Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Факультет комп’ютерних наук та кібернетики
Кафедра дослідження операцій

ВИПУСКНА КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА БАКАЛАВРА
за спеціальністю 113 Прикладна математика
на тему:

Оптимальне визначення найкращого об’єкта при можливості закінчення «життя»

студента 4 курсу
Гагуріна Євгенія Руслановича

Науковий керівник:
професор, доктор фізико-математичних наук,
академік академії педагогічних наук України
Закусило О.К.

Робота заслухана на засіданні кафедри дослідження операцій та рекомендована до захисту в ЕК, протокол № .... від .... 2021 р.

Завідувач кафедри дослідження операцій проф. Іксанов О.М

Київ – 2021

ЗМІСТ

ВСТУП

Задача оптимального визначення найкращого об'єкта у своєму класичному варіанті визначається таким чином:

1. Наявність n об'єктів;
2. Об'єкти розглядаються по черзі;
3. Усі n! перестановок об'єктів рівноможливі між собою;
4. Після обробки i-го об'єкта, розглядається два випадки чи продовжити обробку наступних об'єктів, чи стверджувати, що i-й об'єкт є найкращим, (i $\in \overline{1,\ n}$);
5. Повертатись до об'єкта, що був розглянутий раніше неможливо.

На основі цієї задачі постає проблема знаходження такої стратегії, що зробить ймовірність визначення найкращого об'єкта максимальною. Існує декілька підходів до розв'язання поставленої задачі:

1. Визначення оптимального моменту зупинки ланцюга Маркова
2. Застосування методу зворотної індукції.

Стратегія, що максимізує ймовірність визначення найкращого серед n об'єктів, полягає в тому, що перші k_n об'єктів не обробляються, а серед $n - k_n$ об'єктів, що залишилися, обирається той, що кращий за всі інші. В даному випадку k_n – вказує на номер об'єкта, до якого всі об'єкти пропускаються, включаючи цей об'єкт. Більше того, пороговий рівень визначається таким чином: при збільшенні кількості об’єктів серед яких визначається найкращий, $\frac{k_n}{n} \xrightarrow{n\to\infty} \frac{1}{e}$.

Для моделі, що розглядається у даній роботі, розв’язана задача визначення найкращого об’єкта за умови, що в об’єктів може закінчуватися «життя» (якщо в об’єкта закінчується «життя», то вважається, що об’єкт зникає та не може бути обробленим) . Підхід, що використовується для пошуку найкращого об’єкта у класичній постановці задачі, а саме визначення оптимального моменту зупинки ланцюга Маркова, недієвий у даному випадку через те, що об’єкт, у якого закінчилось «життя» розриває ланцюг Маркова. Для запропонованої моделі знайдено таку стратегію, що робить ймовірність визначення найкращого об’єкта максимальною. Показано підхід за яким будується стратегія визначення найкращого об’єкта.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Постановка задачі оптимального визначення найкращого серед n об'єктів при можливості закінчення «життя» визначається такими умовами:

1. Усі n! перестановок об'єктів рівноможливі між собою;
2. Об'єкти розглядаються по черзі;
3. Після обробки кожного об'єкта, розглядається два випадки чи продовжити обробку наступних об'єктів, чи стверджувати, що останній розглянутий об'єкт є найкращим;
4. Повертатись до об'єктів, що були розглянуті раніше неможливо;
5. Кожен об'єкт продовжує «життя» з деякою ймовірністю (у момент, коли починається обробка об'єктів і розглядається перший, усі інші об'єкти не зникають з деякою ймовірністю. Коли розглядається другий, усі об'єкти, що стоять за ним не зникають з деякою ймовірністю і тд).

Так як у результаті може бути обраний об'єкт, що не є найкращим, то постає проблема: визначити оптимальну стратегію, що зробить ймовірність визначення найкращого об'єкта найбільшою.

