

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**
Факультет комп'ютерних наук та кібернетики
Кафедра системного аналізу та теорії прийняття рішень

**Кваліфікаційна робота
на здобуття ступеня магістра**
за спеціальністю 124 Системний аналіз

на тему:

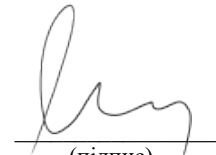
**ЗАДАЧА КЕРУВАННЯ ЗМІШУВАЧЕМ З ПАРАМЕТРАМИ У ФОРМІ
НЕЧІТКИХ ЧИСЕЛ ТИПУ-2**

Виконав студент 2-го курсу магістратури
Смірний Денис Андрійович



(підпис)

Науковий керівник:
професор, доктор фіз.-мат. наук
Мащенко Сергій Олегович



(підпис)

Засвідчую, що в цій роботі немає
запозичень з праць інших авторів без
відповідних посилань.

Студент



(підпис)

Роботу розглянуто й допущено до захисту
на засіданні кафедри системного аналізу
та теорії прийняття рішень

« 04 » травня 2023 р.,

протокол № 11

Завідувач кафедри

О. Г. Наконечний



(підпис)

Київ – 2023

Анотація

до випускної кваліфікаційної роботи магістра

Тема: Задача керування змішувачем з параметрами у формі нечітких чисел типу-2.

Автор: Смірний Денис Андрійович.

Науковий керівник: професор, доктор фізико-математичних наук Мащенко Сергій Олегович.

Робота складається з: 52 сторінок, 3 рисунків, 20 таблиць; використаних джерел – 14.

Ключові слова: нечіткі технічні системи, нечіткі числа типу-2, нечітка логіка.

Предмет дослідження: задача керування нечіткою технічною системою (змішувачем) з нечіткими параметрами типу-2.

Мета роботи: розробити підхід до розв'язання задачі керування змішувачем з параметрами, які представлені у формі нечітких чисел типу-2.

В роботі представлені: вступ, три розділи та висновки.

Короткий огляд праці:

В першому розділі проводиться огляд теоретичного матеріалу за темою.

В другому розділі задана постановка задачі керування змішувачем з параметрами, які представлені у формі нечітких чисел типу-2 та розроблений алгоритм її розв'язання.

В третьому розділі розглянутий модельний приклад задачі керування змішувачем з параметрами, які представлені нечіткими числами типу-2.

ЗМІСТ

Вступ	4
Розділ 1. Огляд з теорії нечітких систем та нечітких множин типу-2	6
1.1. Означення нечіткої множини типу-2	6
1.2. Огляд з теорії нечітких систем	10
1.3. Елементи нечіткої логіки та поняття лінгвістичної змінної.....	14
Розділ 2. Задача керування змішувачем з нечіткими інтервальними вхідними параметрами типу-2	19
2.1. Алгоритм нечіткого логічного виводу Мамдані.....	19
2.2. Підхід до розв'язання задачі керування змішувачем з параметрами у формі нечітких чисел типу-2	22
Розділ 3. Приклади розв'язання задачі керування змішувачем	35
3.1. Приклад розв'язання задачі керування змішувачем з одним вхідним параметром у формі нечітких чисел типу-2	35
3.2. Приклад розв'язання задачі керування змішувачем з двома вхідними параметрами у формі нечітких чисел типу-2	40
Висновки	50
Список використаних джерел	51

ВСТУП

Галузь застосування нечітких множин типу-2 у задачах керування нечіткими системами є досить молодою і не має багато досліджень порівняно з іншими галузями математики. Оскільки об'єктом дослідження є задача керування нечіткою технічною системою, а предметом дослідження є задача керування змішувачем у кондиціонері, де лінгвістичні змінні або вхідні та вихідні параметри формалізуються нечіткими інтервальними числами типу-2, то обрана проблематика дослідження є доволі актуальною.

Для розв'язання задач керування складними технічними системами використовується теорія нечітких множин. З їх допомогою були отримані розв'язки великого числа задач аналізу та керування, а системи, побудовані на нечітких множинах, успішно впровадженні у наступних областях: керування технологічними процесами, керування транспортом, медична діагностика, технічна діагностика, фінансовий менеджмент, біржове прогнозування, розпізнавання образів. Практичний досвід розробки систем нечіткого логічного виводу показує, що терміни і вартість їх проектування значно менші ніж при використанні традиційного математичного апарату, та при цьому забезпечується необхідний рівень завадостійкості та прозорості моделей.

Також розширюється використання теорії нечітких множин у економіці і управлінні підприємствами. Про це свідчить інтенсивний ріст досліджень в цій області, числа журнальних публікацій та спеціалізованих журналів.

Метою роботи є розробка алгоритму розв'язання задачі керування змішувачем у кондиціонері з нечіткими інтервальними вхідними параметрами типу-2. Отриманий алгоритм дасть змогу зрозуміти принципи керування нечіткими технічними системами, які є актуальними і для інших нечітких технічних систем.

Об'єктом дослідження роботи є задача керування змішувачем (на прикладі інтелектуального кондиціонера).

Предметом дослідження роботи є методи нечіткого керування змішувачем, у якому лінгвістичні змінні вхідних та вихідних параметрів формалізуються нечіткими інтервальними числами типу-2.

Робота складається з трьох розділів.

В розділі 1 надані основні поняття нечіткої логіки, нечітких множин типу-1 та нечітких множин типу-2, наведений перелік різних видів нечітких чисел. Розглянуте поняття лінгвістичної змінної.

В розділі 2 задана постановка задачі керування змішувачем з параметрами, які представлені у формі нечітких чисел типу-2. Наведено алгоритм розв'язання задачі керування змішувачем. Крім того було наведено алгоритм нечіткого логічного виводу Мамдані.

В розділі 3 розглядається конкретна постановка задачі керування змішувачем з параметрами, які задані у формі нечітких чисел типу-2. Знайдений розв'язок поставленої задачі за допомогою алгоритму наведеного у розділі 2.

РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД З ТЕОРІЇ НЕЧІТКИХ СИСТЕМ ТА НЕЧІТКИХ МНОЖИН ТИПУ-2

1.1 Означення нечіткої множини типу-2

Перш за все для подальшого розв'язання задач керування технічними системами, використовуючи нечіткі множини типу-2, необхідно навести перелік основних понять нечіткої логіки, означення нечіткої множини, її властивості та інтерпретацію.

Під звичайною множиною розуміють певну сукупність елементів деякої універсальної множини, які наділені спільною властивістю. Кожен елемент універсальної множини або належить заданій множині, або ні. В нечіткій логіці кожен елемент універсальної множини належить заданій нечіткій множині у різному ступені. Цей ступінь, з яким певний елемент належить заданій множині, задається значенням функції належності нечіткої множини.

Нечіткою множиною \tilde{A} на множині X (де X – деяка множина елементів, яку ми назвемо універсальною множиною або універсумом) називається сукупність пар $(z, \mu_{\tilde{A}}(z))$, де $z \in X$, $\mu_{\tilde{A}}(z)$ - функція належності елемента z до множини \tilde{A} ($\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0, 1]$).

Крім того при розв'язанні задач керування технічними системами будуть використовуватися трикутні нечіткі числа, тому введемо поняття нечіткого числа.

Нечітке число – це така нечітка множина A , яка визначена на числовій осі R і має наступні властивості:

а) Опукла (це означає, що її функція належності є квазіопуклою: $\mu_{\tilde{A}}(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x); \mu_{\tilde{A}}(y)), \forall x, y \in R, \lambda \in [0; 1]$);

б) Нормальна ($\sup_{z \in R} \mu_{\tilde{A}}(z) = 1$);

в) Має обмежений носій (носієм нечіткої множини A на універсальній множині R називається чітка підмножина елементів універсальної множини, які мають додатній ступінь належності, тобто: $\text{supp}(\tilde{A}) = \{z : z \in R, \mu_{\tilde{A}}(z) > 0\}$).

Якщо функція належності нечіткого числа має наступний вигляд:

$$\mu_{\tilde{b}}(z) = \begin{cases} \frac{z - \tilde{b}}{b - \tilde{b}}, & z \in [\tilde{b}, b]; \\ \frac{\hat{b} - z}{\hat{b} - b}, & z \in [b, \hat{b}]; \\ 0, & z \notin (\tilde{b}, \hat{b}); \end{cases}$$

$z \in R$, то таке нечітке число називається нечітким числом трикутного вигляду і може бути задане в параметричному вигляді впорядкованою трійкою $\tilde{b} = (\tilde{b}, b, \hat{b})$, де \tilde{b} - ліва границя трикутного числа, b - його центр, \hat{b} - права границя трикутного числа і $\tilde{b} \leq b \leq \hat{b}$.

На малюнку наведено графічне зображення такої функції належності.

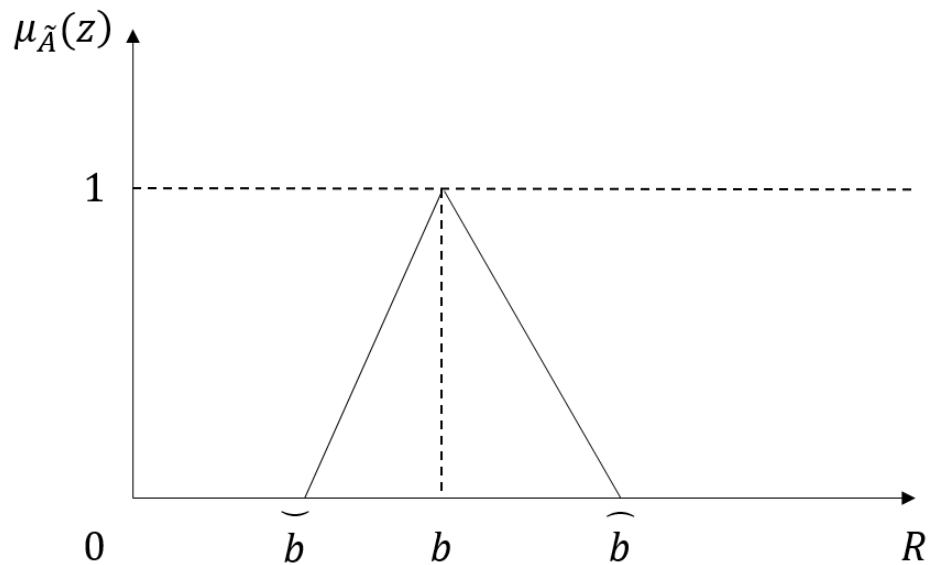


Рис.1. Функція належності трикутного нечіткого числа

Також варто зазначити, що оцінка ступеню належності елементів нечіткої множини має проблему пов'язану з абстракцією, яка грає ключову роль у розпізнаванні образів. Вперше це було обґрунтоване Заде [1] у 1971 році.

Тож дану проблему було враховано, в результаті чого ввели поняття нечіткої множини типу-2: нечітка множина типу-2 – це нечітка множина, для якої ступені належності виражені як нечіткі множини на проміжку $[0, 1]$. Тобто значеннями функції належності нечіткої множини типу-2 є нечіткі підмножини інтервалу $[0, 1]$, а функції належності нечітких множин (або нечітких множин типу-1) є відображенням $X \rightarrow [0, 1]$.

Припустимо, що A – нечітка множина універсальної множини X , а значеннями функції належності можуть бути нечіткі підмножини інтервалу $[0, 1]$. Щоб відрізнити такі нечіткі множини від інших нечітких множин, їх називають нечіткими множинами типу-2, а нечіткі множини, функції належності яких є відображенням $X \rightarrow [0, 1]$, називають НМТ-1 [2].

Формальне означення нечіткої множини типу-2 має наступний вигляд. Нечіткою множиною A типу-2, визначеною на універсумі X , називається сукупність трійок вигляду $(z, \psi_A(z, \alpha))$, де: z – елемент універсуму X , α – ступінь належності x нечіткій множині A типу-2, $\alpha \in [0, 1]$. $X \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ – функція належності типу-2 [3].

Наведемо основні відомі типи нечітких множин.

