

похідну і $|f^{(r)}(x)| \leq 1$ майже скрізь на $[0,1]$.
Теляковський [1] для $r=1$ та Гопенгауз для
 $r \in \mathbb{N}$ [2] посилили пряму теорему Нікольського
– Тімана довівши, що кожен функцію
 $f \in W^r[0,1]$ можна наблизити алгебраїчним
многочленом p_n степеня $< n$ так, що

$$|f(x) - p_n(x)| \leq c(r) \left(\frac{\sqrt{x(1-x)}}{n} \right)^r, n > r \quad (1)$$

де c - абсолютна стала.

DeVore та Yu [3] довели, що при $r=1,2$ оцінка
(1) справедлива і при наближенні монотонної
функції монотонним многочленом. А саме, якщо
монотонна функція $f \in W^r[0,1]$, то існує
монотонний многочлен p_n , такий, що має місце
(1). В роботі GLSW [4] доведено, що для
натурального $r > 2$ оцінка (1), взагалі кажучи,
невірна.

Для опуклого наближення при $r > 2, r \in \mathbb{N}$
доведено [5], що оцінка (1) також є невірною.

Для $r \in \mathbb{R}$ введемо клас функцій $W^r[0,1]$, таких,
що $D_{0+}^{r-1} f$ абсолютно неперервна і $|D_{0+}^r f| \leq 1$
майже скрізь на $[0,1]$ (тут $D_{0+}^{r-1} f$ - лівостороння
дробова похідна [1]). Будемо позначати через
 Π_n - множину всіх алгебраїчних поліномів
степеня $\leq n$ і через Δ^3 множину функцій, які
мають опуклу вгору першу похідну на $[0,1]$. В
роботі [9] було доведено, що при
 $r > 2, r \in \mathbb{N}$ оцінка (1) є невірною для класу
функцій $W^r[0,1] \cap \Delta^3$.

В роботі [10] доведено, що при
 $q=3$ і $r > 4, r \in \mathbb{R}$, оцінка (1) також є невірною
для класу функцій $W^r[0,1] \cap \Delta^3$.

Основним результатом роботи є теорема, яка
узагальнює результат роботи [10] на класи
 $W^r[0,1] \cap \Delta^3$ з $r \in (3;4)$.

Основний результат.

Теорема. Нехай $r \in (3,4)$. Тоді для кожного
 $n \in \mathbb{N}$ існує функція $F = F_{r,n} \in W^r[0,1] \cap \Delta^3$
така, що для кожного многочлена $p_n \in \Pi_n \cap \Delta^3$

або

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|F(x) - p_n(x)|}{\varphi^r(x)} = +\infty \quad (2)$$

або

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|F(x) - p_n(x)|}{\varphi^r(x)} = +\infty, \quad (3)$$

де $\varphi(x) = \sqrt{x(1-x)}$.

Доведення: Нехай $r \in (3,4)$ і $m = [r] + 1 = 4$.

Розглянемо функцію:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{(b-x)^4}{4!} + b^4(x+7) + \frac{13b^4}{4}(1+x)^{-2b^{-1}+4} - \frac{25b^4}{4}(1-x)^{b^{-1}+4}, & 0 \leq x \leq b \\ b^4(x+7) + \frac{13b^4}{4}(1+x)^{-2b^{-1}+4} - \frac{25b^4}{4}(1-x)^{b^{-1}+4}, & b < x \leq 1 \end{cases}$$

$$\text{де } b = \frac{1}{468n^2}.$$

Легко

бачити,

що

$$\begin{aligned} f(0) &> 0, \quad f(1) \leq \frac{45b^4}{4}, \quad f'(0) > -\frac{b^3}{12}, \quad f'(1) > 0, \\ f''(0) &> 0, \quad f''(1) > 0, \quad f'''(0) < 0, \quad f'''(b) < 0, \quad f'''(1) < 0 \\ \text{і } f^{(4)}(x) &> 0 \quad \text{при } x \in (b,1], \quad f^{(4)} < 0, \quad \text{при} \\ x &\in [0,b]. \end{aligned}$$

Останні нерівності зумовлюють, що
 $f \in W^4[0,1] \cap \Delta^2$.