ПОСЛІДОВНІСТЬ ОБ’ЄКТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

Спершу, уведемо умову, що всі об’єкти, що розглядаються, пронумеровані та розташування цих об’єктів відбувається за зростанням значень їх порядкових номерів. Нехай N(k) – це номер k-го об’єкта. У моделі, що розглядається, кожен об’єкт продовжує «життя» з деякою ймовірністю α , де $\alpha \in (0, 1)$. Обробка об’єктів продовжується доти, доки $\exists$ об’єкт, що не був оброблений. Так як ймовірність того, що кожний об’єкт залишається доступним для обробки, не залежить від того зникає чи ні інший об’єкт, то ймовірність того, що об’єкти, що будуть оброблюватися після k-го, залишаться доступними для обробки, розраховується як α^k .

Лема 1. *Після обробки k-го об’єкта, ймовірність, з якою кожний об’єкт продовжує «життя» дорівнює* $\alpha = \alpha^k$.

Доведення. Нехай є послідовність об’єктів 1,…,n, після початку їх обробки, кожен продовжує «життя» з ймовірністю α. Обираємо довільне k – кількість об’єктів, що були обробленими . Ймовірність, з якою об’єкт залишається доступним для обробки не залежить від ймовірностей з якими інші об’єкти продовжують «життя», тому ймовірність того, що об’єкти залишаться доступними для обробки дорівнює добутку ймовірностей α тих об’єктів, що були оброблені.

Нехай є заданою довільна стратегія S, що використовується для визначення найкращого об’єкта. Постає задача обрахунку ймовірності визначення найкращого об’єкта, використовуючи задану стратегію S. Оптимальну стратегію для визначення найкращого об’єкта будемо позначати $\hat{S}$. Стратегією будемо вважати послідовність дій, що забезпечують визначення найкращого об’єкта з деякою ймовірністю, або будемо вважати умовою, що вказує на номер об’єкта на якому варто зупинитися.

ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРАТЕГІЇ ВИЗНАЧЕННЯ НАЙКРАЩОГО ОБ'ЄКТА

Для побудови стратегії, що зробить ймовірність визначення найкращого об'єкта максимальною, визначимо деякі допоміжні результати:

1. Нехай $\tilde{S}$ – стратегія, що максимізує ймовірність визначення найкращого об'єкта у стандартній постановці задачі. Тобто за побудованою стратегією, при обробці об'єктів, перші $k_n - 1$ об'єктів не оброблюються, а починаючи з k_n-го, обирається перший найкращий об'єкт.
2. Нехай $\grave{P}_n$ – це ймовірність визначення найкращого об'єкта (у класичній постановці задачі), використовуючи оптимальну стратегію. Іншими словами, стратегію, що максимізує дану ймовірність.

$$\grave{P}_n = \frac{k_n - 1}{n} \sum_{l=k_n-1}^{n} \frac{1}{l}, \text{ при цьому}$$

$$\grave{P}_n \xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{1}{e};$$

Твердження 1. *За умови що* $n - n\alpha \xrightarrow[n\to\infty]{} \infty$, *то* $\forall$ стратегії S, $P_n(S) \to 0$.

Доведення. Так як $n - n\alpha$ збігається до нескінченності зі збільшенням числа n до нескінченності, то $n - n\alpha \geq \text{C}$, де C – довільна константа (C ≥ 1). З того, що n спрямовується до нескінченності випливає, що частина об'єктів, що ще не була оброблена завжди буде перевищувати ту частину об'єктів, що була оброблена або зникла. Щоб строго визначити цю властивість, уведемо поняття частини об'єктів, що була (не була) оброблена: $\widehat{v_n}$ та $\widetilde{v_n}$ – частина (число) об'єктів, що була та не була обробленими відповідно. Виходячи з цього, $P(\widehat{v_n} > x) \leq P(\widetilde{v_n} > x), \forall\, x \in \mathbb{R}$;

$\forall$ стратегії S,

$$P_n(S) = \sum_{k=1}^{n} P(S|n\widehat{v_n} = r)P(n\widehat{v_n} = r) \leq \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n} P(n\widehat{v_n} = r) = \text{E}[\widehat{v_n}];$$

Зробимо уточнення, що $P(S|n\widehat{v_n} = r) = \frac{k}{n}$. Цей факт є доведеним у класичній задачі про оптимальне визначення найкращого об'єкта. Він звучить таким чином: *Ймовірність того, що деякий об'єкт буде кращим серед усіх інших, за умови , що він є кращим за k, дорівнює* $\frac{k}{n}$.

