

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Факультет комп'ютерних наук та кібернетики

Кафедра моделювання складних систем

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття освітнього ступеня бакалавра

за спеціальністю 113 «Прикладна математика»

на тему:

Реставрація розфокусованих зображень

студента 4 курсу

Лук'янця Павла Андрійовича

Науковий керівник:

доцент, кандидат фізико–математичних
наук

Матвієнко В.Т.

Робота заслухана на засіданні кафедри моделювання складних систем та рекомендована до захисту, протокол №___ від __ червня 2021 р.

Завідувач кафедри МСС

канд. фіз.-мат. наук, доц.

Дмитро ЧЕРНІЙ

Київ – 2021

Вміст

Вступ	3
Розділ 1. Розфокусування зображення та постановка задачі	5
1.1 Модель спотворення зображення	5
1.2 Перетворення Фур'є	6
1.3 Функція розсіювання точки	9
Розділ 2. Методи реставрації зображень	11
2.1 Класичні методи реставрації	11
2.2 Методи реставрації “всліпу”	16
Розділ 3. Результат досліджень	19
Висновки	23
Література	24

Вступ

Щодня цифрова обробка фотознімків та відео застосовується у найрізноманітніших задачах: починаючи від дослідження клітин мікроорганізмів та закінчуючи синтезуванням зображення космічного тіла на відстані декілька світлових років. Зрозуміло, що з виникненням нових галузей застосування цифрових досягнень людства виникають і нові проблеми пов'язані з правильною та доцільною обробкою отриманого результату. А відповідно треба якимось чином шукати оптимальне розв'язання цих проблем – здебільшого із застосуванням математики та фізики. Найпоширеніша проблема цифрової обробки – це відновлення розфокусованих зображень. Коли ми використовуємо камеру, ми хочемо, щоб зроблений знімок був абсолютно точним зображенням тієї сцени, яку ми бачимо, але, на жаль, кожен фотознімок є тою чи іншою мірою розмитим. Таким чином, головна задача відновлення зображень – це зробити зображення чіткими та такими, які ми можемо для використати для деякої цілі. Цифрове зображення складається з так елементів, що називаються пікселями. Кожному пікселю призначається інтенсивність для характеристики кольору невеликого прямокутного сегмента сцени. Мале зображення зазвичай налічує близько $256^2 = 65536$ пікселів, а зображення високої роздільної здатності часто має від 5 до 10 мільйонів пікселів. При записі цифрового зображення завжди виникає розмиття, оскільки інформація про сцену неминуче "переливається" на сусідні пікселі. Для прикладу, оптична система в об'єктиві камери може бути поза фокусом, так що вхідне світло розмазується. Ця ж проблема виникає, наприклад, в астрономічних зображеннях, де вхідне світло в телескоп було трохи зігнуте турбулентністю в атмосфері. В цих та подібних ситуаціях, неминучим

результатом є те, що ми записуємо розмите зображення. Під час відновлення зображення ми намагаємось здобути вихідне, різке зображення за допомогою математичної моделі процесу розмиття. Ключовою проблемою є те, що деяка інформація про втрачені деталі дійсно є у розмитому зображенні, але ця інформація є "прихованою" і лише підлягає відновленню якщо ми знаємо деталі процесу розмивання. На жаль, немає надії, що ми зможемо точно відновити оригінальне зображення! Це пояснюється різними неминучими похибками записаного зображення. Найсуттєвіші з них, з котрими нам доводиться мати справи – це коливання в процесі запису та похибки наближення при поданні зображення з обмеженою кількістю цифр. Вплив цих шумів встановлює обмеження на кількість подробиць, які ми можемо сподіватися отримати на відтвореному зображенні та ці обмеження залежать як від шумів, так і від самого процесу розмивання. Один з викликів реставрації зображень - це розробка ефективних та надійних алгоритмів для відновлення якомога більше інформації з наших даних. У цій роботі подано короткий вступ до цієї проблеми та пояснення того, чому це важко. Також подана докладна інформація про методи та алгоритми котрі існують на цей момент часу для отримання більш-менш чіткого зображення з розмитого. Як результат одного з найпростіших методів (інверсного фільтра) - створено програму у середовищі розробки MatLab котра дозволяє на власні очі побачити процес відновлення розфокусованого зображення.

Розділ 1. Розфокусування зображення та постановка задачі

1.1 Модель спотворення зображення

Зображення може бути представлено як функція від двох змінних I :

$$I = f(x, y) \quad (1.1),$$

де x і y - просторові координати. Значення f у будь-якій парі координат (x, y) називається інтенсивністю I або рівнем сірого зображення. Коли просторові координати й амплітуда - це скінченні, дискретні величини зображення називається цифровим зображенням. Якщо $f(x, y)$ - це вихідне зображення, $h(x, y)$ - функція спотворення, а $\eta(x, y)$ - деякий адитивний шум, тоді деградоване зображення $g(x, y)$ може бути подано як [3]:

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) + \eta(x, y) \quad (1.2),$$

де символ $*$ вказує на просторову згортку. Оскільки згортка в просторовій області дорівнює звичайному множенню в частотній області, то відповідну формулу (1.2) у частотній області ми можемо подати як:

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v) \quad (1.3),$$

де терміни з великої літери є перетвореннями Фур'є відповідних їм термінів у рівнянні (1.2).

