

A. Alexandrov, PhD, Senior Researcher  
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

## COMPLEX FORMALISM IN THE THEORY OF GRAVITATIONAL LENSING AND THE GEOMETRY OF CAUSTICS

*In the theory of gravitational lensing, the critical curves and caustics of the lens mapping are of particular interest. The most striking features of this phenomenon take place just when the source is in the vicinity of the caustic of the gravitational lens system. The main method for studying the properties of a lens mapping in the vicinity of a critical point is its approximation by a segment of a Taylor series in a special local coordinate system; this allows one to describe all the necessary properties with sufficient accuracy by means of a certain number of Taylor coefficients. In this article, we propose a general algorithm for calculating the mentioned coefficients directly in the original coordinates. The algorithm essentially uses the complex formulation of the lensing equations and the parameterization of critical curves, which was first proposed by Witt (1990).*

*We analyzed the formula for the curvature of the caustic and introduced a closely related function  $D$ . For  $D > 0$ , the so-called positive side of the caustic neighborhood, whose points have two more images, corresponds to the convexity of the caustic, and for  $D < 0$ , to its concavity. The critical points, at which  $D = 0$ , correspond to the inflection points of the caustic. The conditions for the critical point to be a cusp, as well as the positivity and negativity of the cusps are considered. The properties of caustics are illustrated with examples of the Chang-RRefsdal lens and a simplified dark matter clump model.*

*Key words: gravitational lensing, complex formulation, critical curves and caustics.*

УДК 524.7

I. Ізотова, канд. фіз.-мат. наук  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

## КОМПАКТНІ ГАЛАКТИКИ З АКТИВНИМ ЗОРЕУТВОРЕННЯМ: ЗВ'ЯЗОК МІЖ ІНТЕГРАЛЬНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ СПАЛАХУ ЗОРЕУТВОРЕННЯ

*Для вибірки компактних галактик з активним зореутворенням, створеної на основі цифрового огляду неба SDSS DR14, проведено дослідження зв'язку між інтегральними характеристиками процесу зореутворення – темпом  $SFR(H\beta)$  і питомим темпом зореутворення  $sSFR(H\beta)$ , та аналогічними характеристиками  $SFR_0(H\beta)$  та  $sSFR_0(H\beta)$ , приведеними до нульового віку спалаху зореутворення, а також масою молодого населення зір із віком  $< 10$  млн років, віком спалаху зореутворення та вмістом кисню  $12 + \log O/H$  у міжзоряному середовищі цих галактик. Отримано тісну та майже лінійну залежність між темпом зореутворення та масою молодого зоряного населення, а також слабку кореляцію між темпом зореутворення та вмістом кисню. Показано, що питомі темпи зореутворення, середні значення яких  $\langle sSFR(H\beta) \rangle = 8,8 \cdot 10^{-9} \text{ рік}^{-1}$  та  $\langle sSFR_0(H\beta) \rangle = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ рік}^{-1}$ , не залежать від маси молодого зоряного населення та вмісту кисню і тому є універсальною характеристикою компактних галактик з активним зореутворенням.*

*Ключові слова: галактики з активним зореутворенням, темп зореутворення, питомий темп зореутворення.*

**Вступ.** Робота є продовженням мультихвильових досліджень галактик з активним зореутворенням. Серед різноманіття типів галактик особливо цікавими є компактні карликові галактики, які вирізняються наявністю сильних емісійних ліній водню в їхніх спектрах, що свідчить про активні процеси зореутворення, причому еквівалентна ширина ліній часто вказує на відносно молодий спалах зореутворення. Для галактик цього типу є можливість з великою точністю визначити вміст важких елементів, зокрема кисню, та екстинкцію внаслідок поглинання випромінювання пиловою компонентою. Вміст важких елементів  $Z$  у карликових галактиках нижче від вмісту  $Z_\odot$  на Сонці, і в окремих об'єктах він сягає низьких значень  $Z_\odot/12$ , а відношення маси газу до маси зоряного населення високе, що свідчить про їхню еволюційну молодість. Це переважно близькі галактики (червоне зміщення  $z < 1,0$ ), але фізичні умови (світність, темп зореутворення, питомий темп зореутворення, хімічний склад) у деяких із них подібні до умов у галактиках на великих червоних зміщеннях ( $z = 2-3$ , Lyman-break, Ly-alpha галактики), спостерігати які складніше. Тому компактні карликові галактики є перспективними локальними об'єктами для дослідження фізичних умов у молодих галактиках на великих червоних зміщеннях.

Дослідженням галактик із зореутворенням присвячено значну кількість робіт, див. наприклад, [1–8] та посилання в них щодо визначення темпу зореутворення. Результати спектральних досліджень різних вибірок компактних галактик з активним зореутворенням із цифрового огляду неба SDSS (випуски 2007–2020 рр.) викладено у низці робіт, зокрема [9–18]. У роботах [19–28], виконаних в Астрономічній обсерваторії Київського національного університету імені Тараса Шевченка, для різних вибірок галактик з активним зореутворенням із різних випусків SDSS проведено статистичні дослідження випромінювання у різних діапазонах спектра – близькому та далекому ультрафіолетовому (за даними космічної місії GALEX) і близькому інфрачервоному (за даними космічної місії WISE) діапазонах, емісійних лініях  $H\alpha$  та  $H\beta$  (дані SDSS), радіоконтинуумі на 1,4 ГГц (дані NVSS і FIRST); за різними чинниками (мультихвильовими монохроматичними світностями та їхніми комбінаціями) визначено швидкості зореутворення та функції світності, зокрема і для нульового віку спалаху зореутворення.

У цій роботі для компактних галактик з активним зореутворенням з SDSS DR14 проведено дослідження зв'язку темпу зореутворення з характеристиками спалаху зореутворення.