Також для доведення цього факту використаємо тривіальний факт, що полягає у такій властивості: $\sum_{l=k_n}^{n} \frac{1}{l} < \sum_{l=k_n-1}^{n} \frac{1}{l}$;

Спрямовуючи n до нескінченності отримуємо:

$$\lim_{n\to\infty} P_n(S) \le \lim_{n\to\infty} \mathrm{E}[\widehat{v_n}];$$

$$\mathrm{E}[\widehat{v_n}] \le \mathrm{E}[\widetilde{v_n}] = \frac{\ln(1+x)}{x};$$

Нехай $x \to \infty$, то $\frac{\ln(1+x)}{x} \to 0$, а отже $\lim_{n\to\infty} P_n(S) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0.$

Твердження 2. *За умови, що* $n - n\alpha \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0$ *та за умови використання стратегії, що максимізує ймовірність визначення найкращого об'єкта при класичній постановці задачі,* $P_n(\tilde{S}) \to \frac{1}{e}$.

Доведення. Для доведення цього факту введемо допоміжну величину θ_k, вона позначає набір (кількість) об'єктів, що вже були оброблені. Таким чином, неважко визначити, що $\mathrm{E}[\theta_k] \ge \theta_{k-1}\alpha$, з чого, за визначенням ймовірності того, що об'єкт залишиться доступним для обробки, можна зробити перехід і визначити, що $\mathrm{E}[\theta_k] \ge \theta_0 \alpha^k$. Для наступного етапу доведення потрібно визначити дві величини:

1. Нехай $\widehat{\theta_n}$ – об'єкти, що ще не були оброблені, очевидно, що $\widehat{\theta_n} \ge \theta_n$;
2. Нехай існує імовірність визначити найкращий об'єкт, позначимо її через ρ_n.

У даному випадку цікавим виявляється питання чи не зник об'єкт, що може бути найкращим до того, як був оброблений. Будемо розглядати ситуацію, коли такий об'єкт ще продовжує «життя».

$$P_n(\tilde{S}) = \rho_n P(\text{найкращий об'єкт живий}) =$$

$$\rho_n \sum_{k=1}^{\infty} P\left(\text{найкращий об'єкт живий} | \widehat{\theta_n} = k\right) P\left(\widehat{\theta_n} = k\right) =$$

$$\rho_n \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{n} P\left(\widehat{\theta_n} = k\right) = \rho_n \mathrm{E}[\widetilde{\nu_n}] \geq \rho_n \mathrm{E}[\widehat{\nu_n}] \geq \rho_n \alpha^n;$$

Якщо спрямовувати кількість елементів до нескінченності , ймовірність $\alpha^n \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$, а, отже, за результатами отриманими у класичній постановці задачі, $\rho_n \xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{1}{e}$.

Нехай є випадкове число, що чисельно вказує на те, на скільки продовжиться «життя» об'єкта. Позначимо його як μ, $\mu \in (0, +\infty)$.

Теорема 1. *За умови, що* $n - n\alpha \xrightarrow[n\to\infty]{} \mu,\ \mu \in (0, +\infty)$, *обирається стратегія* $S_{\mathrm{M}(\mu)}$ *така, що перші* $\frac{\mathrm{M}(\mu)n}{e}$ *об'єктів не оброблюються, а* серед *об'єктів, що залишилися, обирається той, що кращий за всі інші.*

$$P_n(S_{\mathrm{M}(\mu)}) \xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{\mathrm{M}(\mu)}{e}$$

Доведення. Аналогічно до **Твердження 2.**, уведемо позначення $\widehat{\theta_n}$ – об'єкти, що ще не були оброблені. Для конкретизації припустимо, що

