

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

Факультет комп'ютерних наук та кібернетики  
Кафедра теоретичної кібернетики

**Дипломна робота**  
**на здобуття ступеня бакалавра**  
за спеціальністю 122 Комп'ютерні науки  
на тему:  
**МЕТОДИ Й АЛГОРИТМИ ПОБУДОВИ 3D ОБ'ЄКТІВ**

Виконала студентка 4 курсу  
Панченко Вікторія Сергіївна

\_\_\_\_\_  
(підпис)

Науковий керівник:  
професор,  
доктор фізико-математичних наук  
Пашко Анатолій Олексійович

\_\_\_\_\_  
(підпис)

Засвідчую, що в цій дипломній роботі  
немає запозичень з праць інших авторів без  
відповідних посилань.

Студент

\_\_\_\_\_  
(підпис)

## Реферат

Обсяг роботи: 50 сторінок, 27 ілюстрацій, 22 використаних джерела.

3D ГРАФІКА, ГРАФІКА, МОДЕЛІ, КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА, РАСТОВА ГРАФІКА, ВЕКТОРНА ГРАФІКА, ФРАКТАЛЬНА ГРАФІКА, ПІКСЕЛІ, ПРОЕКЦІЯ, ПРИМІТИВИ, ПОВЕРХНЯ, ПОЛІГОН, ПРОСТІР, ПАРАМЕТРИ, ОБ'ЄМ, ВІЗУАЛІЗАЦІЯ, РЕНДЕРИНГ, ТЕКСТУРУВАННЯ, ОСВІТЛЕННЯ, ШЕЙДІНГ, РАСТЕРИЗАЦІЯ, ТРАСУВАННЯ, ПРОМЕНІ, СПЛАЙНИ, СІТКА, КРИВІ БЕЗЬЄ, ВИБІРКИ, ГЕОМЕТРІЯ.

**Об'єктом роботи** є дослідження методів розробки 3D моделей.

**Мета роботи** полягає в дослідженні процесу розробки 3D моделей та оптимізації впровадження сучасних технологій проектування.

Для досягнення мети необхідно виконати завдання:

- Провести аналіз сучасних методів та технологій побудови 3D об'єктів.
- Провести аналіз сучасного програмного забезпечення для роботи з 3D об'єктами.
- Розробити рекомендації для ефективного використання сучасних методів і технологій побудови 3D об'єктів при розв'язуванні прикладних задач.

**Результатом роботи** має стати подальше дослідження методів моделювання.

**Застосовувати** цю технологію можна до усіх сфер життя.

## ЗМІСТ

<b>Вступ</b> .....	4
<b>Розділ 1. 3D графіка.</b>	
1.1. 3D графіка.....	5
<b>Розділ 2. Розробка 3D-моделі.</b>	
2.1. Етапи розробки 3D-моделі.....	8
2.2. Рендеринг.....	9
2.2.1. Математичне обґрунтування.....	10
2.2.2. Технології візуалізації.....	10
<b>Розділ 3. Алгоритми моделювання.</b>	
3.1. Підходи.....	12
3.2. Полігональне моделювання.....	12
3.2.1. Побудова багатокутних сіток.....	13
3.2.2. Полігональна сітка.....	14
3.2.3. Елементи моделювання сітки.....	15
3.2.4. Представлення.....	16
3.3. Сплайни.....	18
3.3.1. Застосування.....	19
3.3.2. Алгебраїчний сплайн.....	19
3.3.3. Кубічні сплайни.....	21
3.4. B-сплайн.....	23
3.5. NURBS.....	25
3.6. Крива Безьє.....	25
3.6.1. Види кривих Безьє.....	27
3.6.2. Застосування в комп'ютерній графіці.....	28
3.7. Поверхня Безьє.....	29
3.8. Метод за допомогою розбиття.....	31
3.9. Процедурне моделювання.....	32
3.9.1. Метод процедурного моделювання.....	33
<b>Розділ 4. Застосування технології та програмне забезпечення</b>	
4.1. Сфери застосування.....	34
4.2. 3D-друк.....	37
4.2.1. Сфери застосування 3D-принтерів.....	39
4.3. Практична частина.....	41
<b>Висновки</b> .....	<b>48</b>
<b>Перелік джерел посилання</b> .....	<b>49</b>

## ВСТУП

В кінці 80-х років виник новий напрямок серед програмного забезпечення та вплинув на розвиток систем сканування. Але потім увага змістилася в бік обробки, зберігання та передачі відсканованих зображень.

В 1986-1990 з'явилася технологія «Мультимедіа», де розширилася взаємодія користувача з комп'ютером, де до графіки буди додані звук та відео, а самі зображення стали виводитися кольоровими.

У 90-х роках відмінності між обробкою зображень та комп'ютерною графікою стають непомітнішими. Раніше кожному користувачу потрібна була унікальна архітектура для роботи окремо з графікою і окремо з зображенням. А зараз процесори достатньо потужні, щоб швидко та ефективно керувати векторною та растровою інформацією. Саме завдяки цьому з'явилася можливість роботи з відео даними.

Дякуючи появі персональних комп'ютерів та їх величезній кількості – потенціал використання та вдосконалення технологій стабільно зростає і сьогодні. А сама графіка поступово проникає в усі сфери життя людини, уже навіть немає документів, які не створюються за допомогою хоча б якогось графічного елемента.

3D-графіка (тривимірна графіка) – це один із видів комп'ютерної графіки, що зараз займає особливе місце в нашому житті та стрімко розвивається. Для створення 3D-об'єктів (тривимірних об'єктів) існує окремий комплекс методів та інструментів, який дуже відрізняється від того що використовується для інших різновидів комп'ютерної графіки.

3D-зображення дуже відрізняється від двовимірного, оскільки тут створюється геометрична проекція 3D-моделі на площину, завдяки спеціалізованому програмному забезпеченню. Змоделювати можна будь-який об'єкт, як цілком реальний (будинок, автомобіль, чайник, комета і т.д.) так і абстрактний. Саме процес побудови тривимірної моделі і називається 3D-моделюванням, головний напрям якого – створити візуальний об'ємний образ об'єкта.

Зараз практично повсюди використовується дане моделювання, через свою зручність візуального представлення та через свою доступність. Маючи необхідні програми можна створити модель будь-чого, а враховуючи технологію 3D друку, цю модель також можна перетягнути в реальний світ із комп'ютерного. Це цілком можна назвати магією.

## Розділ 1. 3D графіка.

### 1.1.3D графіка.

Тривимірна графіка, або 3D-графіка (моделювання) — це розділ комп'ютерної графіки, сукупність прийомів та інструментів (як програмних, так і апаратних), призначених для створення об'ємних об'єктів. Цей тип графіки є більш реалістичним відображенням інформації, на відміну від двовимірної. Тривимірне зображення людині ближче до сприйняття адже ми сприймаємо світ в трьох вимірах.

Результат проектування моделі являє собою проекцію, тобто пласку картинку. Ці проекції в подальшому використовуватимуться в архітектурній візуалізації, кінематографі, телебаченні, відеоіграх, друкованій продукції, а також у науці та промисловості.

Відмінності між тривимірними і двовимірними зображеннями полягають в тому, що тривимірне зображення включає в себе побудову геометричної проекції моделі на площину за допомогою спеціальних програм. Модель може бути такою, яка цілком відповідає об'єкту реального світу, а може бути абсолютно абстрактною (проекція чотиривимірного фрактала). [1]

3D-моделювання у комп'ютерній графіці – це процес розробки математичного представлення будь-якої тривимірної поверхні об'єкта за допомогою спеціалізованого ПЗ. Даний об'єкт роботи може бути у вигляді програмного коду, або бути відображеним у вьюпорті чи вювері, як 2D зображення, або 3D-модель. 3D-модель також можна створити за допомогою 3D-сканера. [2]

В 3D-графіці усіма візуальними перетвореннями керують матриці: масштабування, повороту та зсуву.

Для представлення 3D-об'єкту використовують точки в просторі, які поєднані між собою різними геометричними об'єктами – це набір поверхонь, або часток. [3]

Мінімальну поверхню називають полігоном. В якості полігонів зазвичай обирають трикутники. Оболонки об'єктів тривимірної графіки, складаються з трикутникових граней, які утворюють сітку. Суміжні грані, що знаходяться в одній площині, утворюють полігом, через це сітки називаються полігональними. Завдяки нормалям (перпендикуляр до поверхні грані) можна визначити чи грань буде видимою. Видимими гранями будуть тільки ті, нормалі яких будуть направлені в бік спостереження. Грані задаються координатами своїх вершин.  $(X, Y, Z)$ . [4]

Так як полігони представляються у вигляді координат вершин, то щоб отримати новий вектор потрібно помножити вектор наявних вершин на відповідну матрицю. Після того як повторили ці дії з усіма наявними

вершинами, ми отримуємо новий полігон. А після того як перетворили всі полігони, в результаті отримаємо новий об'єкт, який буде змінений відносно початкового. [3]

Проекції які використовуються в 3D-графіці: паралельні (аксонометричні) і центральні (перспективні). Аксонометрична проекція тривимірного об'єкту будуються за допомогою перенесення точок на площині проекції паралельним пучком променів, а при побудові центральної проекції – пучком променів, що виходять з одної точки, яка відповідає положенню спостереження. Окремим випадком аксонометричних проекцій є ортографічні проекції.

Початкова точка всіх об'єктів сцени в глобальній системі координат –  $(0,0,0)$ . Площинами, на які зображують проекції об'єктів сцени, по є три площини, що проходять через осі системи координат: ZX (вид спереду, вид ззаду), XY (вид зверху, вид знизу), ZY (вид зліва, вид справа).

Кольори поверхонь та яскравість поверхонь моделей конструюються різноманітними алгоритмами тонованого зафарбовування оболонок (постійне, за Фонгом, за Блінном та інші). Постійне зафарбовування – тут кожний полігон зафарбовується, як пласка площадка, яскравість якої залежить від напрямку променів світла і напрямку погляду спостерігача. Наприклад, при зафарбовуванні за Фонгом згладжуваність отримується завдяки тому, що орієнтація нормалі в кожній точці плоскої грані є змінною і розраховується, як проміжна між початковими, і трьома сусідніми гранями. [4]

Для отримання зображення 3D-моделі необхідні такі кроки: моделювання, рендеринг (візуалізація), виведення отриманого зображення на пристрій. [1]

Тривимірні образи об'єктів, створюються в певній послідовності: попередня підготовка, створення геометричної моделі сцени, настроювання освітлення і знімальних камер, підготовка і призначення матеріалів, візуалізація сцени.

Попередня підготовка передбачає продумування складу сцени, розміщення об'єктів і їх деталей, які будуть видимими з передбачуваних напрямів спостереження. [4]

Сцена містить в собі декілька категорій об'єктів: геометрія, матеріали, джерела світла, віртуальні камери, сили та дії, додаткові ефекти. [1]

Етап підготовки та призначення матеріалів – наближує візуальну правдоподібність, в якості імітації фону можна навіть використовувати реальні фотографії, а не тільки текстури з їх баз даних. [4]

З примітивів будуються складні об'єкти, вони будуються на основі полігонів (багатокутники) або сплайнів (криві), при цьому моделі побудовані за

допомогою сплайнів мають більш гладку форму ніж ті що побудовані за допомогою полігонів. Лише після того як моделі будуть побудовані, обираються матеріали (текстури) та запускається процес візуалізації (rendering).

Візуалізація сцени або рендерінг (rendering) полягає в проведенні програмою розрахунків і нанесення на зображення всіх тіней, бліків, взаємних відблисків об'єктів і т. п. і може тривати досить довго, що залежить від складності сцени і швидкодії комп'ютера.

До недоліків тривимірної графіки слід віднести:

- підвищені вимоги до апаратної частини і пам'яті комп'ютера;
- необхідність проведення великої підготовчої роботи по створенню моделей всіх об'єктів сцени і призначення їм матеріалів;
- меншу, ніж в двовимірній графіці, свободу в формуванні зображень;
- необхідність контролю за взаємним положенням об'єктів в складі сцени;
- неправдоподібну ідеальність результатів візуалізації. [4]

Майже в кожній галузі людської діяльності зараз використовується комп'ютерна графіка. Навіть якщо не брати до уваги мультиплікацію та кінематограф, можна перерахувати велику кількість напрямків використання графіки: в будівництві та конструюванні різних інженерних об'єктів для побудови правильних об'ємних моделей, як літаки, мости, телевізори тощо, в медицині з її допомогою моделюють протези, серцеві клапани, шунти і т.д., а також археологи моделюють місця розкопок.

## Розділ 2. Розробка 3D-моделі.

### 2.1. Етапи розробки 3D-моделі

До етапів розробки 3D-моделі відносять процес створення моделі, вибір текстур (текстуризація), освітлення, місце спостереження, рендеринг (візуалізація моделі) та постпродакшн. Останнє необов'язково може містити спецефекти.

#### *Створення моделі.*

Будується тривимірна модель об'єкту, але на даному етапі не враховуються фізичні особливості моделі. Серед засобів роботи використовуються: полігони, векторне креслення, обертання, різні модифікатори та інше.

#### *Текстуризація.*

Важливий та наступний етап розробки моделі, перед представленням готового зображення, як продукту. Саме під час цього етапу підбираються матеріали та текстури необхідні для реалістичної передачі зображення. Наприклад: без текстур можна легко сплутати залізну трубу з коктейльною трубочкою.

#### *Освітлення та спостереження.*

Дуже часто цей етап також відносять до рендерингу, хоча він повинен бути виконаним перед ним. Цей етап є дуже складним, бо світло може проходити крізь об'єкти, відбиватися від них, переломлюватися, та підсвічені об'єкти можуть створювати різні кольорові «підсвітки» в інших місцях, залежно від власних фізичних характеристик. Реалістичність зображення залежить від яскравості джерела світла, його тону, а також глибини та різкості тіней. Ефект споглядання на модель як на об'єкт, що присутній у фізичному світі, досягається завдяки вибору місця спостереження за 3D-моделлю. Спостереження може здійснюватися з висоти багатоповерхівки чи з висоти людського зросту.

#### *Рендеринг.*

Візуалізація 3D-моделі – це фінальний етап усього процесу моделювання. Готове зображення може бути схожим на фотографію.

#### *Постпродакшн.*

Постпродакшн займається обробкою відео, накладанням музики, обрізання та пришвидшення кліпів, створенням спецефектів. Саме тут взаємодіють зі створеними 3D-анімаціями персонажів та з їх середовищем,

«виставляють камеру» та вибираються кількість кадрів – це і є магія кіно сьогодні.

Для роботи з постпродакшином існують окремі спеціалізовані програми, серед яких: Vegas, Adobe Premier Pro, After Effects Pro, Edius, Imovie та інші.