**Вибірка галактик та їхні інтегральні характеристики.** Досліджується вибірка понад 30 тис. компактних галактик з активним зореутворенням (CSFGs) із цифрового спектрального огляду неба SDSS DR14 [29]. Критерії відбору об'єктів вибірки детально описано в [13]. Для повноти та цільності викладу нагадаємо, що до вибірки включено компактні об'єкти (переважно з кутовими діаметрами 6"–10"), у спектрах яких присутні емісійні лінії  $H\beta$  з еквівалентною шириною  $EW(H\beta) \geq 10 \text{ \AA}$  та лінії  $[O III] \lambda 4363 \text{ \AA}$ , для яких похибка у визначенні потоку у лінії  $< 50 \%$  величини, останнє важливо для надійного визначення вмісту важких елементів. У спектрах відібраних галактик також відсутні спектральні ознаки наявності активних галактичних ядер. Галактики вибірки на діагностичній діаграмі для потоків випромінювання у лініях  $[O III] \lambda 5007 \text{ \AA}$ ,  $H\beta \lambda 4861 \text{ \AA}$  –  $[N II] \lambda 6583 / H\alpha \lambda 6563 \text{ \AA}$  розміщуються в областях, притаманних галактикам з активним зореутворенням, а не активних галактичних ядер.

Спектральні дані SDSS про спостережні потоки випромінювання в емісійних лініях H $\alpha$  та H $\beta$  скореговано через екстинкцію (прийнято криву почервоніння Cardelli та ін. (1989) [30] і відношення повної екстинкції до селективної екстинкції  $R(V) = A(V)/E(B-V) = 3,1$ ). Корекцію через екстинкцію проведено у два кроки. Спочатку спостережні спектри, не виправлені за червоне зміщення, скореговано через екстинкцію Молочного Шляху  $A(V)_{MW}$  з використанням даних NED. Після цього спектр, приведений до системи спокою, скореговано через екстинкцію всередині галактики  $A(V)_{int}$ , яку отримано з бальмерівського декременту після його корекції через екстинкцію Молочного Шляху (див. деталі у [13]). На додаток до екстинкції, потоки в H $\beta$  скореговано через апертуру з використанням коефіцієнта  $2,5^{(ap)-r}$ , де  $r$  і  $r(ap)$  – відповідно повна SDSS  $r$  зоряна величина і  $r(ap)$  – зоряна величина всередині круглої спектральної апертури з діаметром 2" чи 3" залежно від того, у якому випуску SDSS наведено спостережні дані. Скореговані через екстинкцію та апертуру потоки в емісійній лінії H $\beta$  трансформовано у світності, причому відстані розраховувалися з використанням космологічного калькулятора NED [31] для космологічних параметрів  $H_0 = 67,1 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ ,  $\Omega_\Lambda = 0,682$ ,  $\Omega_M = 0,318$  [32].

Для дослідження використано інтегральні характеристики галактик вибірки, які було визначено за спектральними даними SDSS в роботі [28]: вміст кисню  $12+\log(O/H)$  та маси зоряного компонента  $M_{star}$  і маси молодого населення зір  $M_{young}$ . Для визначення вмісту кисню використано прямий  $T_e$ - та частково напівемпіричний методи (див. [9–10] і посилання в них). Маси зоряного компонента  $M_{star}$  та  $M_{young}$  було визначено з моделювання спектрального розподілу енергії (SED) SDSS в спектрах CSFGs вибірки. Метод включає врахування як зоряного так і небулярного континууму. Історію зореутворення апроксимовано коротким спалахом (для молодого зоряного компонента з віком  $t_{young} < 10$  млн років) і неперервним зореутворенням із постійним темпом SFR (для більш старого зоряного компонента). Внесок кожного зоряного населення в розподіл енергії SED є параметром відношення  $b = M_{young}/M_{old}$ , а повна маса є  $M_{star} = M_{young} + M_{old}$  (метод детально описано в [16]).

Темп зореутворення  $SFR(H\beta)$  і питомий темп зореутворення  $sSFR(H\beta) = SFR(H\beta)/M_{star}$  галактик розраховано з урахуванням [33] за світністю в емісійній лінії H $\beta$ , скорегованою через екстинкцію і апертуру, також для розрахунків прийнято відношення потоків  $F(H\alpha)/F(H\beta) = 2,8$ :

$$SFR(H\beta) = 2,21 \times 10^{-41} L(H\beta). \quad (1)$$

У виразі (1) і далі всі світності наведено в одиницях  $\text{erg} \cdot \text{с}^{-1}$ , темп зореутворення –  $M_\odot \cdot \text{рік}^{-1}$ . Вираз для SFR у роботі [33] отримано для темпу зореутворення, сталого впродовж довгого часу ( $\sim 100$  млн років), сонячного вмісту кисню та початкової функції мас Солпітера [34]. Але галактикам вибірки CSFGs притаманний спалаховий характер процесу зореутворення, який яскраво себе проявляє у світності галактики, що швидко спадає на короткій шкалі часу  $\leq 10$  млн років. Так, згідно з моделлю Starburst99 [35], розрахованою для різних значень вмісту кисню, світність  $L(H\beta)$  в емісійній лінії H $\beta$ , яка є результатом дії іонізуючого випромінювання наймасивніших зір, та еквівалентна ширина  $EW(H\beta)$  для моди миттєвого спалаху спадає на  $\sim 2$  порядки величини впродовж 10 млн років. Це переконливо проілюстровано на рис. 2 роботи [25]. Тому, крім сталого у часі темпу зореутворення, нами було розраховано темп зореутворення за світністю  $L(H\beta)$ , зведеною до нульового віку спалаху. Мірою віку у моделі миттєвого спалаху зореутворення є еквівалентна ширина  $EW(H\beta)$  в емісійній лінії H $\beta$ , і величина  $EW(H\beta)$  тим більша, чим менший вік спалаху. Тому для зведення світності до нульового віку спалаху використано поправку згідно із [16], яку отримано для металічності (вмісту кисню)  $1/5$  від сонячної, що є типовим для галактик вибірки:

$$\Delta \log L(H\beta) = 2,7 - \log[EW(H\beta)], \quad (2)$$

для  $\log EW(H\beta) \leq 2,7$ , інакше  $\Delta \log L(H\beta) = 0$ . З урахуванням (1) темп зореутворення, що відповідає нульовому віку спалаху, представимо у вигляді

$$\log SFR_0(H\beta) = \log L_0(H\beta) - 40,655, \quad (3)$$

де  $\log L_0(H\beta) = \log L(H\beta) + \Delta \log L(H\beta)$ .