$\widehat{\theta_n} = k$, як і в класичній постановці задачі, постає необхідність обрахунку ймовірності визначення найкращого об'єкта за умови використання конкретної стратегії $S_{\mathrm{M}(\mu)}$. Використовуючи **Твердження 1.** та **Твердження 2.** Можна записати загальний вигляд ймовірності визначення найкращого об'єкта для випадку, що розглядається. Спираючись на постановку задачі, ймовірність визначити найкращий об'єкт залежить від ймовірності того, чи наявний найкращий об'єкт серед тих об'єктів, що не були оброблені або не зникли. У додаток до цього, вона (ймовірність визначити найкращий об'єкт) залежить від ймовірності визначити його серед тих, що не були оброблені або не зникли. Таким чином шукана ймовірність дорівнює:

$$P\left(\text{ймовірність визначити найкращий об'єкт}\middle|\widehat{\theta_n} = k\right)$$
$$= P(\text{найкращий об'єкт наявний серед тих об'єктів, що}$$
$$\text{не були оброблені або не зникли})\mathrm{P}(\text{визначити його серед тих, що}$$
$$\text{не були оброблені або не зникли});$$

$$P(\text{найкращий об'єкт наявний серед тих об'єктів, що}$$
$$\text{не були оброблені або не зникли}) = \frac{k}{n};$$

Остання рівність – результат з класичної задачі про оптимальне визначення найкращого об'єкта.

Використовуючи **Твердження 2.**, визначимо через ρ_n – ймовірність визначити найкращий об'єкт, до того ж припустимо, що ця ймовірність являється найбільшою $\forall\, S$. Тоді

$$\text{P(визначити його серед тих, що}$$

$$\text{не були оброблені або не зникли)} \leq \rho_k$$

Так як права частина нерівності визначає найбільшу ймовірність, то нерівність є справедливою $\forall\, P, \rho \in (0,1)$.

Використовуючи підхід знаходження ймовірності визначення найкращого об'єкта, який використовується у [2], уведемо довільне дійсне число $\beta \in (0,1) \backslash \{\mathrm{M}(\mu)\}$.

$$P_n(S) = P(\text{визначити його серед тих, що}$$

$$\text{не були оброблені або не зникли} | k_n \in (0,1) \backslash \{\mathrm{M}(\mu)\}) +$$

$$+ P(\text{визначити його серед тих, що}$$

$$\text{не були оброблені або не зникли} | k_n \notin (0,1) \backslash \{\mathrm{M}(\mu)\})$$

$$P(k_n \notin (0,1) \backslash \{\mathrm{M}(\mu)\})$$

Використовуючи результат, що отриманий у **Твердженні 1.** та **Твердженні 2.**, можемо обмежити зверху отриману рівність. Отримаємо:

$$P_n(S) = P(\text{визначити його серед тих, що}$$

$$\text{не були оброблені або не зникли} | k_n \in (0,1) \backslash \{\mathrm{M}(\mu)\}) +$$

$$+ P(\text{визначити його серед тих, що}$$

$$\text{не були оброблені або не зникли} | k_n \notin (0,1) \backslash \{\mathrm{M}(\mu)\})$$

$$P(k_n \notin (0,1) \backslash \{\mathrm{M}(\mu)\}) \leq$$

$$\sum_{k=[n\beta]} P\left(\text{ймовірність визначити найкращий об'єкт} \middle| \widehat{\theta_n} = k\right) P\left(\widehat{\theta_n} = k\right) + P(k_n \notin (0,1) \backslash \{\mathrm{M}(\mu)\}) \qquad (*)$$

Позначимо останню суму через зірочку, тоді

$$P\left(\text{ймовірність визначити найкращий об'єкт} \middle| \widehat{\theta_n} = k\right)$$

$$= P(\text{найкращий об'єкт наявний серед тих об'єктів, що}$$

$$\text{не були оброблені або не зникли})\mathrm{P}(\text{визначити його серед тих, що}$$

$$\text{не були оброблені або не зникли});$$

$$P(\text{найкращий об'єкт наявний серед тих об'єктів, що}$$

$$\text{не були оброблені або не зникли}) = \frac{k}{n};$$

Звідси, рівність (*) дорівнює:

$$\sum_{k=[n\beta]} \frac{k}{n} \mathrm{P}(\text{визначити його серед тих, що}$$

не були оброблені або не зникли)$P\left(\widehat{\theta_n} = k\right) + P(k_n \notin (0,1)\backslash\{\mathrm{M}(\mu)\})$