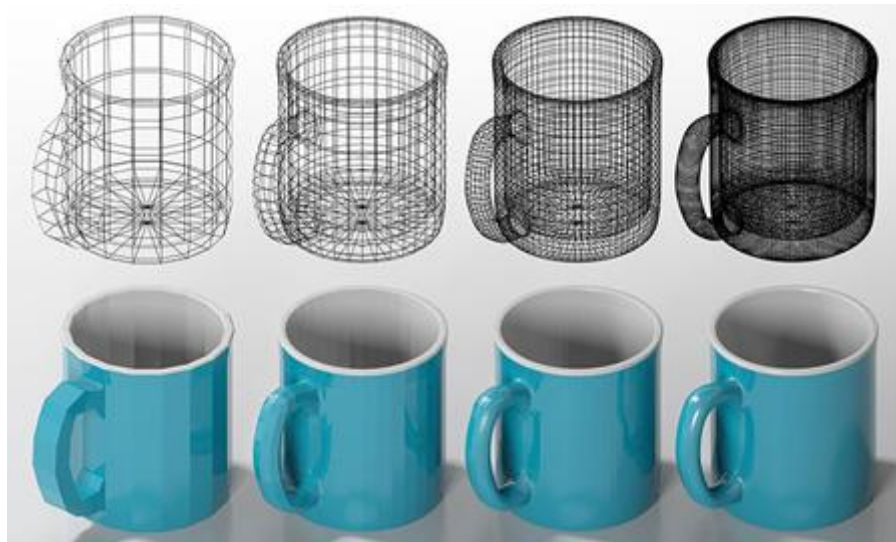


Рис.1 (модель чашки, яка демонструє етапи)

## 2.2. Рендеринг

Комп'ютерна візуалізація – займає одне з найголовніших місць в сфері комп'ютерної графіки та на практиці тісно взаємодіє з іншими розділами. Для рендерингу створюють спеціальні програми, які можуть візуалізувати проект, як анімацію, двовимірне моделювання, фоторедагування, тривимірне моделювання та у відеомонтажі. [6]

Саме на цьому етапі у пласку (растрову) картинку перетворюється математична (векторна) просторова модель. Для фільмів рендериться послідовність картинок (кадрів). Рендеринг перетворює векторну структуру даних у пласку матрицю пікселів, кожний піксель якої зберігає в собі інформацію про колір: це червоний, синій, зелений та їх поєднання - система передачі кольору RGB. [1]

Створене в результаті рендерингу зображення має набір візуальних особливостей, які найбільш наближені до справжніх властивостей об'єкту або реальних фізичних явищ. Для створення кожної з таких особливостей використовується відповідний спеціальний алгоритм або набір алгоритмів.

А деякі з наведених нижче особливостей можуть відноситися до інших етапів розробки тривимірної моделі: текстурна карта, рельєфне текстурування, глибина різкості, відображення, тінь, заломлення, дифракція, шейдинг, непряме

освітлення, м'які тіні, каустика (форма непрямого освітлення), нефотореалістична візуалізація, ефект туману, розмиття в русі, прозорість (оптика), прозорість (графіка) та непрозорість. [6]

### 2.2.1. Математичне обґрунтування

На відміну від етапу побудови моделі, рендеринг враховує фізичні особливості моделі. Алгоритми що застосовуються в його роботі відносяться до тієї чи іншої математичної, фізичної, або абстрактної моделі. Кінцеве рішення дуже складне і містить в собі багато різних методів.

Формальним описом візуалізації – є рівняння рендерингу. Всі візуалізовані моделі містять в собі наближення до цього рівняння.

$$L_o(x, \vec{w}) = L_e(x, \vec{w}) + \int_{\Omega} f_r(x, \vec{w}', \vec{w}) L_i(x, \vec{w}') (\vec{w}' \cdot \vec{n}) d\vec{w}'$$

### 2.2.2. Технології візуалізації

До підходів візуалізації відносять: растеризація, Z-буфер, глобальне освітлення, сканлайн, трасування променів та трасування шляху.

Растеризація – цей метод вважають простішим за інші методи візуалізації. Даний метод виводить зображення об'єктів сцени на екран без різних додаткових ефектів, як світло, тіні, колір, не враховується спостереження відносно об'єкту. [7]

Z-буфер (використовується в OpenGL і DirectX 10) – алгоритм який відповідає за створення зображень 3D-об'єктів спираючись на глибину елементів зображення.

Глобальне освітлення – цей метод використовує інтегральні рівняння для розрахунку взаємодії поверхні та середовища. [1]

Сканлайн (scanline), він же рейкастинг – це спрощений алгоритм зворотного трасування променів, він відповідає за розрахунок кольору в точці зображення на яку падає промінь з точки спостереження. Зазвичай точка спостереження за 3D-моделлю задається та не змінюється, саме з неї кидається промінь що визначає освітлення та тіні об'єкту. Тут можна додавати прості оптичні ефекти. [1]

Трасування променів – те ж, що і сканлайн, але тут від точки перетину променя спостереження будуються додаткові промені, що уточнюють колір

пікселя. Промінь який потрапляє на поверхню, розбивається на три компонента: переломлений, відбитий та тіньовий. Саме ці три компоненти формують колір пікселя. Чим більша кількість поділів на компоненти, тим більша глибина трасування і це впливає на якість та фотореалістичність зображення. Це багато-ресурсний метод незважаючи на те, що насправді застосовується зворотне трасування (від спостерігача до джерела світла), він набагато ефективніший за прямий метод (який використовує ще більше ресурсів). [1]

Трасування шляху – в 3D-візуалізації це один із найскладніших підходів. В даному методі поширення світла найбільш наближене до фізичних законів. Це і забезпечує високу реалістичність результату, але через це даний метод потребує дуже багато ресурсів. [7]

## **Розділ 3. Алгоритми моделювання.**

### **3.1. Підходи**

В цьому розділі перераховані алгоритми необхідні для моделювання, які в тому чи іншому вигляді інтегровані у програмному забезпеченні. Кожний алгоритм вирізняється власними можливостями та властивостями.

Усі алгоритми, які наявні на сьогоднішній день, діляться на такі категорії:

Полігональне моделювання – тут поверхні утворюються за законами геометричних площин, до їхнього складу входять точки, вершини та ребра. Об'єднання площин формує полігональну сітку. Полігональні моделі досить швидко обробляються комп'ютером, але через те що багатокутники плоскі, вони лише приблизно передають вигнуті поверхні.

Сплайнове моделювання (термін «сплайн» означає криві, що бувають різних типів) – цей тип моделювання використовує алгоритми побудови кривих.

В-сплайни – це окремий тип сплайнів, які через суми базових функцій швидко обчислюються.

NURBS – це поверхні на які впливають криві, побудовані завдяки «важким» контрольним точкам. Вага точки діє як гравітація, що впливає на криву – чим більша вага, тим більше крива до неї притягується, крива слідує за точками не обов'язково дотикаючись до них. NURBS формує гладкі поверхні, а не їх імітацій за допомогою полігонів, тому цей метод доволі часто використовують для моделей органіки.

Поверхні та криві Безье – це простий тип NURBS.

Розбиття поверхні — це метод, що представляє гладку поверхню за допомогою приблизної шматково-лінійної полігональної сітки.

Процедурне моделювання – дане моделювання використовують в роботі з масштабними проектами та потребує великої кількості ресурсів. [2]

### **3.2. Полігональне моделювання**

У тривимірній комп'ютерній графіці багатокутне моделювання — це підхід для моделювання об'єктів шляхом подання або апроксимації їх поверхонь з використанням багатокутників. Багатокутні моделювання добре підходить для рендеринга scanline і тому є методом вибору для комп'ютерної графіки в реальному часі. Альтернативні методи представлення 3D-об'єктів

включають в себе поверхні NURBS, поверхні підрозділи і засновані на рівняннях уявлення, що використовуються в трасувальникові променів.

Основним об'єктом, використовуваним в моделюванні сітки, є вершина, точка в тривимірному просторі. Дві вершини, з'єднані прямою, стають ребром. Три вершини, пов'язані один з одним трьома ребрами, визначають трикутник, який є найпростішим багатокутником в евклідовому просторі. Більш складні багатокутники можуть бути створені з кількох трикутників або як один об'єкт з більш ніж 3 вершинами. Чотиристоронні багатокутники і трикутники є найбільш поширеними формами, використовуваними при багатокутному моделюванні. Група багатокутників, пов'язаних один з одним спільними вершинами, зазвичай називається елементом. Кожен з багатокутників, що становлять елементи, називаються межею.

Група багатокутників, які з'єднані загальними вершинами, називається сіткою. Щоб сітка виглядала привабливою при візуалізації, бажано, щоб вона не перетинала себе, що означає, що ніяке ребро не проходить через багатокутник. Інший спосіб дивитися на це — це те, що сітка не може пробити себе. Також бажано, щоб сітка не містила помилок, таких як подвоєні вершини, ребра або грані. Для деяких цілей важливо, щоб сітка була різноманітною — тобто, щоб вона не містила отворів або особливостей (місця, де дві різні секції сітки пов'язані однією вершиною). [8]

### **3.2.1. Побудова багатокутних сіток**

Хоча можливо створити сітку, вручну задаючи вершини і межі, набагато частіше використовується побудова сітки з використанням різних інструментів. Для побудови багатокутних сіток є безліч програмних пакетів 3D-графіки.

Одним з найбільш популярних методів побудови сіток є box-моделювання, яке використовує два простих інструмента:

Інструмент поділу розбиває межі і ребра на менші шматочки, додаючи нові вершини. Наприклад, квадрат буде розділений додаванням однієї вершини в центр і по одній на кожному ребрі, створюючи чотири менших квадрата.

Інструмент видавлювання застосовується до фігури або групи фігур. Він створює нову фігуру того ж розміру і форми, яка пов'язана з кожним з існуючих країв фігури. Таким чином, виконання операції видавлювання на квадратні грані створить куб, з'єднаний з поверхнею в місці знаходження грані.

Моделювання інфляції (екструзії). У цьому методі користувач створює 2D-форму, яка відстежує контур об'єкта з фотографії або малюнка. Потім

користувач використовує друге зображення об'єкта під іншим кутом і видавлює двовимірну фігуру в 3D, знову повторюючи контур фігури. Цей метод особливо поширений для створення осіб і головок. Загалом, художник буде моделювати половину фігури, а потім дублювати вершини, інвертувати їх розташування відносно деякої площини і з'єднувати дві частини разом. Це гарантує, що модель буде симетричною.

Іншим поширеним способом створення багатокутної сітки є з'єднання різних примітивів, які представляють собою зумовлені багатокутні сітки, створені середовищем моделювання.

До числа звичайних примітивів відносяться:

- куби;
- піраміди;
- циліндри;
- 2D примітиви, такі як квадрати, трикутники і кола;
- спеціалізовані примітиви, такі як Чайний сервіз Юти або Сюзанна, талісман мавпи Блендера.

Сфери зазвичай представлені одним з двох способів:

- Ікосфери — це ікосаедри, які мають достатню кількість трикутників, що нагадують сферу.
- УФ-сфери складаються з квадратициклів і нагадують сітку, видиму на деяких глобусах — квадрати більше біля «екватора» сфери і менше біля «полюсів», в кінцевому рахунку закінчуючись в одній вершині.

Нарешті, існують деякі спеціалізовані методи побудови високих або низьких деталей. Моделювання на основі ескізів — зручний інтерфейс для швидкого створення моделей з низькою деталізацією, в той час як 3D-сканери можуть бути використані для створення високодетальних сіток на основі існуючих об'єктів реального світу майже автоматично. Ці пристрої дуже дорогі та як правило, використовуються тільки дослідниками і професіоналами галузі, але можуть генерувати субміліметрові цифрові уявлення з високою точністю. [8]

### 3.2.2. Полігональна сітка

Полігональна сітка (англ. Polygon mesh) — це набір вершин, ребер, та граней, що описують форму багатогранного об'єкта в тривимірній графіці та твердотілому моделюванні. Грані зазвичай складаються з трикутників (сітка з трикутників), чотирикутників, чи інших опуклих

многокутників, що спрощує їх рендеринг, хоча можуть використовуватись і загальніші, неопуклі многокутники, чи багатокутники з дірками.

Дослідження полігональних сіток — це великий підрозділ комп'ютерної графіки та геометричного моделювання. Різні представлення полігональних сіток використовуються для різних цілей та застосунків. Серед операцій, які можна виконувати над сітками, можуть бути операції булевої алгебри, згладжування, спрощення та багато інших. Для передачі полігональних сіток по мережі використовуються мережеві представлення, такі як «потоківі» та «прогресивні» сітки. Об'ємні сітки відрізняються від полігональних тим, що вони явно представляють поверхню та об'ємні структури, тоді як полігональні сітки явно представляють лише поверхню, а об'єм залишається неявним.

Математичний еквівалент полігональних сіток — неструктуровані сітки. Вони досліджуються методами дискретної геометрії. [9]

### 3.2.3. Елементи моделювання сітки

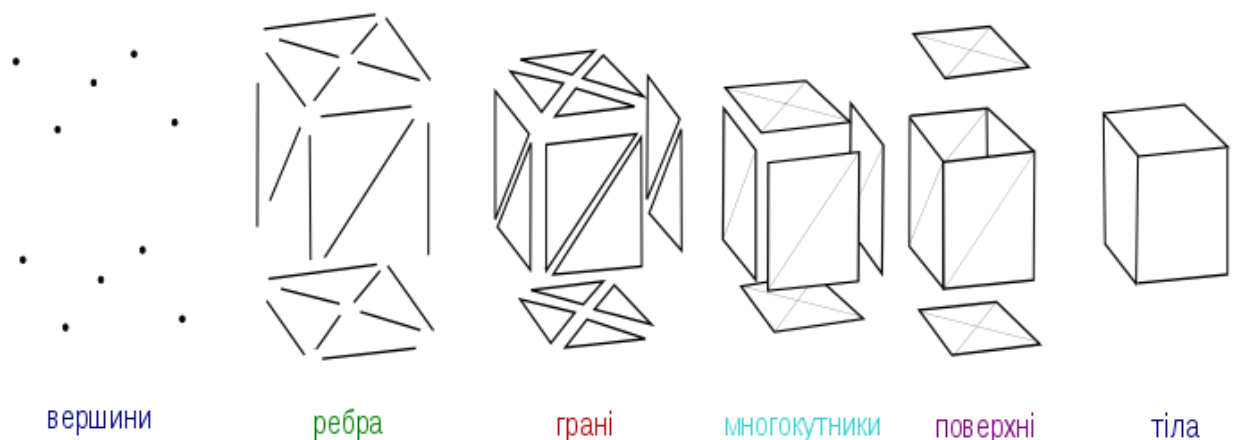


Рис. 2 (елементи полігональної сітки)

Об'єкти створені за допомогою полігональних сіток повинні зберігати різні типи елементів, такі як вершини, ребра, грані, многокутники (полігони) та поверхні. У багатьох випадках зберігаються лише вершини, ребра і/або грані, або многокутники. Рендерер може підтримувати лише трьох-сторонні грані, так що полігони повинні бути побудовані з їх множини, як зображено на малюнку. Однак багато рендерерів підтримують многокутники з чотирма та більше сторонами, або вміють триангулювати многокутники в трикутники на льоту, роблячи необов'язковим зберігання сітки в триангульованому вигляді. Також в деяких випадках, таких як моделювання голови, бажано вміти створювати трьох- і чотирьох-сторонні многокутники.