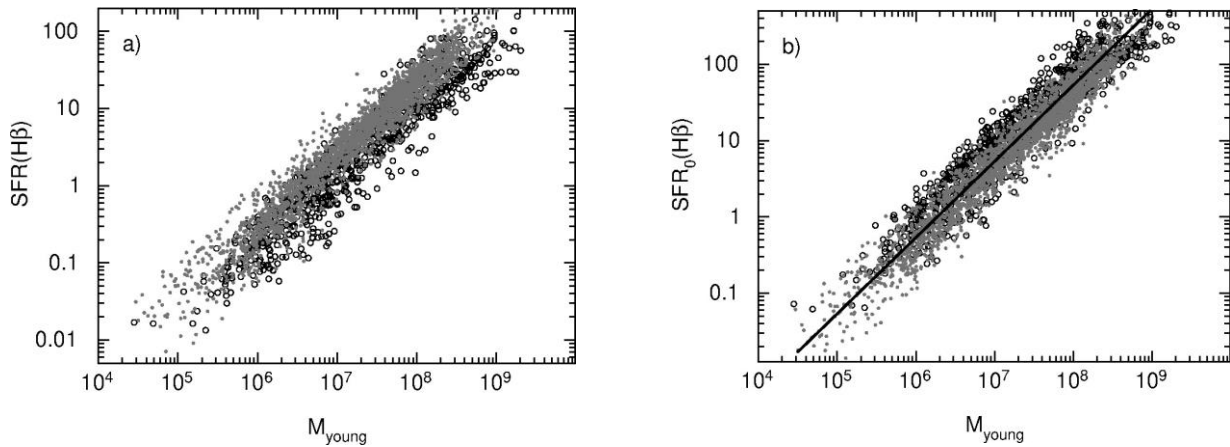
Співвідношення між темпами зореутворення (спостережним і зведеним до нульового віку спалаху) й інтегральними характеристиками. У подальшому для стислості введемо такі умовні позначення:  $SFR(H\beta)$  – "спостережний" темп зореутворення, визначений за спостережною світністю  $L(H\beta)$  (з належними корекціями) згідно з (1);  $SFR_0(H\beta)$  – "початковий (нульовий)" темп зореутворення, визначений за світністю  $L(H\beta)$ , зведеною до нульового віку спалаху з урахуванням (2) і (3).

На рис. 1 наведено залежності темпів зореутворення ("спостережного" та "початкового") від маси молодого зоряного населення галактик  $M_{young}$ . Галактики з високими значеннями еквівалентної ширини  $EW(H\beta) > 50 \text{ \AA}$  позначено сірими кружками, з низькими значеннями  $EW(H\beta) \leq 50 \text{ \AA}$  – незаповненими кружками. Оскільки, як уже зазначалось, еквівалентна ширина  $EW(H\beta)$  в емісійній лінії H $\beta$  у моделі миттєвого спалаху є мірою віку зореутворення, таке розбиття за значеннями  $EW(H\beta)$  віддзеркалює різний вік спалаху.

На рис. 1а видно зміщення положень галактик із високими та низькими значеннями  $EW(H\beta)$ , що підтверджує необхідність корекції за вік спалаху. На рис. 1b показано ту саму залежність, що і на рис. 1а, але для  $SFR_0(H\beta)$  – темпу зореутворення, зведеного до нульового віку спалаху зореутворення з урахуванням (2) і (3). Видно, що зміщення положень галактик із високими та низькими значеннями  $EW(H\beta)$  відсутнє, а розкид даних зменшився порівняно з рис. 1а. Розподіл на рис. 1b апроксимується рівнянням

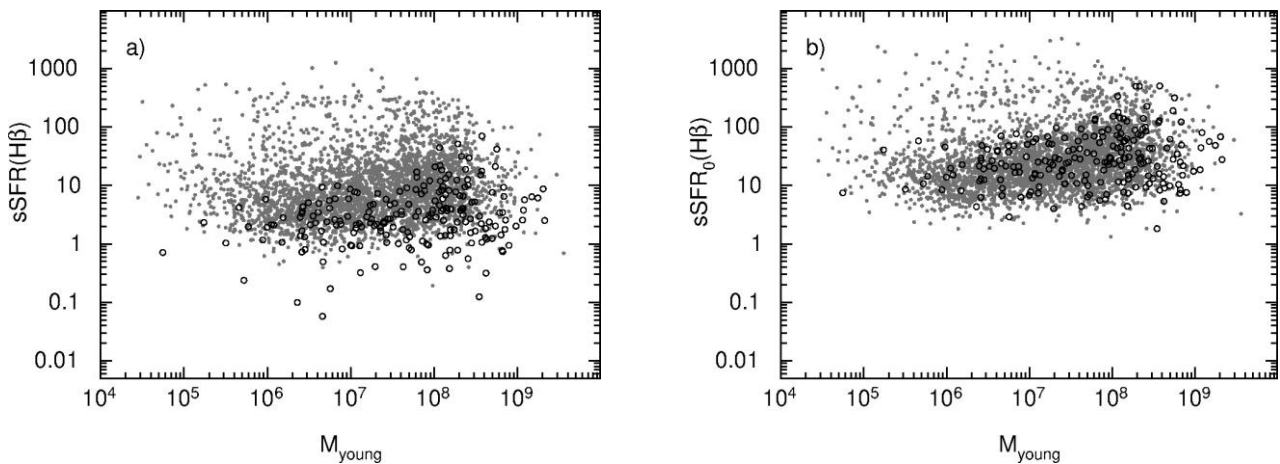
$$SFR_0(H\beta) = 2,22 \times 10^{-7} \times M_{young}^{1,06}, \quad (4)$$

