параметр ϵ_{13} має низьке абсолютне зростання (від 0,122 до 0,128), а ϵ_{12} різко зменшується. Параметри δ у цих моделях також мають тенденцію до швидкого зниження або навіть переходу у від'ємні значення (у моделі 2.8 $\delta_{13} = -0,046$, $\delta_{23} = -0,032$), що свідчить про вирівнювання середовища і зменшення асиметрії. При цьому анізотропія для SH-хвиль (γ -параметри) зростає незначно, або зберігає майже стабільні значення.

Нафтонасичені моделі (2.3 — з ілітом, 2.6 — з каолінітом, 2.9 — з монтморіллонітом) мають проміжне положення між водо- та газонасиченими середовищами. Вони демонструють помірне зростання анізотропії для SH-хвиль у вертикальному напрямку (γ_{13}), а також часткове зменшення анізотропії для Р-хвиль у горизонтальних площинах. Наприклад, у моделі 2.3 (іліт + нафта) γ_{13}

зростає від 0,146 до 0,174, а ϵ_{12} зменшується з 0,184 до 0,148. Параметри δ у всіх напрямках мають чітку тенденцію до зменшення, але менш різку, ніж у газонасичених моделях. Так, у моделі 2.9 (монтморіллоніт + нафта) δ_{13} змінюється від $-0,018$ до $-0,061$, що менше, ніж у моделі 2.8 (монтморіллоніт + газ).

Моделі з ілітом (2.1, 2.2, 2.3) демонструють найвищу анізотропію, особливо для параметрів γ та ϵ , через кристалічну структуру іліту, яка формує щільні включення.

Моделі з каолінітом (2.4, 2.5, 2.6) мають помірну анізотропію, стабільно підсилюючи ϵ_{13} та γ_{13} при водонасиченні, але ефект слабшає при газі або нафті.

Моделі з монтморіллонітом (2.7, 2.8, 2.9) мають найменшу анізотропію, з поступовим зниженням ϵ -параметрів незалежно від типу флюїду, а γ -параметри зростають лише в межах вертикального напрямку.

Отже, залежність анізотропних властивостей від типу флюїду і глинистої складової є суттєвою. Водонасичення найбільшою мірою підсилює анізотропію середовища, особливо для Р-хвиль у вертикальному напрямку. Газ навпаки — істотно знижує як анізотропію, так і асиметрію, забезпечуючи майже однорідне хвильове поле. Нафта займає проміжне положення, стабілізуючи середовище та водночас сприяючи зростанню анізотропії для SH-хвиль. Найбільш анізотропні — моделі з ілітом, найменш — з монтморіллонітом, що дозволяє робити обґрунтовані висновки при інтерпретації сейсмічних даних у складних карбонатних колекторах.

ВИСНОВОК

У ході виконання роботи проведено математичне моделювання параметрів анізотропії Томсена (ϵ , γ , δ) для глинистих вапняків з урахуванням різних типів симетрії середовища — поперечно-ізотропного та ортотропного. Було створено 18 моделей, які враховували варіації мінералогічного складу (іліт, каолінит, монтморилоніт), зміни типу порового насичення (вода, газ, нафта), геометрію пористості та структурні особливості колектора.

Отримані результати показали, що тип симетрії середовища суттєво впливає на інтенсивність і напрям анізотропії хвиль. Їх можна представити наступним чином:

- При використанні формул для ортотропного середовища в породах з середньою анізотропністю більш точно оцінюється ефекти анізотропії окремо в кожній координатній площині;
- При використанні формул для поперечно-ізотропної моделі можна отримати лише узагальнену картину, що придатна для опису малоанізотропних середовищ;
- Флюїдонасичення виявилось також критичним чинником, що визначає рівень анізотропії. Насичення водою значно посилює анізотропію для як P-, так і SH-хвиль, особливо у моделях з каолінітом та ілітом. Насичення газом, навпаки, знижує анізотропію, зменшуючи контраст між включеннями і матрицею. Нафтонасичення забезпечує проміжну реакцію середовища, частково зберігаючи анізотропні ефекти, особливо у вертикальному напрямку для SH-хвиль;
- мінералогічний склад також здійснює значний вплив: моделі з ілітом показали найвищі значення параметрів ϵ і γ , тоді як монтморилоніт продемонстрував найменшу чутливість до зміни напрямку, що пояснюється його пластичними властивостями. Каолініт

займав проміжне положення, забезпечуючи стійку, але не надмірну анізотропію;

- встановлено, що збільшення концентрації глини у більшості випадків призводить до зростання анізотропії, але цей ефект залежить від поєднання типу глини та флюїду. Різні комбінації цих факторів формують специфічні моделі хвильового поля, що має прикладне значення для геофізичної інтерпретації складних карбонатних колекторів.