Вершина окрім координат, містить також іншу інформацію, таку як колір, нормальний вектор та координати текстури. Ребро з'єднує дві вершини. Грань – це набір ребер. Полігон містить довільну кількість граней. У системах, які підтримують багатосторонні грані, полігони та грані рівнозначні. Математично, полігональна сітка може бути представлена у вигляді неструктурованої сітки, або неорієнтованого графа, з додаванням властивостей геометрії, форми та топології. Поверхні, частіше звані групами згладжування, корисні, але не обов'язкові для групування гладких областей. [9]

### 3.2.4. Представлення

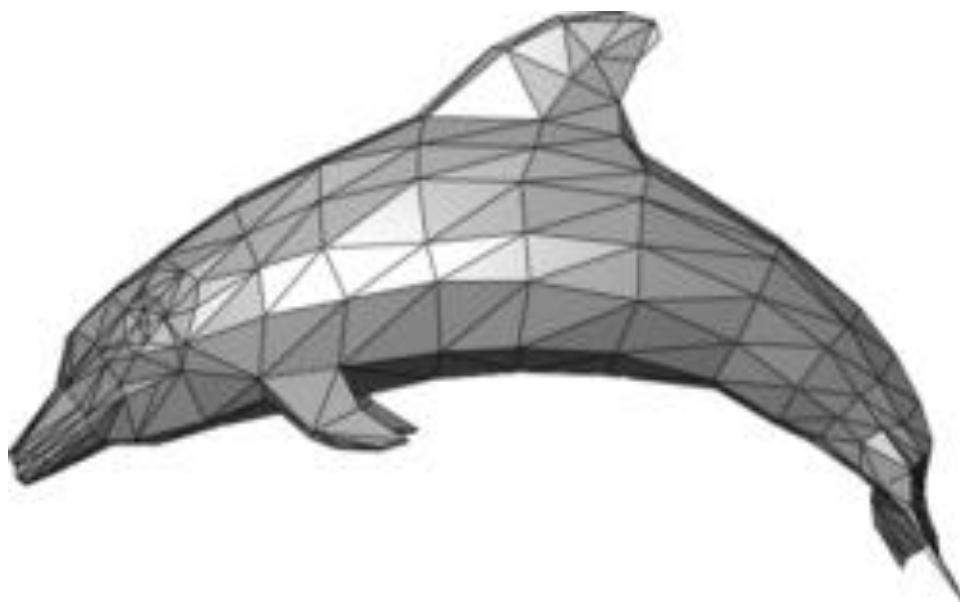


Рис.3 (приклад трикутної сітки)

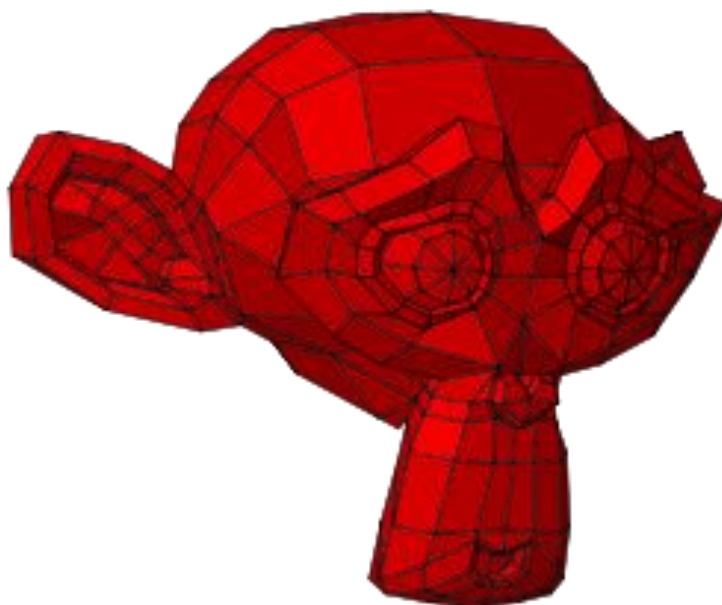


Рис.4 (приклад чотирикутної сітки)

Полігональні сітки можуть бути представлені безліччю способів, використовуючи різні способи зберігання вершин, ребер і граней. У них входять:

Список граней – опис граней відбувається за допомогою покажчиків в список вершин.

«Крилате» представлення – у ньому кожна точка ребра вказує на дві вершини, дві грані і чотири (за годинниковою стрілкою і проти годинникової) ребра, яким вона належить. Крилате подання дозволяє обійти поверхню за сталий час, але у нього великі вимоги по пам'яті для зберігання даних опису сітки.

Пів-реберні сітки – спосіб схожий на «крилате» представлення, за винятком того, що використовується інформація обходу лише половини грані.

Чотири-реберні сітки – вони зберігають ребра, пів-ребра і вершини без будь-якої вказівки на полігони. Полігони прямо не виражені в представленні, і можуть бути обчислені при обході структури. Вимоги по пам'яті аналогічні пів-реберним сіткам.

Таблиця кутів – вони зберігають вершини в зумовленій таблиці, такій, що обхід таблиці неявно задає полігони. По суті, це «віяло трикутників», використовуване в апаратному рендерингу. Представлення більш компактне і більш продуктивне для знаходження полігонів, але операції по їх зміні повільні. Більш того, таблиці кутів не подають сітки повністю. Для представлення більшості сіток потрібно кілька таблиць кутів (віял трикутників).

Вершинне представлення: представлені лише вершини, що вказують на інші вершини. Інформація про грані та ребра виражена неявно в цьому поданні. Однак, простота представлення дозволяє проводити над сіткою безліч ефективних операцій.

Кожне з представлень має свої переваги і недоліки.

Вершинне представлення описує об'єкт як множину вершин, з'єднаних з іншими вершинами. Це найпростіше представлення, але воно не широко використовується, тому що інформація про грані та ребра не виражена явно. Тому потрібно обійти всі дані, щоб згенерувати список граней для візуалізації. Крім того, нелегко виконуються операції на ребрах і гранях. Однак, сітки отримують вигоду з малого використання пам'яті і ефективної трансформації.

Сітка з використанням списку граней представляє об'єкт як множину граней і множину вершин. Це саме найпоширеніше представлення, будучи вхідними даними сучасного графічного обладнання. Список граней кращий для моделювання, ніж вершинне представлення тим, що він дозволяє явний пошук вершин грані, і граней оточуючих вершину. Для рендерингу грань звичайно

посилається в графічний процесор як безліч індексів вершин, і вершини надсилаються як позиція/колір/структури нормалей. Тому зміни форми, але не геометрії, можуть бути динамічно оновлені простим пересиланням даних вершини без оновлення зв'язності граней. [9]

## Список граней

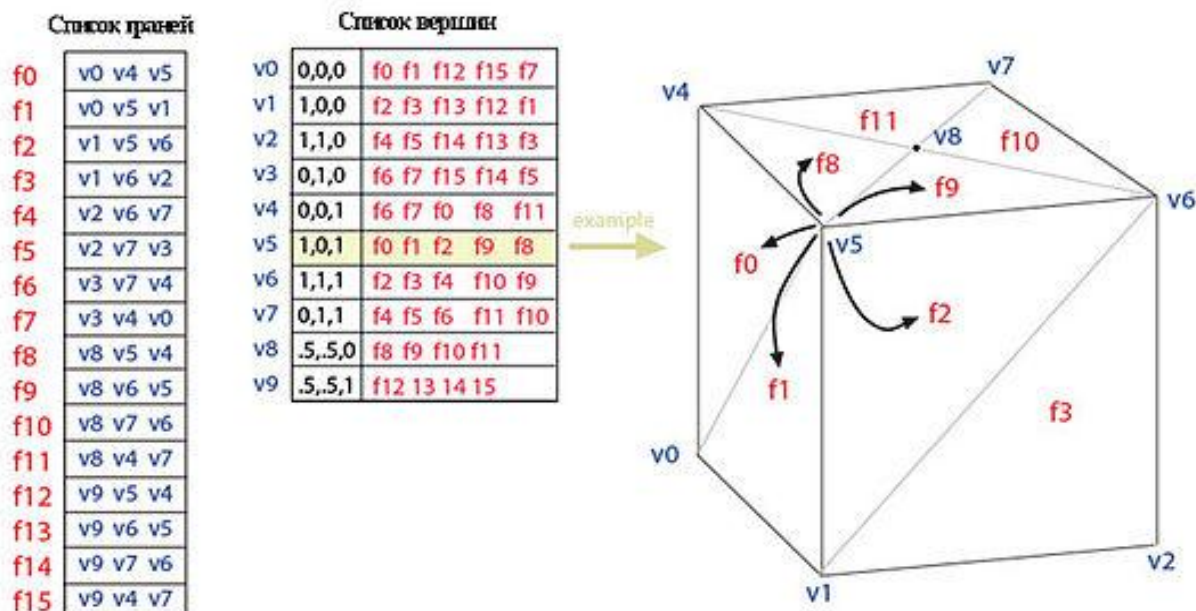


Рис.5 (список граней)

### 3.3. Сплайни

Сплайн – це функція, яка розбита на шматки, кожний з яких є деяким поліномом (многочленом). Інтерполяція сплайном ніж многочленом, краще показує себе у багатьох інтерполяційних задачах та дає схожі результати при менших степенях поліномів. Також однією з переваг є відсутність феномену Рунге.

Назва методу походить від гнучкої металевої лінійки, яку креслярі використовували для того, щоб з'єднати кривими лініями окремі точки на кресленні. Таким чином, ця лінійка є прикладом фізичної моделі сплайн-функції. У теорії наближення, сплайни використовують через їхні обчислювальні й апроксимативні властивості в задачах інтерполяції.

Максимальний степінь поліномів – степінь сплайна. Різниця між степенем сплайна та його гладкістю – дефект сплайна. [10]

### 3.3.1. Застосування

Термін “сплайн” вперше з’явився в 1946 році у статті І. Шонберга. Теорія інтерполяції сплайнами також почала існувати з цієї статті. В 50-70 роки минулого століття теорія інтерполяції сплайнами розвивалася максимально інтенсивно завдяки розповсюдженню систем автоматизованого проектування, де ця теорія знайшла найбільше застосування.

У навколишньому світі багато фізичних процесів є сплайнами. Наприклад, в механіці це траєкторія руху тіла на яке діє ступінчасто змінювана сила (космічний апарат, літак), в електриці це поширення електромагнітних полів через різнорідні середовища, в хімії це дифузія речовин через шари.

Отже, в багатьох випадках сплайн є розв’язанням диференціальних рівнянь, які описують реальні, а не абстрактні, фізичні процеси. [10]

### 3.3.2. Алгебраїчний сплайн

Розгляд сплайнів почнемо з визначення алгебраїчного сплайна [ ]:

Функція  $S(t)$  визначена і неперервна на відрізку  $[a, b]$  називається поліноміальним сплайном порядку  $m$  з вузлами  $x_j \in (a \leq x_0 < \dots < x_n \leq b)$ , якщо на кожному з відрізків  $[x_{j-1}, x_j]$ ,  $S(t)$  є алгебраїчним поліномом степені, що не перевищує  $m$ , а в кожній з точок  $x_j$  деяка похідна  $S^{(v)}(t)$  може мати розрив. Якщо в точці  $x_j$  неперервні функції  $S(t)$ ,  $S^{(i)}(t)$ ,  $\dots$ ,  $S^{(m-k)}(t)$  а похідна  $S^{(m-k)}(t)$  в точці  $x_j$  терпить розрив, число  $k = \max(k_j)$  називають дефектом сплайна. Множину  $\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$  називають сіткою вузлів сплайна, а точки  $x_j$  вузлами або точками стикання чи склейки сплайна.

Як слідує з визначення, для побудови сплайна, що складається з  $n-1$  фрагмента потрібно знайти такі значення числових параметрів для кожного фрагмента — полінома степені  $m$ , які забезпечать неперервність у вузлах, як самої функції так і необхідних похідних. Отже всього слід визначити  $(n-1) \cdot m$  параметрів. З врахуванням умови інтерполяції та неперервності перших двох похідних визначення параметрів зводиться до розв’язання системи з  $n$  лінійних рівнянь.

Для визначення інтерполяційного сплайна з неперервною першою похідною достатньо розрахувати значення першої похідної у вузлах. Спосіб визначення похідних у вузлах сплайна визначає широку різноманітність інтерполяційних сплайнів. Часто похідні визначаються не як константи, а як деякі залежності від інтерпольованої функції та сітки інтерполяції.

Якщо значення першої похідної у вузлах розраховувати виходячи з умови неперервності другої похідної (вирішуючи систему з  $n$  лінійних рівнянь) то сплайн матиме дві неперервні похідні. Такий спосіб побудови сплайна, як і сам сплайн називають глобальним, оскільки при визначенні кожного з його коефіцієнтів враховується вся множина вузлів інтерполяції.

В інших випадках, для визначення окремого коефіцієнта, враховуються лише найближчі вузли інтерполяції і такі способи побудови, як і самі сплайни, називають локальними. Параметри фрагмента такого сплайна можна визначити незалежно від інших фрагментів.

Найпростішою умовою побудови фрагмента локального сплайна є умова рівності полінома на кінцях відрізків відповідним значенням інтерпольованої функції.

$$P_j(t_j) = f(t_j), \quad P_j(t_{j-1}) = f(t_{j-1}) \quad (1)$$

Для найпростішого сплайна — ламаної цієї умови цілком досить. Два коефіцієнта прямої однозначно визначаються з двох рівнянь. Такий сплайн є локальним. Для поліномів вищих степенів ми повинні додати додаткові умови таким чином, щоб загальне число рівнянь дорівнювало числу коефіцієнтів полінома. Так для сплайна 3-го степені такою умовою є рівність 1-ї похідної на кінцях відрізка деякому значенню, що визначається для сусідніх відрізків однаковим чином (у формулах (2) через значення похідної функції яку наближують).

$$P'_j(t_j) = f'(t_j), \quad P'_j(t_{j-1}) = f'(t_{j-1}) \quad (2)$$

Система з 4-х рівнянь

$$\left[ \begin{array}{l} P_j(t_j) = f(t_j) \\ P_j(t_{j-1}) = f(t_{j-1}) \\ P'_j(t_j) = f'(t_j) \\ P'_j(t_{j-1}) = f'(t_{j-1}) \end{array} \right] \quad (3)$$

дозволяє однозначно визначити 4 коефіцієнти полінома. Для полінома 5-ї степені ми повинні додатково накласти умову рівності 2-ї похідної на кінцях відрізка і т. д. Наведене вище показує, чому сплайн будують переважно з поліномів непарних степенів (з парною кількістю коефіцієнтів).

Для поліномів парних степенів при складанні системи (3) залишається невизначеною похідна в одному з кінців відрізка і умова рівності похідних (гладкості кривої) не виконуватиметься. Тому для полінома 2-ї степені неможливо досягти рівності першої похідної в точках стику, а для 4-ї степені другої похідної і так далі, виходячи з системи рівнянь (3). Для побудови сплайнів з парними степенями штучно додають додаткові умови, щоб

сформувати систему рівнянь подібну (3). Коли похідні полінома сплайна визначаються як відповідні похідні інтерпольованої функції, то сплайн є ермітовим.

$$P_j^{(n)}(t_j) = f^n(t_j), \quad P_j^{(n)}(t_{j-1}) = f^n(t_{j-1}) \quad (4)$$

Існують локальні методи побудови сплайнів Бесселя та Акіми, В — сплайни. Побудова сплайна, фрагментами якого є розривні функції (раціональні функції, функції Паде) дещо виходить за рамки сплайнової ідеї, оскільки однією з основних переваг сплайнів є їхня гладкість. Якщо довільно розширювати такі конструкції, то стираються відмінності сплайнів від кускових функцій. Іншою перевагою сплайнів є ефективність обчислень. Надмірне ускладнення фрагментів суттєво знижує переваги сплайнів перед класичними функціями.

Для сплайнів є характерними такі ознаки: сплайн складається з фрагментів — функцій одного класу, які різняться лише своїми параметрами; на сусідні фрагменти в точках стикування накладаються певні умови, що зводяться до неперервності значень та деяких перших похідних.

Те що сплайн складається з фрагментів однакового виду є однією з ключових ознак, що відрізняє його від інших кускових функцій. Найвідоміші сплайни, що складаються з фрагментів — алгебраїчних поліномів не вище заданого степеня. Як правило це кубічні поліноми, або поліноми непарних степенів - лінійний, кубічний, п'ятого степеня. Вищі степені застосовують рідко, зважаючи на ускладнення розрахунків та складнощів, що описані вище. Основною їхньою перевагою є простота розрахунків та аналізу. Недоліком є те, що відносно мало реальних фізичних процесів відповідають цій залежності.[10]

### 3.3.3. Кубічні сплайни

Кубічний сплайн — гладка функція, область визначення якої розбито на скінченне число відрізків, на кожному з яких вона збігається з деяким кубічним многочленом.

Функція  $f(x)$  задано на відрізку  $[a, b]$ , розбитому на частини  $[x_{i-1}, x_i]$ ,  $a = x_0, x_1, \dots, x_N = b$ . Кубічним сплайном дефекту 1 (різниця між степенем і гладкістю сплайна) називається функція  $S(x)$ , яка:

- на кожному відрізку  $[x_{i-1}, x_i]$  є многочленом степеня не вище від трьох;
- має неперервні першу і другу похідні на всьому відрізку  $[a, b]$ ;
- в точках  $x_i$  виконується рівність  $S(x_i) = f(x_i)$  тобто сплайн  $S(x)$  інтерполює функцію  $f$  в точках  $x_i$ .