Перший “нестандартний” тип нечітких множин, який варто розглянути – це нечіткі множини зі встановленими оцінками, які були відкриті у 1976 році науковцем на ім'я Граттан-Гіннес [4]. Він назвав нечіткі множини зі встановленими оцінками як нечіткі множини, у яких ступінь належності елемента множині є певною підмножиною інтервалу $[0, 1]$. Іншими словами нечіткі

множини зі встановленими оцінками \tilde{A} на X – це відображення $\tilde{A}: X \rightarrow 2^{[0,1]} \setminus \{\emptyset\}$. Де $2^{[0,1]}$ - це набір усіх можливих підмножин проміжку $[0,1]$.

Наступний тип нечітких множин був вперше введений Тора [5]. Та назвав він їх – слабкі нечіткі множини. Тора запропонував виразити ступінь належності елемента множині як підмножину проміжку $[0, 1]$, що породжує так звану слабку нечітку множини. Він визначив її як “функцію, яка при застосуванні до X , що повертає підмножину $[0, 1]$ ”.

Розглянемо наступний тип нечітких множин. Гоген [6] помітив, що L -решітка (L -решітка – це частково впорядкована множина, де для кожної пари елементів існує супремум і інфімум) була єдиною причиною використовувати інтервал $[0, 1]$ у визначенні нечіткої множини. У зв'язку з цим він прийняв рішення ввести поняття L -нечіткої множини. Тобто якщо L – це повна решітка (L -решітка називається повною, якщо для кожної підмножини L існують супремум та інфімум), тоді L -нечітка множина \tilde{A} на X – це відображення $\tilde{A}: X \rightarrow L$.

Наступний тип нечітких множин - інтервальна нечітка множина [7]. Інтервальна нечітка множина \tilde{A} на X - це відображення $\tilde{A}: X \rightarrow L([0, 1])$. У другому розділі буде розглянута задача керування технічною системою саме з нечіткими інтервальними числами типу-2, тому даний тип буде розглянуто більш детально у подальшому

Наступний тип, який варто було б розглянути – це нечіткі множини Атанасова [8]. Означення нечітких множин Атанасова: нечіткі множини Атанасова \tilde{A} на X - це відображення $\tilde{A}: X \rightarrow D([0, 1]) = \{(x, y) \in [0, 1]^2 \mid x + y \leq 1\}$. $\tilde{A}(x) = (\mu_{\tilde{A}}(x), \nu_{\tilde{A}}(x))$ для всіх $x \in X$, де $\mu_{\tilde{A}}(x)$ - це ступінь належності елемента

x до \tilde{A} і $v_{\tilde{A}}(x)$ - ступінь не належності x до \tilde{A} . Обидва значення повинні задовольняти нерівність: $0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x) + v_{\tilde{A}}(x) \leq 1$.

Останній тип нечітких множин, який вартий уваги – це нечіткі множини типу n [9]. Нехай $n \in \mathbb{N}_0$. \tilde{A} на X – це відображення $\tilde{A}: X \rightarrow [0,1]^n$. Іншими словами, нечітка множина, значення функції належності якої є нечіткими множинами типу $n-1$ є нечіткою множиною типу n .

1.2 Огляд з теорії нечітких систем

Задача пошуку стійких керувань це головна задача теорії керування. Процес керування протікає у часі, але крім часу він може залежати і від іншого параметру. При цьому рішення керування можуть прийматися як у будь-який момент часу (неперервні задачі) так і у дискретні моменти часу (багатоетапні задачі).

При розробці динамічного об'єкту вибір програми руху вибір програми руху є одним з перших питань. При цьому термін “рух” має досить широке значення. Оскільки це не тільки механічний рух, а будь-яка зміна або розвиток.

Розглянемо приклад прямолінійного руху автомобіля. В кожен момент часу стан автомобіля характеризується двома наступними величинами: це пройдена відстань s та швидкість його руху – v . Так як водій керує автомобілем, тобто роботою двигуна, змінюючи силу p , то відстань та швидкість змінюються не самостійно, а відповідно до дій водія. З цього випливає, що ми маємо три зв'язаних між собою параметра: пройдена відстань s , швидкість руху v , сила тяги двигуна p .

Величини, що характеризують стан об'єкта, називаються фазовими координатами; величини, що описують дію керування, називаються параметрами керування. У прикладі з прямолінійним рухом автомобіля s та v – це фазові координати, а p – це параметр керування.

Розглянемо наступний приклад. Якщо автомобіль рухатиметься не по прямій, а на площині, то до фазових координат додаються ще дві координати – це проекції положення та швидкості, а параметрів керування стане два – це сила тяги двигуна та кут повороту керма автомобіля.

У розглянутих вище прикладах час (аргумент) змінюється неперервно і якщо б нам потрібно було розв'язати задачу по пошуку керування, яке забезпечило б переїзд автомобіля з точки A в точку B за мінімальний проміжок часу, ми б використовували методи, що запропонував Понтрягін [10]. Ці приклади допоможуть нам зробити опис наступного керованого об'єкта.

Нехай маємо деякий об'єкт, що рухається (або розвивається). В кожен момент часу стан об'єкта задається значеннями його фазових координат $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ в цей момент. Рух об'єкта полягає у наступному: його стан з часом змінюється, тобто фазові координати об'єкту є функціями часу. Цей рух відбувається від впливом параметрів керування $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$.

Фазовий стан $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ об'єкта в момент часу t залежить від його фазового стану в початковий момент t_0 і значень параметрів керування $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$ в моменти часу від t_0 до t , але крім цього фазовий стан може ще залежати від певних зовнішніх факторів.

У випадку, коли такі фактори мають детермінований характер або їх просто не існує, ми працюємо з задачею керування детермінованим об'єктом, тобто працюємо з детермінованою системою керування. У випадку, коли ці фактори мають ймовірнісний характер, ми, відповідно, маємо ймовірнісну систему керування. Якщо зовнішні фактори мають нечіткий характер, ми працюємо з нечіткою системою керування.

Розглядаючи значення параметрів керування як функції часу, ми будемо їх називати функціями керування. У детермінованих системах керування знаючи фазовий стан об'єкта в початковий момент часу t_0 і значення параметрів

керування $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$ для всіх $t \in [t_0; t_1]$, ми можемо однозначно визначити фазовий стан об'єкта в момент часу t_1 .

Кожен фазовий стан $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ є точкою (яка має назву фазова точка) n -вимірного простору з координатами x_1, x_2, \dots, x_n , який називається фазовим простором.

Повністю задати рух об'єкта можна задавши його фазовий стан в початковий момент часу t_0 та обравши функції керування $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$. Тобто необхідно обрати векторну функцію $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))$. Ця векторна функція називається керуванням.

Взагалі рух об'єкта полягає у тому, що фазова точка $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$, яка зображує фазовий стан об'єкту у фазовому просторі, з плином часу змінює своє положення в цьому просторі і при цьому описує деяку криву, яка називається фазовою траєкторією.

Рух об'єкта заключається в тому, що фазова точка $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$, яка зображує фазовий стан об'єкта у фазовому просторі, з часом переміщується у цьому просторі, описуючи деяку криву, яка називається фазовою траєкторією. На малюнку нижче наведено приклад фазової траєкторії, яка з'являється у результаті руху автомобіля з пункту A в пункт B .

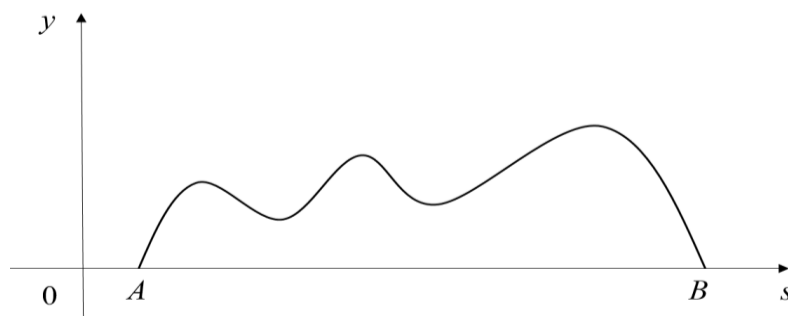


Рис. 2. Фазова траєкторія руху автомобіля

Пара векторних функцій $(x(t), u(t))$ називається процесом керування. Отже, щоб розв'язати задачу керування динамічним об'єктом, необхідно знати

механізм визначення фазового стану об'єкту у наступні моменти часу за допомогою його поточного фазового стану і керуванню, обмежень, яким повинні задовольняти допустимі керування та фазові стани, початкові та кінцеві умови.

Далі наведемо загальне формулювання задачі керування для детермінованої системи керування: перш за все необхідно визначити процес керування $(x(t), u(t))$ при механізмі руху, який описується за допомогою наступних диференціальних рівнянь:

$$\dot{x}_i = f_i(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t); u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)); \quad (1.1)$$

де $i = 1, 2, \dots, n$, або використовуючи різницеві рівняння:

$$x_i(t_{k+1}) - x_i(t_k) = f_i(x_1(t_k), x_2(t_k), \dots, x_n(t_k); u_1(t_k), u_2(t_k), \dots, u_m(t_k)); \quad (1.2)$$

де $i = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, N$, N - кількість моментів часу, в які ми можемо прийняти рішення щодо керування. При цьому процес керування також має задовольняти обмеженням траєкторії: та початковим і кінцевим умовам:

$$(x(t), u(t)) \in G; \quad (1.3)$$

та початковим і кінцевим умовам:

$$x(t_0) \in E_0, x(t_1) \in E_1; \quad (1.4)$$

Варто зазначити, що рівняння (1.1) та (1.2) це рівняння руху, які дозволяють по заданому початковому фазовому стану і керування знайти фазову траєкторію. А сенс рівнянь (1.3) та (1.4) полягає в тому, що не будь-які фазові стани чи керування можливі.

Для розв'язання задач керування нечіткими системами керування достатньо успішно використовується нечітка логіка. При цьому для опису механізму руху використовується база знань, за допомогою системи правил, які у найпростішому випадку мають вигляд: якщо A , то B .

На практиці найчастіше використовується алгоритм Мамдані, тому у другому розділі ми розглянемо даний алгоритм та приклад його застосування для задачі керування технічними системами.

1.3 Елементи нечіткої логіки та поняття лінгвістичної змінної

Нечітка логіка – це математичний апарат, який дозволяє формалізувати здатність людини здійснювати неточні (нечіткі судження). Далі введемо деякі поняття нечіткої логіки [11].

Лінгвістичною змінною називається змінна, значення якої є словами або реченнями натуральної або штучної мови. Наприклад, вік – лінгвістична змінна, якщо вона приймає лінгвістичне, а не числове значення, тобто це такі значення як: “молодий”, “не молодий”, “дуже молодий”, “цілком молодий”, “старий”, “не дуже старий і не дуже молодий” і так далі, а не 20 років, 30 років і тому подібне.

За допомогою лінгвістичних змінних можна наближено описувати явища, які настільки складні або погано визначені, що не піддаються опису в загальноприйнятих кількісних термінах.

Проте даний опис лінгвістичної змінної має здебільшого неформальний характер, тому щоб навести формальне означення, сконцентруємо увагу на понятті звичайної (не нечіткої) змінної, нечіткої змінної і дамо означення лінгвістичній змінній як змінній, значення якої є нечіткими змінними.

Почнемо з означення звичайної змінної [12]. Звичайна (не нечітка змінна) характеризується трійкою $(X, U, R(X; u))$, де X – назва змінної, U – універсальна множина (скінченна чи нескінченна), u – загальна назва елементів множини U , $R(X; u)$ – підмножина множини U , що представляє собою обмеження на значення елементів u , обумовлене назвою X .