Далі розглянемо функцію $F(x) = -x^4 f(x)$.

Доведемо, що $F \in W^r[0,1] \cap \Delta^3$. Спочатку
покажемо, що $F \in \Delta^3$.

$$F'''(x) = -(x^4 f'''(x) + 12x^3 f''(x) + 36x^2 f'(x) + 24xf(x))$$

Очевидно, що $F'''(x) \leq 0 \Leftrightarrow$

$$\begin{aligned} G(x) &= x^4 f'''(x) + 12x^3 f''(x) + 36x^2 f'(x) + \\ &+ 24xf(x) \geq 0 \end{aligned}$$

Нехай $x \in (b;1]$.

Тоді

$$\begin{aligned} G(x) &\geq x^4 f'''(b) + 12x^3 f''(1) + 36x^2 f'(b) + 24xf(1) \geq \\ &\geq b^4 f'''(b) + 12b^3 f''(1) + 36b^2 f'(b) + 24bf(1) \geq \\ &\geq \frac{b^4}{e} (225 - 234e^{-1}) + b^5 \left(-26e^{-2} \frac{25}{4} e^{-1} + 228 \right) + \\ &+ 2 \frac{2}{b} b^4 (624 + 1248b) \geq 0. \end{aligned}$$

Таким чином, $G(x) \geq 0$ і $F'''(x) \leq 0$, $x \in (b; 1]$

Нехай $x \in [0; b]$. З огляду на те, що $f'(0) < 0$ і $f'(b) > 0$, маємо, що $\exists x_0 \in (0, b): f'(x_0) = 0$.

Тоді точка $x = x_0$ є точкою мінімуму функції $f(x)$.

Зауважимо, що $\forall x \in [0, b]: f(x) \geq b^4$.

Таким чином отримаємо оцінку:

$$G(x) = x^4 f'''(x) + 12x^3 f''(x) + 36x^2 f'(x) + 24xf(x) \geq xb^4 \left(21 - \frac{6}{e^2} + \frac{25}{4e} \right) \geq 0, \quad x \in [0; b].$$

Ми довели, що $\forall x \in [0, 1]: F'''(x) \leq 0$.

З останньої нерівності випливає, що $F \in \Delta^3$.

За Теоремою 2.3 в роботі [1] маємо:

$$D_{0+}^r F(x) = \sum_{k=0}^{m-1} \frac{F^{(k)}(0)}{\Gamma(1+k-r)} x^{k-r} + \frac{1}{\Gamma(m-r)} \int_0^x \frac{F^{(m)}(t)}{(x-t)^{r-m+1}} dt = \sum_{k=0}^3 \frac{F^{(k)}(0)}{\Gamma(1+k-r)} x^{k-r} + \frac{1}{\Gamma(4-r)} \int_0^x \frac{F^{(4)}(t)}{(x-t)^{r-3}} dt$$

майже скрізь на $[0, 1]$.

Так як $F^{(k)}(0) = 0$ при $k = 0, 1, 2, 3$, то

$$D_{0+}^r F(x) = \frac{1}{\Gamma(4-r)} \int_0^x \frac{F^{(4)}(t)}{(x-t)^{r-3}} dt$$

майже скрізь на $[0, 1]$.

Очевидно, що $\exists c > 0, c \in \mathbb{R}$ така, що

$\forall x \in [0, 1]: |F^{(4)}(x)| \leq c$. Тоді

$$|D_{0+}^r F(x)| = \frac{c}{\Gamma(4-r)} \int_0^x \frac{dt}{(x-t)^{r-3}} = \frac{c}{\Gamma(4-r)} \frac{x^{4-r}}{4-r} \leq \frac{c}{(4-r)\Gamma(4-r)}.$$

Таким чином, $D_{0+}^r F(x)$ існує майже скрізь на $[0, 1]$. Очевидно, що

$$D_{0+}^{r-1} F(x) = \frac{1}{\Gamma(3-r)} \int_0^x \frac{F^{(3)}(t)}{(x-t)^{r-2}} dt$$

буде абсолютно неперервною. Таким чином, $F \in W^r[0, 1] \cap \Delta^3$.