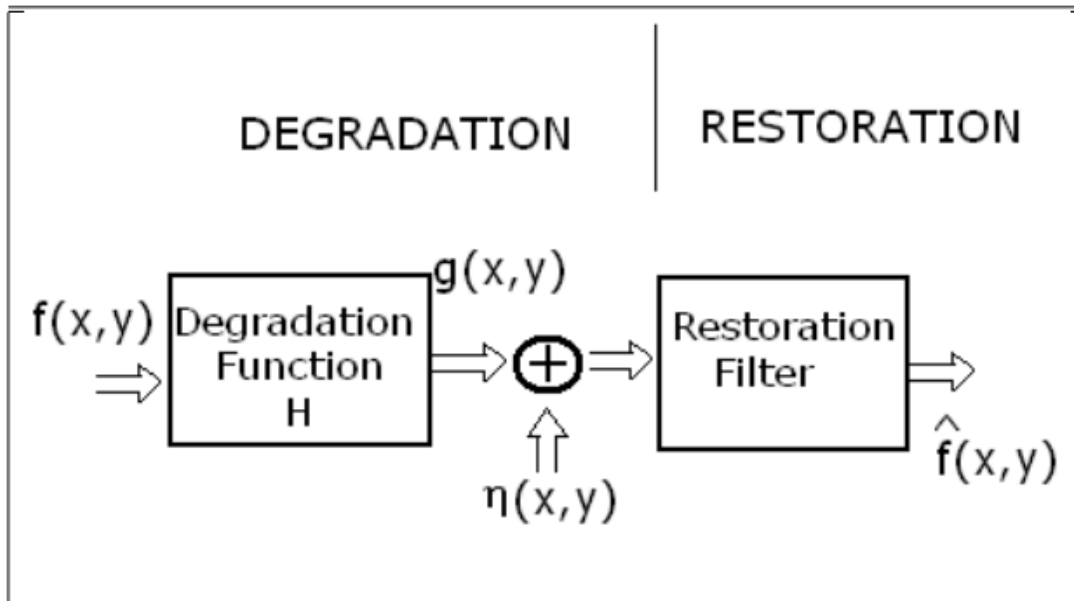


Рисунок 1.1 - Модель спотворення/відновлення зображення

Багато типів спотворень можна апроксимувати за допомогою лінійних, інваріантних до положення процесів. Оскільки деградація моделюється як результат згортки та задача відновлення полягає у тому щоб знайти фільтри, які здійснюють цей процес у зворотньому порядку, термін *деконволюція зображення* - визначення лінійного відновлення зображення.

1.2 Перетворення Фур'є

Жан Батист Жозеф Фур'є був математиком котрий вніс дуже великий внесок у математику на зламі 18-го сторіччя. Зокрема, він дав світу ряди Фур'є та перетворення Фур'є для того, щоб перетворити сигнал у частотну область. Перетворення Фур'є це дуже важливий інструмент в обробці зображень котрий використовується, щоб розкласти зображення на його синусоїдні та косинусоїдні компоненти. Кінцевим результатом

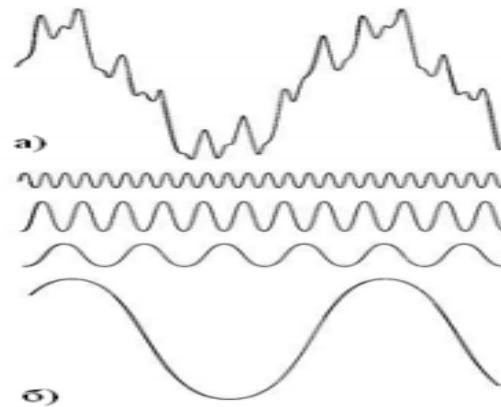
розкладання є зображення в частотній області, або ж у так званому Фур'є просторі, в той час, як вхідне зображення знаходиться в еквівалентній просторовій області. В частотній області зображення кожна точка являє собою певну частоту, що міститься в просторовій області зображення. Перетворення Фур'є прикладається у досить великій області роботи із зображеннями: це і їх фільтрація, аналіз, стиснення та звісно ж - реставрація. Оскільки наш предмет дослідження - це цифрові зображення, буде розглянуто лише так зване *дискретне перетворення Фур'є* (ДПФ). Воно не містить усі частоти котрі формують зображення, але містить тільки частину потрібних зразків котрі наявні в достатній кількості, щоб повністю описати просторову область зображення. Кількість частот відповідає кількості пікселів в просторовій області зображення, тобто зображення в просторовій та частотній області мають однаковий розмір. Для квадратного зображення $f(x, y)$ розміром $N \times N$ двовимірне ДПФ формулюється наступним чином:

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-i2\pi(ux/N + vy/N)} \quad (1.3)$$

де $f(x, y)$ - деяке зображення в просторовій області та множник з експонентою - це базисна функція котра відповідає кожній точці $F(u, v)$ в Фур'є просторі. Рівняння можна інтерпретувати наступним чином - значення кожної точки $F(u, v)$ отримується множенням просторового образу на відповідну базову функцію та підсумуванням результату. Базові функції - це хвилі синусів та косинусів зі зростаючими частотами, тобто $F(N - 1, N - 1)$ позначає найбільше значення частоти. Подібним чином образ Фур'є може бути трансформований назад в просторову область. Зворотнє перетворення Фур'є записується як:

$$f(x, y) = \frac{1}{N^2} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} F(u, v) e^{i2\pi(ux/N+vy/N)} \quad (1.4)$$

Нормалізуючий множник $\frac{1}{N^2}$ може бути також використаний і при прямому перетворенні, але не в обох. Деяка складна функція зображена на рисунку 1.2, яка є сумою чотирьох синусоїд і косинусоїд.