(**)

Використовуючи той факт, що

$$\mathrm{P}(\text{визначити його серед тих, що}$$

$$\text{не були оброблені або не зникли}) \leq \rho_k$$

та підставляючи значення $k = [n\beta]$, отримуємо, що рівність (**) мажорується зверху:

$$\sum_{k=[n\beta]}\frac{n\beta}{n}\rho_k P\left(\widehat{\theta_n} = k\right) + P(k_n \notin (0,1)\backslash\{\mathrm{M}(\mu)\}).$$

Для другої частини доведення нам знадобиться результат отриманий у [3], а саме $\widehat{v_n} \xrightarrow[n\to\infty]{} \mathrm{M}(\mu)$, у даному випадку використовується збіжність за ймовірністю. Наша мета - показати, що, при нескінченному збільшенні n ($n \to \infty$), ймовірність визначити найкращий об'єкт, використовуючи побудовану стратегію, збігається до $\frac{\mathrm{M}(\mu)}{\mathrm{e}}$.

Для доведення цього факту скористаємось стандартним методом і покажемо, що нижній і верхній ліміти збігаються до $\frac{\mathrm{M}(\mu)}{\mathrm{e}}$. Доведення цього факту розділимо на два етапи:

1. Покажемо, що нижній ліміт не менше ніж $\frac{\mathrm{M}(\mu)}{\mathrm{e}}$. Так як у даному випадку розглядається величина $\frac{\mathrm{M}(\mu)}{\mathrm{e}}$, що є ймовірністю, то вищезгадана величина $\beta \in (\frac{\mathrm{M}(\mu)}{\mathrm{e}}, 1)\backslash\{\mathrm{M}(\mu)\}$ варіюється починаючи з деякої константи, що визначається випадковим числом, що вказує наскільки довго продовжується життя об'єкта.

$$P_n(S) \geq \sum_{k=[n\beta]} \frac{k}{n} \mathrm{P}(\text{визначити його серед тих, що}$$

$$\text{не були оброблені або не зникли}) P\left(\widehat{\theta_n} = k\right)$$

$$\geq \sum_{k=[n\beta]} \frac{n\beta}{n} \mathrm{P}(\text{визначити його серед тих, що}$$

$$\text{не були оброблені або не зникли}) P\left(\widehat{\theta_n} = k\right)$$

Під час побудови стратегії оптимального визначення найкращого об'єкта, розглядалася стратегія, яка полягала у тому, щоб пропустити перші k об'єктів та оброблюючи об'єкти, що залишилися, визначити найкращий. За такої умови, користуючись досягненням в [3], можна записати загальний вигляд для ймовірності, що є найбільшою ймовірністю визначення найкращого об'єкта:

$$P(S)=\sum_{l=k}^{n-1}\frac{k}{nl}$$

За аналогією до визначення цієї ймовірності в класичній постановці задачі, обрахуємо її за умов модернізованої задачі, що розглядається. В задачі з класичною постановкою, за стратегією, що максимізувала цю ймовірність, необхідно було залишити необробленими k об'єкти та почати обробку всіх, що залишилися. У нашому випадку, за умовою сформульованою у **Теоремі 1.**, необхідно залишити необробленими $\frac{\mathrm{M}(\mu)n}{e}$ об'єкти. Таким чином

$$\mathrm{P}(\text{визначити його серед тих, що не були оброблені або не зникли})=\sum_{l=[\frac{\mathrm{M}(\mu)n}{e}]}^{n-1}\frac{\frac{\mathrm{M}(\mu)n}{e}}{nl}$$

Неважко помітити, що праві частини отриманої рівності збігаються до нуля при зростанні n а за умовою поставленої задачі, n прямує до нескінченності.