Для однозначного задання сплайна перелічених умов недостатньо, для побудови сплайна необхідно накласти додаткові вимоги — граничні умови:

- «Природний сплайн» — граничні умови виду:  $S''(a) = S''(b) = 0$
- Неперервність другої похідної — граничні умови виду:  $S'''(a) = S'''(b) = 0$
- Періодичний сплайн — граничні умови виду:  $S'(a) = S'(b)$  і  $S''(a) = S''(b)$

*Теорема.* Для будь-якої функції  $f$  і будь-якого розбиття відрізка  $[a, b]$  на частини  $[x_{i-1}, x_i]$  існує рівно один природний сплайн  $S_i(x)$ , що задовольняє переліченим вище умовам.

Ця теорема є наслідком загальнішої теореми Шенберга — Вітні про умови існування інтерполяційного сплайна.

На кожному відрізку  $[x_{i-1}, x_i]$ ,  $i = \overline{1, N}$  функція  $S(x)$  є многочленом третього степеня  $S_i(x)$ , коефіцієнти якого треба визначити. Запишемо для зручності  $S_i(x)$  у вигляді:

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3$$

тоді

$$S_i(x_i) = a_i, \quad S'_i(x_i) = b_i, \quad S''_i(x_i) = 2c_i, \quad S'''_i(x_i) = 6d_i \quad i = \overline{1, N}.$$

Умови неперервності всіх похідних до другого порядку включно записуються у вигляді

$$S_i(x_{i-1}) = S_{i-1}(x_{i-1}),$$

$$S'_i(x_{i-1}) = S'_{i-1}(x_{i-1}),$$

$$S''_i(x_{i-1}) = S''_{i-1}(x_{i-1}),$$

де  $i$  змінюється від  $1$  до  $N$ , а умови інтерполяції у вигляді  $S_i(x_i) = f(x_i)$ .

$$\text{Позначимо } h_i = x_i - x_{i-1} \ (i = \overline{1, N}), \ f_i = f(x_i) \ (i = \overline{0, N})$$

Звідси отримуємо формули для обчислення коефіцієнтів «природного сплайна»:

$$a_i = f(x_i);$$

$$d_i = \frac{c_i - c_{i-1}}{3 \cdot h_i};$$

$$b_i = \frac{a_i - a_{i-1}}{h_i} + \frac{2 \cdot c_i + c_{i-1}}{3} \cdot h_i;$$

$$c_{i-1} \cdot h_i + 2 \cdot c_i \cdot (h_i + h_{i+1}) + c_{i+1} \cdot h_{i+1} = 3 \cdot \left( \frac{a_{i+1} - a_i}{h_{i+1}} - \frac{a_i - a_{i-1}}{h_i} \right),$$

причому  $c_N = S''(x_N) = 0$  і  $c_1 - 3 \cdot d_1 \cdot h_1 = S''(x_0) = 0$ .

Якщо врахувати, що  $c_0 = c_N = 0$ , то с можна обчислити методом прогонки для тридіагональної матриці.[10]

### 3.4. В-сплайн

В-сплайн – сплайн-функція з мінімальним носієм для заданого степеня, гладкості та області визначення.

*Теорема.* Будь-яка сплайн-функція для заданої гладкості, області та степеня може бути представлена, як лінійна комбінація В-сплайнів того ж степеня і гладкості на тій же області визначення.

В-сплайни є узагальненням кривих Безьє, вони допомагають уникнути феномену Рунге при високих степенях полінома.

В-сплайн степеня  $n$  з заданими вузлами:  $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_m$  та  $(m-n)$  контрольними точками  $P_0 \dots P_{m-n-1}$  – це параметрична крива з базисних В-сплайнів степеня  $n$

$$\mathbf{S}(t) = \sum_{i=0}^{m-n-1} \mathbf{P}_i b_{i,n}(t), \quad t \in [t_n, t_{m-n}].$$

*Базисні В-сплайни* визначаються рекурсивними формулами:

$$b_{j,0}(t) := 1_{[t_j, t_{j+1})} = \begin{cases} 1, & t \in [t_j, t_{j+1}) \\ 0, & t \notin [t_j, t_{j+1}) \end{cases}$$

$$b_{j,n}(t) := \frac{t - t_j}{t_{j+n} - t_j} b_{j,n-1}(t) + \frac{t_{j+n+1} - t}{t_{j+n+1} - t_{j+1}} b_{j+1,n-1}(t) > 0$$

$$t \in [t_j, t_{j+n+1}).$$

Якщо відстані між сусідніми вузлами В-сплайнів однакова – вони однорідні, а неоднорідні – в протилежному випадку.

*Однорідні В-сплайни*

Нерекурсивним визначенням базисних В-сплайнів є  $b_{j,n}(t) = b_n(t - t_j)$ ,  
 $j = \overline{0, m - n - 1}$

де

$$b_n(t) := \frac{n+1}{n} \sum_{i=0}^{n+1} \omega_{i,n} (t - t_i)_+^n, \quad \omega_{i,n} := \prod_{j=0, j \neq i}^{n+1} \frac{1}{t_j - t_i}.$$

*Кардинальні В-сплайни*

Визначимо  $B_0$  як індикаторну функцію відрізка  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$  і  $B_k$  рекурсивно через згортку

$$B_k(t) := B_0(t) * B_{k-1}(t) = \int_{\mathbb{R}} B_0(t - \tau) B_{k-1}(\tau) d\tau = \int_{t-\frac{1}{2}}^{t+\frac{1}{2}} B_{k-1}(\tau) d\tau, \quad k \in \mathbb{N}$$

$B_k$  має носій  $[-\frac{k+1}{2}, \frac{k+1}{2}]$

*Константні B-сплайни* – це найпростіші сплайни. Вони не є навіть неперервними.

$$b_{j,0}(t) = 1_{[t_j, t_{j+1})} \quad B_0(t) = 1_{[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})}$$

*Лінійні B-сплайни* – є неперервними, але не диференційовними.

$$b_{j,1}(t) = \begin{cases} \frac{t-t_j}{t_{j+1}-t_j}, & t \in [t_j, t_{j+1}) \\ \frac{t_{j+2}-t}{t_{j+2}-t_{j+1}}, & t \in [t_{j+1}, t_{j+2}) \end{cases} \quad B_1(t) = \begin{cases} t+1, & t \in [-1, 0) \\ 1-t, & t \in [0, +1) \end{cases}$$

*Однорідні квадратичні B-сплайни* - вони є найбільш вживаною формою B-сплайнів.

$$b_2(t) = b_{j,2}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(t-t_j)^2, & t \in [t_j, t_{j+1}) \\ -(t-t_{j+1})^2 + (t-t_{j+1}) + \frac{1}{2}, & t \in [t_{j+1}, t_{j+2}) \\ \frac{1}{2}(1-(t-t_{j+2}))^2, & t \in [t_{j+2}, t_{j+3}) \end{cases} \quad B_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(t+\frac{3}{2})^2, & t \in [-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}) \\ \frac{3}{4}-t^2, & t \in [-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}) \\ \frac{1}{2}(t-\frac{3}{2})^2, & t \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) \end{cases}$$

В матричній формі:

$$\mathbf{S}_i(t) = [t^2 \quad t \quad 1] \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i-1} \\ \mathbf{P}_i \\ \mathbf{P}_{i+1} \end{bmatrix}, \quad t \in [0, 1], \quad i = \overline{1, m-1}$$

*Однорідні кубічні B-сплайни*

$$b_3(t) = b_{j,3}(t) = \begin{cases} \frac{1}{6}(t-t_j)^3, & t \in [t_j, t_{j+1}) \\ \frac{1}{6}(-3(t-t_{j+1})^3 + 3(t-t_{j+1})^2 + 3(t-t_{j+1}) + 1), & t \in [t_{j+1}, t_{j+2}) \\ \dots, & t \in [t_{j+2}, t_{j+3}) \\ \frac{1}{6}(1-(t-t_{j+3}))^3, & t \in [t_{j+3}, t_{j+4}) \end{cases}$$

$$B_3(t) = \begin{cases} \frac{1}{6}(t+2)^3, & t \in [-2, -1) \\ \frac{1}{6}(-3t^3 - 6t^2 + 4), & t \in [-1, 0) \\ \frac{1}{6}(3t^3 - 6t^2 + 4), & t \in [0, 1) \\ \frac{1}{6}(-t+2)^3, & t \in [1, 2) \end{cases}$$

В матричній формі:

$$\mathbf{S}_i(t) = [t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1] \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i-1} \\ \mathbf{P}_i \\ \mathbf{P}_{i+1} \\ \mathbf{P}_{i+2} \end{bmatrix}, \quad t \in [0, 1].$$

[12]

### 3.5. NURBS

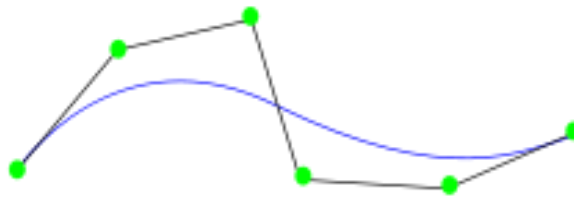


Рис.6 (NURBS-крива)

NURBS — це неоднорідний раціональний B-сплайн. Дана крива є доволі популярним випадком B-сплайнів через свою відносну простоту та стандартизованість. Застосовується для генерування та подання кривих та поверхонь.

Спочатку NURBS використовували лише у комерційних CAD-системах для автомобільних компаній. Пізніше вони стали невід'ємною частиною стандартних пакетів програм для комп'ютерної графіки. Інтерактивне вимальовування кривих та поверхонь NURBS у реальному часі стало вперше доступним на робочих станціях Silicon Graphics у 1989 році. Сьогодні більшість професійних програм для комп'ютерної графіки можуть працювати з NURBS, що здебільшого реалізується включенням до цих програм NURBS-рушія, розробленого спеціалізованою компанією. [12]

### 3.6. Крива Безьє

Французький автоконцерн "Рено" попросив П'єра Безьє (Pierre Bézier), математика та інженера, розробити спосіб максимально простого і узагальненого опису будь-яких складних площинних форм, потрібних для автоматизації роботи машин по обробці листового металу. Придумана ним в 1962 році система кривих виявилася настільки вдалою, що згодом лягла в основу не тільки графічних, але і багатьох інших програм.

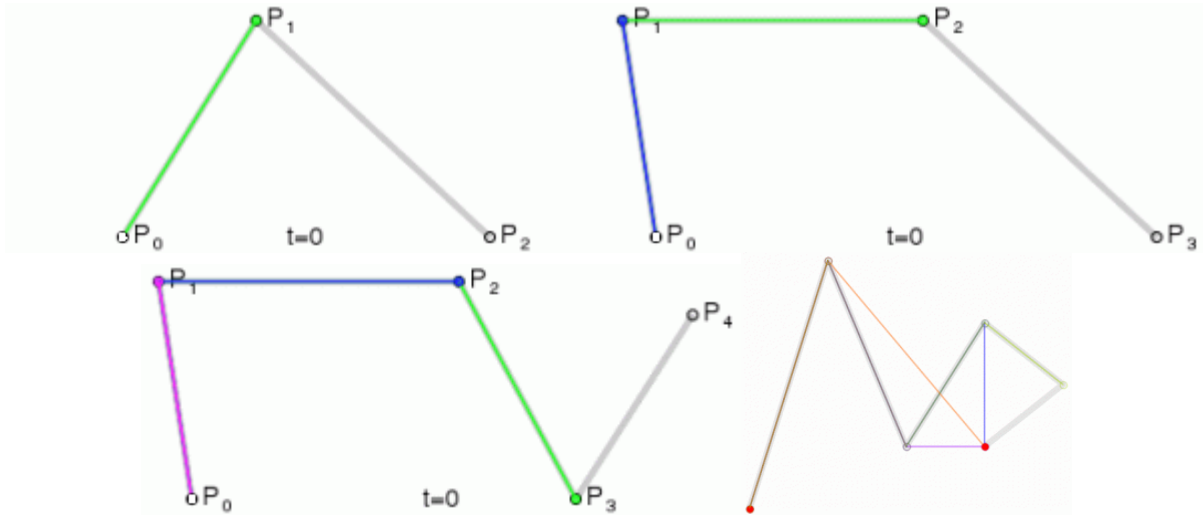


Рис. 7-11 (приклади кривих Безьє)

По правді кажучи, криві Безьє з'явилися в 1959 році, коли до них прийшов математик і фізик Поль де Кастельжо (Paul de Casteljau), який працював на "Сітроен", але у вільному доступі це відкриття не з'являлося, будучи виробничою таємницею фірми. Іменем де Кастельє названо його рекурсивний спосіб визначення кривих (алгоритм де Кастельє).

Взагалі ж криві Безьє є окремим випадком многочленів, описаних радянським математиком Сергієм Бернштейном в 1912 році і створених в ході доведення оптимізаційної теореми Вейерштрасса.

Крива Безьє — параметрично задана крива, яка використовується в комп'ютерній графіці та суміжних областях. Узагальнення кривих Безьє на вищі розмірності називаються поверхнями Безьє, якою є трикутник Безьє в окремому випадку.

У векторній графіці, криві Безьє використовуються для моделювання гладких кривих, які можна масштабувати до нескінченності. «Шляхи», як їх зазвичай називають у програмах для роботи з зображеннями, є комбінаціями з'єднаних кривих Безьє. Криві Безьє також використовуються в анімації, як інструмент для управління рухом, та в системах автоматизованого проектування.

Крива Безьє — параметрична крива, вигляду

$$\mathbf{V}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{b}_{i,n}(t) \mathbf{P}_i, \quad t \in [0, 1]$$

де  $\mathbf{P}_i$  — опорні вершини,

$\mathbf{b}_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$  — поліноми Бернштейна, вони є базисними функціями кривої Безьє.