а) деяка функція; б) складові цієї функції

Рисунок 1.2 - Розклад функції на складові

Давайте тепер на реальному прикладі побачимо деякі зображення та їх зміщені перетворення Фур'є. (Рис. 1.3)

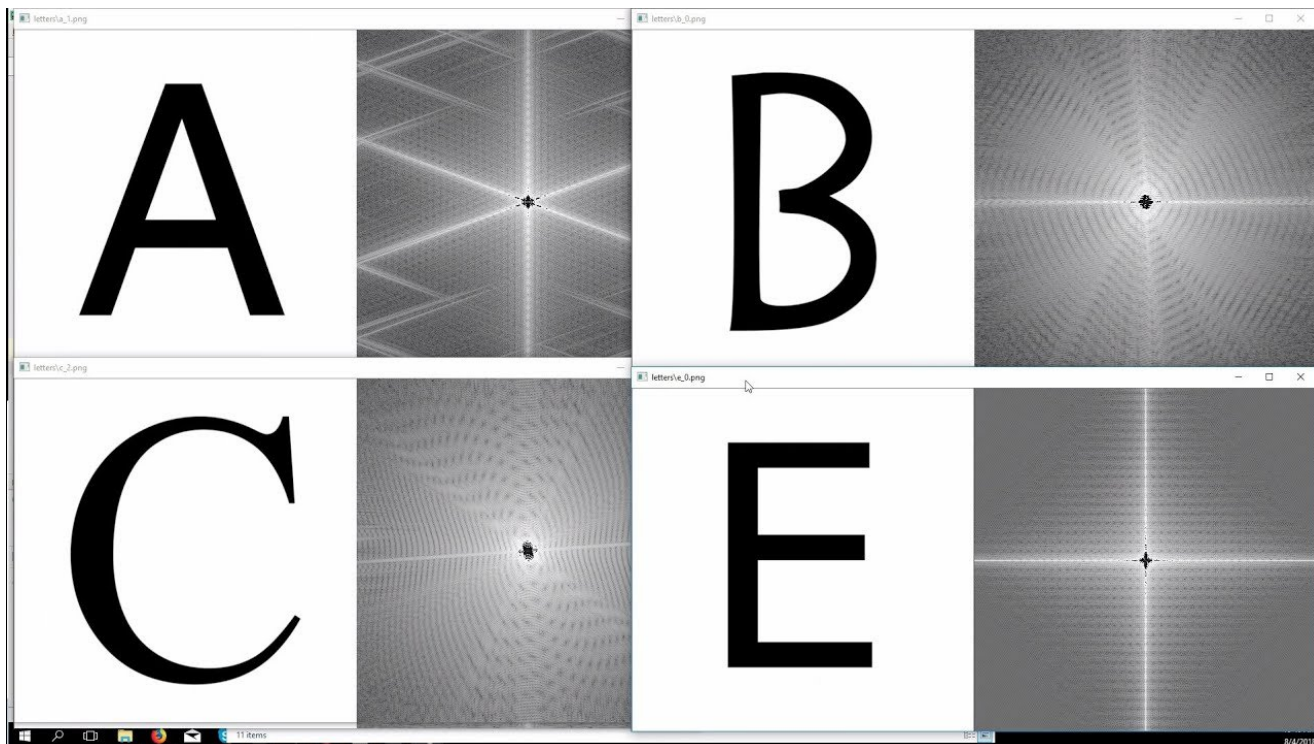


Рисунок 1.3 - Зображення букв та їх перетворення Фур'є

1.3 Функція розсіювання точки

Лінійна функція $h(x, y)$ у рівнянні (1.2) відома як “функція розсіювання точки”, або ж скорочено ФРТ. Ця функція згортається з початковим зображенням і в результаті ми отримуємо деяке нове, цілком можливо що спотворене зображення. Деякі найбільш популярні види деградації зображення, котрі є лінійними та позиційно-інваріантними наведені нижче.

Розмиття внаслідок руху

Під час зйомки ми часто можемо спостерігати розмиті зображення внаслідок руху камери. Припустимо, що ми маємо деякий рух зі

швидкістю v , під кутом θ з горизонтальною віссю, і якщо T - це тривалість експозиції, то довжина розмиття $L = vT$ і ФРТ розмиття руху може бути представлено наступною формулою:

$$h(x, y) = \begin{cases} 1/L & \text{if } 0 \leq |x| \leq L \cos \theta; \quad y = L \sin \theta \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1.4)$$