де маса молодого зоряного населення  $M_{young}$  наведена в  $M_\odot$ , темп зореутворення  $SFR_0(H\beta)$  – в  $M_\odot \cdot \text{рік}^{-1}$ . Отримана кореляційна залежність є тісною (коефіцієнт лінійної кореляції  $r = 0,96$ , кількість точок  $N = 3327$ ) і згідно з критерієм Фішера [36] статистично значущою (імовірність – понад 99 %).



**Рис. 1.** Зв'язок темпів зореутворення: а)  $SFR(H\beta)$  ("спостережного") та б)  $SFR_0(H\beta)$  (для нульового віку спалаху) з масою молодого зоряного населення галактик  $M_{young}$ . Галактики зі значеннями еквівалентної ширини  $EW(H\beta) > 50 \text{ \AA}$  позначено сірими кружками, з  $EW(H\beta) \leq 50 \text{ \AA}$  – незаповненими кружками. Темп зореутворення – в одиницях  $M_{\odot} \cdot \text{рік}^{-1}$ ,  $M_{young}$  – в  $M_{\odot}$

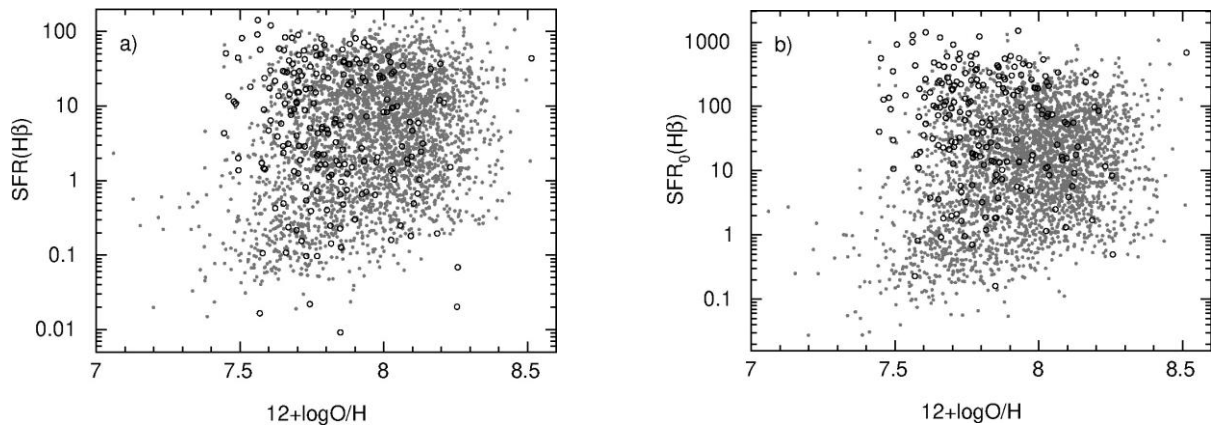
Ця залежність дуже близька до лінійної. Таким чином, "початковий (нульовий)" темп зореутворення  $SFR_0(H\beta)$  приблизно пропорційний масі молодого населення, що і очікувалось, оскільки світність в емісійній лінії  $H\beta$  визначається кількістю іонізуючих квантів, що залежить від маси "народжених" масивних зір і віку спалаху зореутворення. Останнє чітко проявляється у моделюванні розподілу світності в емісійній лінії  $H\beta$  та практично збігається з оцінками, наведеними у [25]. У нашому випадку врахування віку спалаху зореутворення позначилось на розкиді точок на графіках.



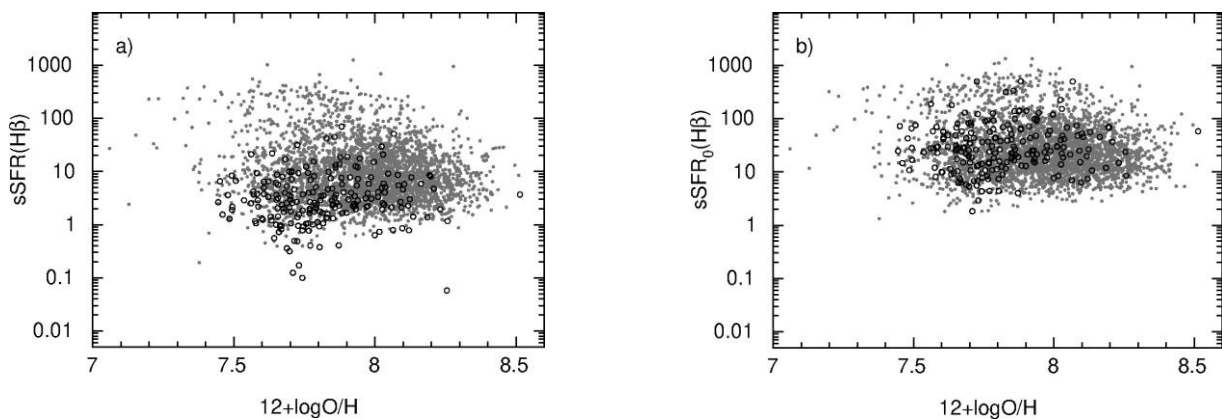
**Рис. 2.** Зв'язок питомих темпів зореутворення: а)  $sSFR(H\beta)$  ("спостережного") та б)  $sSFR_0(H\beta)$  (для нульового віку спалаху) з масою молодого зоряного населення галактик  $M_{young}$ . Позначення як на рис. 1. Питомий темп зореутворення — в одиницях  $10^{-9} \text{ рік}^{-1}$ ,  $M_{young}$  – в  $M_{\odot}$