Також існує рекурсивна формула побудови кривих Безьє

$$B_{P_0 P_1 \dots P_n}(t) = (1-t)B_{P_0 P_1 \dots P_{n-1}}(t) + tB_{P_1 P_2 \dots P_n}(t).$$

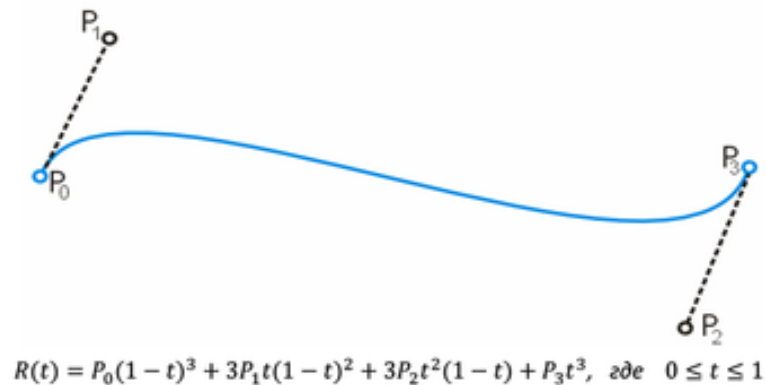


Рис.12 (кубічна крива Безьє)

Властивості кривої Безьє:

- безперервність заповнення сегмента між початковою та кінцевою точками;
- крива завжди розташовується всередині фігури, утвореної лініями, що з'єднують контрольні точки;
- при наявності лише двох контрольних точок сегмент являє собою пряму лінію;
- пряма лінія утворюється лише тоді, коли контрольні точки розташовані на одній прямій;
- крива Безьє симетрична, тобто обмін місцями між початковою та кінцевою точками (зміна напрямку траєкторії) не впливає на форму кривої;
- масштабування та зміна пропорцій кривої Безьє не порушує її стабільності, оскільки вона з математичної точки зору «афінно інваріантна»;
- зміна координат хоча б однієї з точок веде до зміни форми всієї кривої Безьє;
- будь-який частковий відрізок кривої Безьє також є кривою Безьє;
- степінь кривої завжди на одиницю менший від кількості контрольних точок. Наприклад, при трьох контрольних точках форма кривої — парабола;
- коло не може бути описане параметричним рівнянням кривої Безьє. [13]

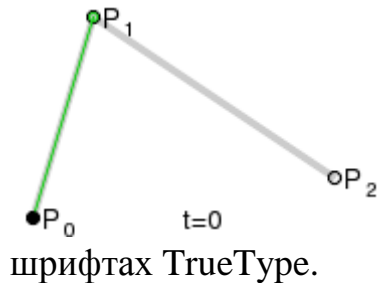
### 3.6.1. Види кривих Безьє

*Лінійні криві Безьє*

При  $n = 1$  крива є відрізком від точки  $P_0$  до точки  $P_1$  (лінійна інтерполяція). Крива задається як:  $B(t) = (1 - t)P_0 + tP_1, t \in [0, 1]$ . (Рис.13)



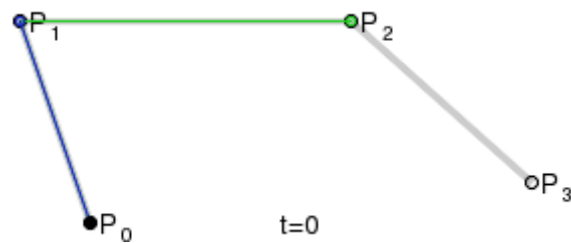
### Квадратичні криві Безьє



Квадратична крива Без'є ( $n = 2$ ) задається трьома опорними точками:  $P_0, P_1$  та  $P_2$ .  $B(t) = (1 - t)^2P_0 + 2t(1 - t)P_1 + t^2P_2, t \in [0, 1]$ . (Рис.14)

Сплайни з квадратичних кривих Безьє використовуються для описування форми символів в шрифтах TrueType.

### Кубічні криві Безьє



Чотири опорні точки  $P_0, P_1, P_2$  та  $P_3$ , задані в 2-х чи 3-мірному просторі визначають форму кривої. (Рис.15)

Лінія починається в точці  $P_0$  направляється до  $P_1$  і

закінчується в точці  $P_3$  підходячи до неї з боку точки  $P_2$ .

Тобто крива не проходить через точки  $P_1$  та  $P_2$ , вони використовуються для напрямку руху.

$$B(t) = (1 - t)^3P_0 + 3t(1 - t)^2P_1 + 3t^2(1 - t)P_2 + t^3P_3, t \in [0, 1].$$

В матричній формі кубічна крива Безьє записується як:

$$\mathbf{B}(t) = [t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1] \mathbf{M}_B \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 \\ \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \\ \mathbf{P}_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

— називається базисною матрицею Безьє. [13]

## 3.6.2. Застосування в комп'ютерній графіці

Завдяки простоті завдання і виконанню операцій, криві Безьє знайшли широке застосування в комп'ютерній графіці для моделювання гладких ліній. Крива цілком лежить в опуклій оболонці своїх опорних точок. Ця властивість кривих Безьє з одного боку значно полегшує завдання знаходження точок перетину кривих (якщо не перетинаються опуклі оболонки опорних точок, то не перетинаються і самі криві), а з іншого боку дозволяє здійснювати

інтуїтивно зрозуміле управління параметрами кривої в графічному інтерфейсі за допомогою її опорних точок.

Найбільше значення мають криві Безьє другого та третього ступенів (квадратичні і кубічні). Криві вищих ступенів при обробці вимагають більшого обсягу обчислень і для практичних цілей використовуються рідше. Для побудови складних за формою ліній, окремі криві Безьє можуть бути послідовно з'єднані один з одним в сплайн Безьє. Для того, щоб забезпечити гладкість лінії в місці з'єднання двох кривих, три суміжні опорні точки обох кривих повинні лежати на одній прямій. У програмах векторної графіки на зразок Adobe Illustrator або Inkscape подібні фрагменти відомі під назвою «контурів» (path). [13]

### 3.7. Поверхня Безьє

Поверхня Безьє є різновидом математичного сплайна, використовуваним в комп'ютерній графіці, автоматизованому проектуванні і моделюванні методом скінченних елементів. Як і у випадку кривої Безьє, поверхня Безьє визначається набором контрольних точок. Попри значну подібність до інтерполяції, основна відмінність полягає в тому, що поверхня, в загальному випадку, не проходить через центральні контрольні точки; скоріше, вона «розтягується» відносно них так, ніби кожна з них є центром тяжіння. Поверхні Безьє візуально впізнавані, і математично зручні для багатьох застосувань.

Поверхні Безьє можуть бути будь-якого степеня, але бікубічні поверхні Безьє зазвичай забезпечують достатню кількість ступенів вільності для більшості потреб.

Поверхня Безьє порядку  $(n, m)$  задається  $(n + 1) \cdot (m + 1)$  контрольними точками  $P_{i,j}$ . Вона відображає одиничний квадрат гладкою безперервною поверхнею, вкладеною в простір тієї ж розмірності, що і  $\{P_{i,j}\}$ . Наприклад, якщо  $P$  — це точки в чотиривимірному просторі, то поверхня також буде в чотиривимірному просторі. Двовимірна поверхня Безьє може бути визначена як параметрична поверхня, коли становище точки  $p$  як функції параметричних координат  $u, v$  визначається за формулою:

$$\mathbf{p}(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(u) B_j^m(v) \mathbf{P}_{i,j},$$

де  $u, v \in (0, 1)$ , а  $B$  - многочлени Бернштейна:

$$B_i^n(u) = \binom{n}{i} u^i (1 - u)^{n-i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1 - u)^{n-i}$$

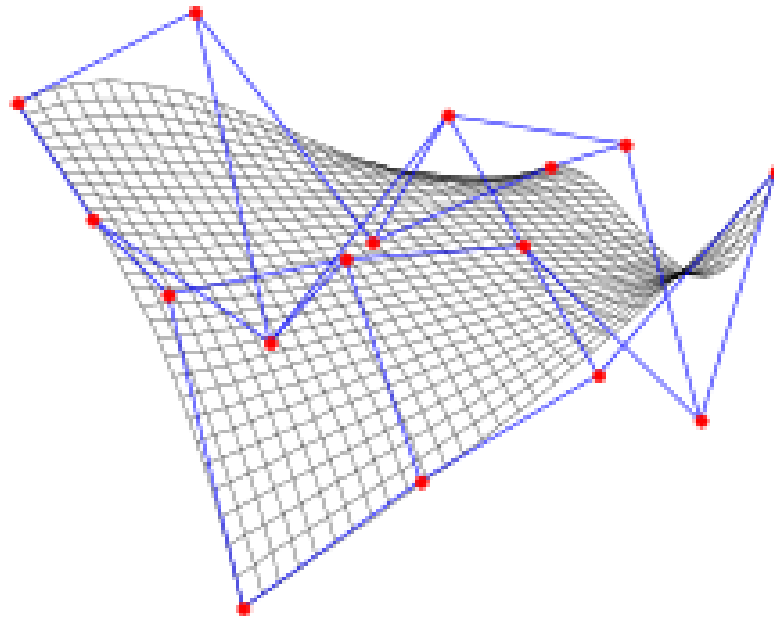


Рис.16 (приклад поверхні Безьє)

Деякі властивості поверхонь Безьє:

- Поверхня Безьє перетворюється так само, як і її контрольні точки при всіх лінійних перетвореннях та зрушеннях.
- Усі  $u = \text{const}$  і  $v = \text{const}$  лінії в просторі  $(u, v)$ , і, зокрема, всі чотири ребра деформованого одиничного квадрата  $(u, v)$  є кривими Безьє.
- Поверхня Безьє буде повністю лежати всередині опуклої оболонки своїх контрольних точок, і, отже, також повністю в межах рамки своїх контрольних точок в будь-якій заданій декартовій системі координат.
- Точки на латці, відповідній кутам деформованого одиничного квадрата, збігаються з чотирма контрольними точками.
- Проте, поверхня Безьє, як правило, не проходить через інші свої контрольні точки.

Поверхні Безьє в комп'ютерній графіці

Латкові сітки Безьє перевершують трикутні сітки як метод представлення гладких поверхонь, оскільки вони набагато компактніші, ними легше маніпулювати, і вони мають набагато кращі властивості безперервності. Крім того, інші загальні параметричні поверхні, такі як сфери і циліндри можна добре апроксимувати відносно невеликим числом кубічних латок Безьє.

Латку Безьє порядку  $(n, m)$  можна побудувати з двох трикутників Безьє порядку  $m+n$ , або з одного трикутника Безьє порядку  $m+n$ , з областю визначення у вигляді квадрата замість трикутника.

Трикутник Безьє степеня  $m$  може бути також побудований з поверхні Безьє  $(m, m)$  порядку, з такими контрольними точками, щоб один край був

стиснутий в точку, або з областю визначення даних у вигляді трикутника, а не квадрата. [14]

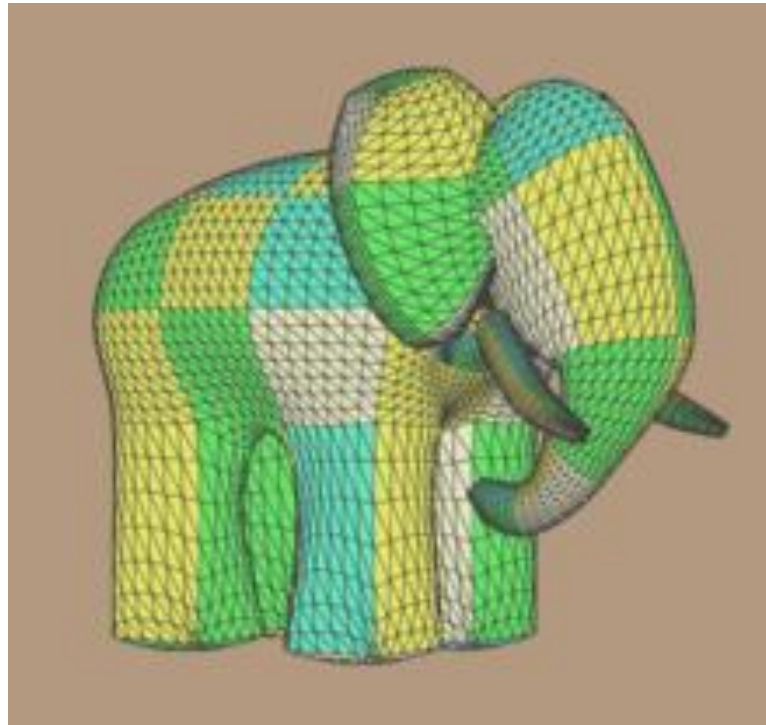


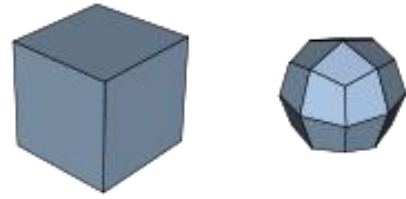
Рис.17 (модель «Gumbo» складена з латок)

### 3.8. Метод за допомогою розбиття

Розбиття поверхні (англ. Subdivision surfaces) — метод, використовуваний у тривимірній комп'ютерній графіці, що представляє гладку поверхню за допомогою приблизної шматково-лінійної полігональної сітки. Гладка поверхня може бути зображена за допомогою приблизної сітки, як границя рекурсивного поділу кожної полігональної грані на дрібніші грані, які краще апроксимують гладку поверхню.

Район поверхні визначається рекурсивно. Процес починається із заданої полігональної сітки. Потім до цієї сітки застосовується схема уточнення. Цей процес займає сітку і ділить її, створюючи нові вершини і нові грані. Позиції нових вершин в сітці обчислюються на основі позицій сусідніх вершин. У деяких схемах уточнення, позиції старих вершин також можуть бути змінені (на основі позицій нових вершин).

Цей процес виробляє більш дрібну сітку за оригінал, що містить більше полігональних меж. В результаті чого сітка може передаватися через ту саму схему уточнення знову і знову.



Поверхня граничного розбиття — поверхня, отримана з цього процесу, ітераційно може застосовуватися нескінченно багато разів. Однак в практичному використанні цей алгоритм застосовується обмежену кількість разів. Поєднані поверхні і Т-сплайни є конкуруючими технологіями. Математичні поверхні із розділенням є сплайн-поверхнями з особливостями.



Праворуч на рис.18 зображений процес розбиття.

Схеми удосконалення поверхонь підрозділів можуть бути в широкому сенсі розділені на дві категорії: інтерполяція та апроксимація.

Інтерполяційні схеми необхідні, щоб відповідати вихідному положенню вершин у вихідній сітці. Апроксимаційні схеми – навпаки. Вони можуть і будуть коригувати ці позиції в міру необхідності. У цілому, апроксимаційні схеми мають велику гладкість, але редагування додатків, які дозволяють користувачам встановлювати точні поверхневі обмеження, вимагає оптимізації.

Поверхні підрозділу можуть бути природно відредаговані на різних рівнях підрозділу. Починаючи з базових форм, можна використовувати бінарні оператори для створення правильної топології. Потім потрібно відредагувати грубу сітку, для того щоб створити базову фігуру, потім відредагувати зміщення для наступного кроку поділу, а потім повторити це на більш тонких рівнях. Завжди можна побачити як внесені зміни впливають на граничну поверхню за допомогою оцінки поверхні GPU. [15]

### 3.9. Процедурне моделювання

Процедурне моделювання – що фокусується на моделюванні за допомогою процедур (набору правил), замість роботи з нею через вюпорти програм. 3D-моделі та текстури створюються з набору правил, що додаються користувачем через програмні інструменти, або шляхом програмування.

Набір правил може бути або вбудований в алгоритм, що налаштовується параметрами, або набір правил є окремим від механізму оцінки. Результатом називається процедурний зміст, який можна використовувати в комп'ютерних іграх, фільмах, завантажувати в Інтернет, або користувач може редагувати зміст вручну. Процедурні моделі часто демонструють розширені можливості баз даних, що означає, що великі сцени можуть створюватися набагато меншою кількістю правил. Якщо застосований алгоритм видає однакові результати кожного разу, результати не потрібно зберігати. Часто для досягнення цього досить запустити алгоритм з того самого випадкового насіння.

Яскравим представником цього типу моделювання є програма Houdini.

Процедурний зміст — називають вихідний результат, який може бути використано в комп'ютерних іграх, фільмах, бути завантажений в інтернеті та ін. [16]

### 3.9.1. Метод процедурного моделювання

Процедурне моделювання – це моделювання більше схоже на програмування в порівнянні з іншими методами роботи. Тут 3D-модель, або текстура створюється завдяки програмному коду на підтримуваній мові (наприклад MEL, Python в Maya).

L-system — метод процедурного моделювання, який описує створення деревоподібної (гілкової) геометрії:

- за допомогою генераторів — модулі, які підключаються до програми і виконують певну функцію (відомі генератори ландшафтів, природних явищ та іншого);
- за допомогою інструментів (наприклад таких, як Paint Effects в Maya або названих по іншому в аналогічному програмному забезпеченні та ін.).

Хоча всі методи моделювання на комп'ютері вимагають алгоритмів для управління та зберігання даних у певний момент, процедурне моделювання зосереджується на створенні моделі із набору правил, а не на редагуванні моделі за допомогою введення користувачем. Процедурне моделювання часто застосовується тоді, коли створити потрібно надто громіздку 3D-модель використовуючи загальний 3D-модельєри, або коли потрібні більш спеціалізовані інструменти. Часто це стосується рослин, архітектури чи ландшафтів. [16]

## Розділ 4. Застосування технології та програмне забезпечення

### 4.1. Сфери застосування

Сьогодні практично будь-які ідеї можна оформити в красиві моделі і прототипи за допомогою програм для 3D-моделювання, а потім їх можна буде використовувати в різноманітних цілях та проектах. Ці програми надають змогу створювати моделі з нуля та будь-якого рівня складності, а також ними можуть користуватися люди із різним рівнем підготовки. Деякі із 3D редакторів настільки прості, що їх можуть освоїти навіть новачки. Сфери використання 3D-моделей найрізноманітніші: це кіно, анімація, дизайн інтер'єру, комп'ютерні ігри, архітектура та багато іншого.