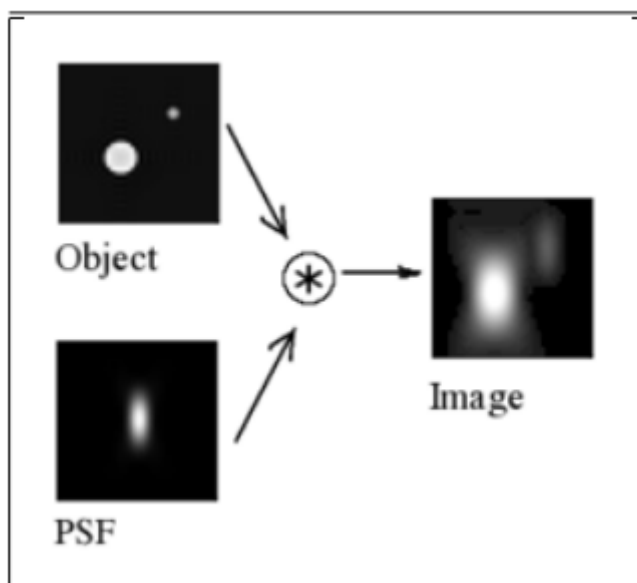


Рисунок 1.2 - Згортка ФРТ з деякий об'єктом дає нам спостережуване зображення

Розфокусування камери

Інший, дуже поширений вид псування зображення - це розмитість через неправильно сфокусовану камеру. Припустимо, що система лінз - циліндрична, з радіусом r , тоді функція розсіювання точки може бути виражена як

$$h(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{if } \sqrt{x^2 + y^2} > r \\ 1/\pi r^2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1.5)$$

Розділ 2. Методи реставрації зображень

Якщо ми можемо хоч якось приблизно оцінити функцію розсіювання точки $h(x, y)$, яка спричинила деградацію, тоді ми можемо повернути оригінальне зображення шляхом деконволюції. Існує два класи алгоритмів деконволюції: класичні методи відновлення зображень та техніки відновлення “всліпу”. При класичній реставрації ми повинні мати якісь попередні знання про ФРТ, що спричинила спотворення. “Сліпі” методи деконволюції застосовуються, коли у нас немає жодної інформації про процес погіршення якості зображення. Цей розділ присвячений детальному розбору найосновніших методів відновлення зображень та оглядовий розбір інших не менш популярних методів.

2.1 Класичні методи реставрації

Класичні методи реставрації потребують наявність попередніх знань процесу деградації. Деградацію можна оцінити за допомогою одного з декількох методів [3], наведених нижче:

- Оцінка за допомогою спостереження за зображенням
- Оцінка за допомогою експериментів
- Оцінка через моделювання

Після того як ми оцінили функції розсіювання точки, ми можемо використати один із трьох методів [3], детально про які буде розписано нижче, для деконволюції та відповідно відновлення спотвореного зображення.

Інверсний та псевдо-інверсний фільтр

Пряма інверсна фільтрація - це найпростіший підхід до відновлення зображення. У цьому методі оцінка перетворення Фур'є відновленого зображення $\hat{F}(u, v)$ обчислюється діленням Фур'є перетворення деградованого зображення на перетворення Фур'є функції деградації:

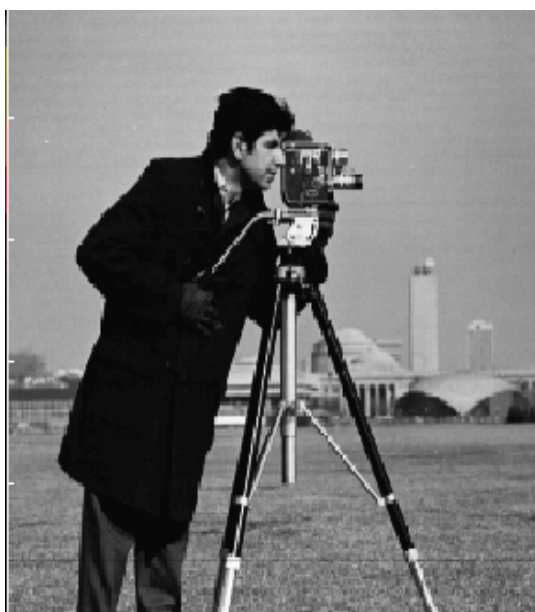
$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \quad (2.1)$$

Перша проблема у цьому методі полягає в тому, що $\frac{1}{H(u, v)}$ не завжди може існувати. Якщо $H(u, v)$ дорівнює нулю, або має дуже близьке до нуля значення може бути неможливо порахувати значення $\frac{1}{H(u, v)}$. Якщо ж існують лише декілька значень $H(u, v)$, котрі близькі до нуля, то ідеальний інверсний фільтр ми можемо наблизити за допомогою так званою “стабілізованою” версією $\frac{1}{H(u, v)} - H_{inv}(u, v)$ (так званий псевдо-інверсний фільтр):

$$\hat{F}(u, v) = G(u, v) \times H_{inv}(u, v) \quad (2.2)$$

Тут $H_{inv}(u, v) = \frac{1}{H(u, v)}$ тільки тоді коли $|H(u, v)|$ більше за деяке порогове значення, інакше $H_{inv}(u, v)$ дорівнює нулю. Така версія фільтру працює

добре коли декілька елементів H мають величину нижче порогу, але якщо багато елементів втрачено, то частотний вміст $\hat{F}(u, v)$ буде значно менший за $F(u, v)$ та на вихід ми отримуємо ще більше спотворене зображення. Внизу показано наскільки сильно зміна порогового значення впливає на застосування псевдо-інверсного фільтру:



а)



б)



в)



г)

Рисунок 2.1 - а) оригінальне зображення, б) зображення з горизонтальним змазом на 31 точок, в) зображення з 512/65536 значень $H_{inv} = 0$, г) зображення з 59648/65536 значень $H_{inv} = 0$

Наступна проблема у даному методі - це шуми. Цей метод працює без жодних нарікань коли на спотвореному зображенні немає адитивних шумів. Тобто, це коли деградоване зображення задається як $g(x, y) = f(x, y) * h(x, y)$. Але, як тільки ми додаємо навіть незначний шум до нашого деградованого зображення, то результат прямої зворотної фільтрації стає далеким від бажаного. Рівняння (1.3) дає вираз для $G(u, v)$. Підставивши $G(u, v)$ у наведене вище рівняння, ми отримаємо

$$\widehat{F}(u, v) = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)} \quad (2.3)$$

Подивившись на наведене вище рівняння легко переконатись, що даний метод зазнає тотальної невдачі, коли присутній адитивний шум на деградованому зображенні. Оскільки шуми є випадковими, ми не можемо просто так взяти і знайти спектр шуму $N(u, v)$. В такому випадку нам краще скористатись так званим фільтром Вінера.

Фільтр Вінера

Метод мінімальною середньо-квадратичної фільтрації, або як він більше відомий - фільтр Вінера, є більш надійним при наявності адитивного шуму. Вінерівська фільтрація включає як функцію деградації так і статистичні характеристики шуму у процес відновлення. Мета цього методу полягає в

тому, щоб знайти оцінку \hat{f} початкового зображення f таку, що середня квадратична помилка між ними зведена до мінімуму. Міра похибки задана формулою:

$$e^2 = E\{(f - \hat{f})^2\} \quad (2.4)$$

де $E\{\cdot\}$ очікуване значення аргументу. Мінімум функції похибки у у наведеному вище рівнянні подається у частотній області наступним виразом:

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v) S_f(u, v)}{S_f(u, v) |H(u, v)|^2 + S_\eta(u, v)} \right] G(u, v) \quad (2.5)$$

де $H^*(u, v)$ є комплексно спряженим з $H(u, v)$, $|H(u, v)|^2 = H^*(u, v) H(u, v)$, $S_\eta(u, v) = |N(u, v)|^2$ - спектр потужності шуму, $S_f(u, v) = |F(u, v)|^2$ - спектр потужності оригінального зображення. Якщо шум дорівнює нулю, спектр потужності шуму зникає та фільтр Вінера перетворюється у звичайний інверсний фільтр. Але оскільки неможливо отримати потужність оригінального зображення, можна використати спектр потужності деградованого зображення.

2.2 Методи реставрації “всліпу”

У минулому підрозділі ми побачили, що якщо ми можемо оцінити функцію розсіювання точки $h(x, y)$, котра спричинила деградацію, тоді ми можемо повернути фактичне оригінальне зображення шляхом деконволюції. Але, на жаль, у значній більшості практичних ситуацій розмиття часто невідоме і зовсім мало інформації відомо про початкове зображення. Тому справжнє зображення $f(x, y)$ повинно бути ідентифіковане безпосередньо з $g(x, y)$, використовуючи часткову інформацію або її повну відсутність про процес розмиття та оригінальне зображення. Така задача оцінки, припускаючи лінійну модель деградації рівняння (1.2) називається сліпою деконволюцією. Існує кілька факторів, що підштовхують до використання цих методів для обробки зображень. На практиці отримувати апріорну інформацію про візуальну сцену зображення часто буває дорого, небезпечно або навіть фізично неможливо. Наприклад, у сфері дистанційного зондування та астрономії дуже важко статистично змоделювати вихідне зображення або навіть знати якусь конкретну інформацію про сцени зображень, які ніколи до цього раніше не були зняті. Крім того, погіршення через розмитість неможливо точно вказати. У аерофотознімках та астрономії розмиття неможливо точно змоделювати як випадковий процес, оскільки коливання у ФРТ важко охарактеризувати. При обробці зображень в режимі реального часу, таких як медичні відеоконференції параметри функції розсіювання точки не можуть бути визначені заздалегідь, щоб миттєво відреставрувати

зображення. Більше того, методи онлайн-ідентифікації, котрі використовуються для оцінки погіршення можуть дати значну похибку, що робить відновлене зображення непридатним до використання. В інших сферах фізичні вимоги до зображення покращеної якості є недосяжними. Наприклад, при дослідженні космосу фізична вага камери високої роздільної здатності перевищує практичні обмеження. Подібним чином, при рентгенівському зображенні якість зображення поліпшується при збільшенні інтенсивності рентгенівського променя, що є небезпечно для здоров'я живих істот. Отже, розмитості не уникнути. У таких ситуаціях апаратним забезпеченням, що доступне для знаходження ФРТ системи зображення, часто важко користуватись. Хоча ці методи добре працюють для ідентифікації ФРТ, вони є езотеричними, що обмежує їх широке використання. Відновлення зображень “всліпу” є альтернативою, котра має право на життя. Існує два основних підходи до “сліпої” деконволюції зображень:

1. Визначення ФРТ окремо від початкового зображення, щоб пізніше її використати з одним із відомих класичних методів відновлення зображень. Обрахунок функції розсіювання точки та отримання відреставрованого зображення у даному випадку є двома різними процедурами. Цей підхід підводить нас до порівняно не складних обчислювальних алгоритмів.
2. Включення процедури ідентифікації ФРТ в сам процес відновлення зображення. Це злиття передбачає одночасну оцінку ФРТ та оригінального зображення та веде до розробки більш складніших алгоритмів.