$$\mathrm{P}(\text{визначити його серед тих, що}$$

не були оброблені або не зникли) $= \sum_{l=\left[\frac{\mathrm{M}(\mu)n}{e}\right]}^{n-1} \frac{\frac{\mathrm{M}(\mu)n}{e}}{nl} =$

$$\frac{\mathrm{M}(\mu)}{e\,\widetilde{v_n}} \ln \frac{e\,\widetilde{v_n}}{\underline{\mathrm{M}(\mu)}} + o(1)$$

Отриману рівність підставляємо у вихідну формулу для знаходження шуканої ймовірності:

$$P_n(S) \geq \sum_{k=[n\beta]} \frac{n\beta}{n} \frac{\mathrm{M}(\mu)}{e\,\widetilde{v_n}} \ln \frac{e\,\widetilde{v_n}}{\underline{\mathrm{M}(\mu)}} + o(1) P\left(\widehat{\theta_n} = k\right)$$

Остаточно можемо записати, що

$$P_n(S) \xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{n\beta}{n} \frac{\mathrm{M}(\mu)}{e\,\widetilde{v_n}} \ln \frac{e\,\widetilde{v_n}}{\underline{\mathrm{M}(\mu)}}$$

Нехай $\widetilde{v_n} \to \mathrm{M}(\mu)$, тоді

$$P_n(S) \xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{n\beta}{n} \frac{\mathrm{M}(\mu)}{e\,\widetilde{v_n}} \ln \frac{e\,\widetilde{v_n}}{\underline{\mathrm{M}(\mu)}} = \frac{n\beta}{n} \frac{\mathrm{M}(\mu)}{e\mathrm{M}(\mu)} \ln \frac{e\,\mathrm{M}(\mu)}{\underline{\mathrm{M}(\mu)}} = \frac{\beta}{e}$$

2. Покажемо, що верхній ліміт не більше, ніж $\frac{\mathrm{M}(\mu)}{\mathrm{e}}$. Для доведення цього твердження будемо використовувати раніше визначені факти. А саме

$$\sum_{k=[n\beta]} \frac{n\beta}{n} \rho_k P\left(\widehat{\theta_n} = k\right) + P(k_n \notin (0,1)\backslash\{\mathrm{M}(\mu)\}) \xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{\beta}{e}$$

$P(k_n \notin (0,1)\backslash\{\mathrm{M}(\mu)\})$ ця ймовірність дорівнює нулю, це випливає х визначення $\mathrm{M}(\mu)$. Тобто

$$P_n(S) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \frac{\beta}{e} = \frac{\mathrm{M}(\mu)}{e}$$

Що і треба було довести.

МОДЕЛЮВАННЯ

Проведемо машинний експеримент, на основі якого, засобами моделювання, перевіримо отриманий результат стосовно визначеної стратегії, що буде максимізувати ймовірність визначення найкращого елемента за умови, що об'єкти мають визначений час «життя». Також порівняємо отриманий результат з ймовірністю визначення найкращого об'єкта за умови, що стратегія буде обиратися відмінна від знайденої у ході дослідження для того, щоб зробити висновок стосовно того, чи буде знайдена ймовірність найбільшою.

На початку побудуємо послідовність об'єктів, серед яких будемо визначати найкращий. У стовпчику С моделюємо послідовність. На другому кроці визначаємо коефіцієнт μ - продовжуваність «життя» (у стовпчику К, на перетині 8-го рядка), і вже після цього зі співвідношення $n - n\alpha \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \mu$, визначаємо ймовірність з якою об'єкт залишається в множині тих, що доступні для обробки (у стовпчику G, на перетині 8-го рядка). Для реалізації побудованої стратегії необхідно визначити частину або кількість об'єктів, що знаходяться в множині тих, що можуть бути обробленими. Величина (частина об'єктів, що можуть бути обробленими) визначається як функція від ймовірності з якою об'єкт залишається в множині тих, що доступні для обробки. Моделюємо її у стовпчику К, на перетині 11-го рядка, використовуючи формулу: $\mathrm{E}[\widetilde{\widetilde{v_n}}] = \frac{\ln(1+x)}{x}$, де замість аргументу підставляємо знайдену ймовірність α. Заключний етап моделювання полягає в тому, щоб обрахувати ймовірність визначення найкращого об'єкта при обраній нами стратегії. Вона моделюється використовуючи параметри, що були визначені у попередніх кроках:

$$P_n(S) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \frac{\beta}{e} = \frac{\mathrm{M}(\mu)}{e}$$