Проілюструємо дане означення на прикладі змінної “вік”. У цьому випадку у якості U можна взяти множину цілих чисел $0, 1, 2, 3, \dots$, а $R(X)$ може бути підмножиною $0, 1, 2, \dots, 100$. Нехай $R(X_1, \dots, X_n)$ – змінні з відповідними універсальними множинами U_1, \dots, U_n . Впорядкований набір $X = (X_1, \dots, X_n)$ будемо називати n -арною складовою змінної. Універсальною множиною для X буде декартовий добуток $U = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, а обмеженням $R(X_1, \dots, X_n) \in n$ -

арне відношення в $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. Це відношення можна визначити характеристичною функцією (функцією належності) $\mu_R : U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \rightarrow \{0, 1\}$, причому

$$\mu_R(u_1, \dots, u_n) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } (u_1, \dots, u_n) \in R(X_1, \dots, X_n); \\ 0, & \text{якщо } (u_1, \dots, u_n) \notin R(X_1, \dots, X_n); \end{cases}$$

а u_i - загальна назва елементів множини U_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Відповідно до цього n -арне рівняння призначення має вигляд $(x_1, x_2, \dots, x_n) = (u_1, u_2, \dots, u_n) : R(X_1, X_2, \dots, X_n)$, яке слід трактувати наступним чином $x_i = u_i$, де $i = 1, 2, \dots, n$, при обмеженні $(u_1, u_2, \dots, u_n) \in R(X_1, X_2, \dots, X_n)$, де x_i , $i = 1, 2, \dots, n$ - загальна назва змінної X_i .

Тепер узагальнимо наведені вище поняття на випадок нечітких змінних [12]. Нечітка змінна характеризується трійкою $(X, U, R(X; u))$, де X - назва змінної, U - універсальна множина (скінченна чи нескінченна), u - загальна назва елементів множини U , $R(X; u)$ - нечітка підмножина множини U , що представляє собою нечітке обмеження на значення елементів u , обумовлене назвою X . Необмежена звичайна змінна $u \in$ базовою для X . Рівняння призначення для X має вигляд $x = u : R(X)$ і показує, що елементу x призначається значення u з урахуванням обмеження $R(X)$. Той ступінь, з яким задовольняється дана рівність будемо називати сумісністю значення u з $R(X)$ і позначатимемо її через $c(u)$. За визначенням $c(u) = \mu_{R(X)}(u)$, $u \in U$, де $\mu_{R(X)}(u)$ - ступінь належності u обмеженню $R(X)$.

При неформальному описі поняття лінгвістичної змінної було сформульовано, що лінгвістична змінна відрізняється від числової тим, що її значеннями є не числа, а слова чи речення у натуральній чи формальній мові.

Важливим аспектом розуміння лінгвістичної змінної є те, що ця змінна більш високого порядку ніж нечітка змінна, в тому сенсі, що значеннями

лінгвістичної змінної є нечіткі змінні. Наприклад, значеннями лінгвістичної змінної “вік” можуть бути: “молодий”, “не молодий”, “дуже молодий”, “цілком молодий”, “старий”, “не дуже старий і не дуже молодий” і так далі. Кожне з цих значень є назвою нечіткої змінної. Якщо X – назва нечіткої змінної, то обмеження, обумовлене цією назвою, можна інтерпретувати як сенс нечіткої змінної X . Тобто, якщо обмеження, обумовлене нечіткою змінною “старий”, представляє собою нечітку підмножину множини $U = [0, 100]$ вигляду:

$$R(\text{старий}) = \int_{50}^{100} (1 + (\frac{u-50}{5})^{-2})^{-1} / u, \quad u \in U; \quad (1.5)$$

то цю нечітку множину можна вважати сенсом нечіткої змінної “старий”. На малюнку ми бачимо функцію сумісності для значень “старий” та “дуже старий”.

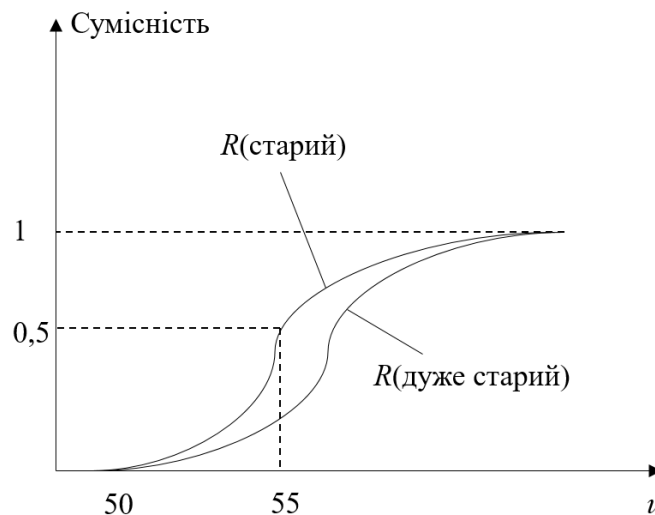


Рис. 3. Приклад функції сумісності

Інший важливий аспект, який допоможе зрозуміти поняття лінгвістичної змінної, полягає в тому, що лінгвістичній змінній відповідають два правила:

- 1) Синтаксичне правило, яке може бути задане у формі граматики, що породжує назви значень змінної;
- 2) Семантичне правило, яке визначає алгоритмічну процедуру для вирахування змісту кожного значення.

Ці правила становлять суттєву частину опису структури лінгвістичної змінної. Перш за все саме семантичне правило відрізняє лінгвістичну змінну від більш розповсюдженого поняття синтаксичної змінної.

Тепер наведемо формальне означення лінгвістичної змінної [12]. Формально лінгвістична змінна описується набором $(X, T(X), U, G, M)$, де X – назва цієї змінної, $T(X)$ – терм-множина X , тобто сукупність її лінгвістичних значень, U – універсальна множина (універсум), G – синтаксичне правило, що породжує терми множини $T(X)$, M – семантичне правило, яке кожному лінгвістичному значенню X ставить і відповідність його сенс $M(X)$, причому $M(X)$ позначає нечітку підмножину множини U . Конкретна назва X , що породжується синтаксичним правилом G , називається термом. Терм, що складається з одного слова або декількох слів, що завжди фігурують одне з одним, називається атомарним термом. Терм, що складається з одного слова або більше атомарних термів, називається складеним термом. Об'єднання декількох компонент складеного терма називається підтермом. Якщо X_1, X_2, \dots - терми в T , то T можна представити у вигляді об'єднання $T = X_1 + X_2 + \dots$. Якщо необхідно явно вказати, що T був породжений граматикою G , то ми позначатимемо це як $T(G)$.

Сенс лінгвістичного значення X характеризується функцією сумісності $c:U \rightarrow [0; 1]$, яка кожному елементу $u \in U$ ставить у відповідність значення сумісності цього елемента з X . Наприклад, сумісність віку 27 років зі значенням “молодий” може становити 0,7, а віку 35 років – 0,2. Призначення семантичного правила – зв'язати сумісності так званих первинних термів у змістовному лінгвістичному значенні з сумісністю змістовного значення, наприклад первинних термів “молодий” і “старий” у змістовному лінгвістичному значенні “не дуже молодий” і “не дуже старий”.

Тепер розглянемо поняття лінгвістичної змінної на прикладі. Будемо розглядати лінгвістичну змінну “вік”. Тобто $X = \text{“вік”}$ і нехай $U = [0, 100]$.

Лінгвістичними значеннями змінної “вік” можуть бути, наприклад, “старий”, причому значення “старий” є атомарним термом. Іншим значенням може бути “дуже старий”, тобто складений терм, в якому “старий” – атомарний терм, а “дуже” і “старий” – підтерми. Значення “більш-менш молодий” змінної “вік” – складений терм, у якому терм “молодий” – атомарний, а “більш-менш” – підтерм. Терм-множину змінної “вік” можна записати наступним чином: $T(\text{вік}) = \text{старий} + \text{дуже старий} + \text{не старий} + \text{більш-менш молодий} + \text{цілком молодий} + \text{не дуже старий} + \text{не дуже молодий} + \dots$

Тут кожен терм є назвою нечіткої змінної в універсумі $U = [0, 100]$. Обмеження, обумовлене термом, наприклад, $R(\text{старий})$, є сенсом лінгвістичного значення “старий”. Таким чином, якщо $R(\text{старий})$ визначається відповідно до (1.5), то сенс логістичного значення “старий” визначається виразом:

$$M(\text{старий}) = \int_{50}^{100} \left(1 + \left(\frac{u-50}{5}\right)^{-2}\right)^{-1} / u, \quad u \in U. \text{ Рівняння призначення у випадку}$$

лінгвістичної змінної приймає вигляд: $X = \text{терм в } T(X) = \text{назва}$, породжена граматиною G , звідки випливає, що сенс, призначений терму X , виражається рівнянням $M(X) = R(\text{терм в } T(X))$. Іншими словами, сенс терму X визначається шляхом застосування семантичного правила M до значення терму X .

РОЗДІЛ 2. ЗАДАЧА КЕРУВАННЯ ЗМІШУВАЧЕМ З НЕЧІТКИМИ ІНТЕРВАЛЬНИМИ ВХІДНИМИ ПАРАМЕТРАМИ ТИПУ-2

2.1 Алгоритм нечіткого логічного виводу Мамдані

Оскільки в даній роботі будуть розглядатися задачі керування технічними системами, має сенс розглянути алгоритм нечіткого логічного виводу, який називається алгоритмом Мамдані [13]. Задача полягає в тому, що по заданим значенням факторів x_1, x_2, \dots, x_n , які являють собою вхідні змінні, необхідно визначити значення показника y , тобто значення нашої вихідної змінної. Саме для розв'язку такої задачі і використовується алгоритм Мамдані. Який має наступний вигляд:

1) Формування бази правил. База правил – це сукупність правил, де кожному заключенню поставлено у відповідність певний ваговий коефіцієнт. Кожне правило представляється у вигляді: Якщо A , то B , де A – умова, а B – заключення;

2) Фазифікація вхідних змінних. Фазифікація – це перетворення деякої чіткої множини в нечітку. Тобто на цьому етапі відбувається встановлення відповідності між конкретним значенням вхідних змінних і значенням її терму, разом з функцією належності;

3) Агрегування умов. Деякі правила можуть мати складені умови, тобто містити в собі підумови, зв'язані між собою за допомогою логічної операції “і”. Метою цього етапу є визначення ступеню істинності умов для кожного правила системи нечіткого виводу. Інакше кажучи, для кожної умови знаходимо мінімальне значення істинності всіх його підумов;

4) Активізація підзаключень. На цьому етапі відбувається перехід від умов до підзаключень. Тобто визначається ступінь істинності (належності до відповідних термів) змінних, які стоять в заключеннях правил;

5) Акумуляція заключень. Метою даного етапу є отримання нечіткої множини або їх об'єднання для кожної з вихідних змінних.

6) Дефазифікація вихідних змінних. Дефазифікація – це процедура перетворення нечіткої множини в чітке число. Мета етапу дефазифікації полягає в тому, щоб отримати кількісне значення для кожної з лінгвістичних змінних.

Дамо більш формальне означення бази знань. Нехай маємо набір факторів $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, що є лінгвістичними змінними, і маємо показник y , який також є лінгвістичною змінною. Тоді нечіткою базою знань щодо впливу набору факторів на показник y називається сукупність логічних тверджень вигляду:

$$\text{ЯКЩО } (x_1 = a_1^{j_1}) \text{ I } (x_2 = a_2^{j_2}) \text{ I } \dots \text{ I } (x_n = a_n^{j_1})$$

$$\text{АБО } (x_1 = a_1^{j_2}) \text{ I } (x_2 = a_2^{j_2}) \text{ I } \dots \text{ I } (x_n = a_n^{j_2})$$

АБО

...

$$\text{АБО } (x_1 = a_1^{j_l}) \text{ I } (x_2 = a_2^{j_l}) \text{ I } \dots \text{ I } (x_n = a_n^{j_l}),$$

$$\text{ТО } y = d_l,$$

де $l = 1, 2, \dots, m$, $a_i^{j_p}$ - терм, за допомогою якого оцінюється змінна x_i у рядку з номером j_p ($p = 1, 2, \dots, k_l$); k_l - кількість рядків-кон'юнкцій, у яких вивід y оцінюється термом d_l ; m – кількість термів, що використовуються для лінгвістичної оцінки вихідного параметра y за допомогою операцій кон'юнкції та диз'юнкції. У компактному вигляді наведена вище база знань матиме наступний

$$\text{вигляд: } \bigvee_{p=1}^{k_l} \left[\bigwedge_{i=1}^n (x_i = a_i^{j_p}) \right] \rightarrow y = d_l, \quad l = 1, 2, \dots, m.$$

Тепер формально з'ясуємо що являє собою нечіткий логічний вивід. Нечітким логічним виводом називається апроксимація залежності значень показника y (вихідної змінної) від значень факторів x_1, x_2, \dots, x_n (вхідних змінних) використовуючи нечітку базу знань і операції над нечіткими множинами.