У цій роботі буде наведено лише коротка класифікація найголовніших методів відновлення “всліпу”. Ми можемо розбити їх на п'ять широких категорій, котрі наведено на малюнку 2.2. Кожна з цих категорій містить кілька алгоритмів сліпої деконволюції. Деякі алгоритми діють у частотній

області, інші - у просторовій. Також деякі алгоритми використовують дані в обох областях. П'ять класів алгоритмів подано нижче. Детальний опис цих технік можна знайти у [4].

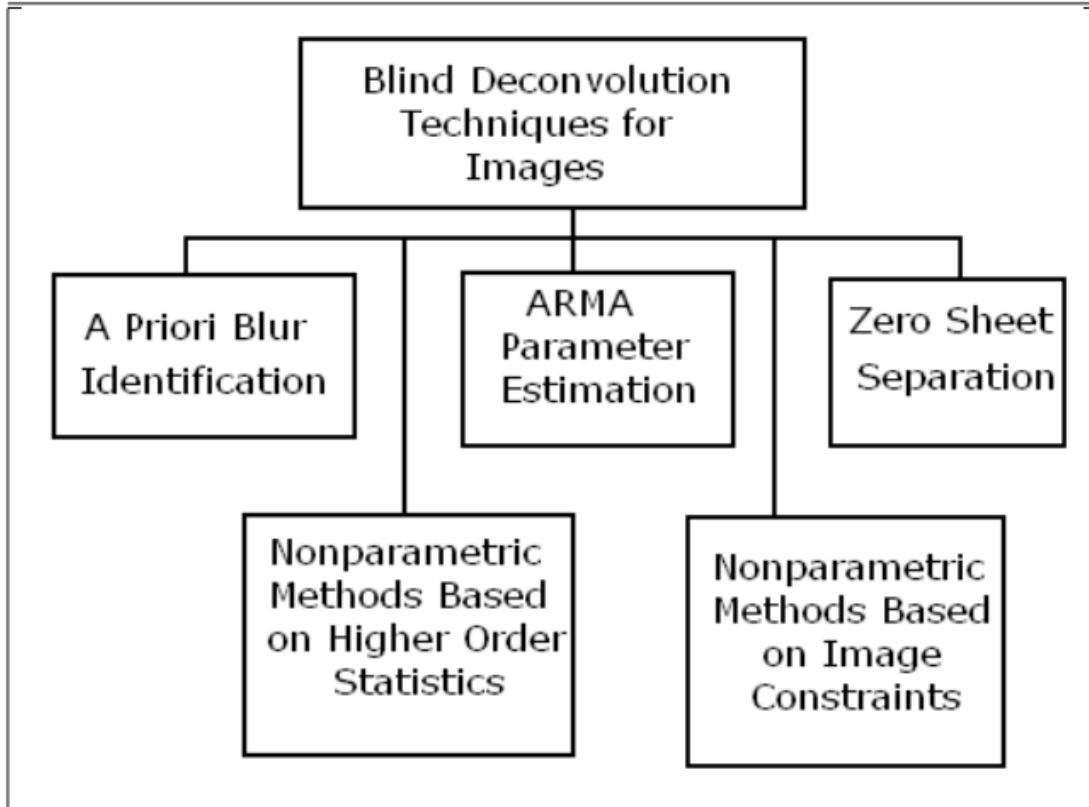


Рисунок 2.2 - Класифікація технік відновлення “всліпу”

Розділ 3. Результат досліджень

Ознайомившись протягом дослідження цієї теми з багатьма середовищами для розробки та бібліотеками котрі вміють працювати із зображеннями я зупинився на такій IDE як MATLAB з пакетом інструментів під назвою "Image Processing Toolbox", оскільки наша задача має досить невисоку складність, а бібліотека надає всі необхідні функції для розробки. MATLAB - абревіатура від «матрична лабораторія», - це платформа для вирішення математичних та наукових задач. Це також запатентована мова програмування, розроблена MathWorks, що дозволяє маніпулювати матрицями, графіками функцій та даними, дозволяє реалізовувати алгоритми та створювати інтерфейси взаємодії користувача з програмами, котрі написані такими мовами програмування, як C, C ++, Java, C# тощо. MATLAB IPT - це сукупність функцій та інструментів, що розширює можливості числового обчислювального середовища MATLAB. Він забезпечує повний набір алгоритмів для автоматизації додатків та робочого процесу у сфері обробки, аналізу та візуалізації зображень. Він може бути використаний для покращення якості зображення, зменшення шуму, для геометричних перетворень та операцій з обробки 3D-зображень. Багато функцій IPT підтримують генерацію коду C / C ++ / C# для створення свого власного програмного забезпечення, котре виконує функції комп'ютерного зору.