На рис. 2 показано залежності питомих темпів зореутворення: а)  $sSFR(H\beta)$  ("спостережного") та б)  $sSFR_0(H\beta)$  (для нульового віку спалаху) від маси молодого зоряного населення галактик  $M_{young}$ . Позначення галактик із різними  $EW(H\beta)$  ті самі. З рисунків видно, що  $sSFR(H\beta)$  не залежить від  $M_{young}$ , це впливає з майже лінійної залежності між  $SFR(H\beta)$  і  $M_{young}$  (рис. 1а і 1б). Як і у випадку  $SFR(H\beta)$ , дисперсія  $sSFR_0(H\beta)$ , скорегованих за вік, менша, ніж нескорегованих  $sSFR(H\beta)$ . Відсутність залежностей на рис. 2а і 2б приводить до висновку, що зореутворення в компактних галактиках із зореутворенням має універсальний характер і визначається середньою величиною питомих темпів зореутворення  $\langle sSFR(H\beta) \rangle = 8,8 \cdot 10^{-9} \text{ рік}^{-1}$  та  $\langle sSFR_0(H\beta) \rangle = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ рік}^{-1}$ .

Залежність "спостережних" темпів зореутворення від вмісту кисню показано на рис. 3а. Спостерігається незначне зростання  $SFR(H\beta)$  зі збільшенням  $12 + \log(O/H)$ . Для кореляційної залежності отримано коефіцієнт лінійної кореляції  $r = 0,25$  ( $N = 3297$ ), вона згідно з критерієм Фішера є статистично значущою з великою імовірністю. Отримана залежність є відображенням відомих залежностей зростання металічності (вмісту кисню) і темпу зореутворення з ростом маси зоряного населення галактики. А ще у процесі моделювання з використанням Starburst99 вміст кисню опосередковано позначається на значеннях світності  $L(H\beta)$ , а відтак і  $SFR(H\beta)$ . Залежність, подібна до залежності на рис. 3а, спостерігається і для темпів зореутворення  $SFR_0(H\beta)$ , зведених до нульового віку спалаху зореутворення, від вмісту кисню (рис. 3б), але з дещо меншою дисперсією.



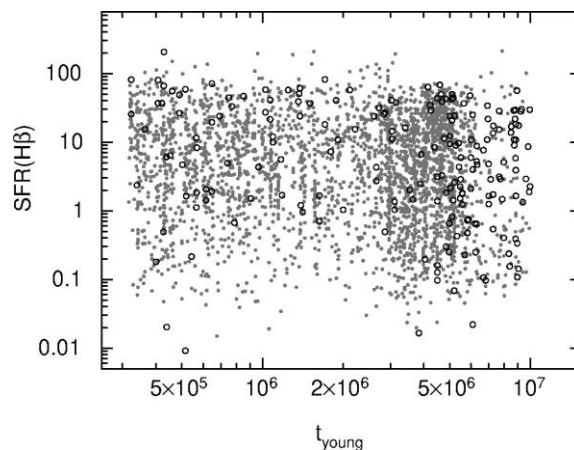
**Рис. 3.** Залежність темпів зореутворення: а)  $SFR(H\beta)$  ("спостережного") та б)  $SFR_0(H\beta)$  (для нульового віку спалаху) від вмісту кисню. Позначення такі, як на рис. 1. Темп зореутворення – в  $M_{\odot} \cdot \text{рік}^{-1}$



**Рис. 4.** Залежність питомих темпів зореутворення: а)  $sSFR(H\beta)$  ("спостережного") та б)  $sSFR_0(H\beta)$  (для нульового віку спалаху) від вмісту кисню. Позначення, як на рис. 1. Питомий темп зореутворення – в одиницях  $10^{-9} \text{ рік}^{-1}$

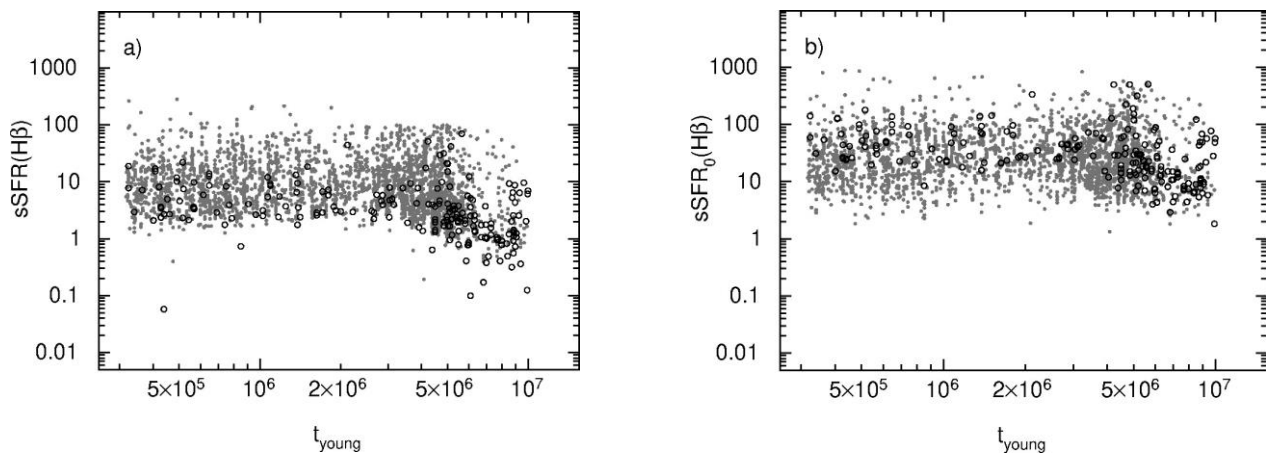
На відміну від темпів зореутворення, питомі темпи зореутворення  $sSFR(H\beta)$  та  $sSFR_0(H\beta)$  не показують залежності від вмісту кисню (рис. 4а і 4б), підкреслюючи їхній універсальний характер для компактних галактик із зореутворенням, з малою дисперсією (1 dex) порівняно з дисперсією у 2–3 dex для темпів зореутворення (рис. 3а і 3б).