Нехай існує многочлен $q_N \in \Delta^3$ і для якого умова (2) не виконується. Тоді, для деякої сталої B маємо:

$$|F(x) - q_N(x)| \leq B\varphi^r(x) \leq Bx^{r/2}, \quad 0 \leq x \leq b.$$

Звідси випливає, що $q_N(0) = F(0) = 0$ і $q'_N(0) = F'(0) = 0$. Тоді многочлен q_N має вигляд $q_N(x) = x^2 \cdot h_{N_1}(x)$, де h_{N_1} многочлен степеня $\leq N_1, N_1 \leq N$.

Розглянемо многочлен

$$\tilde{q}_N(x) = q_N(x) + f'(0)x + f(0) - x^2 \frac{|q''_N(0)|}{2}$$

Помітимо, що умова $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x) - \tilde{q}_N(x)|}{\varphi^4(x)} = \infty$ не

виконується і $\tilde{q}_N(0) = f(0)$, $\tilde{q}'_N(0) = f'(0)$.

Також зазначимо, що $\tilde{q}_N \in \Delta^2$ і $f \in W^4[0, 1] \cap \Delta^2$.

Як було доведено в [5], $|\tilde{q}_N(1)| \neq f(1)$, а саме $f(1) < |\tilde{q}_N(1)|$.

Далі розглянемо:

$$\tilde{q}_N(1) = q_N(1) + f'(0) + f(0) - \frac{|q''_N(0)|}{2}.$$

Припустимо, що $q_N(1) = -f(1)$.

Тоді

$$\begin{aligned} \tilde{q}_N(1) &= -f(1) + f'(0) + f(0) - \frac{|q''_N(0)|}{2} > \\ &> f(1) \Leftrightarrow -2f(1) + f'(0) + f(0) - \frac{|q''_N(0)|}{2} > 0 \\ &\Leftrightarrow -\frac{b^3}{12} + \frac{1031}{24}b^4 - \frac{|q''_N(0)|}{2} - 16b^4 - \frac{13b^4}{2} 2^{-\frac{2}{b}+4} > 0 \\ &\Leftrightarrow -\frac{b^3}{12} + \frac{647}{24}b^4 - \frac{13b^4}{2} 2^{-\frac{2}{b}+4} - \frac{|q''_N(0)|}{2} > 0 \end{aligned}$$

Очевидно, маємо суперечність.

Таким чином $q_N(1) \neq -f(1) = F(1)$.

Теорема доведена.

Зауваження.

Насправді, було доведено, що якщо перша рівність не виконується, то $F(1) \neq q_N(1)$.

Аналогічно, якщо друга не виконується, то $F(0) \neq q_N(0)$.

Висновки.

У роботі побудовано контрприклад, який показує, що оцінка (1) не може бути поширена на клас функцій $f \in W^r[0,1] \cap \Delta^3, r \in (3,4)$.

Список використаних джерел

1. Теляковский С.А. Две теоремы о приближении функций алгебраическими полиномами / С.А. Теляковский - Мат. сб. - 1966 - **13**, №79 – с.252-265
2. Gopengauz A.I., Pointwise estimates of Hermitian interpolation / A.I. Gopengauz - Constr. Approx. – 1994-9, №77 – p.34-43
3. DeVore R.A., Pointwise estimates for monotone polynomial approximation / DeVore R.A. and Yu X.M // Constr. Approx.–1985, №1–p.323–331.
4. Gonska H.H. Interpolatory pointwise estimates for polynomial approximations / H. H. Gonska, D. Leviatan, I. A. Shevchuk, and H. -J. Wenz // Constr. Approx. -2000-26, №16 – p.603–629.
5. Петрова Т.О., Контрприклад у інтерполяційному опуклому наближенні / Т. О. Петрова - праці Інституту математики НАН України «Математика та її застосування Теорія наближення функцій» -2005,№35 - с.107-112
6. Петрова Т.О., Один контрприклад для наближення функцій, що мають дробову похідну / Т. О. Петрова - Вісник Київського університету. Фізико - математичні науки - 2006 -5, №4 – с.113–118
7. Samko S. G., Fractional integrals and derivatives: theory and applications / S. G. Samko Kilbas A. A., and Marichev O.I. // Constr.Approx – 1987, №4 – p. 119-126
8. Петрова Т.О., Про поточкові інтерполяційні оцінки монотонного наближення функцій, що мають дробову похідну / Т. О. Петрова - Вісник Київського університету. Математика –Механіка-2003-2,№9-10 125–127.
9. Петрова Т.О., Про поточкові інтерполяційні оцінки монотонного наближення функцій, що мають дробову похідну / Т. О. Петрова Вісник Київського університету. Математика–Механіка-2002,№7-8– с.125–127
10. Петрова Т.О., Про поточкові інтерполяційні оцінки q-опуклого наближення функцій, що мають дробову похідну довільного дійсного порядку, $r > 4$ / Т. О. Петрова Вісник Київського університету імені Тараса Шевченка. Фізико-математичні науки- 2017,№2– с.17–20