Основні можливості бібліотеки Image Processing Toolbox це:

- 1) Побудова фільтрів, фільтрація та відновлення зображень
- 2) Збільшення зображень
- 3) Аналіз і статистична обробка зображень

- 4) Виділення областей інтересу та геометричні операції
- 5) Маніпуляції з кольором
- 6) Двовимірні перетворення
- 7) Блок обробки
- 8) Візуалізація

В основу роботи програми було покладено звичайний інверсний фільтр. Алгоритм роботи розписується по ходу розбору коду. Для демонстрації роботи інверсного фільтра ми будемо вважати що наше зображення не містить жодних шумів.

- 1) Зчитуємо зображення та конвертуємо його в тип "double" для швидкого перетворення Фур'є

```
img = im2double(imread('panda.jpg'));
figure;
imshow(img)
```

- 2) Створюємо циліндричну функцію точки розсіювання $h(x,y)$ з радіусом 4, щоб розфокусувати зображення

```
h = fspecial('disk',4);
```

- 3) Перетворення Фур'є $h(x,y) \rightarrow H(u,v)$, $f(x,y) \rightarrow F(u,v)$

```
hf = fft2(h,size(img,1),size(img,2));
imgf = fft2(img);
```

- 4) Виконуємо множення у частотній області та виконуємо зворотнє перетворення Фур'є, щоб отримати $g(x,y)$ - наше розфокусоване зображення

```
img_blur = real(iff2(hf.*fft2(img)));
figure;
imshow(img_blur)
imwrite(img_blur,"panda_blurred.jpg");
```

5) Вважаємо що ми не знаємо початкового радіуса розфокусування. Отже спробуємо створити свій ітераційний метод для відновлення нашого початкового зображення. Суть його полягає в тому, щоб на кожній ітерації підставляти ФРТ з радіусами від 1 до, наприклад, 15 та обчислювати середньоквадратичну похибку між нашим початковим зображенням та отриманим зображенням. Те зображення, у якого похибка буде найменшою і буде найкращим серед усіх інших

```
errors = zeros(1,15);

for i = 1:15
    htest = fspecial('disk',i);
    hftest = fft2(htest,size(img_blur,1),size(img_blur,2));
    img_restored = real(iff2(fft2(img_blur)./hftest));
    imwrite(img_restored,"panda_restored_radius"+i+".jpg");
    error = immse(img,img_restored);
    errors(1,i) = error;
end

[M,I] = min(errors);

figure;
filename = "panda_restored_radius"+I+".jpg";
```

imshow(filename);