На рис. 5 зображено розподіл "спостережних" темпів зореутворення  $SFR(H\beta)$  від віку спалаху зореутворення  $t_{\text{young}}$ , який не виявляє будь-якої залежності. Вік спалахів зореутворення міститься в діапазоні < 10 млн років, але для значної кількості галактик вік становить 4–5 млн років. Зазначимо, що у вибірці є значна кількість галактик із низькими значеннями еквівалентної ширини  $EW(H\beta) < 50 \text{ \AA}$ , у яких вік спалаху становить 5–10 млн років. Зауважимо, що для будь-якого віку спалаху темп зореутворення може змінюватись у широкому діапазоні від  $0,1 M_{\odot} \cdot \text{рік}^{-1}$  до  $100 M_{\odot} \cdot \text{рік}^{-1}$ . Точно така сама картина спостерігається і для темпу зореутворення  $SFR_0(H\beta)$ , зведеного до нульового віку спалаху, тільки дисперсія менша.



**Рис. 5.** Залежність "спостережних" темпів зореутворення  $SFR(H\beta)$  від віку спалаху зореутворення  $t_{\text{young}}$ . Позначення, як на рис. 1. Темп зореутворення  $SFR(H\beta)$  – в одиницях  $M_{\odot} \cdot \text{рік}^{-1}$ ,  $t_{\text{young}}$  – у роках

На відміну від  $SFR(H\beta)$ , питомий темп зореутворення  $sSFR(H\beta)$  зменшується, починаючи з віку  $\sim 3$  млн років, що відповідає віку еволюції наймасивніших зір (рис. 6а). З іншого боку, це зменшення майже зникає для  $sSFR_0(H\beta)$  питомих темпів зореутворення, зведених до нульового віку зореутворення (рис. 6б), що може свідчити про коректність поправок, уведених за вік спалаху зореутворення.



**Рис. 6.** Залежність питомих темпів зореутворення: а)  $sSFR(H\beta)$  ("спостережного") та б)  $sSFR_0(H\beta)$  (для нульового віку спалаху) від віку спалаху зореутворення  $t_{\text{young}}$ . Позначення, як на рис. 1. Питомий темп зореутворення  $sSFR(H\beta)$  — в одиницях  $10^{-9} \text{ рік}^{-1}$ ,  $t_{\text{young}}$  — у роках

**Висновки.** Для вибірки компактних галактик з активним зореутворенням, створеної на основі цифрового огляду неба SDSS DR14, проведено дослідження зв'язку між інтегральними характеристиками процесу зореутворення — темпом  $SFR(H\beta)$  і питомим темпом зореутворення  $sSFR(H\beta)$ , а також аналогічними характеристиками  $SFR_0(H\beta)$  та  $sSFR_0(H\beta)$ , зведеними до нульового віку спалаху зореутворення, та масою молодого населення зір  $M_{\text{young}}$  з віком  $< 10$  млн років, віком спалаху зореутворення та вмістом кисню  $12+\log O/H$  у міжзоряному середовищі цих галактик. Отримано такі результати:

- встановлено майже лінійну залежність між темпом зореутворення  $SFR(H\beta)$  та масою молодого зоряного населення  $M_{\text{young}}$ , що загалом очікувалось, оскільки темп виробництва іонізуючих фотонів, а тим самим світність у лінії  $H\beta$  і темп зореутворення визначаються кількістю масивних зір, а також віком спалаху зореутворення. Відповідно, питомий темп зореутворення не залежить від маси молодого зоряного населення і є універсальною величиною для компактних галактик з активним зореутворенням із середніми значеннями  $\langle sSFR(H\beta) \rangle = 8,8 \cdot 10^{-9} \text{ рік}^{-1}$  та  $\langle sSFR_0(H\beta) \rangle = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ рік}^{-1}$ .

- виявлено слабку кореляцію між  $SFR(H\beta)$  і  $SFR_0(H\beta)$  та вмістом кисню  $12+\log O/H$ . З іншого боку показано, що питомий темп зореутворення не залежить від вмісту кисню, а це підтверджує висновок, що питомий темп зореутворення є універсальною характеристикою.

**Подяка.** Автор вдячна рецензентів за корисні конструктивні зауваження. Роботу виконано в межах теми 19БФ023-01 НДЧ Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Під час виконання роботи використано інформацію з бази даних позагалактичних джерел NED (NASA/IPAC Extragalactic Database), яка функціонує під керівництвом Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, при контракті з National Aeronautics and Space Administration; огляди Sloan Digital Sky Survey (SDSS) та SDSS-II, які виконано та функціонують завдяки Alfred P. Sloan Foundation, the Participating Institutions, the National Science Foundation, the U.S. Department of Energy, the National Aeronautics and Space Administration, the Japanese Monbukagakusho, the Max Planck Society та the Higher Education Funding Council for England.