На сьогодні використовуються різні програмні продукти для тривимірного представлення і спектр засобів, постійно розширюється.

Іноді виникає дилема вибору оптимального програмного забезпечення, так як необхідно знайти програму, в якій присутній увесь необхідний функціонал. Тож, викладена нижче інформація може допомогти з вибором, який залежатиме від сфери застосування. Ці програми відрізняються одна від одної рівнем складності у застосуванні, функціоналом та вартістю. Варто зазначити, що також зазначені і безкоштовні програми.

#### *Реклама і маркетинг*

Тривимірна графіка необхідна і невід'ємна у презентації майбутнього виробу. Наприклад: спочатку необхідно намалювати, а потім створити 3D-модель об'єкту, після чого на основі створеної моделі, за допомогою швидкого прототипування складається реалістичний образ майбутнього виробу.

Отримане зображення після візуалізації використовують у розробці дизайну того чи іншого предмету. Здебільшого графічні матеріали використовують в області зовнішньої реклами, POS-матеріалів та дизайну виставкових стендів. Більшість графічних матеріалів використаних у цій області створюють у програмах рендерингу, також використовуючи готові моделі. [17]

#### *Архітектура та дизайн інтер'єрів*

В сфері архітектури технологія 3D-моделювання зарекомендувала себе з найкращого боку. У сучасному будівництві створення тривимірної моделі є невід'ємною складовою. На основі 3D-моделі створюють прототип будівлі. Прототип може повторювати лише структуру будівлі, або ж бути деталізованою зібраною моделлю майбутньої споруди.

Щодо дизайну інтер'єру, то за допомогою технології 3D-моделювання можна побачити, як виглядатиме приміщення після ремонту. [17]

### *Міське планування*

За допомогою 3D-графіки можна досягти максимально реалістичного моделювання міської архітектури та ландшафтів з мінімальними витратами. Візуалізація архітектури будівель та ландшафтного оформлення надає можливість людям, дотичним до проекту (архітектори, забудовники, інвестори і т.д.) відчувати ефект присутності в спроектованому просторі, та можливість оцінити переваги чи недоліки проекту.

Перший міжнародний симпозіум з візуалізації, організований компаніями Silicon Graphics і Telenor відбувся в Осло 6-8 травня 1998 року. На конференції були продемонстровані різноманітні технічні засоби для представлення віртуальних об'єктів. Проекти зі створення, так званих, віртуальних міст викликали особливий інтерес, бо ж вони налічують десятки тисяч віртуальних об'єктів. З моменту виникнення такого поняття, як колективне планування будівництва, усі учасники проекту (планувальники, проектувальники, інвестори, представники влади та ін.) прагнули знайти нову методику обговорення будівельних проектів, які дають можливість об'єктивно оцінити їх вплив на міський ландшафт ще до моменту будівництва.

3D-моделювання стало тим самим ефективним інструментом, який дає можливість побачити та проаналізувати наслідки та вплив проекту ще до початку його реалізації. Незабаром з'явився проект «Віртуальне місто». Цю технологію застосувала група міського моделювання UCLA, учасники групи відтворюють у віртуальних моделях штрихи та елементи з високою якістю та деталізацією. [17]

Програми які найбільше підходять для задач пов'язаних із побудовою моделей архітектурного плану: AutoCAD, 3DS Max, Civil 3D, CATIA, Chief Architect, Revit, Rhino 6, Rhinoceros, SketchUp, ArchiCAD, 3DReshaper, VUE Pioneer.

### *Промисловість*

Промислове моделювання займає важливе місце у сучасному виробництві. Поява 3D-технологій дала можливість знизити фінансові витрати на інженерне проектування. 3D-моделювання дало можливість дизайнерам-графікам створювати деталізовані зображення і об'єкти, які надалі можна використовувати для створення прес-форм та прототипів об'єктів. Ця технологія дозволила стратегічним промисловим будівництвам реалізуватися з високою точністю.

Сучасні будівельні компанії користуються системами інженерного проектування з візуальним зображенням. Програми допомагають спроектувати різні непередбачені явища, навантаження на окремі деталі конструкції та ін.

Завдяки таким технологіям, як 3D-моделювання відбулася суттєва оптимізація ресурсів. [17]

Програми які найбільше підходять для задач пов'язаних із побудовою моделей промислових продуктів: SolidWorks, ProEngineering, Inventor (Autodesk), КОМПАС-3D, FreeCAD, PTC Creo, K-3D, Autodesk 123D, Rhinoceros 3D, Autodesk AutoCAD, 3ds Max, Fusion 360, Alias, 3DReshaper, Onshape, OpenSCAD, Grasshopper, BRL-CAD, Autodesk Tinkercad.

### *Комп'ютерні ігри*

Комп'ютерні ігри дуже популярний сегмент. Технології 3D-моделювання у їх створенні застосовується більше 10 років. В професійних програмах фахівці вручну відтворюють тривимірні моделі будь-кого, чи будь-чого, а також створюють концепт-арти. [17]

Популярні програми, якими користуються для створення 3D об'єктів для ігор: Blender, Mudbox, 3ds MAX, ZBrush, Poser, Character Studio, LightWave 3D, MODO.

### *Кінематограф*

Сучасна кіноіндустрія також не обійшла стороною цей формат. Зйомки у такому форматі вимагають спеціального технічного обладнання. За допомогою 3D графіки створюють різні повноцінні об'єкти та ландшафти. Також ця технологія дає можливість створювати високоякісні спецефекти, які надають повноцінне відчуття реальності. [17]

Популярні програми, якими користуються для створення 3D об'єктів кінематографу є: як 3ds Max, Maya, Lightwave 3D, SoftImage XSI, Sidefx Houdini, Maxon Cinema 4D, Realsoft 3D, Rhinoceros 3D, modo, Nevercenter Silo або ZBrush.

Крім того, існують і відкриті продукти, Blender, LightWave 3D, Autodesk Mudbox, Autodesk Softimage K-3D і Wings3D (тільки створення моделей з можливістю подальшого використання їх іншими програмами).

### *Анімація*

За допомогою 3D-графіки можна створити анімованого персонажу, «змусити» його рухатися, а також, шляхом проектування складних анімаційних сцен, створити повноцінний анімований відеоролик. [17]

3D-анімація - творчий процес, в ході якого ведеться зйомка тривимірних об'єктів. Сьогодні велика частина 3D-мультфільмів робиться за допомогою комп'ютерної графіки або CGI (computer-generated imagery). Найвідомішою студією CGI-анімації є Pixar. Саме ця компанія, заснована в 1985 році, створила перший у світі CGI фільм. Це була картина «Історія іграшок» 1995 року, з тих

пiр з павiльйонах Пiксара знято кiлька десяткiв повнометражних мультфiльмiв. Строго кажучи, саме Pixar - родоначальник всього бiзнесу, в основу якого лягло мистецтво 3D-анiмацiї.

Цей тип анiмацiї дуже красиво виглядає на екранi сучасних 3D телевiзорiв, але його створення - дуже трудомiсткий процес. Для того, щоб зняти ролик довжиною кiлька секунд, доводиться витратити кiлька робочих днiв. Дуже важливо, щоб сотнi знiмкiв для однiєї сцени були б зробленi при iдентичному освiтленнi, колiрнiй температурi i з тим же кутом камери, в iншому випадку фiльм буде виглядати непослiдовним i нереалiстичним.

Популярнi програми, якими користуються для створення 3D анiмацiї: Daz 3D Studio, 3D Builder, Maya, KeyShot, Toon Boom Harmony, Mari, iClone, ZBrush, LightWave 3D, 3D Coat, 3D Crafter, Blender , Poser, Character Studio.

### *Вiртуальна реальнiсть*

Вiртуальна реальнiсть (*VR, virtual reality, VR*) – тривимiрний комп'ютерний простiр, створений технiчними засобами, завдяки якому з'являється можливiсть у людини взаємодiяти з вiртуальними предметами та власноруч впливати на симуляцiю. Проекти створенi завдяки технологiям вiртуальної реальностi впливають на сприйняття навколишнього свiту людини через зiр, слух, дотик настiльки сильно, що по вiдчуттям переносять нас у паралельний вимiр. VR на вiдмiну від AR повнiстю занурює користувача в штучно змодельований свiт. Для передачі даних (звук, вiдео, зображення та iнших елементiв комплексу) крiм спецiального ПО неабхiднi певнi технiчнi засоби, такi як: окуляри, навушники, датчики та рiзнi засоби управлiння. [18]

До сфер використання вiртуальної реальностi вiдносяться: наука, навчання, дизайн, розваги, вiйськова сфера та медицина (особливо дiагностування та лiкування психiчних розладiв). [19]

## **4.2. 3D-друк**

Окремо варто вiдзначити 3D-друк. Завдяки йому 3D-модель може повноцiнно втiлитися у життя, буквально.

3D-друк винайшли ще до того як з'явився iнтернет. В 1981 році, Хiдео Кодама з дослiдницького iнституту в Японiї, винайшов систему швидкого прототипування з використанням фотополiмерiв. Методом накладання шарiв вiдбувалося створення моделi. А вже в 1984р. Чарльз Халл, американський дослiдник, засновник 3D Systems винайшов стереолiтографiчний апарат, якому

ми завдячуємо можливістю друкувати 3D-об'єкти, моделі яких попередньо були спроектовані на комп'ютері. Використовуваний матеріал-рідкий полімер на основі акрилу, який під впливом ультрафіолетового лазерного випромінювання швидко затвердівав, набуваючи заданої форми. Так, шар за шаром з полімерного матеріалу з'являлась потрібна модель.

Ця розробка (перший комерційний зразок SLA-1) стала революційним винаходом, який давав можливість тестувати власні прототипи без зайвих попередніх інвестицій у виробництво.

Початок 90-х років ознаменувався налагодженням серійного виробництва 3D Systems SLA. В той же час стартап DTM-отримав патент на технологію селективного лазерного спікання за допомогою метаалевого порошку, а не рідкого полімеру

Трохи згодом, компанія Stratasys, під керівництвом Скота Крампа, розробила новішу технологію - моделювання методом наплавлення (англ. Fused Deposition Modeling - FDM). Це коли тримірні об'єкти створюються шляхом послідовного нанесення шарів матеріалу, які повторюють контури цифрової моделі. Зазвичай як матеріал використовують термопластики, які завантажують в принтер у вигляді спеціальних катушок ниток або прутиків. Переважна більшість сучасних базових 3D-принтерів використовує саме цей метод.

Для роздрукування реального об'єкту необхідно розробити його цифрову 3D-модель та зберегти у спеціальному форматі STL. Після того принтер обробляє цей файл, вираховує потрібні розміри та відтворює заданий об'єкт. Друкуюча голівка наносить шар матеріалу, випікає лазером, або ж розплавляє потрібний матеріал-це залежить від обраного способу друку та обраного принтера. Циклічне друкування шар за шаром, безперервного повторення потрібної кількості разів. Так досягається відтворення 3D-моделі.

Щоб надрукувати реальний об'єкт, спочатку потрібно розробити його цифрову 3D-модель на комп'ютері та зберегти в спеціальному форматі - STL. Принтер обробить цей файл, вирахує потрібні розміри та відтворить заданий об'єкт. Друкуюча голівка нанесе шар матеріалу, випече спеціальним лазером, або ж розплавить потрібний матеріал - все залежить від способу друку і конкретного принтера. Шар за шаром такі цикли друку безперервно повторюються потрібну кількість разів, доки 3D-модель не відтвориться повністю. [20]

Для друку достатньо мати готову 3D-модель об'єкту, збережену в правильному форматі. Найбільш розповсюджені типи файлів, що застосовуються у 3D-принтерах: STL, OBJ, FBX, OBJ, VRML (або WRL), X3G, PLY, GCODE. [21]

Також є програми які можуть напряду працювати з 3D-принтером: Autodesk 123D, Meshmixer 3.0, 3D Crafter, Netfabb, DesignSpark, TinkerCAD, 3D Slash, Meshmixer, Cura, Repetier, CraftWare, Simplify3D, Slic3r.

#### **4.2.1. Сфери застосування 3D-принтерів**

##### **В побуті**

Маючи 3D-принтер можна надрукувати практично будь-яку річ із пластику. Наприклад, деталі на заміну полуманих, для меблів, техніки чи різних господарських дрібниць. Можна створити новий елемент декору різного рівня складності чи іграшку в домашніх умовах, і для цього не обов'язково створювати власну 3D-модель, бо їх багато є у вільному доступі в інтернеті.

##### **Модна індустрія**

Ще три-чотири роки тому речі, надруковані на 3D-принтері, можна було побачити лише як елементи екстравагантних костюмів зірок, таких як Леді Гага або Кеті Пері. Але після того як дім мод Chanel у своїй осінньо-зимовій колекції 2015 року показав нову надруковану версію класичного костюма - модний світ почав масово використовувати нову технологію в індустрії.

А от деякі молоді бренди у своїх колекціях зовсім відмовляються від традиційних матеріалів та використовують лише 3D-друк. Для стартапів - це унікальні можливості, оскільки тепер є можливість виробляти товари під свої потреби в невеликих об'ємах. А це мінімізує витрати та ризики браку в складних елементах.

Якщо ж говорити про масові бренди, то вони все активніше починають використовувати 3D-технології. Наприклад, Nike, Adidas та New Balance створюють унікальні моделі кросівок з покращеними характеристиками.

##### **Дизайн, мистецтво та архітектура**

Тепер майже не існує перепон для самовираження та втілення найбільш сміливих ідей в життя. Крім створення складних ексклюзивних речей без грандіозних капіталовкладень та в доволі стислі терміни, активно використовують цю технологію для виготовлення макетів та зменшених копій майбутніх виробів.

##### **Будівництво**

По всьому світі шаленими темпами ростуть компанії, які займаються 3D-друком в будівництві. Так, наприклад, китайська компанія Yingchuang New Materials минулого року спромоглася побудувати 10 повнорозмірних будинків

лише за одну добу. А в Дубаї друкують "офіси майбутнього" на 250 квадратних метрів з модульних систем з дуже стильним дизайном.

### Медицина

Саме в цій сфері завдяки 3D-друку медики здатні творити неймовірні речі. Завдяки індивідуальному підходу можна створювати найскладніші імпланти з неймовірною точністю, клапани для серця, шини, які значно комфортніші ніж гіпси, або ж біонічні протези за доступною ціною. В ортодонтії на зміну жахливим брекетам прийшли елайнери - пристрої які виправляють прикус. Вони дешевші, завдають менше незручностей у використанні та виглядають значно естетичніше та майже непомітно.

Але найдивовижніше - це біодрук, в якому замість штучних матеріалів використовують живі клітини. І хоча наразі цей вид 3D-друку знаходиться на зародковому етапі, йому пророкують велике майбутнє. Уявіть, що скоро можна буде друкувати потрібні органи з власних клітин, які не будуть відторгатися організмом і не потрібно буде шукати донорів.

### Автомобілебудування

В той час як великі автомобільні гіганти друкують окремі елементи для своїх авто, деякі стартапи вирішили друкувати автомобілі повністю. Восени 2014 року світ побачив перший електрокар Strati. Він доволі сильно відрізняється від класичних авто та має доволі скромні характеристики, проте це всього лише початок. Тому в майбутньому Strati може докорінно змінити індустрію автомобілебудування, зважаючи на те, що на виготовлення одного авто витрачається всього лише 44 години.