References

1. TELYAKOVSKIY S.A. (1966) Dve teoremy o priblizhenii funkciy algebrichesкими polinomami, Mat. sb. 79, p.252-265
2. GOPENGAUZ A.I. (1994) Pointwise estimates of Hermitian interpolation 77, p.34-43
3. DeVore R.A. and YU X.M. (1985) Pointwise estimates for monotone polynomial approximation, Constr. Approx.,1 p.323–331.
4. H. H. GONSKA, D. LEVIATAN, I. A. SHEVCUK, and H. -J. WENZ (2000) Interpolatory pointwise estimates for polynomial approximations, Constr. Approx. 16, p.603–629.
5. PETROVA T.O., (2005) Kontrpriklad u interpolatsiynomu opuklomu nablyzhenni, Pratsi Instytutu matematyky NAN Ukrainy “Matematyka ta zastosuvannia. Teoriya nablyzhennia functsi” ,35 p.107–112.
6. PETROVA T.O. (2006) Kontrpriklad u interpolacijnomu opuklomu nablyzhenni, praci Institutu matematiki NAN Ukrayini "Matematika ta yiyi zastosuvannia. Teoriya nablyzhennia funkcij 4, p.113–118
7. SAMKO S. G., KILBAS A. A., and MARICHEV O.I. (1987) Fractional integrals and derivatives: theory and applications, Constr.Approx 4, p.119-126
8. PETROVA T.O. (2003) Pro potochkovi interpolacijni ocinki monotonного nablyzhennia funkcij, sho mayut drobovu pohidnu, Visnik Kiyivskogo universitetu. Matematika–Mehanika 9-10, p.125–127
9. PETROVA T.O. (2002) Pro potochkovi interpolacijni ocinki monotonного nablyzhennia funkcij, sho mayut drobovu pohidnu, Visnik Kiyivskogo universitetu. Matematika–Mehanika 7-8, p.118–122
10. PETROVA T.O., Pro potochkovi interpolacijni ocinki monotonного nablyzhennia funkcij, sho mayut drobovu pohidnu dovil'nogo diysnogo poryadku, $r > 4$ / Visnik Kiyivskogo universitetu imeni Tarasa Shevchenka . Fizyko-matematychni nauky - 2017,№2– p.17–20

Надійшла до редколегії 14.11.18

УДК 532.5

Троценко Я. П., аспірант.

Y. P. Trotsenko, Ph.D. student.

Особливості потоку рідини крізь циліндричні порожнини

Properties of the fluid flow through cylindrical cavities

Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, пр-т. Акад.
Глушкова, 4-е,
e-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com

Taras Shevchenko National University of Kyiv,
03680, Kyiv, Acad. Glushkova av., 4-e,
e-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com

Досліджено течію в'язкої нестисливої рідини у циліндричному каналі з двома послідовно розташованими діафрагмами на основі чисельного розв'язання нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса. Показано, що при певних параметрах течія рідини в області між діафрагмами нестационарна і характеризується наявністю нестійкого зсувного шару, у якому утворюється послідовний ряд кільцевих вихорів, що викликають стійкі періодичні автоколивання профілю швидкості в отворі другої діафрагми. При незмінних геометричних параметрах порожнини між діафрагмами можливі два стійкі режими автоколивань з різними частотами. Ці коливання характеризуються практично сталим числом Струхала зі зміною числа Рейнольдса. В залежності від діаметру порожнини можуть виникати три режими автоколивань.