**Список літератури**

1. Mid-Infrared Properties of Low-Metallicity Blue Compact Dwarf Galaxies from the Spitzer Infrared Spectrograph / Y. Wu, V. Charmandaris, L. Hao, et al. // *Astrophys. J.*, 2006. – V. 639. – P.157–172.
2. Metallicity Effects on Dust Properties in Starbursting Galaxies / C.W. Engelbracht, G.H. Rieke, K.D. Gordon, et al. // *Astrophys. J.*, 2008. – V. 678. – P.804–827.
3. Correlations between mid-infrared, far-infrared,  $H\alpha$ , and FUV luminosities for SPITZER SWIRE field galaxies / Y.-N. Zhu, H. Wu, C. Cao, H.-N. Li // *Astrophys. J.*, 2008. –V.686. – P.155–171.
4. Dust-corrected Star Formation Rates of Galaxies. I. Combinations of  $H\alpha$  and Infrared Tracers / R.C. Kennicutt Jr, C.-N. Hao, D. Calzetti, et al. // *Astrophys. J.*, 2009. – V. 703. – P.1672–1695.
5. Galaxy Zoo Green Peas: discovery of a class of compact extremely star-forming galaxies / C. Cardamone, K. Schawinski, M. Sarzi, et al. // *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 2009. – V. 399. – P. 1191–1205.
6. The Calibration of Monochromatic Far-Infrared Star Formation Rate Indicators / D. Calzetti, S.-Y. Wu, S. Hong, et al. // *Astrophys. J.*, 2010. – V. 714. – P.1256–1279.
7. Dust-corrected Star Formation Rates of Galaxies. II. Combinations of Ultraviolet and Infrared Tracers / C.-N. Hao, R. C. Kennicutt Jr, B.D. Johnson, et al. // *Astrophys. J.*, 2011. – V. 741. – P. 124. 22pp.
8. WISE Discovery of Low-metallicity Blue Compact Dwarf Galaxies / R. L. Griffith, C.-W. Tsai, D. Stern, et al. // *Astrophys. J.*, 2011. - V. 736. - L22, 5pp.
9. Izotov Y.I. The Primordial Helium Abundance from a New Sample of Metal-deficient Blue Compact Galaxies / Y.I. Izotov, T.X. Thuan, V.A. Lipovetsky // *Astrophys.J.*, 1994 – V.435.– P. 647–667.
10. The chemical composition of metal-poor emission-line galaxies in the Data Release 3 of the Sloan Digital Sky Survey / Y.I. Izotov; G. Stasińska, G. Meynet, et al. // *Astron. and Astrophys.*, 2006.– V.448, Issue 3.– P. 955–970.
11. Izotov Y. I. Green Pea Galaxies and Cohorts: Luminous Compact Emission-line Galaxies in the Sloan Digital Sky Survey / Y.I. Izotov, N.G. Guseva, T.X. Thuan // *Astrophys. J.*, 2011. – V. 728 (161). 16p.
12. Star-forming galaxies with hot dust emission in the Sloan Digital Sky Survey discovered by the Wide-field Infrared Survey Explorer (WISE)/ Y.I. Izotov, N.G. Guseva, K.J. Fricke, C. Henkel // *Astron. and Astrophys.*, 2011. – V. 536. – L7, 4pp.

13. Multi-wavelength study of 14 000 star-forming galaxies from the Sloan Digital Sky Survey / Y.I. Izotov, N.G. Guseva, K.J. Fricke, C. Henkel // *Astron. and Astrophys.*, 2014. – V.561(33). 30p
14. Dust emission in star-forming galaxies: general properties and the nature of sub-mm excess / Y.I. Izotov, N.G. Guseva, K.J. Fricke, et al. // *Astron. Astrophys.*, 2014. – V.570, id.97, 21 pp.
15. On the universality of luminosity-metallicity and mass-metallicity relations for compact star-forming galaxies at redshifts  $0 < z < 3$  / Y.I. Izotov, N.G. Guseva, K.J. Fricke, C. Henkel // *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 2015. – V.451 (3) – P. 2251–2262.
16. The bursting nature of star formation in compact star-forming galaxies from the Sloan Digital Sky Survey / Y.I. Izotov, N.G. Guseva, K.J. Fricke, C. Henkel // *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 2016. – V. 462 (4). – P. 4427–4434.
17. The efficiency of ionizing photon production and the radiation energy balance in compact star-forming galaxies/ Y.I. Izotov, N.G. Guseva, K.J. Fricke, et al. // *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 2017. – V.467. – P.4118–4130.
18. Low-redshift lowest-metallicity star-forming galaxies in the SDSS DR14 / Y.I. Izotov, N.G. Guseva, K.J. Fricke, C. Henkel // *Astron. and Astrophys.*, 2019. – V. 623(40). 11p.
19. Izotova I. Star Formation Rate in Starburst Galaxies / I. Izotova, S. Parnovsky, Y. Izotov // *New Astronomy Review*, 2000. – V 44, N 4–6. – P. 283
20. Izotova I.Yu. Emission-line galaxies from SDSS DR4: statistical study of the current star formation / I.Yu. Izotova, S.L. Parnovsky // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies*, 2008. – V. 24, № 4. – P. 183.
21. Parnovsky S.L. A technique for estimation of starburst masses and ages in luminous compact galaxies // S.L. Parnovsky, I.Y. Izotova // *Astrophysics and Space Science*. – 2013. – V. 348. – P. 199–209.
22. Parnovsky S.L. H $\alpha$  and UV luminosities and star formation rates of large sample of luminous compact galaxies / S.L. Parnovsky, I.Y. Izotova, Y.I. Izotov // *Astrophysics and Space Science*. 2013. – N 343, issue 1. – P. 361–376.
23. Parnovsky S.L. Radio emission at 1.4 GHz from luminous compact galaxies / S.L. Parnovsky, I.Y. Izotova // *Astronomische Nachrichten / Astronomical Notes*, 2015. – V. 336, No. 3. – P.276–283.
24. Parnovsky S.L. Luminosity function of luminous compact star-forming galaxies / S.L. Parnovsky, I.Y. Izotova // *Astrophysics and Space Science*. – 2016. – V.361. – Id.111. – 11 pp.
25. Izotova I.Y. Star-formation rate in compact star-forming galaxies/ I.Y. Izotova, Y.I. Izotov // *Astrophysics and Space Science*. – 2018. – V.363. – P.46.
26. Izotova I.Y. Properties of Star-Forming Galaxies in the Mid-Infrared Range from the Data Obtained with the WISE Space Telescope / I.Y. Izotova, Y.I. Izotov // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies*, 2019.– V.35, No 6. – P. 253–260.
27. Izotova I.Y. Integrated Characteristics of SDSS DR14 Star-Forming Galaxies with Extremely Low Oxygen Abundance / I.Y. Izotova, Y.I. Izotov // *Kinematics and Physics of the Celestial Bodies*, 2020. – V.36 (2). – P. 47–55.
28. Izotova I.Y. Compact galaxies with active star formation from SDSS DR14: star formation rates derived from combinations of luminosities in different wavelength ranges / I.Y. Izotova, Y.I. Izotov // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies*, 2021. – V.37 (2). – P. 53.
29. The Fourteenth Data Release of the Sloan Digital Sky Survey: First Spectroscopic Data from the Extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey and from the Second Phase of the Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment / D. Abolfathi, D.S. Aguado, G. Aguilar G., et al. // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 2018. – V. 235(42), 19p.
30. Cardelli J.A. The Relationship between Infrared, Optical, and Ultraviolet Extinction / J.A. Cardelli, G.C. Clayton, J.S. Mathis // *Astrophys. J.*, 1989. – V.345. – P. 245–256.
31. Wright E.L. A cosmology Calculator for the World Wide Web // *Publ. Astron.Soc.Pacific*, 2006. – V. 118, issue 850. – P.1711–1715.
32. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters / P.A.R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, et al. // *Astron. Astrophys.*, 2014. – V. 571. – Id.A16, 66pp.
33. Kennicutt R. C., Jr. Star Formation in Galaxies Along the Hubble Sequence / R.C. Kennicutt, Jr. // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* – 1998. – V. 36. – P. 189–231.
34. Salpeter E.E. The Luminosity Function and Stellar Evolution / E.E. Salpeter // *Astrophys.J.*, 1955. – V. 121. – P. 161–167.
35. Starburst99: Synthesis Models for Galaxies with Active Star Formation / C. Leitherer, D. Schaerer, J.D. Goldader, et al. // *Astrophys. J.Suppl. Ser.*, 1999. –V.123, Issue 1. – P. 3–40.
36. Fisher R.A. Statistical methods for research workers / R. A. Fisher – London: Oliver and Boyd, 1950. – 80 P.