Нехай $\mu^{j_p}(x_i)$ - функція приналежності вхідного параметру x_i терму $a_i^{j_p}$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j_p = 1, 2, \dots, m_i$, m_i - кількість різних термів лінгвістичної змінної x_i , тобто: $a_i^{j_p} = \int_{\underline{x}_i}^{\bar{x}_i} \frac{\mu^{j_p}(x_i)}{x_i}$, де \underline{x}_i - мінімальне, а \bar{x}_i - максимальне значення вхідної змінної.

Нехай $\mu^{d_l}(y)$ - функція належності вихідної змінної y терму d_l , $l = 1, 2, \dots, m$: $d_l = \int_{\underline{y}}^{\bar{y}} \frac{\mu^{d_l}(y)}{y}$, де \underline{y} - мінімальне, а \bar{y} - максимальне значення вхідної змінної x_i .

Тоді ступінь впевненості, що при векторі значень вхідних змінних $x^* = (x^*_1, x^*_2, \dots, x^*_n)$ значення вихідної змінної y належатиме терму d_l , визначається за наступною формулою: $\mu_{d_l}(x^*) = \bigvee_{p=1}^{k_l} \bigwedge_{i=1}^n [\mu^{j_p}(x^*_i)]$, де $l = 1, 2, \dots, m$, \bigvee - операція мінімуму, а \bigwedge - операція максимуму.

Тоді нечітка множина $\hat{y}(x^*)$, яку ми отримуємо на виході при вхідному векторі x^* , визначається наступним чином: $\hat{y}(x^*) = \bigcup_{l=1}^m \int_{\underline{y}^*}^{\bar{y}^*} \min\{\mu_{d_l}(x^*), \mu^{d_l}(y)\} / y$, де \bigcup - операція об'єднання нечітких множин, \bar{y}^* - мінімальне, а \underline{y}^* - максимальне значення у нечіткій множині $\hat{y}(x^*)$, що відповідає вхідному вектору x^* .

Чітке значення вихідної змінної y , що відповідає вхідному вектору x^* , визначається внаслідок дефазифікації нечіткої множини $\hat{y}(x^*)$.

2.2 Підхід до розв'язання задачі керування змішувачем з параметрами у формі нечітких чисел типу-2

В цьому підрозділі розглядається алгоритм розв'язання задачі нечіткого керування технічною системою з двома входами з використанням нечітких інтервальних чисел типу-2. Алгоритм розглядається на прикладі задачі керування двох потоків повітря кондиціонеру. тому перейдемо до її постановки.

Постановка задачі. Розглянемо випадок інтелектуальної системи кондиціонування салону автомобіля з голосовим керуванням. Під час водіння автомобіля дуже незручно та небезпечно відволікатися від дороги, щоб вручну налаштувати роботу кондиціонера для комфортної їзди. Набагато легше та швидше буде застосовувати голосові команди, які визначають як сильно охолодити чи нагріти салон та з якою швидкістю це необхідно зробити.

При роботі кондиціонера використовуються два потоки повітря: один з яких передає зовнішнє повітря, а інший зовнішнє повітря, яке охолоджене чи нагріте. Найкомфортнішим для людини є повітря певної температури. В реальному житті температура повітря в салоні ніколи не є постійною, а завжди змінюється. Тому виникає потреба в тому, щоб створити інтелектуальну систему керування кондиціонування з голосовим керуванням. Отримуючи голосову команду, пристрій повертає вентилі в трубах з потоками повітря відповідним чином. Що стосується труби з адаптованим повітрям, то певні голосові команди (які будуть наведені нижче) призводять до повороту вентиля в трубі за годинниковою стрілкою, що в свою чергу призводить до нагрівання зовнішнього повітря або до повороту вентиля труби проти годинникової стрілки, що призводить до охолодження зовнішнього повітря. Щодо труби з зовнішнім повітрям, то певні команди також призводять до повороту вентиля за годинниковою стрілкою (призводить до зменшення об'єму повітря, що подається) або проти годинникової стрілки (призводить до збільшення об'єму повітря, що подається). Також варто зазначити, що на початку задачі вентиль, що

відповідає за зовнішнє повітря, закручений впритул вправо, а вентиль, що відповідає за адаптоване повітря перебуває у положенні “на дванадцятую годину”. Задача полягатиме в тому, щоб, знаючи початкову температуру повітря в приміщенні, час, за який необхідно охолодити чи нагріти приміщення, потрібно буде визначити на який кут φ_1 системі необхідно буде відкрити вентиль труби з зовнішнім повітрям та на який кут φ_2 потрібно відкрити вентиль труби з адаптованим повітрям, щоб зробити температуру повітря в салоні комфортною для їзди.

У якості вхідних змінних ми маємо лінгвістичну змінну “температура повітря”. Для неї маємо наступні терми: “холодне”, “не дуже холодне”, “тепле”, “не дуже гаряче”, “гаряче”. Також маємо лінгвістичну змінну “швидкість наповнення”, з термами “повільно”, “не дуже повільно”, “не дуже швидко”, “швидко”, “дуже швидко”. Терми лінгвістичних змінних “температура повітря” та “швидкість наповнення” будуть формалізуватись нечіткими інтервальними трикутними числами типу-2. Ці числа будуть визначені на універсальній множині різних значень температур $[t_1^{\circ}C; t_2^{\circ}C]$ та на множині різних значень часу $[\tau_1 \text{ хв}; \tau_2 \text{ хв}]$. Значення лінгвістичних змінних будемо формалізувати перфектними інтервальними нечіткими числами типу-2 [14], тобто це такі інтервальні числа, у яких верхня і нижня функції належності є нормальними (тобто $\sup_{z \in R} \mu_{\bar{A}}(z) = \sup_{z \in R} \mu_{\underline{A}}(z) = 1$). Для лінгвістичної змінної “температура повітря” задаємо наше число наступним чином: $\tilde{a}_i = (\underline{a}_i, \bar{a}_i) = ((\underline{\underline{a}}_i, \underline{a}_i, \hat{a}_i), (\bar{a}_i, \bar{a}_i, \bar{\bar{a}}_i))$, де \underline{a}_i та \bar{a}_i - відповідно, “нижній” та “верхній” інтервали нечіткого трикутного числа типу-2, $\mu_{\underline{a}_i}(z_i)$ та $\mu_{\bar{a}_i}(z_i)$ - функції належності числа, відповідно, до нижнього та верхнього інтервалів. Для лінгвістичної змінної “швидкість наповнення” задаємо наше число наступним чином: $\tilde{\tau}_i = (\underline{\tau}_i, \bar{\tau}_i) = ((\underline{\underline{\tau}}_i, \underline{\tau}_i, \hat{\tau}_i), (\bar{\tau}_i, \bar{\tau}_i, \bar{\bar{\tau}}_i))$, де $\underline{\tau}_i$ та $\bar{\tau}_i$ - відповідно, “нижній” та “верхній” інтервали нечіткого трикутного числа типу-2,

$\mu_{z_i}(z_k)$ та $\mu_{\tau_k}^-(z_k)$ - функції належності числа, відповідно, до нижнього та верхнього інтервалів.

Далі розглянемо вигляд цих функцій належності.

“Нижня” функція належності лінгвістичної змінної “температура повітря” приймає наступний вигляд:

$$\mu_{\underline{a}_i}(z_i) = \begin{cases} \frac{z_i - \underline{\bar{a}}_i}{\underline{a}_i - \underline{\bar{a}}_i}, & z_i \in [\underline{\bar{a}}_i, \underline{a}_i]; \\ \frac{\underline{\hat{a}}_i - z_i}{\underline{\hat{a}}_i - \underline{a}_i}, & z_i \in [\underline{a}_i, \underline{\hat{a}}_i]; \\ 0, & z_i \notin (\underline{\bar{a}}_i, \underline{\hat{a}}_i); \end{cases} \quad (2.1)$$

$z_i \in R$. А її “верхня” функція належності в свою чергу може задаватися наступною формулою:

$$\mu_{\bar{a}_i}(z_i) = \begin{cases} \frac{z_i - \bar{\underline{a}}_i}{\bar{a}_i - \bar{\underline{a}}_i}, & z_i \in [\bar{\underline{a}}_i, \bar{a}_i]; \\ \frac{\bar{\hat{a}}_i - z_i}{\bar{\hat{a}}_i - \bar{a}_i}, & z_i \in [\bar{a}_i, \bar{\hat{a}}_i]; \\ 0 & z_i \notin (\bar{\underline{a}}_i, \bar{\hat{a}}_i); \end{cases} \quad (2.2)$$

$z_i \in R$.

Що ж стосується лінгвістичної змінної “швидкість наповнення”, то її “нижня” функція належності приймає вигляд:

$$\mu_{\underline{\tau}_k}(z_i) = \begin{cases} \frac{z_i - \underline{\bar{\tau}}_k}{\underline{\tau}_k - \underline{\bar{\tau}}_k}, & z_i \in [\underline{\bar{\tau}}_k, \underline{\tau}_k]; \\ \frac{\underline{\hat{\tau}}_k - z_i}{\underline{\hat{\tau}}_k - \underline{\tau}_k}, & z_i \in [\underline{\tau}_k, \underline{\hat{\tau}}_k]; \\ 0, & z_i \notin (\underline{\bar{\tau}}_k, \underline{\hat{\tau}}_k); \end{cases} \quad (2.3)$$

$z_i \in R$. А її “верхня” функція належності в свою чергу може задаватися наступною формулою:

$$\mu_{\tau_k}(z_i) = \begin{cases} \frac{z_i - \bar{\tau}_k}{\tau_k - \bar{\tau}_k}, & z_i \in [\bar{\tau}_k, \bar{\tau}_k]; \\ \frac{\bar{\tau}_k - z_i}{\bar{\tau}_k - \tau_k}, & z_i \in [\tau_k, \bar{\tau}_k]; \\ 0 & z_i \notin (\bar{\tau}_k, \bar{\tau}_k); \end{cases} \quad (2.4)$$

$z_i \in R$.

Крім зазначених вище, матимемо ще ряд чітких вхідних змінних:

$t^{\circ C}$ - поточна температура повітря в салоні;

τ_{xv} - час, за який нам необхідно зробити температуру у салоні комфортною.

У якості вихідних змінних, тобто показника, будемо розглядати лінгвістичні змінні “зовнішнє повітря” з термами “не чіпати”, “трохи відкрити”, “не дуже сильно відкрити”, “сильно відкрити”, “повністю відкрити” та “адаптоване повітря” з термами “не чіпати”, “трохи вліво”, “сильно вліво”, “трохи вправо”, “сильно вправо”. Ці терми також будуть формалізуватися нечіткими трикутними числами типу-2, які є визначеними на універсальній множині значень кутів повороту ручки – інтервал $[v; w]$. Нехай кут повороту вентиля з зовнішнім повітрям буде позначено літерою φ_1 , а кут повороту вентиля з охолодженим повітрям - φ_2 . Лінгвістичні змінні “зовнішнє повітря” та “адаптоване повітря” також будемо формалізувати перфектними інтервальними нечіткими числами типу-2. Задаємо ці числа наступним чином, відповідно: $\tilde{b}_{1j} = (\underline{b}_{1j}, \bar{b}_{1j}) = ((\underline{\tilde{b}}_{1j}, \underline{b}_{1j}, \hat{b}_{1j}), (\bar{b}_{1j}, \bar{b}_{1j}, \bar{\tilde{b}}_{1j}))$, де \underline{b}_{1j} та \bar{b}_{1j} - відповідно, “нижній” та “верхній” інтервали нечіткого трикутного числа типу-2, $\mu_{\tilde{b}_{1j}}(z_i)$ та

$\mu_{\bar{b}_{1j}}(z_i)$ - функції належності числа, відповідно, до нижнього та верхнього інтервалів; $\tilde{b}_{2j} = (\underline{b}_{2j}, \bar{b}_{2j}) = ((\underline{\tilde{b}}_{2j}, \underline{b}_{2j}, \underline{\hat{b}}_{2j}), (\bar{\tilde{b}}_{2j}, \bar{b}_{2j}, \bar{\hat{b}}_{2j}))$, де \underline{b}_{2j} та \bar{b}_{2j} - відповідно, “нижній” та “верхній” інтервали нечіткого трикутного числа типу-2, $\mu_{\underline{b}_{2j}}(z_i)$ та $\mu_{\bar{b}_{2j}}(z_i)$ - функції належності числа, відповідно, до нижнього та верхнього інтервалів.