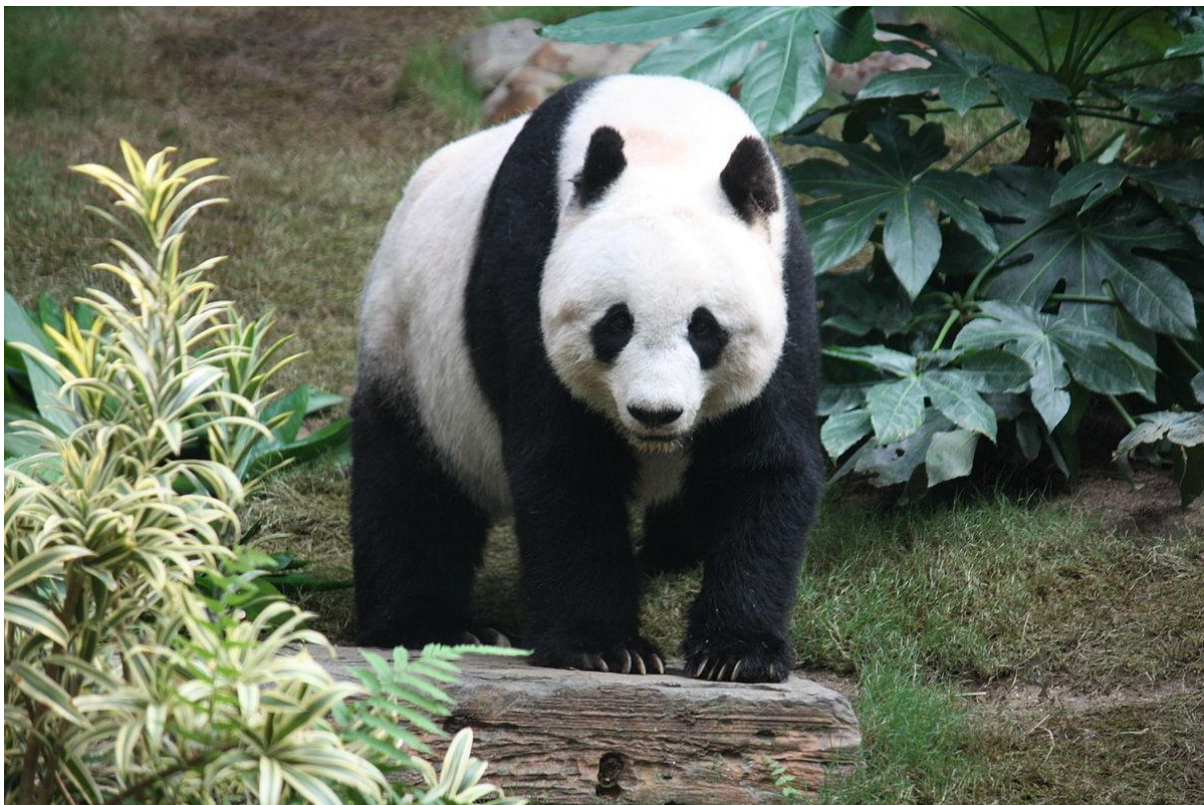
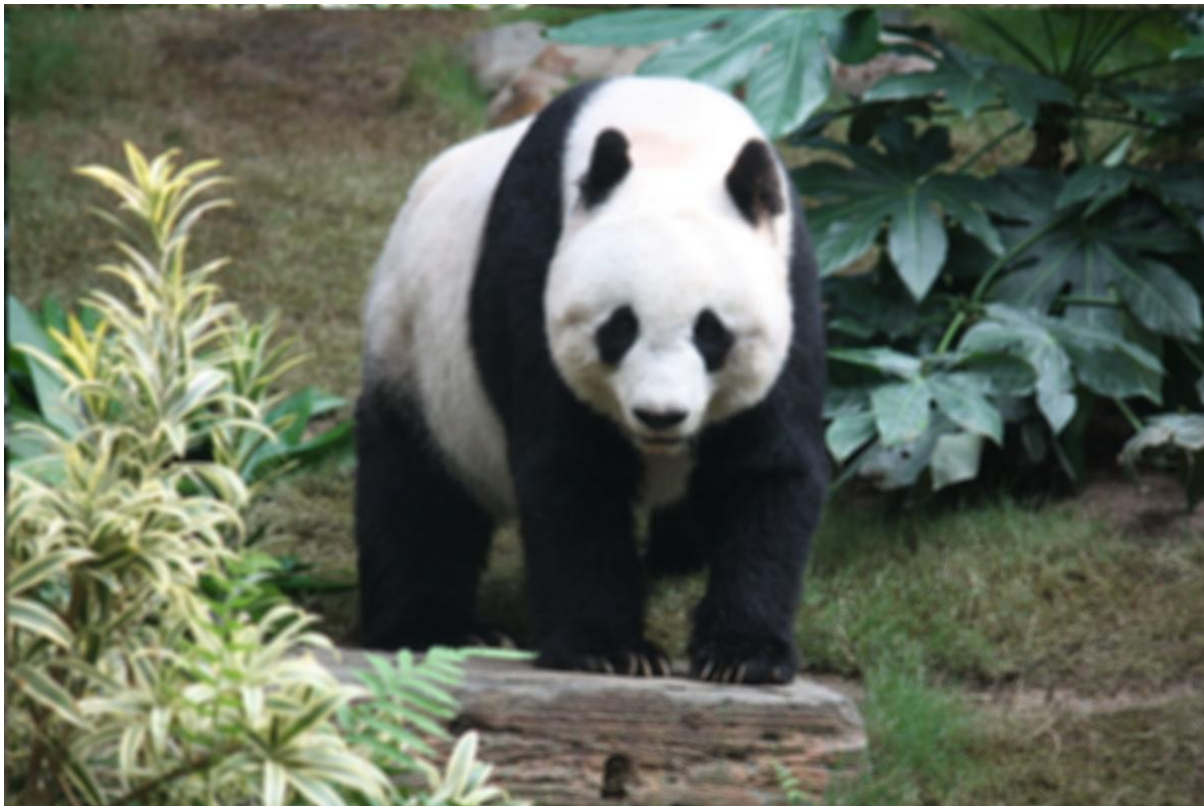


Рисунок 3.1- Згори розфокусоване зображення, знизу відновлене

Висновки

Поставлена задача, а саме, реставрація розфокусованих зображень, як ми бачимо є доволі таки цікава та актуальна проблема в сучасному світі. Було з'ясовано які математичні поняття лягають в основу алгоритмів по відновленню зображень та розібрано базові поняття в теорії обробці зображень. У даній роботі були описані деякі найосновніші методи відновлення розфокусованих та спотворених зображень, деякі більш детально, інші - ознайомчо. Були розібрані їх плюси і мінуси, а також обрані оптимальні для програмної реалізації. Розроблена програма у середовищі програмування MATLAB виконує поставлені для неї завдання по відновленню зображень. Результати її роботи можуть бути використані для розширення інших програмних комплексів по обробці зображень. Використані в результаті роботи програми зображення були отримані з реальних спотворених зображень та було показано цілком хороші результати обробки та відновлення.

Література

- [1] Грузман И., Кірічук В., Косих В., Перетягин Г., Спетор А., “Цифрова обробка зображень в інформаційних системах” –М.: НГТУ, 2002. с.93-105.

- [2] R. Fergus and B. Singh, “Removing camera shake from a single photograph,” MIT CSAIL, Tech. Rep., 2004

- [3] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, Digital Image Processing, 2nd ed. Prentice-Hall India, 2005.

- [4] D. Kundur and D. Hatzinakos, “Blind image deconvolution,” IEEE Signal Processing Magazine, May 1996

- [5] R. Lokhande and K. V. Arya, “Identification of parameters and restoration of motion blurred images,” Indian Institute of Technology, Kanpur, Tech. Rep., 2003

- [6] Бейтс Р., Мак-Донелл М., “Відновлення та реконструкція зображень” – М.: Мир, 1989

- [7] Гонсалес Р., Вудс Р., “Цифрова обробка зображення” – М.: Техносфера, 2005.