Надійшла до редколегії 19.06.2021

И. Изотова, канд. физ.-мат. наук

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина

## КОМПАКТНЫЕ ГАЛАКТИКИ С АКТИВНЫМ ЗВЕЗДООБРАЗОВАНИЕМ: СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ВСПЫШКИ ЗВЕЗДООБРАЗОВАНИЯ

*Для большой выборки компактных галактик с активным звездообразованием из SDSS DR14 исследовано связь между темпом  $SFR(H\beta)$  и удельным темпом звездообразования  $sSFR(H\beta)$  и аналогичными величинами  $SFR_0(H\beta)$  и  $sSFR_0(H\beta)$ , приведенными к нулевому возрасту вспышки звездообразования, а также массой молодого звездного населения с возрастом  $< 10$  млн лет, возрастом вспышки звездообразования и содержанием кислорода  $12+\log O/H$  в межзвездной среде этих галактик. Показано, что темп звездообразования почти линейно зависит от массы молодого звездного населения и слабо зависит от содержания кислорода. Удельные темпы звездообразования имеют средние значения  $\langle sSFR(H\beta) \rangle = 8,8 \cdot 10^{-9} \text{ год}^{-1}$  и  $\langle sSFR_0(H\beta) \rangle = 2,8 \cdot 10^{-9} \text{ год}^{-1}$ , не зависят от массы молодого звездного населения и содержания кислорода и поэтому являются универсальными характеристиками компактных галактик с активным звездообразованием.*

*Ключевые слова:* галактики с активным звездообразованием, темп звездообразования, удельный темп звездообразования.

I. Izotova, PhD

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

## COMPACT STAR-FORMING GALAXIES: RELATIONS BETWEEN INTEGRATED CHARACTERISTICS OF A STARBURST

*We study a large sample of compact star-forming galaxies (CSFGs) from the Data Release 14 of the Sloan Digital Sky Survey. The sample includes about 30000 compact isolated galaxies with angular diameters about  $6''$ – $10''$  in the redshift range  $z = 0$ – $1$ . The  $H\beta$  emission lines with equivalent widths  $EW(H\beta) \geq 10 \text{ \AA}$  are observed in the spectra of all selected galaxies. Only star-forming galaxies without obvious signatures of an AGN and with well-detected  $[OIII]\lambda 4363 \text{ \AA}$  were included in the sample.*

*We consider the relations between the extinction- and aperture-corrected star formation rate  $SFR(H\beta)$ , specific star formation rate  $sSFR(H\beta)$  and their respective values,  $SFR_0(H\beta)$  and  $sSFR_0(H\beta)$ , reduced to a zero starburst age, on the one hand, and the mass of young stellar population with the age  $< 10 \text{ Myr}$ , the age of a starburst, and the oxygen abundance  $12+\log O/H$  in the interstellar medium of these galaxies, on the other hand. A tight and almost linear correlation is found between the star formation rate and the mass of the young stellar population, but a weak correlation is revealed between the star formation rate and oxygen abundance. It is shown that the specific star formation rates, with average values  $\langle sSFR(H\beta) \rangle = 8.8 \text{ Gyr}^{-1}$  and  $\langle sSFR_0(H\beta) \rangle = 2.8 \text{ Gyr}^{-1}$ , do not depend on the mass of the young stellar population and oxygen abundance and therefore are the universal characteristics of compact galaxies with active star formation.*

*Key words:* star-forming galaxies, star formation rate, specific star formation rate.