Далі розглянемо вигляд цих функцій належності.

“Нижня” функція належності для лінгвістичної змінної “зовнішнє повітря” приймає наступний вигляд:

$$\mu_{\underline{b}_{1j}}(z_i) = \begin{cases} \frac{z_i - \underline{\tilde{b}}_{1j}}{\underline{b}_{1j} - \underline{\tilde{b}}_{1j}}, & z_i \in [\underline{\tilde{b}}_{1j}, \underline{b}_{1j}]; \\ \frac{\underline{\hat{b}}_{1j} - z_i}{\underline{\hat{b}}_{1j} - \underline{b}_{1j}}, & z_i \in [\underline{b}_{1j}, \underline{\hat{b}}_{1j}]; \\ 0, & z_i \notin (\underline{\tilde{b}}_{1j}, \underline{\hat{b}}_{1j}); \end{cases} \quad (2.5)$$

$z_i \in R$. А її “верхня” функція належності в свою чергу може задаватися наступною формулою:

$$\mu_{\bar{b}_{1j}}(z_i) = \begin{cases} \frac{z_i - \bar{\tilde{b}}_{1j}}{\bar{b}_{1j} - \bar{\tilde{b}}_{1j}}, & z_i \in [\bar{\tilde{b}}_{1j}, \bar{b}_{1j}]; \\ \frac{\bar{\hat{b}}_{1j} - z_i}{\bar{\hat{b}}_{1j} - \bar{b}_{1j}}, & z_i \in [\bar{b}_{1j}, \bar{\hat{b}}_{1j}]; \\ 0 & z_i \notin (\bar{\tilde{b}}_{1j}, \bar{\hat{b}}_{1j}); \end{cases} \quad (2.6)$$

$z_i \in R$.

“Нижня” функція належності для лінгвістичної змінної “адаптоване повітря” приймає наступний вигляд:

$$\mu_{\underline{b}_{2j}}(z_i) = \begin{cases} \frac{z_i - \underline{\bar{b}}_{2j}}{\underline{b}_{2j} - \underline{\bar{b}}_{2j}}, & z_i \in [\underline{\bar{b}}_{2j}, \underline{b}_{2j}]; \\ \frac{\underline{\bar{b}}_{2j} - z_i}{\underline{\bar{b}}_{2j} - \underline{b}_{2j}}, & z_i \in [\underline{b}_{2j}, \underline{\bar{b}}_{2j}]; \\ 0, & z_i \notin (\underline{\bar{b}}_{2j}, \underline{b}_{2j}); \end{cases} \quad (2.7)$$

$z_i \in R$. А її “верхня” функція належності в свою чергу може задаватися наступною формулою:

$$\mu_{\bar{b}_{2j}}(z_i) = \begin{cases} \frac{z_i - \bar{\underline{b}}_{2j}}{\bar{b}_{2j} - \bar{\underline{b}}_{2j}}, & z_i \in [\bar{\underline{b}}_{2j}, \bar{b}_{2j}]; \\ \frac{\bar{\underline{b}}_{2j} - z_i}{\bar{\underline{b}}_{2j} - \bar{b}_{2j}}, & z_i \in [\bar{b}_{2j}, \bar{\underline{b}}_{2j}]; \\ 0 & z_i \notin (\bar{\underline{b}}_{2j}, \bar{b}_{2j}); \end{cases} \quad (2.8)$$

$z_i \in R$. Розв’язання поставленої задачі починається з того, що необхідно сформулювати базу правил, яка в нашому випадку матиме наступний вигляд:

1. Якщо система отримує голосову команду “Повітря гаряче. Повільно охолоди салон”, то вона має не дуже сильно відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та трохи вліво відкрити вентиль з охолодженим повітрям;

2. Якщо система отримує голосову команду “Повітря гаряче. Не дуже повільно охолоди салон”, то вона має трохи відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та трохи вліво відкрити вентиль з охолодженим повітрям;

3. Якщо система отримує голосову команду “Повітря гаряче. Не дуже швидко охолоди приміщення”, то вона має не чіпати вентиль з зовнішнім повітрям та трохи вліво відкрити вентиль з охолодженим повітрям;

4. Якщо система отримує голосову команду “Повітря гаряче. Швидко охолоди салон”, то вона має трохи відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та сильно вліво відкрити вентиль з охолодженим повітрям;

5. Якщо система отримує голосову команду “Повітря гаряче. Дуже швидко охолоди салон”, то вона має не відкривати вентиль з зовнішнім повітрям та сильно вліво відкрити вентиль з охолодженим повітрям;

6. Якщо система отримує голосову команду “Повітря не дуже гаряче. Повільно охолоди салон”, то вона має сильно відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та трохи вліво відкрити вентиль з охолодженим повітрям;

7. Якщо система отримує голосову команду “Повітря не дуже гаряче. Не дуже повільно охолоди салон”, то вона має не дуже сильно відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та трохи вліво відкрити вентиль з охолодженим повітрям;

8. Якщо система отримує голосову команду “Повітря не дуже гаряче. Не дуже швидко охолоди салон”, то вона має трохи відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та трохи вліво відкрити вентиль з охолодженим повітрям;

9. Якщо система отримує голосову команду “Повітря не дуже гаряче. Швидко охолоди салон”, то вона сильно не відкривати вентиль з зовнішнім повітрям та трохи вліво відкрити вентиль з охолодженим повітрям;

10. Якщо система отримує голосову команду “Повітря не дуже гаряче. Дуже швидко охолоди салон”, то вона має не відкривати вентиль з зовнішнім повітрям та сильно вліво відкрити вентиль з охолодженим повітрям;

11. Якщо система отримує голосову команду “Повітря тепле. Повільно освіжи повітря в салоні”, то вона має трохи відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та трохи вліво відкрити вентиль з охолодженим повітрям;

12. Якщо система отримує голосову команду “Повітря тепле. Не дуже повільно освіжи повітря в салоні”, то вона має трохи відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та не чіпати вентиль з адаптованим повітрям;

13. Якщо система отримує голосову команду “Повітря тепле. Не дуже швидко освіжи повітря в салон”, то вона має не дуже сильно відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та не чіпати вентиль з адаптованим повітрям;

14. Якщо система отримує голосову команду “Повітря тепле. Швидко освіжи повітря в салоні”, то вона має сильно відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та не чіпати вентиль з адаптованим повітрям;

15. Якщо система отримує голосову команду “Повітря тепле. Дуже швидко освіжи повітря в салоні”, то вона має повністю відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та не чіпати вентиль з адаптованим повітрям;

16. Якщо система отримує голосову команду “Повітря не дуже тепле. Повільно нагрій салон”, то вона має сильно відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та сильно вправо відкрити вентиль з нагрітим повітрям;

17. Якщо система отримує голосову команду “Повітря не дуже тепле. Не дуже повільно нагрій салон”, то вона має не дуже сильно відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та сильно вправо відкрити вентиль з нагрітим повітрям;

18. Якщо система отримує голосову команду “Повітря не дуже тепле. Не дуже швидко нагрій салон”, то вона має трохи відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та трохи вправо відкрити вентиль з нагрітим повітрям;

19. Якщо система отримує голосову команду “Повітря не дуже тепле. Швидко нагрій салон”, то вона має не чіпати вентиль з зовнішнім повітрям та трохи вправо відкрити вентиль з нагрітим повітрям;

20. Якщо система отримує голосову команду “Повітря не дуже тепле. Дуже швидко нагрій салон”, то вона має не чіпати вентиль з зовнішнім повітрям та сильно вправо відкрити вентиль з нагрітим повітрям;

21. Якщо система отримує голосову команду “Повітря холодне. Повільно нагрій салон”, то вона має не дуже сильно відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та відкрити вентиль з нагрітим повітрям трохи вправо;

22. Якщо система отримує голосову команду “Повітря холодне. Не дуже повільно нагрій салон”, то вона має відкрити вентиль з зовнішнім повітрям трохи вліво та трохи вправо відкрити вентиль з нагрітим повітрям;

23. Якщо система отримує голосову команду “Повітря холодне. Не дуже швидко нагрій салон”, то вона має не чіпати вентиль з зовнішнім повітрям та відкрити вентиль з нагрітим повітрям трохи вправо;

24. Якщо система отримує голосову команду “Повітря холодне. Швидко нагрій салон”, то вона має трохи вліво відкрити вентиль з зовнішнім повітрям та сильно вправо відкрити вентиль з нагрітим повітрям;

25. Якщо система отримує голосову команду “Повітря холодне. Дуже швидко нагрій салон”, то вона має не чіпати вентиль з зовнішнім повітрям та сильно вправо відкрити вентиль з нагрітим повітрям;

Далі введемо необхідні нам позначення. Нехай A – лінгвістична змінна “температура води”, B_1 – лінгвістична змінна “зовнішнє повітря”, B_2 – лінгвістична змінна “адаптоване повітря”, C – лінгвістична змінна “швидкість наповнення”. І поставимо у відповідність нашим лінгвістичним змінним наявні терми: терм A_1 – холодне, терм A_2 – не дуже холодне, терм A_3 – тепле, терм A_4 – не дуже гаряче, терм A_5 – гаряче; терм B_{11} – не чіпати, терм B_{12} – трохи відкрити, терм B_{13} – не дуже сильно відкрити, терм B_{14} – сильно відкрити, терм B_{15} – повністю відкрити; терм B_{21} – сильно вліво, терм B_{22} – трохи вліво, терм B_{23} – не чіпати, терм B_{24} – трохи вправо, терм B_{25} – сильно вправо; терм C_1 – повільно, C_2 – не дуже повільно, C_3 – не дуже швидко, C_4 – швидко, C_5 – дуже швидко.

Для зручності сформуємо базу правил, використовуючи наші введені позначення:

1. Якщо A_5 та C_1 , то B_{13} та B_{22} ;
2. Якщо A_5 та C_2 , то B_{12} та B_{22} ;
3. Якщо A_5 та C_3 , то B_{11} та B_{22} ;
4. Якщо A_5 та C_4 , то B_{12} та B_{21} ;
5. Якщо A_5 та C_5 , то B_{11} та B_{21} ;
6. Якщо A_4 та C_1 , то B_{14} та B_{22} ;
7. Якщо A_4 та C_2 , то B_{13} та B_{22} ;
8. Якщо A_4 та C_3 , то B_{12} та B_{22} ;
9. Якщо A_4 та C_4 , то B_{11} та B_{22} ;
10. Якщо A_4 та C_5 , то B_{11} та B_{21} ;
11. Якщо A_3 та C_1 , то B_{11} та B_{22} ;
12. Якщо A_3 та C_2 , то B_{12} та B_{23} ;
13. Якщо A_3 та C_3 , то B_{13} та B_{23} ;
14. Якщо A_3 та C_4 , то B_{14} та B_{23} ;
15. Якщо A_3 та C_5 , то B_{15} та B_{23} ;
16. Якщо A_2 та C_1 , то B_{14} та B_{24} ;
17. Якщо A_2 та C_2 , то B_{13} та B_{24} ;
18. Якщо A_2 та C_3 , то B_{12} та B_{24} ;
19. Якщо A_2 та C_4 , то B_{11} та B_{24} ;
20. Якщо A_2 та C_5 , то B_{11} та B_{25} ;
21. Якщо A_1 та C_1 , то B_{13} та B_{24} ;
22. Якщо A_1 та C_2 , то B_{12} та B_{24} ;
23. Якщо A_1 та C_3 , то B_{11} та B_{24} ;

24. Якщо A_1 та C_4 , то B_{12} та B_{25} ;

25. Якщо A_1 та C_5 , то B_{11} та B_{25} ;

Після цього ми обраховуємо значення функцій належності для нашої заданої температури повітря ($t^\circ C$) та часу, за який ми хочемо змінити температуру повітря на комфортну (τ хв). Для цього ми підставляємо значення нашого параметра x у формули (2.1) – (2.2), а значення параметру τ у формули (2.3) – (2.4). Тобто нам необхідно знайти $\mu_{\underline{a_i}}(t)$, $\mu_{\overline{a_i}}(t)$, $\mu_{\underline{\tau_k}}(\tau)$, $\mu_{\overline{\tau_k}}(\tau)$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$, $k = 1, 2, 3, 4, 5$.