Ключові слова: циліндрична порожнина, канал з діафрагмами, вихрові структури, автоколивання.

The flow of viscous incompressible fluid in a cylindrical duct with two serial diaphragms is studied by the numerical solution of unsteady Navier-Stokes equations. The discretization procedure is based on the finite volume method using the TVD scheme for the discretization of the convective terms and second order accurate in both space and time difference schemes. The resulting system of non-linear algebraic equations is solved by the PISO algorithm. It is shown that the fluid flow in the region between the diaphragms is non-stationary and is characterized by the presence of an unstable shear layer under the certain parameters. A series of ring vortices is formed in the shear layer that causes stable periodic self-sustained oscillations of the velocity profile in the orifice of the second diaphragm. Two stable modes of self-sustained oscillations with different frequencies are possible with constant geometric parameters of the cavity between the diaphragms. These oscillations are characterized by an almost constant Strouhal number with a change in the Reynolds number. There can be three self-sustained oscillation modes depending on the cavity diameter.

Key Words: cylindrical cavity, duct with diaphragms, vortex structures, self-sustained oscillations.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Жук Я.О.

1. Вступ

Течія рідини чи газу в нерегулярних каналах відрізняється складною неоднорідною структурою і може бути нестационарною. При певних умовах це може призвести до виникнення акустичних коливань. Такими явищами цікавляться вже давно, ще у 1854 році Зондхаус спостерігав виникнення тонального звуку при натіканні струменя на круговий отвір в пластині (hole tone) [1]. У другій половині XX століття відновлюються більш детальні експериментальні дослідження подібних систем, зокрема і потоків у каналах зі звуженнями, наприклад [2,3]. В наш час даній проблемі також приділяється значна увага як в експериментальному плані, так і в

теоретичному. Стрімкий розвиток комп'ютерної техніки та чисельних методів дає можливість досліджувати дану проблему за допомогою чисельних експериментів, зокрема і прямого чисельного моделювання [4,5].

Метою даної роботи є дослідження течії рідини в напівнескінченному циліндричному каналі з двома послідовно розташованими діафрагмами при різних діаметрах порожнини, утвореної цими діафрагмами, а саме: моделювання відповідних процесів та чисельний розрахунок, аналіз структури потоку в області між діафрагмами і визначення характеристик автоколивальних процесів в залежності від відношення діаметрів порожнини та отворів діафрагм.

2. Постановка задачі.

Розглядається течія рідини у напів-нескінченному циліндричному каналі з двома послідовно розташованими діафрагмами. При цьому порожнина, утворена діафрагмами, може набувати різного діаметру. В поперечному перетині каналу контури діафрагм в околі отворів мають форму півкола (рис. 1). Вважається, що поверхні каналу та діафрагм нерухомі й абсолютно жорсткі. Течія розглядається при швидкостях значно менших за швидкість звуку в середовищі. Потік рідини з густиною ρ потрапляє в розрахункову область з рівномірною швидкістю V_1 через ліву межу $x=0, 0 \leq R < D_1/2$ та покидає її через праву $x=L, 0 \leq R < D_1/2$. Також припускається, що рух рідини в порожнині між діафрагмами є близьким до осесиметричного, на що вказують експериментальні дослідження.

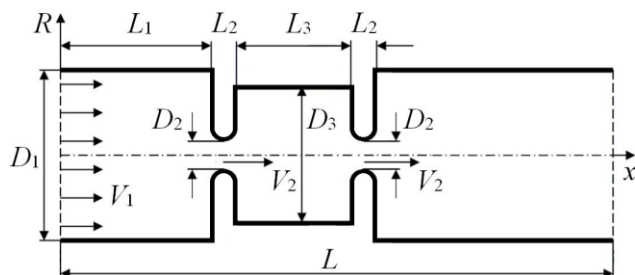


Рис. 1. Геометрія задачі

Значення геометричних параметрів для обчислень обираються такими: $D_2 = 6.35$ мм, $D_1/D_2 = 8.16$, $L_2/D_2 = 1$, $L_3/D_2 = 6$. Величина діаметру порожнини між діафрагмами обирається з діапазону $D_3/D_2 \in [1.29, 16.32]$. Розмір області вгору за потоком від першої діафрагми – $L_1/D_2 = 12$, загальна довжина розрахункової області – $L/D_2 = 92$. Кінематична в'язкість середовища $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5}$ м²/с відповідає в'язкості повітря при температурі 20°C.