Паралельно з вищеперерахованими розрахунками, моделюємо аналогічні величини. Але в якості стратегії беремо будь-яку, що відмінна від оптимальної. На розрахунках кінцевої ймовірності – ймовірності визначення найкращого об'єкта, помічаємо, що вона менша ніж та, що була отримана шляхом використання визначеної у ході дослідження стратегії. $P(\tilde{S}) \geq P(S)$, де $\tilde{S}$ −

стратегія, що робить ймовірність визначення найкращого об’єкта максимальною, а S

$-$ довільна стратегія, відмінна від обраної в якості найкращої.

Спираючись на результати машинного експерименту, у яких було обраховано ймовірність визначення найкращого об’єкта, за умови використання різних стратегій, можна зробити висновок, що у ході дослідження побудована стратегія та ймовірність визначення найкращого об’єкта є оптимальними.

ВИСНОВКИ

У ході дослідження поставленої задачі було побудовано стратегію, що робить ймовірність визначення найкращого об'єкта найбільшою. Також була знайдена ймовірність визначення найкращого об'єкта, за умови використання оптимальної стратегії. Розглядалася задача, що є модифікацією класичної задачі про визначення найкращого об'єкта. З огляду на це, під час побудови стратегії та дослідження поставленої проблеми, було використано міркування в [1], де визначалася стратегія визначення найкращого об'єкта у класичному варіанті задачі, та в [3], де досліджувалася проблема визначення найкращого об'єкта, за умови, що кількість об'єктів невідома. Був зроблений висновок, що задача, що розглядалася в цій роботі, є частковим випадком задачі, що розглядалася в [3], але у нашому випадку можливо було запозичити лише ідею, а принцип побудови відрізнявся підходом, що застосовувався.

Результат дослідження запропонованої проблеми полягає у знаходженні зв'язку між тим, що об'єкти мають період «життя» й визначенням ймовірності визначення найкращого серед усіх.

Вважаю дану проблему актуальною, так як вона може бути застосована у багатьох сферах життя, починаючи від банального визначення найкращого кандидата на позицію, закінчуючи визначенням найкращого приладу з встановленим періодом «життя».

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1] Дынкин Е.Б., Юшкевич А.А. Теоремы и задачи о процессах Маркова. - М.: Наука, 1967.

[2] С. М. Гусейн-Заде, Задача выбора и оптимальное правило остановки последовательности независимых испытаний, Теория вероятности и ее применение., XI, 3 (1966), 534-537.

[3] Пресман Э.Л., Сонин И.М. Задача наилучшего выбора при случайном числе объектов // Теория вероятностей и ее применения. 1972. Т. 17, № 4. С. 695–706.

ДОДАТОК

Проведемо машинний експеримент за результатами отриманими в ході проведення дослідження.
А саме оцінимо ймовірність визначення найкращого об'єкта за умови використання визначеної оптимальної стратегії та підходу, що не підпорядкований обраній стратегії .
Цим самим, покажемо, що визначений підхід, до максимізації ймовірності визначення найкращого об'єкта, являється оптимальним.

	Перша ситуація з використанням оптимальної стратегії	
Початкова послідовність	Ймовірність незникнення	Продовжуваність життя (μ)
10	0,9	100
4646		
4127	P(S)	Частина об'єктів, що не були оброблені
3283	0,256536	0,713170985
81		
1922		
4068	Ситуація з використанням довільної стратегії, що відмінна від оптимальної	
8889	Ймовірність незникнення	Продовжуваність життя (μ)
7956	0,9	100
5883		
4699	P(S)	Частина об'єктів, що не були оброблені
73	0,185185	0,5
5155		
4061		
9331		
6587		
6625		
3957		
1140		
1523		
4447		
8300		
7843		
3637		

Рис 1.