Далі, користуючись складеною базою знань, вказуємо значення функцій належності лінгвістичної змінної “зовнішнє повітря” та “адаптоване повітря” що відповідають ненульовим значенням парам $\mu_{\underline{a_i}}(t) \wedge \mu_{\underline{\tau_k}}(\tau)$, $\mu_{\overline{a_i}}(t) \wedge \mu_{\overline{\tau_k}}(\tau)$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$, $k = 1, 2, 3, 4, 5$. Тобто нам необхідно скласти п’ятдесят кон’юнкцій, відповідно до бази знань: 25 пар для “нижньої” функції належності, 25 для “верхньої” і виділити із них ненульові. Тобто ми знаходимо ненульові пари $\mu_{\underline{b_{1j}}}(t \wedge \tau) \wedge \mu_{\underline{b_{2j}}}(t \wedge \tau)$, $\mu_{\overline{b_{1j}}}(t \wedge \tau) \wedge \mu_{\overline{b_{2j}}}(t \wedge \tau)$, $j = 1, 2, 3, 4, 5$.

Після цього, розбиваємо ці пари на окремі елементи та, користуючись формулами (2.5) – (2.8), знаходимо значення функцій належності $\mu_{\underline{b_{1j}}}(x)$, $\mu_{\overline{b_{1j}}}(x)$, $\mu_{\underline{b_{2j}}}(x)$, $\mu_{\overline{b_{2j}}}(x)$, $j = 1, 2, 3, 4, 5$, при значеннях аргументу, що змінюється з кроком d , який задається користувачем. Тобто необхідно вирахувати наступні значення:

$$\forall \mu_{\underline{b_{1j}}}(t \wedge \tau) \wedge \mu_{\underline{b_{2j}}}(t \wedge \tau) \neq 0, \mu_{\overline{b_{1j}}}(t \wedge \tau) \wedge \mu_{\overline{b_{2j}}}(t \wedge \tau) \neq 0:$$

$$\mu_{\underline{b_{1j}}}(\varphi_u), \mu_{\overline{b_{1j}}}(\varphi_u), \mu_{\underline{b_{2j}}}(\varphi_u), \mu_{\overline{b_{2j}}}(\varphi_u), \varphi_u = v + d \cdot u, u = \overline{1}, s, s = \frac{w-v}{d}, j = \overline{1}, 5;$$

Після цього визначаємо значення змінної “зовнішнє повітря” та “адаптоване повітря”, при заданій температурі повітря $t^\circ C$ та часу τ хв, за який хочемо змінити температуру. Для цього введемо наступні позначення для змінної

“зовнішнє повітря”: $\mu_{\underline{C}_{1l}}(t \wedge \tau, \varphi_1)$ - “нижня” функція належності, а $\mu_{\overline{C}_{1l}}(t \wedge \tau, \varphi_1)$ - відповідно “верхня” функція належності; для змінної “адаптоване повітря”: $\mu_{\underline{C}_{2l}}(t \wedge \tau, \varphi_2)$ - “нижня” функція належності, а $\mu_{\overline{C}_{2l}}(t \wedge \tau, \varphi_2)$ - відповідно “верхня” функція належності. Наведені формули по суті означають нечітке висловлювання “Якщо (значення терму A_i становить t), (значення терму C_k становить τ), то (значення терму B_{1j} становить φ_1), (значення терму B_{2j} становить φ_2)”. Тоді маємо:

$$\begin{aligned}
 \mu_{\underline{C}_{1u}}(t \wedge \tau, \varphi_u) &= \min\{\mu_{\underline{A}_i}(t) \wedge \mu_{\underline{C}_k}(\tau), \mu_{\underline{B}_{1j}}(\varphi_u)\}; \\
 \mu_{\overline{C}_{1u}}(t \wedge \tau, \varphi_u) &= \min\{\mu_{\overline{A}_i}(t) \wedge \mu_{\overline{C}_k}(\tau), \mu_{\overline{B}_{1j}}(\varphi_u)\}; \\
 \mu_{\underline{C}_{2u}}(t \wedge \tau, \varphi_u) &= \min\{\mu_{\underline{A}_i}(t) \wedge \mu_{\underline{C}_k}(\tau), \mu_{\underline{B}_{2j}}(\varphi_u)\}; \\
 \mu_{\overline{C}_{2u}}(t \wedge \tau, \varphi_u) &= \min\{\mu_{\overline{A}_i}(t) \wedge \mu_{\overline{C}_k}(\tau), \mu_{\overline{B}_{2j}}(\varphi_u)\};
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Крім того наведені вище функції належності ми знаходимо лише для термів $B_{1j}, B_{2j}, j = \overline{1,5}$, функції належності яких для заданого $t^\circ C$ не є нульовими.

Після цього нам необхідно визначити максимальне значення серед значень функцій належності, що наведені вище. Для труби з зовнішнім повітрям позначимо цей максимум як $\mu_{1u}(t \wedge \tau, \varphi_u)$, а для труби з адаптованим повітрям – $\mu_{2u}(t \wedge \tau, \varphi_u)$. Це будуть функції належності лінгвістичних змінних “зовнішнє повітря”, “адаптоване повітря” при умові, що значенням змінної “температура води” є значення температури, що рівне t , а значенням змінної “швидкість наповнення” є час, за який нам необхідно змінити температуру повітря τ хв :

$$\begin{aligned}
 \mu_{1u}(t \wedge \tau, \varphi_u) &= \max_u\{\mu_{\underline{C}_{1u}}(t \wedge \tau, \varphi_u), \mu_{\overline{C}_{1u}}(t \wedge \tau, \varphi_u)\}; \\
 \mu_{2u}(t \wedge \tau, \varphi_u) &= \max_u\{\mu_{\underline{C}_{2u}}(t \wedge \tau, \varphi_u), \mu_{\overline{C}_{2u}}(t \wedge \tau, \varphi_u)\};
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Завершальним етапом після того, як ми знайдемо всі необхідні значення є дефазифікація наших нечітких множин $\mu_{1u}(t \wedge \tau, \varphi_u), \mu_{2u}(t \wedge \tau, \varphi_u)$. Результатом даної дефазифікації і буде значення кутів φ_1, φ_2 , на які системі потрібно

відкрити вентиля при заданій температурі повітря $t^{\circ}C$ та бажаному часу, за який ми хочемо змінити поточну температуру приміщення на бажану τ хв:

$$\varphi_1 = \frac{\sum_{u=0}^s \mu_{1u}(t \wedge \tau, \varphi_u) \cdot \varphi_u}{\sum_{u=0}^s \mu_{1u}(t \wedge \tau, \varphi_u)};$$
$$\varphi_2 = \frac{\sum_{u=0}^s \mu_{2u}(t \wedge \tau, \varphi_u) \cdot \varphi_u}{\sum_{u=0}^s \mu_{2u}(t \wedge \tau, \varphi_u)};$$
(2.11)

РОЗДІЛ 3 ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ КЕРУВАННЯ ЗМІШУВАЧЕМ

3.1 Приклад розв'язання задачі керування змішувачем з одним вхідним параметром у формі нечітких чисел типу-2

Для глибшого розуміння алгоритму, який було наведено у другому розділі, розглянемо приклад його застосування для випадку однієї вхідної змінної. Нехай це буде лінгвістична змінна “температура повітря”, яка формалізує поточну температуру повітря у салоні.

Постановка задачі. Лінгвістична змінна “температура повітря” містить терми: “гаряче”, “не дуже гаряче”, “тепле”, “не дуже холодне”, “холодне”. Вони задаються нечіткими інтервальними трикутними числами типу-2 ($\tilde{a}_i = (\underline{a}_i, \bar{a}_i) = ((\underline{\tilde{a}}_i, \underline{a}_i, \hat{a}_i), (\bar{a}_i, \bar{a}_i, \bar{\tilde{a}}_i))$), на універсальній множині значень температури $[-20^\circ C; 40^\circ C]$. У якості вихідної змінної будемо розглядати лінгвістичну змінну “вентиль” з термами “вліво”, “трохи вліво”, “не чіпати”, “трохи вправо”, “вправо”. Ці терми задаються нечіткими інтервальними трикутними числами типу-2 ($\tilde{b}_j = (\underline{b}_j, \bar{b}_j) = ((\underline{\tilde{b}}_j, \underline{b}_j, \hat{b}_j), (\bar{b}_j, \bar{b}_j, \bar{\tilde{b}}_j))$), що визначені на універсальній множині значень кутів повороту вентиля якою є інтервал $[-80^\circ; +80^\circ]$. Нехай зменшення градусу повороту вентиля (поворот ліворуч) призводитиме до збільшення кількості охолодженого повітря при роботі кондиціонера, а збільшення градусу повороту вентиля (поворот праворуч) призводитиме до збільшення кількості нагрітого повітря при роботі кондиціонера. Задача полягає у визначенні кута φ^* повороту ручки вентиля, якщо поточна температура повітря становить $30^\circ C$.

1. Сформуємо базу правил:

1) Якщо система отримує голосову команду “Повітря гаряче. Охолоди салон”, то вона має відкрити вентиль ліворуч;

2) Якщо система отримує голосову команду “Повітря не гаряче. Трохи охолоди салон”, то вона має відкрити вентиль трохи вліво;

3) Якщо система отримує голосову команду “Повітря тепле”, то вона має не чіпати ручку;

4) Якщо система отримує голосову команду “Повітря не холодне”, то вона має повернути вентиль трохи праворуч;

5) Якщо система отримує голосову команду “Повітря холодне”, то вона має повернути вентиль праворуч.

2. Для зручності позначимо нашу вхідну лінгвістичну змінну “температура повітря” через A , а вихідну (“вентиль”) через B . Тоді позначимо терми змінної A , “холодне”, “не дуже холодне”, “тепле”, “не дуже гаряче”, “гаряче”, через A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 відповідно. А терми змінної B , “вліво”, “трохи вліво”, “не чіпати”, “трохи вправо”, “вправо”, через B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 . Перепишемо базу правил наступним чином:

1. Якщо A_5 , то B_1 ;

2. Якщо A_4 , то B_2 ;

3. Якщо A_3 , то B_3 ;

4. Якщо A_2 , то B_4 ;

5. Якщо A_1 , то B_5 .

3.1. За формулами (2.1) – (2.2) обчислимо значення “нижньої” та “верхньої” функцій належності для змінної A , які позначаються $\mu_{\underline{a_i}}(x), \mu_{\overline{a_i}}(x), i = \overline{1, 5}$, відповідно. Значення температури, які відповідають термам лінгвістичної змінної “температура повітря”, наведені у наступній таблиці:

Таблиця 3.1.

Терми лінгвістичної змінної “температура повітря”

	$\underline{\underline{a}}$	\underline{a}	\hat{a}	$\bar{\bar{a}}$	\bar{a}	$\bar{\bar{a}}$
Холодне	-20	-10	-5	-11	-2	5
Не дуже холодне	-9	-7	0	-5	2	10
Тепле	10	22	25	11	25	27
Не дуже гаряче	24	27	33	29	33	35
Гаряче	28	33	36	32	35	40

В результаті одержимо таблицю значень функцій належності для лінгвістичної змінної “температура повітря”:

Таблиця 3.2.

Значення функцій належності змінної A при заданій температурі

	Холодне	Не дуже холодне	Тепле	Не дуже гаряче	Гаряче
$\mu_{\underline{a}}(30)$	0	0	0	0,5	0,4
$\mu_{\bar{a}}(30)$	0	0	0	0,25	0

3.2. За таблицю значень функцій належності для змінної A та сформовану базу правил, складаємо таблицю значень “нижньої” та “верхньої” функцій належності для змінної B , які позначаються $\mu_{\underline{b}_j}(x)$, $\mu_{\bar{b}_j}(x)$, $j = \overline{1, 5}$, відповідно:

Таблиця 3.3.