Відомо, що розміри джерел звуку, що породжується потоком, тобто розміри діафрагм та порожнини між ними, – малі в порівнянні з довжиною звукової хвилі [2]. Тому приймаються наступні гіпотези: потужність збуджених потоком акустичних коливань є значно меншою за потужність самого потоку, і породжений звук не впливає на його характер. У зв'язку з цим задача розв'язується в межах моделі в'язкої нестисливої рідини.

Основним параметром задачі є число Рейнольдса, яке можна визначити як

$Re = V_2 D_2 / \nu$, де V_2 – швидкість потоку в отворах діафрагм, осереднена по поперечному перетину. Тоді масштабом довжини є діаметр отвору діафрагми D_2 , швидкості – швидкість V_2 , часу – величина D_2 / V_2 , а масштабом тиску – подвоєний швидкісний напір ρV_2^2 .

В межах прийнятої моделі процес описується системою нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса, що в безрозмірних величинах у векторній формі мають вигляд

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{U} - \nabla p, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (2)$$

де p – скалярне поле тиску, $\mathbf{U}$ – векторне поле швидкості.

Крайові умови для швидкості: рівномірний потік на вході в розрахункову область, умова прилипання на твердих поверхнях, рівність нулю нормального градієнту на виході з розрахункової області:

$$\mathbf{U}|_{x=0} = (V_1, 0, 0), \quad \mathbf{U}|_{\Sigma} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x}|_{x=L} = 0. \quad (3)$$

Для тиску задається рівність нулю нормального градієнту на всій межі розрахункової області окрім виходу з неї, де обирається постійний тиск:

$$\frac{\partial p}{\partial x}|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}|_{\Sigma} = 0, \quad p|_{x=L} = 0. \quad (4)$$

В початковий момент середовище знаходиться у стані спокою:

$$\mathbf{U}(t=0) = 0, \quad p(t=0) = 0. \quad (5)$$

3. Чисельний алгоритм розв'язання задачі.

Розв'язання поставленої задачі проводиться чисельно за методом скінченних об'ємів. Внаслідок припущення щодо осьової симетрії потоку в якості розрахункової області приймається половина поперечного перетину каналу. Для дискретизації області використовується неортогональна блочно-структурована сітка зі згущенням вузлів в отворах діафрагм та при наближенні до їх поверхонь. Кількість контрольних об'ємів вздовж поперечного перетину діафрагми – 82 з найменшим кроком біля поверхні – $3.2 \cdot 10^{-5}$ м, загальна кількість об'ємів змінювалась від 149234 до 216976 в

залежності від діаметру порожнини між діафрагмами.

Для розрахунку об'ємних інтегралів по контрольному об'єму застосовується узагальнена процедура Гауса. Для інтерполяції конвективних членів використовується TVD форма центрально-різницевої схеми для векторного поля з обмежувачем потоку типу Sweby [6]. Нормальні градієнти швидкості на поверхні елементів обчислюються зі значень швидкості в центроїдах сусідніх комірок за схемою другого порядку. На неортогональних ділянках сітки використовується процедура корекції похибки, викликані неортогональністю [7]. В якості схеми дискретизації похідної за часом обирається неявна триточкова несиметрична схема другого порядку з різницями назад.

Зв'язаний розрахунок поля швидкості і тиску проводиться за допомогою процедури PISO [8]. Для розв'язання отриманої системи лінеаризованих алгебраїчних рівнянь використовуються ітераційні розв'язники, що побудовані на основі методу спряжених/біспряжених градієнтів для симетричних та асиметричних матриць. В якості передобумовлення обрано спрощені схеми неповної факторизації Холецкого та неповної LU-факторизації для симетричних і асиметричних матриць відповідно [9].