Не лише авто, а й мотоцикли тепер друкують на 3D-принтері. Німецька компанія APWorks виготовляє свій футуристичний Light Rider з надлегких матеріалів, які використовуються в космічній галузі. Він важить лише 35 кілограмів та може їхати зі швидкістю 80 кілометрів на годину.

### Авіабудування

Якщо на початку цього десятиріччя на 3D-принтері друкували лише невеликі дрони та форсунки до авіадвигунів, то зараз все стало набагато серйозніше. Навесні цього року компанія Boeing анонсувала, що друкуватиме для свого нового 787 Dreamliner титанові елементи фюзеляжу, котрі нестимуть навантаження на корпус під час польоту. Norsk Titanium, яка виступає у ролі підрядника Boeing, розробила власну технологію друку на основі швидкого плазмового осадження (англ. Rapid Plasma Deposition - RPD). Це коли титановий дріт плавиться в хмарі з газу аргону. Завдяки цьому компанія планує здешевити вартість літака на 2-3 мільйони доларів.

### Ракетобудування

Приватна космічна компанія Space X вже понад п'ять років використовує 3D-друк для виготовлення клапанів окислювачів для двигунів Merlin, котрі під час роботи піддаються наднизьким температурам та високим вібраціям. Також вони повністю друкують камери для двигунів Superdraco. Ці двигуни забезпечують безпеку астронавтів, які літатимуть на багаторазовому кораблі Dragon V2. В компанії стверджують, що деталі, виготовлені таким чином, виходять значно міцнішими та надійнішими в порівнянні з тими, які виготовляють класичним способом.

А от Новозеландська компанія Rocket Lab, яка займається виготовленням невеликих ракет Electron, що доставлятимуть на навколоземну орбіту супутники вагою до 225 кг, пішла ще далі: вони друкують практично повністю двигуни для своїх ракет на 3D-принтері.

Зважаючи на те, що в сфері матеріалів для друку 3D-принтерів постійно ведуться нові розробки, а сам друк стає набагато швидшим і дешевшим, його починають використовувати в найрізноманітніших сферах життя. Очевидно, що речі стануть більш доступними та унікальними. І це може повністю змінити як світову економіку споживання, так і власне наше життя. [20]

### 4.3. Практична частина

В якості практичної роботи я вирішила створити модель нашого факультету. В майбутньому цю модель можна буде використати для перепланувань простору, як приклад. Ця сфера використання та створення 3D моделей щодня набирає все більшу популярність. Архітектурне моделювання дає змогу побачити вже готовий проект, ще на етапі планування і це найменш ресурсно-витратний спосіб з наявних. До того як почали використовувати 3D-моделювання будівлі можна було візуально представити лише у вигляді ескізів, або невеличких моделей, якщо не рахувати креслень, бо вони необхідні для точних розрахунків. Моделі створювалися із таких матеріалів: картон, гіпс, пап'є-маше, оброблена деревина та метали.

Зараз і як століття тому архітектура становить одну з найважливіших частин промисловості (електростанції, заводи, фабрики і т.д.) та громадськості (громадські споруди, житлові будинки та інше)

Для роботи я обрала програму SketchUp – ця програма дуже зручна для створення 3D моделей приміщень «з нуля», підходить як для професіоналів своєї сфери, так і для початківців, із нею дуже легко працювати, особливо якщо ще є креслення із точними розрахунками. У порівнянні з багатьма іншими популярними пакетами, цей володіє рядом особливостей:

- Основна особливість — майже повна відсутність вікон попередніх налаштувань.
- Ще одна ключова особливість — це інструмент Push/Pull («Тягни/Штовхай»), завдяки якому будь-яку площину можна «витягнути» в сторону, створивши по мірі її руху нові бокові стінки. Стверджується, що інструмент запатентований.
- Відсутність підтримки карт зміщення пояснюється націленістю продукту на непрофесійну цільову аудиторію.
- Підтримка плагінів для експорту, візуалізації, створення фізичних ефектів (обертання, рух, взаємодія створених об'єктів між собою та ін.)
- Можливість роботи зі сценами (сцена включає в себе положення камери та режим відрисовки), та анімувати переходи від сцени до сцени.
- Режим перегляду моделі «від першого лиця», з управлінням як в відповідних 3D-іграх.
- Існує можливість встановлювати географічно достовірні тіні в відповідності з заданою широтою, довготою, часом доби та року..
- Інтеграція з Google Earth.
- Проекти SketchUp зберігаються в форматі \*.skp. Також підтримується імпорт та експорт різних форматів двох-вимірної растрової та тривимірної графіки, зокрема: \*.3ds, \*.dwg, \*.ddf; \*.jpg, \*.png, \*.bmp, \*.psd, \*.obj. [22]

Як і більшість програм для 3D моделювання SketchUp використовує кілька підходів до побудови об'єктів – полігональне моделювання та криві Безьє. А для простоти розуміння та процесу роботи розробники програми зробили зовнішній вигляд цих алгоритмів непомітними для користувачів, що також вирізняє цю програму серед інших.

На зображеннях ілюстровано процес створення моделі.

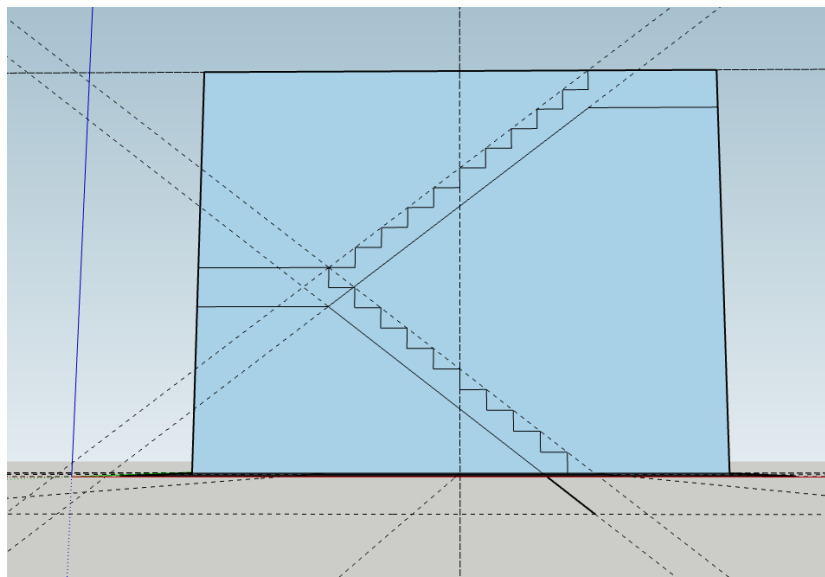


Рис.19 (процес побудови моделі сходів)

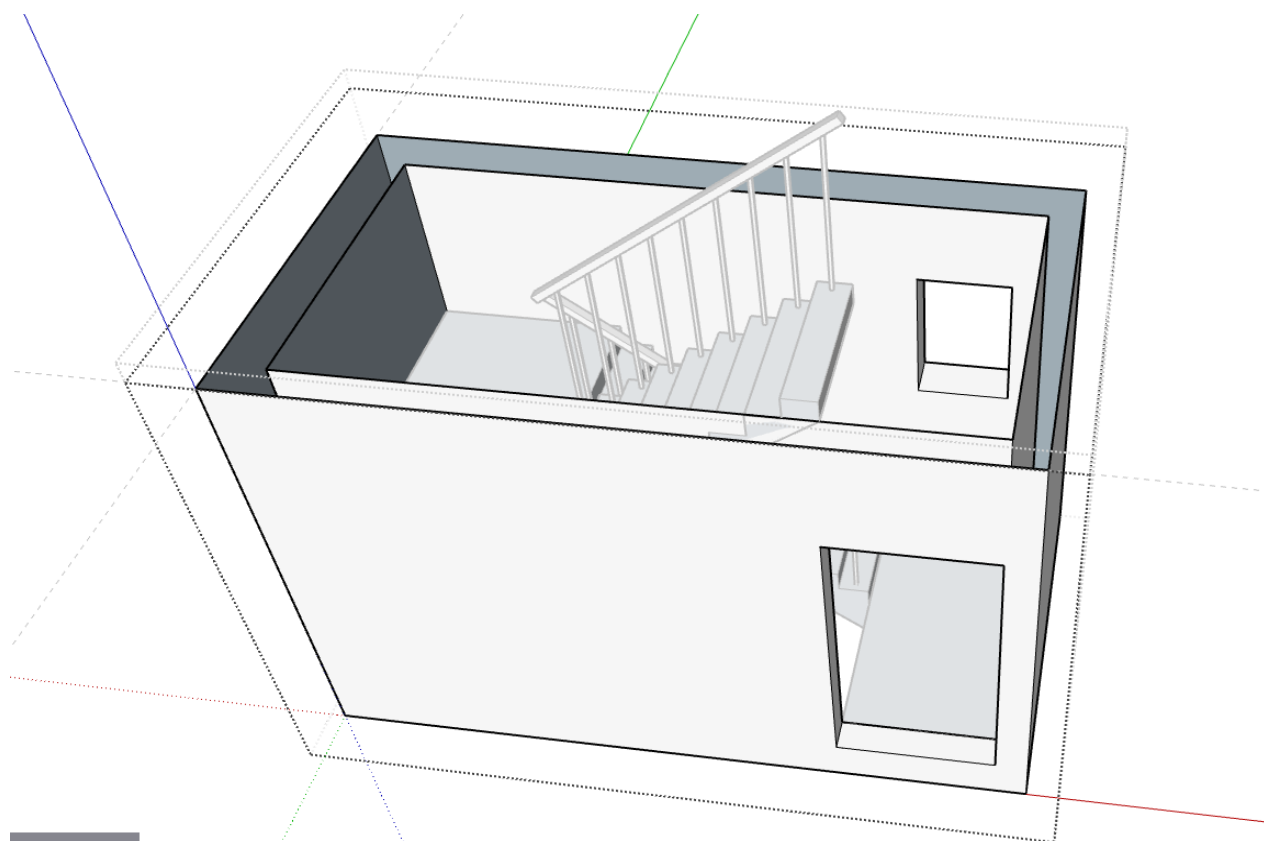


Рис.20 (готова конструкція сходового прольоту)

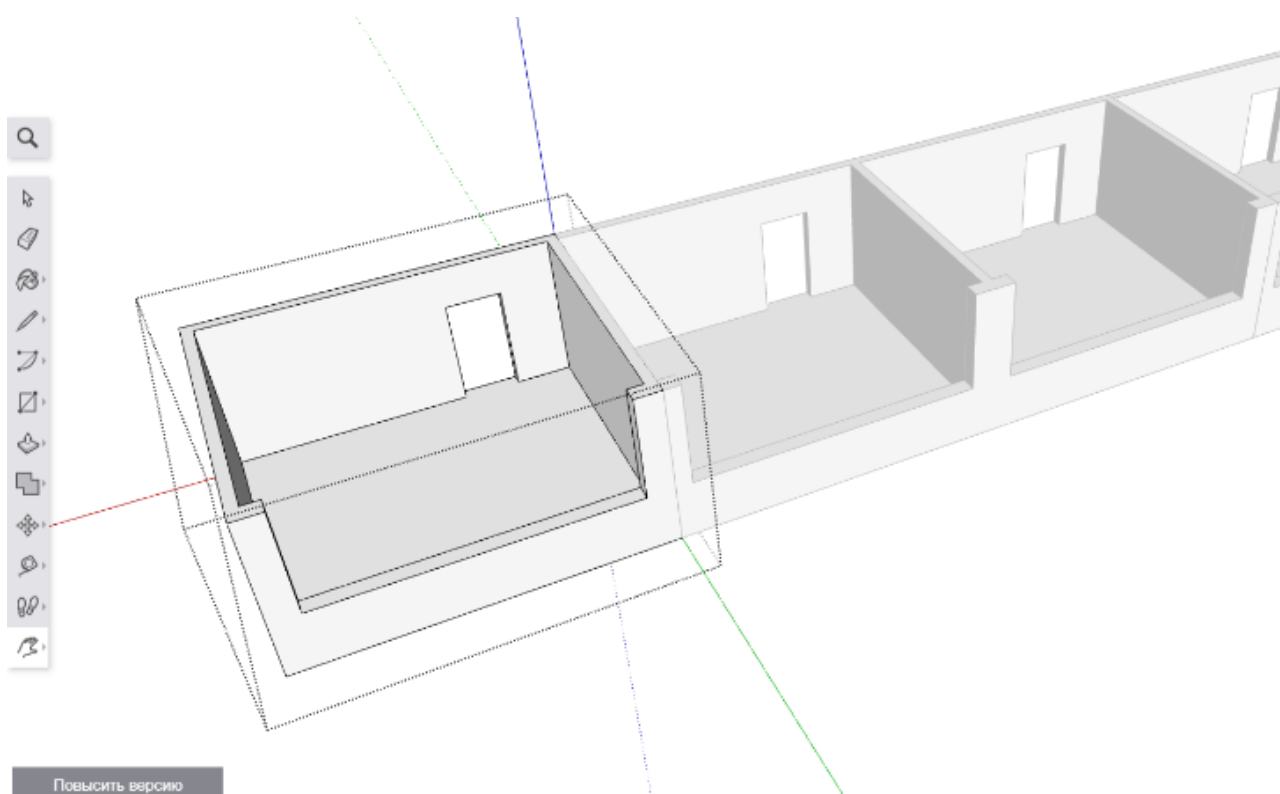


Рис.21 (моделювання ряду кабінетів)

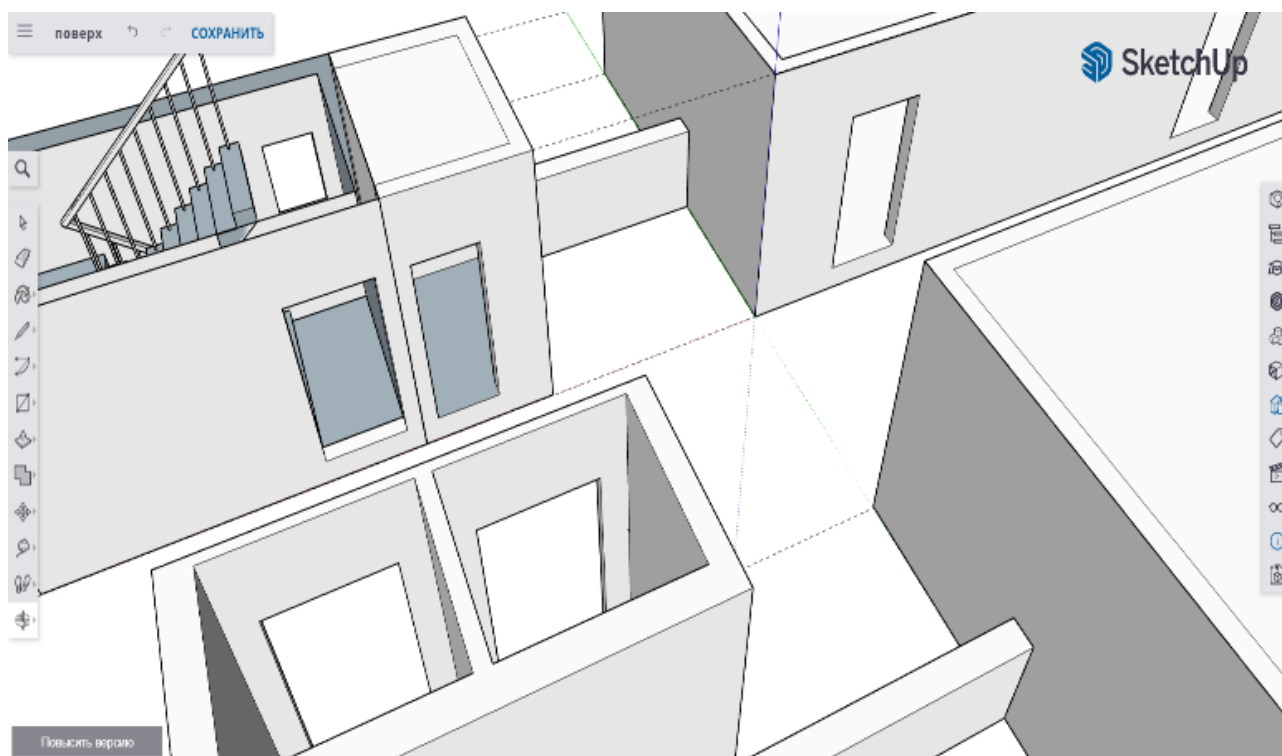


Рис.22 (поєднання різних моделей)