Значення функцій належності змінної B при заданій температурі

	Вліво	Трохи вліво	Не чіпати	Трохи вправо	Вправо
$\mu_{\underline{b}}(30)$	0,4	0,5	0	0	0
$\mu_{\overline{b}}(30)$	0	0,25	0	0	0

4. Як ми бачимо з таблиці 3.3, ненульові значення мають лише $\mu_{\underline{b}_1}(20)$, $\mu_{\underline{b}_2}(20)$, $\mu_{\overline{b}_2}(20)$. Тому саме для цих функцій за допомогою формул (2.5) – (2.6) знаходимо значення лінгвістичної змінної “вентиль” з аргументом, що змінюється з кроком 20° . Для цього у таблиці 3.4 наведені значення кута повороту змішувача, які відповідають термам лінгвістичної змінної “вентиль”:

Таблиця 3.4.

Терми лінгвістичної змінної “вентиль”

	$\underline{\underline{b}}$	\underline{b}	\widehat{b}	$\overline{\overline{b}}$	\overline{b}	$\overline{\overline{\overline{b}}}$
Вліво	-80	-80	-50	-80	-80	-45
Трохи вліво	-65	-45	-25	-70	-50	-30
Не чіпати	-10	0	-10	-25	0	25
Трохи вправо	25	45	65	30	50	70
Вправо	50	80	80	45	80	80

Результати наведені у наступній таблиці:

Таблиця 3.5.

Значення функцій для лінгвістичної змінної “вентиль” з аргументом, що змінюється з кроком 20°

φ	-80	-60	-40	-20	0	20	40	60	80
$\mu_{\underline{b}_1}(\varphi)$	1	0,33	0	0	0	0	0	0	0
$\mu_{\underline{b}_2}(\varphi)$	0	0,25	0,8	0	0	0	0	0	0
$\mu_{\overline{b}_2}(\varphi)$	0	0,5	0,25	0	0	0	0	0	0

5. Визначимо значення лінгвістичної змінної “вентиль”, при заданій температурі повітря у 30°C . Для цього скористаємося спрощеним виглядом формули (2.9), яка матиме вигляд:

$$\mu_{\underline{c}_{ij}}(t, \varphi) = \min\{\mu_{\underline{A}_i}(t), \mu_{\underline{B}_j}(t)\};$$

$$\mu_{\overline{c}_{ij}}(t, \varphi) = \min\{\mu_{\overline{A}_i}(t), \mu_{\overline{B}_j}(t)\};$$

Результати наведені у таблиці 3.6:

Таблиця 3.6.

Значення порівнюваних функцій належності

φ	-80	-60	-40	-20	0	20	40	60	80
$\mu_{\underline{a}_5 \underline{b}_1}(t, \varphi)$	0,4	0,33	0	0	0	0	0	0	0
$\mu_{\underline{a}_4 \underline{b}_2}(t, \varphi)$	0	0,25	0,5	0	0	0	0	0	0
$\mu_{\overline{a}_4 \overline{b}_2}(t, \varphi)$	0	0,25	0,25	0	0	0	0	0	0

6. Серед знайдених значень знаходимо найбільше, користуючись спрощеним виглядом формули (2.10), яка виглядатиме наступним чином:

$$\mu_B(t, \varphi) = \max_{(i,j)} \{\mu_{\underline{c}_{ij}}(t, \varphi), \mu_{\overline{c}_{ij}}(t, \varphi)\};$$

Для цього достатньо до таблиці 3.6 додати ще один рядок:

Таблиця 3.7.

Значення шуканих функцій належності

φ	-80	-60	-40	-20	0	20	40	60	80
$\mu_{\underline{a_5 b_1}}(t, \varphi)$	0,4	0,33	0	0	0	0	0	0	0
$\mu_{\underline{a_4 b_2}}(t, \varphi)$	0	0,25	0,5	0	0	0	0	0	0
$\mu_{\overline{a_4 b_2}}(t, \varphi)$	0	0,25	0,25	0	0	0	0	0	0
$\mu_B(t, \varphi)$	0,4	0,33	0,5	0	0	0	0	0	0

7. Останнім кроком у алгоритмі розв'язання задачі керування кондиціонером є дефазифікація нашої нечіткої множини. Результатом дефазифікації і буде шукане значення кута φ^* , на який система поверне вентиль при заданій температурі повітря у 30°C . Для цього скористуємося спрощеним виглядом формули (2.11):

$$\varphi^* = \frac{0,4 \cdot (-80) + 0,33 \cdot (-60) + 0,5 \cdot (-40)}{0,4 + 0,33 + 0,5} = \frac{-71,8}{1,23} = -58,37;$$

Відповідно, при заданій температурі повітря у 30°C для комфортної температури в салоні, системі необхідно повернути вентиль на $58,37^\circ$ ліворуч.

3.2 Приклад розв'язання задачі керування змішувачем з двома вхідними параметрами у формі нечітких чисел типу-2

Постановка задачі. Лінгвістичні змінні “температура повітря” містять терми: “гаряче”, “не дуже гаряче”, “тепле”, “не дуже холодне”, “холодне” та лінгвістична змінна “швидкість наповнення”, з термами “повільно”, “не дуже повільно”, “не дуже швидко”, “швидко”, “дуже швидко”. Вони задаються нечіткими інтервальними трикутними числами типу-2

$$\begin{aligned}\tilde{a}_i &= (\underline{a}_i, \bar{a}_i) = ((\tilde{a}_i, \underline{a}_i, \hat{a}_i), (\bar{a}_i, \bar{a}_i, \bar{a}_i)), \\ \tilde{\tau}_i &= (\underline{\tau}_k, \bar{\tau}_k) = ((\tilde{\tau}_k, \underline{\tau}_k, \hat{\tau}_k), (\bar{\tau}_k, \bar{\tau}_k, \bar{\tau}_k))\end{aligned}$$

на універсальній множині значень температур $[-20^\circ C; 40^\circ C]$ та на універсальній множині значень тривалості охолодження/нагрівання – $[0 \text{ хв}; 60 \text{ хв}]$. У якості вихідних змінних будемо розглядати лінгвістичні змінні “зовнішнє повітря” з термами “не чіпати”, “трохи відкрити”, “не дуже сильно відкрити”, “сильно відкрити”, “повністю відкрити” та “адаптоване повітря” з термами “не чіпати”, “трохи вліво”, “сильно вліво”, “трохи вправо”, “сильно вправо”. Ці терми також будуть формалізуватися нечіткими інтервальними трикутними числами типу-2, відповідно:

$$\begin{aligned}\tilde{b}_{1j} &= (\underline{b}_{1j}, \bar{b}_{1j}) = ((\tilde{b}_{1j}, \underline{b}_{1j}, \hat{b}_{1j}), (\bar{b}_{1j}, \bar{b}_{1j}, \bar{b}_{1j})), \\ \tilde{b}_{2j} &= (\underline{b}_{2j}, \bar{b}_{2j}) = ((\tilde{b}_{2j}, \underline{b}_{2j}, \hat{b}_{2j}), (\bar{b}_{2j}, \bar{b}_{2j}, \bar{b}_{2j})),\end{aligned}$$

які є визначеними на універсальній множині значень кутів повороту ручки, якими є інтервали $[0^\circ; 180^\circ]$ та $[-120^\circ; +120^\circ]$, відповідно. Наша задача полягає у визначенні кутів φ_1, φ_2 , на які системі слід повернути ручки вентилів труб з зовнішнім та адаптованим повітрям, відповідно; при умові, що поточна температура повітря в приміщенні становить $30^\circ C$, а охолодити приміщення потрібно за 15 хвилин.

1. Використаємо базу правил, що була сформованою у розділі 2.

2. Позначимо вхідну лінгвістичну змінну “температура повітря” через A , лінгвістичну змінну “швидкість” через C , а вихідні змінні (“зовнішнє повітря”, “адаптоване повітря”) через B_1, B_2 відповідно. Позначимо терми змінної A , “холодне”, “не дуже холодне”, “тепле”, “не дуже гаряче”, “гаряче” через A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 відповідно. Терми змінної C , “повільно”, “не дуже повільно”, “не дуже швидко”, “швидко”, “дуже швидко” через C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 . Терми змінної B_1 , “не чіпати”, “трохи відкрити”, “не дуже сильно відкрити”, “сильно

відкрити”, “повністю відкрити” через $B_{11}, B_{12}, B_{13}, B_{14}, B_{15}$. Терми змінної B_2 , “трохи вліво”, “сильно вліво”, “не чіпати”, “трохи вправо”, “сильно вправо” через $B_{21}, B_{22}, B_{23}, B_{24}, B_{25}$;

3.1. За формулами (2.1) – (2.2), знайдемо значення “нижньої” та “верхньої” функцій належності $\mu_{\underline{a}_i}(x), \mu_{\overline{a}_i}(x), i = \overline{1, 5}$, відповідно, для змінної A . Значення температури, які відповідають термам лінгвістичної змінної “температура повітря”, наведені у таблиці 3.8.

Таблиця 3.8.

Формалізація термів лінгвістичної змінної “температура повітря”

	$\underline{\underline{a}}$	\underline{a}	$\underline{\hat{a}}$	$\overline{\hat{a}}$	\overline{a}	$\overline{\overline{a}}$
Холодне	-20	-10	-5	-11	-2	5
Не дуже холодне	-9	-7	0	-5	2	10
Тепле	10	22	25	11	25	27
Не дуже гаряче	24	27	33	29	33	35
Гаряче	28	33	36	32	35	40

В результаті отримаємо таблицю 3.9 значень функцій належності для лінгвістичної змінної “температура повітря”:

Таблиця 3.9.

Значення функцій належності змінної A при заданій температурі

	Холодне	Не дуже холодне	Тепле	Не дуже гаряче	Гаряче
$\mu_{\underline{a}}(30)$	0	0	0	0,5	0,4
$\mu_{\overline{a}}(30)$	0	0	0	0,25	0

3.2. За формулами (2.3) – (2.4), знайдемо значення “нижньої” та “верхньої” функцій належності $\mu_{\tau_k}(x)$, $\mu_{\tau_k}^-(x)$, $k = 1, 5$, відповідно, для змінної C . Значення швидкості охолодження чи нагрівання приміщення, які відповідають термам лінгвістичної змінної “швидкість наповнення”, наведені у таблиці 3.10.

Таблиця 3.10.

Формалізація термів лінгвістичної змінної “швидкість наповнення”

	$\underline{\tau}$	τ	$\hat{\tau}$	$\bar{\tau}$	$\bar{\tau}$	$\bar{\tau}$
Повільно	0	7	11	5	12	17
Не дуже повільно	3	10	12	8	16	19
Не дуже швидко	14	22	25	17	25	27
Швидко	30	37	40	35	40	45
Дуже швидко	35	40	47	44	55	60

В результаті отримаємо таблицю значень функцій належності для лінгвістичної змінної “швидкість наповнення”:

Таблиця 3.11.

Значення функцій належності змінної C при заданій швидкості

	Повільно	Не дуже повільно	Не дуже швидко	Швидко	Дуже швидко
$\mu_{\tau}(15)$	0	0	0,125	0	0
$\mu_{\tau}^-(15)$	0,4	0,875	0	0	0

3.3. За таблицю значень функцій належності для змінних A і C , та базою правил, складемо таблицю значень “нижньої” та “верхньої” функцій належності $\mu_{\underline{b}_j}(x)$, $\mu_{\overline{b}_j}(x)$, $\mu_{\underline{b}_{2j}}(x)$, $\mu_{\overline{b}_{2j}}(x)$, $j = \overline{1, 5}$, відповідно, для змінних B_{1j} та B_{2j} .

Таблиця 3.12.