Задача розв'язується за допомогою бібліотек тулбоксу з відкритим кодом OpenFOAM з використанням обчислювальних потужностей комплексу СКІТ Інституту кібернетики НАН України. Для розпаралелювання обчислень використовується технологія MPI та метод декомпозиції області розв'язання [8]. Більш детально алгоритм чисельного розв'язання та обґрунтування вибору відповідних методів розглянуто у роботі [10].

З метою контролю точності обчислень поле швидкості чисельно інтегрується по поперечних перетинах отворів діафрагм S_1 ($x = L_1 + L_2/2$, $0 \leq R < D_2/2$) та S_2 ($x = L_1 + 3L_2/2 + L_3$, $0 \leq R < D_2/2$). Це дозволяє контролювати точність виконання умови нестисливості середовища, яку можна подати у вигляді

$$\left| \frac{4 \int_{S_i} U_x ds - \pi D_1^2 V_1}{\pi D_1^2 V_1} \right| < \delta, \quad i = 1, 2. \quad (6)$$

Для результатів, представлених у даній роботі, відносна похибка δ не перевищує $3.3 \cdot 10^{-3}$.

4. Аналіз результатів обчислень.

В роботі [11] було показано, що при відношенні діаметрів порожнини та отворів діафрагм рівному $D_3/D_2 = 8.16$ в діапазоні чисел Рейнольдса $Re \in [2687, 4228]$ течія рідини в області між діафрагмами є нестационарною. Встановлюється циркуляційний рух, який переносить частину кінетичної енергії струменя з області отвору другої діафрагми вгору за потоком. На межі струменя та порожнини утворюється кільцевий зсувний шар, у якому виникає послідовний ряд кільцевих вихорів, що викликають автоколивання профілю повздовжньої швидкості потоку U_x в отворі другої діафрагми S_2 . На рис. 2 зображено поле завихреності в повздовжньому перетині каналу при $Re = 3946$ з частотою коливань $f_1 = 772.4$ Гц. Ці автоколивання можуть бути джерелом звуку в каналі та дають змогу оцінити його частоту.

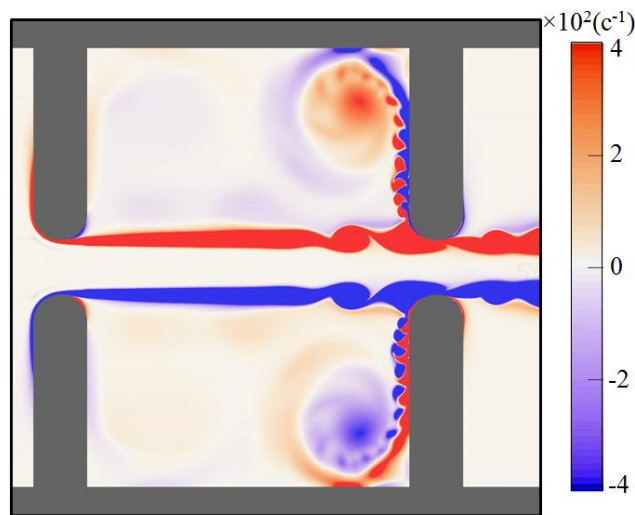


Рис. 2. Поле завихреності при $D_3/D_2 = 8.16$

Також було отримано залежність числа Струхаля $St = fD_2/V_2$ коливань профілю повздовжньої швидкості U_x в отворі другої діафрагми S_2 від числа Рейнольдса Re (рис. 3). При числах Рейнольдса більших за $Re \approx 3312$ в даній системі можливі два стійкі режими автоколивань з різними частотами. При цьому обидва режими характеризуються практично сталими числами Струхаля $St_1 \in [0.518, 0.531]$ та $St_2 \in [0.579, 0.591]$ зі зміною числа Рейнольдса Re . При числах Рейнольдса більших за $Re \approx 4228$ внаслідок дестабілізації циркуляційного руху автоколивання стають багаточастотними і характер звуку наближається до шумового.