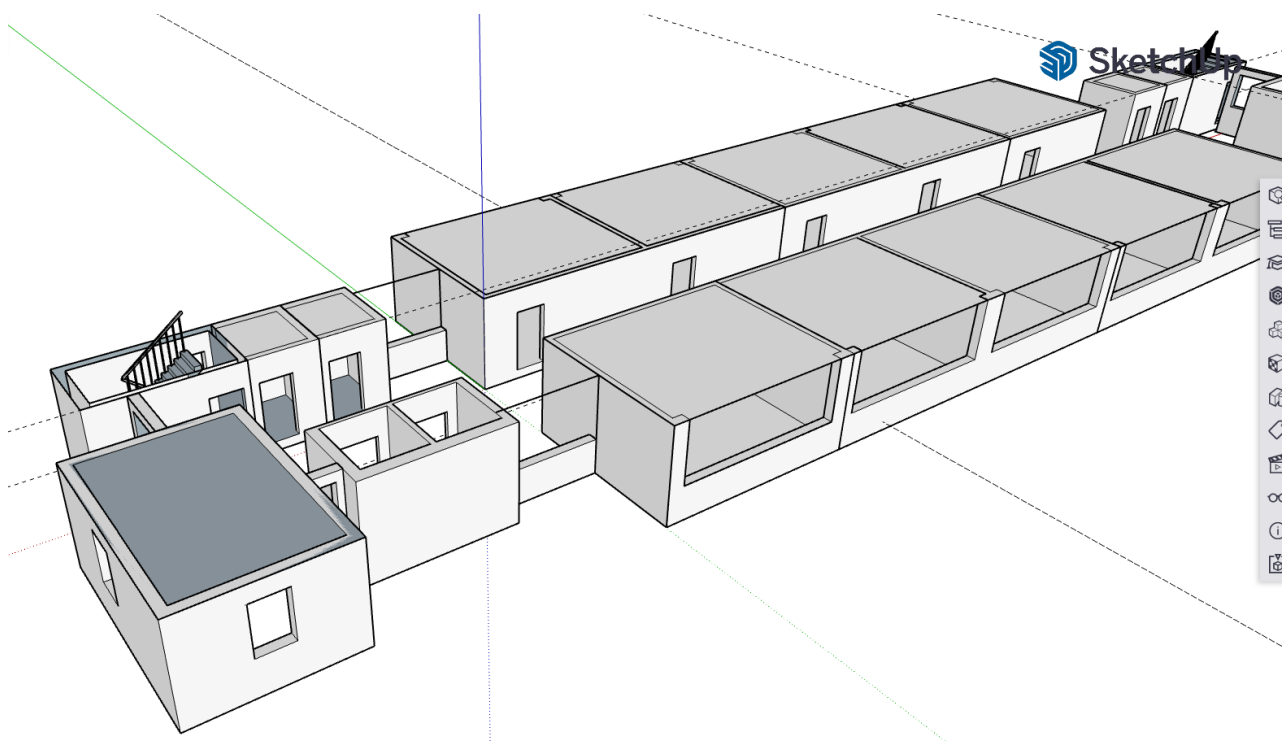


Рис.23 (модель одного з поверхів факультету)

Вибір інструментів програми доволі багатий, але більшу частину роботи по побудові моделі потрібно робити вручну. Створення тривимірної моделі схоже на побудову векторного зображення, але з різницею в інструментах. Процес роботи схожий на креслення (тривимірне). Спершу обирали виміри для моделювання (м, см, мм, фути, дюйми) та стиль оформлення моделі.

За допомогою вбудованих в програмі команд, будує примітиви (в основному лінії), я яких складається майбутній об'єкт. А також дуже зручним інструментом там є інструмент «витягування»: за його допомогою після того як намалювала обриси кабінету по x, z, витягнула до необхідної висоти по y і завдяки цьому можна скоротити час на промальовування стін по висоті.

За допомогою «дій з моделлю» їх можна повертати, збільшувати, переміщати, завдяки цим діям дуже зручно маніпулювати простором із моделлю. А також зручним інструментом є «рулетка» (штрихована лінія), завдяки їй можна відміряти відстані між об'єктами та будувати по ним необхідні лінії.

Нижче наведені зображення із інструментами які я використовувала.

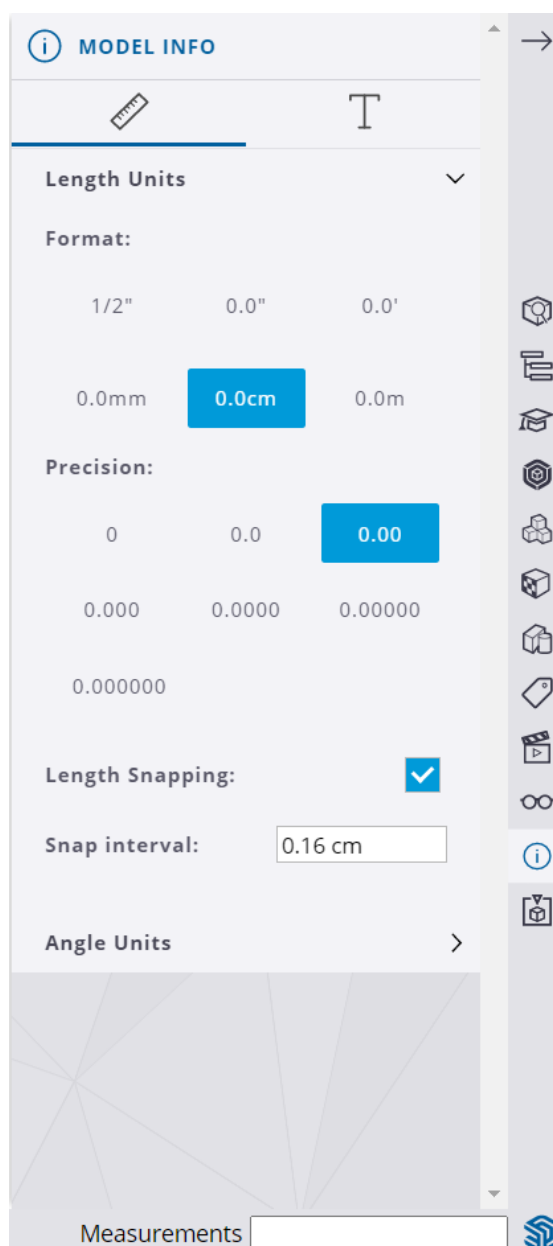


Рис.24 (формати вимірів)

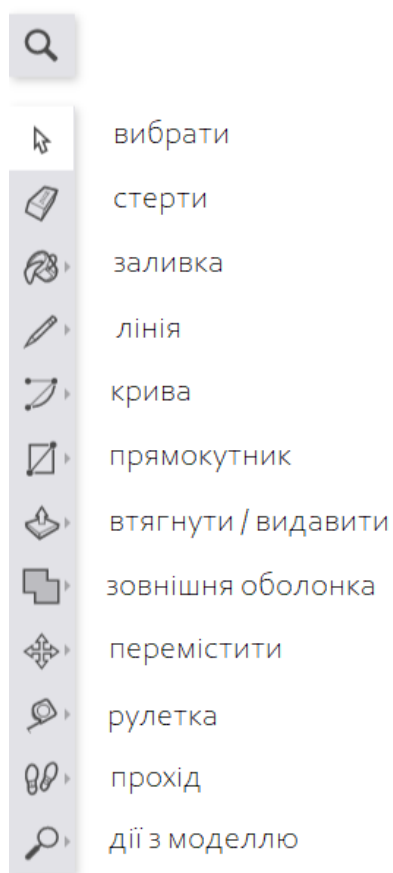


Рис.25 (основні інструменти роботи)

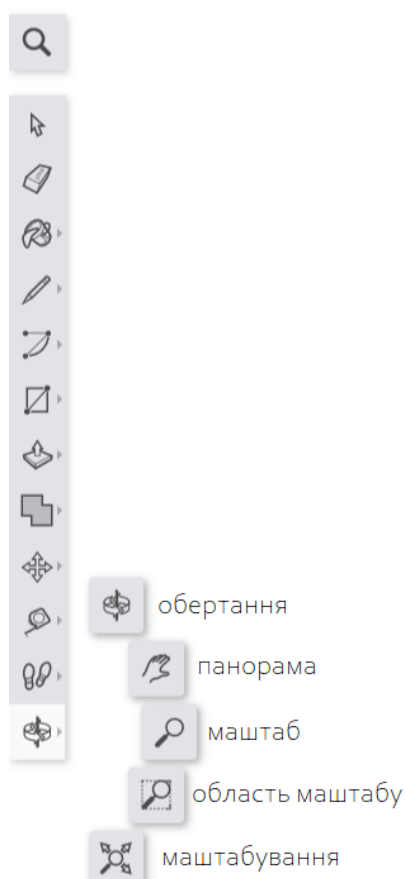


Рис.26 (дії з простором моделі)

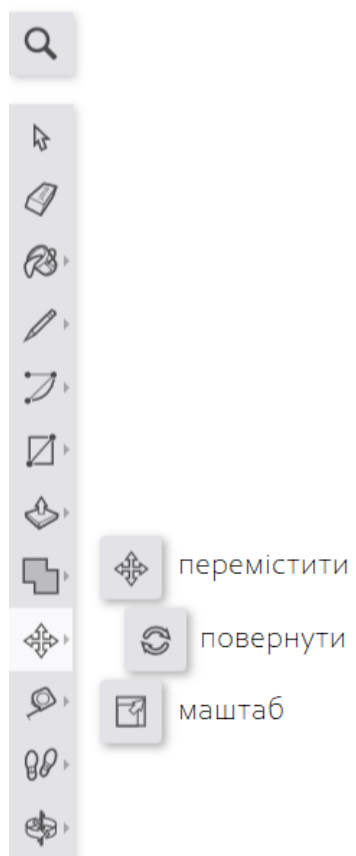


Рис. 27 (дії з моделью)

## ВИСНОВКИ

Всі поставлені задачі виконано.

- Проведено аналіз сучасних методів та технологій побудови 3D об'єктів.
- Проведено аналіз сучасного програмного забезпечення для роботи з 3D об'єктами.
- Розроблені рекомендації для ефективного використання сучасних методів і технологій побудови 3D об'єктів при розв'язуванні прикладних задач.

На сьогоднішній день тривимірна графіка оточує нас повсюди, і майже у всьому, а ми доволі часто, навіть не помічаємо цього.

Тривимірна графіка настільки укорінилася в нашому сьогоденні, що на її прояви ми дуже часто не звертаємо жодної уваги. Але вона насправді щодня знаходиться поруч із нами, в тій чи іншій формі.

Коли ми перевіряємо прогноз погоди в додатку на телефоні, дизайн якого був змодельованим. Їмо з посуду, який самі можемо роздрукувати. Носимо одяг, моделі якого розробляються за допомогою редакторів. Дивимося рекламу, яка рендериться, або обробляється в постпродакшині. Чи навіть купуємо квиток на тролейбус, який так само розробляється в редакторах.

3D-моделювання надзвичайно популярне і це цілком заслужено! Буде справедливим сказати, що можливості використання даної технології обмежуються хіба що нашою уявою. І навіть якщо для якоїсь ідеї не вистачить технічних засобів, це не означає, що через 10 років не можна буде втілити її у життя.

Ми розвиваємося і наші технології також розвиваються. Особисто я не маю жодних сумнівів, що в майбутньому ми будемо здатні робити те, що не змогли увидати навіть фантасти. І я впевнена, що 3D-моделювання багато в чому нам допоможе.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Комп'ютерна 3D-графіка : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%27%D1%8E%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0\\_3D-%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D1%96%D0%BA%D0%B0](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%27%D1%8E%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0_3D-%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D1%96%D0%BA%D0%B0)
2. 3D-моделювання : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://uk.wikipedia.org/wiki/3D-%D0%BC%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8E%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F>
3. Комп'ютерна графіка : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%27%D1%8E%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0\\_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D1%96%D0%BA%D0%B0](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%27%D1%8E%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D1%96%D0%BA%D0%B0)
4. Що таке 3D-моделювання? [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://sites.google.com/site/3dmodeluvana/so-take-3d-modeluvanna>
5. Етапи розробки 3D-моделі : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://sites.google.com/site/3dmodeluvana/etapi-rozrobki-3d-modeli>
6. Рендеринг : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B5%D0%BD%D0%B4%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%BD%D0%B3>
7. Методи 3D-візуалізації (рендеринг) [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://sites.google.com/site/3dmodeluvana/metodi-3d-vizualizacie-rendering>
8. Полігональне моделювання : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB%D1%96%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B5\\_%D0%BC%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8E%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB%D1%96%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B5_%D0%BC%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8E%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F)
9. Полігональна сітка : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB%D1%96%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0\\_%D1%81%D1%96%D1%82%D0%BA%D0%B0](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB%D1%96%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0_%D1%81%D1%96%D1%82%D0%BA%D0%B0)
10. Сплайн : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D0%B9%D0%BD>

11. В-сплайн : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://uk.wikipedia.org/wiki/B-%D1%81%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D0%B9%D0%BD>
12. NURBS : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://uk.wikipedia.org/wiki/NURBS>
13. Крива Безьє : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D0%B2%D0%B0%D0%91%D0%B5%D0%B7%D1%8C%D1%94>
14. Поверхня Безьє : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85%D0%BD%D1%8F\\_%D0%91%D0%B5%D0%B7%D1%8C%D1%94](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85%D0%BD%D1%8F_%D0%91%D0%B5%D0%B7%D1%8C%D1%94)
15. Розбиття поверхні : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%BE%D0%B7%D0%B1%D0%B8%D1%82%D1%82%D1%8F\\_%D0%BF%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85%D0%BD%D1%96](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%BE%D0%B7%D0%B1%D0%B8%D1%82%D1%82%D1%8F_%D0%BF%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85%D0%BD%D1%96)
16. Процедурне моделювання : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%B4%D1%83%D1%80%D0%BD%D0%B5\\_%D0%BC%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8E%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%B4%D1%83%D1%80%D0%BD%D0%B5_%D0%BC%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8E%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F)
17. Сфери реалізації 3D-моделювання [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://sites.google.com/site/3dmodeluvana/realizacia-3d-modeluvanna-sferi-ta>
18. Технології та Інновації – Віртуальна реальність (VR) [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://www.it.ua/knowledge-base/technology-innovation/virtualnaja-realnost-vr>
19. Віртуальна реальність : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D1%96%D1%80%D1%82%D1%83%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0\\_%D1%80%D0%B5%D0%B0%D0%B%D1%8C%D0%BD%D1%96%D1%81%D1%82%D1%8C](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D1%96%D1%80%D1%82%D1%83%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0_%D1%80%D0%B5%D0%B0%D0%B%D1%8C%D0%BD%D1%96%D1%81%D1%82%D1%8C)
20. Як і навіщо винайшли 3D- друк [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://thefuture.news/3d-printing>
21. 3D-принтер : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://uk.wikipedia.org/wiki/3D-%D0%BF%D1%80%D0%B8%D0%BD%D1%82%D0%B5%D1%80>
22. SketchUp : Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://uk.wikipedia.org/wiki/SketchUp>