Значення функцій належності змінної B_1 та B_2 при заданій температурі та швидкості наповнення

$\mu_{\underline{b}_{11}}(30^\circ C \wedge 15xв) =$	0,125
$\mu_{\underline{b}_{12}}(30^\circ C \wedge 15xв) =$	0,125
$\mu_{\underline{b}_{22}}(30^\circ C \wedge 15xв) =$	0,125
$\mu_{\overline{b}_{13}}(30^\circ C \wedge 15xв) =$	0,25
$\mu_{\overline{b}_{14}}(30^\circ C \wedge 15xв) =$	0,25
$\mu_{\overline{b}_{22}}(30^\circ C \wedge 15xв) =$	0,25

4. Як ми бачимо с таблиці 3.3 ненульові значення мають лише та $\mu_{\underline{b}_{11}}(30^\circ C \wedge 15xв)$, $\mu_{\underline{b}_{12}}(30^\circ C \wedge 15xв)$, $\mu_{\underline{b}_{22}}(30^\circ C \wedge 15xв)$, $\mu_{\overline{b}_{13}}(30^\circ C \wedge 15xв)$ та $\mu_{\overline{b}_{14}}(30^\circ C \wedge 15xв)$, $\mu_{\overline{b}_{22}}(30^\circ C \wedge 15xв)$. Тому саме для цих функцій за допомогою формул (2.5) – (2.8) потрібно вказати їхні значення для лінгвістичних змінних “зовнішнє повітря” та “адаптоване повітря” з аргументом, що змінюється з кроком 20° для вентиляю від труби з зовнішнім повітрям та з кроком 30° для вентиляю від труби з адаптованим повітрям. Для цього у наступних таблицях наведені значення кута повороту вентиля змішувача, які відповідають термам лінгвістичних змінних “зовнішнє повітря” та “адаптоване повітря”.

Таблиця 3.13.

Формалізація термів лінгвістичної змінної “зовнішнє повітря”

	\check{b}_1	\underline{b}_1	\hat{b}_1	$\bar{\bar{b}}_1$	\bar{b}_1	$\overline{\bar{b}}_1$
Не чіпати	0	0	0	0	0	0
Трохи відкрутити	13	20	33	30	35	40
Не дуже сильно відкрутити	20	50	60	45	70	95
Сильно відкрутити	70	100	130	120	145	170
Повністю відкрутити	180	180	180	180	180	180

Таблиця 3.14.

Формалізація термів лінгвістичної змінної “адаптоване повітря”

	\check{b}_2	\underline{b}_2	\hat{b}_2	$\bar{\bar{b}}_2$	\bar{b}_2	$\overline{\bar{b}}_2$
Сильно вліво	-180	-150	-100	-120	-90	-50
Трохи вліво	-45	-30	-20	-35	-20	-10
Не чіпати	-10	0	-10	-25	0	25
Трохи вправо	10	20	35	20	30	45
Сильно вправо	50	90	120	100	150	180

Результати наведені у таблицях 3.15 та 3.16.

Таблиця 3.15.

Значення функцій для лінгвістичної змінної “зовнішнє повітря” з аргументом, що змінюється з кроком 20°

φ_1	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
$\mu_{\underline{b}_{11}}(\varphi_1)$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mu_{\underline{b}_{12}}(\varphi_1)$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mu_{\underline{b}_{13}}(\varphi_1)$	0	0	0	0,6	0,6	0	0	0	0	0
$\mu_{\underline{b}_{14}}(\varphi_1)$	0	0	0	0	0	0	0	0,8	0,4	0

Таблиця 3.16.

Значення функцій для лінгвістичної змінної “адаптоване повітря” з аргументом, що змінюється з кроком 30°

φ_2	-120	-90	-60	-30	0	30	60	90	120
$\mu_{\underline{b}_{22}}(\varphi_2)$	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$\mu_{\underline{b}_{22}}(\varphi_2)$	0	0	0	0,33	0	0	0	0	0

5. За формулою (2.9) визначимо значення лінгвістичної змінної “зовнішнє повітря” та “адаптоване повітря” при заданій температурі повітря 30°С та швидкості наповнення 15 хв. Результати наведені у таблицях 3.17 та 3.18.

Таблиця 3.17.

Значення порівнюваних функцій належності для змінної “зовнішнє повітря”

φ_1	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
$\min\{\mu_{\underline{a}_5}(30^\circ C) \wedge \mu_{\underline{\tau}_3}(15 \text{ хв}), \mu_{\underline{b}_{11}}(\varphi_1)\}$	0,125	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\min\{\mu_{\underline{a}_4}(30^\circ C) \wedge \mu_{\underline{\tau}_3}(15 \text{ хв}), \mu_{\underline{b}_{12}}(\varphi_1)\}$	0	0,125	0	0	0	0	0	0	0	0
$\min\{\mu_{\underline{a}_4}(30^\circ C) \wedge \mu_{\underline{\tau}_2}(15 \text{ хв}), \mu_{\underline{b}_{13}}(\varphi_1)\}$	0	0	0	0,25	0,25	0	0	0	0	0
$\min\{\mu_{\underline{a}_4}(30^\circ C) \wedge \mu_{\underline{\tau}_1}(15 \text{ хв}), \mu_{\underline{b}_{14}}(\varphi_1)\}$	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0,25	0

Таблиця 3.18.

Значення порівнюваних функцій належності для змінної “адаптоване повітря”

φ_2	-120	-90	-60	-30	0	30	60	90	120
$\min\{\mu_{\underline{a}_5}(30^\circ C) \wedge \mu_{\underline{\tau}_3}(15 \text{ хв}), \mu_{\underline{b}_{22}}(\varphi_2)\}$	0	0	0	0,125	0	0	0	0	0
$\min\{\mu_{\underline{a}_4}(30^\circ C) \wedge \mu_{\underline{\tau}_2}(15 \text{ хв}), \mu_{\underline{b}_{22}}(\varphi_2)\}$	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0

6. Серед знайдених значень знаходимо найбільше за формулою (2.10). Для цього достатньо до таблиць 3.7 та 3.8 додати ще по одному рядку:

Таблиця 3.19.

Значення шуканих функцій належності для змінної “зовнішнє повітря”

φ_1	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
$\min\{\mu_{\underline{a}_5}(30^\circ C) \wedge \mu_{\underline{\tau}_3}(15 \text{ хв}), \mu_{\underline{b}_{11}}(\varphi_1)\}$	0,125	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\min\{\mu_{\underline{a}_4}(30^\circ C) \wedge \mu_{\underline{\tau}_3}(15 \text{ хв}), \mu_{\underline{b}_{12}}(\varphi_1)\}$	0	0,125	0	0	0	0	0	0	0	0

$\min\{\mu_{a_4}(30^\circ C) \wedge \mu_{\tau_2}(15 \text{ хв}), \mu_{b_{13}}(\varphi_1)\}$	0	0	0	0,25	0,25	0	0	0	0	0
$\min\{\mu_{a_4}(30^\circ C) \wedge \mu_{\tau_1}(15 \text{ хв}), \mu_{b_{14}}(\varphi_1)\}$	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0,25	0
$\mu_{1u}(t \wedge \tau, \varphi_1)$	0,125	0,125	0	0,25	0,25	0	0	0,25	0,25	0

Таблиця 3.20.

Значення шуканих функцій належності для змінної “адаптоване повітря”

φ_2	-120	-90	-60	-30	0	30	60	90	120
$\min\{\mu_{a_5}(30^\circ C) \wedge \mu_{\tau_3}(15 \text{ хв}), \mu_{b_{22}}(\varphi_2)\}$	0	0	0	0,125	0	0	0	0	0
$\min\{\mu_{a_4}(30^\circ C) \wedge \mu_{\tau_2}(15 \text{ хв}), \mu_{B_{22}}(\varphi_2)\}$	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0
$\mu_{2u}(t \wedge \tau, \varphi_u)$	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0

7. Останнім кроком у алгоритмі розв’язання задачі керування інтелектуальним кондиціонуванням є дефазифікація нечітких множин. Результатом дефазифікації є шукане значення кутів φ_1 та φ_2 , на які система поверне вентиля з зовнішнім та адаптованим (нагрітим чи охолодженим) повітрям при отриманій голосовій команді. Для цього скористуємося формулою (2.11):

$$\varphi_1 = \frac{0,125 \cdot (0 + 20) + 0,25 \cdot (60 + 80 + 140 + 160)}{0,25 \cdot 4 + 0,125 \cdot 2} = \frac{2,5 + 110}{1,25} = \frac{112,5}{1,25} = 90;$$

$$\varphi_2 = \frac{0,25 \cdot (-30)}{0,25} = \frac{-7,5}{0,25} = -30.$$

При заданій температурі у $30^\circ C$ та за умови, що салон необхідно буде охолодити за 15 хвилин, система інтелектуального кондиціонування автоматичне поверне вентиль труби, що відповідає за зовнішнє повітря на 90° ліворуч, а

вентиль труби, що відповідає за адаптоване під потреби повітря (у нашому випадку, охолоджене) на 30° ліворуч.

ВИСНОВКИ

В роботі наведено огляд з теорії нечітких множин типу-2, розглянуті основні означення та операції над нечіткими множинами типу-2, наведено класифікацію нечітких множин, наведено огляд з теорії нечітких систем, розглянуті основні означення нечіткої логіки, поняття лінгвістичної змінної, розглянуто алгоритм Мамдані.

Розроблено модель та алгоритм розв'язання задачі нечіткого керування змішувачем з вхідними параметрами, що задаються нечіткими інтервальними множинами типу-2. В основі розробленого підходу лежить алгоритм нечіткого логічного виводу Мамдані, який використовується в задачах нечіткого моделювання та дозволяє значно зменшити обсяги обчислень. Перевагою розробленої моделі з нечіткими інтервальними параметрами типу-2 полягає є можливість використовувати кілька наборів лінгвістичних змінних, які формалізують нечіткість моделі. Розроблений підхід досліджено на прикладі голосового управління змішувачем кондиціонера з вхідними параметри, що задаються нечіткими інтервальними множинами типу-2. Розглянуті модельні приклади. Отримані результати дозволяють імплементувати принципи нечіткого керування в різноманітні технічні системи та розв'язувати задачі нечіткого керування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Zadeh L. A. Quantitative fuzzy semantics / L.A. Zadeh // Information Sciences. – 1971. – Vol. 3. – P. 159 – 176.
2. Zadeh L. A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning // L. A. Zadeh. // Information Sciences. – 1975. – Vol. 8. – P. 199 – 249.
3. Мащенко С. О. Принятия решений при нечетком множестве состояний природы // С. О. Мащенко. – Saarbrücken : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. – 109 с.
4. Grattan-Guinness I. Fuzzy membership mapped onto interval and many-valued quantities / Grattan-Guinness I. // Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik. – 1976. – Vol. 22. – P. 149 – 160.
5. Torra V. Hesitant fuzzy sets / Torra V. // International Journal of Intelligent Systems. – 2010. – Vol. 25. – P. 529 – 539.
6. Goguen J. A. L-fuzzy sets // Goguen J. A. - Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 1967. – Vol. 18. – P. 145 – 174.
7. Sambuc R. Function Φ -Flous // Application a l'aide au Diagnostic en Pathologie Thyroïdienne // Thèse de Doctorat en Médecine, University of Marseille. – 1975.
8. Atanassov K. T. Intuitionistic fuzzy sets // VII ITKR's Session, Sofia, deposited in Central Science-Technical Library of Bulgarian Academy of Science. – 1983.
9. Yager R. R. On the theory of bags / Yager R. R. // International Journal of General Systems. – 1986. - Vol. 13. – P. 23–37.
10. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления // Болтянский В. Г. – М: Наука, 1969. — 264 с.

11. Флегонтов А. В. Моделирование задач принятия решений при нечетких исходных данных / А. В. Флегонтов, В. Б. Вилков, А. К. Черных. – Санкт-Петербург: Лань, 2020. – 332 с.

12. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. А. Заде. – М: Мир, 1976. – 165 с.

13. Mamdani, E. H. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller / E. H. Mamdani, S. Assilian // International Journal of Man-Machine Studies. — 1975. — Vol. 7. — P. 1–13.

14. Mendel J. M. Perceptual Reasoning: A New Computing with Words Engine. / Mendel J. M., D. Wu // IEEE International Conference on Granular Computing. – 2007. – P. 446 – 451.