Результати моделювання показали, що використання параметрів Томсена для ортотропного середовища має переважну ефективність у випадках, коли середовище має середній рівень анізотропії. Зокрема, у газонасичених моделях спостерігається неоднозначна й нестабільна поведінка параметрів Томсена, що ускладнює їх інтерпретацію. При дослідженні моделей з вищою анізотропією (більше 10 %) ортотропний підхід не завжди забезпечує адекватне відображення хвильової анізотропії в реальних умовах.

Отримані результати свідчать про потребу подальших досліджень у цьому напрямку, зокрема з залученням експериментальних даних та розширенням кількості моделей, що враховують не лише глинистість і насичення, але й мікроструктурні властивості породи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

Александров К.С., Продайвода Г.Т. (2000). Анизотропия упругих свойств минералов и горных пород. Новосибирск: Изд. СО РАН.

Безродна І.М. (2010). Математичне моделювання впливу систем орієнтації тріщин і каверн на анізотропію пружних і акустичних властивостей карбонатних колекторів. Вісник Київського університету. Геологія, (49), 17–21.

Безродний Д.А., Безродна І.М. (2008). Математичне моделювання впливу кристалографічної орієнтації мінералів та мікротріщин на параметри пружної і акустичної анізотропії. Вісник Київськ. ун-ту. Геологія, (45), 49–52.

Безродна І., Безродний Д., Козіонова О. (2017). Аналіз впливу мінерального скелету порід-колекторів Руновщинської площі на пружні та акустичні параметри (за результатами математичного моделювання). Вісник Київськ. ун-ту. Геологія, (77), 52–58. <http://doi.org/10.17721/1728-2713.77.06>

Безродна І.М., Безродний Д., Кузьменко Т. (2010). Математичне моделювання впливу глинистості на пружні властивості складнобудованих вапняків Волино-Поділля. Вісник Київського університету. Геологія, (51), 8–12.

Безродная И., Безродный Д., Продайвода Г. (2018). Математическое моделирование упругой анизотропии пород-коллекторов. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing. <https://www.morebooks.shop/store/ru/book/Математическое-моделирование-упругой-анизотропии-пород-коллекторов/isbn/978-613-8-34712-5>

Безродна І.М., Вижва С.А., Безродний Д.А. (2010). Вплив характеру насичення пустотного простору карбонатних порід на параметри пружної анізотропії. Теоретичні та прикладні проблеми геоінформатики, 131–141.

Безродна І., Хоменко Р. (2023). Математичне моделювання геофізичних параметрів. Посібник з лабораторного практикуму для студентів ННІ «Інститут геології» за спеціальністю 103 «Науки про Землю».

<https://geophys.knu.ua/education/library/96/matematichne-modelyuvannya-geofizichnikh-parametriv>

Продайвода Г.Т. (2000). Основи сейсмоакустики. Київ: ВПЦ “Київський університет”.

Продайвода Г.Т. (2004). Акустика текстур гірських порід. Київ: ВГЛ «Обрій».

Продайвода Г.Т., Безродна І.М., Кузьменко Т.М. (2009). Математичне моделювання впливу глинистості на пружні властивості складно побудованих вапняків Волино-Поділля. Матеріали ІХ Міжнародної конференції “Моніторинг геол. проц.”, Київ, 68–70.

Продайвода Г.Т., Вижва С.А., Віршило І.В. (2012). Математичне моделювання ефективних геофізичних параметрів. Київ: ВПЦ «Київський університет».

Alkhalifah, T. (2000). An acoustic wave equation for anisotropic media. *Geophysics*, 65(4), 1239–1250.

Blias, E. (2019). Azimuthal seismic anisotropy in exploration and reservoir characterization. EAGE Publications.

Grechka, V., Tsvankin, I. (2002). *Theory of Elastic Waves in Anisotropic Media: Applied Anisotropy*. SEG Press.

Guoxing Liu, Maynard, J. D. (2012). Measuring elastic constants of arbitrarily shaped samples using resonant ultrasound spectroscopy. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131, 2068. <https://doi.org/10.1121/1.3677259>

Hao, Q., Tsvankin, I. (2023). Thomsen-type parameters and attenuation coefficients for constant-Q transverse isotropy. *Geophysics*, 88(5), C123–C134. <https://doi.org/10.1190/GEO2022-0575.1>

Helbig, K. (1994). *Foundations of Anisotropy for Exploration Seismics*. Pergamon Press.

Thomsen, L. (1986). Weak elastic anisotropy. *Geophysics*, 51(10), 1954–1966. <https://doi.org/10.1190/1.1442051>

Tsvankin, I. (1997). Anisotropic parameters and P-wave velocity for orthorhombic media. *Geophysics*, 62(4), 1292–1309.

Xinpeng Du, Ji-Cheng Zhao. (2017). Facile measurement of single-crystal elastic constants from polycrystalline samples. *Computational Materials*, 17. <https://doi.org/10.1038/s41524-017-0019-x>