Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Факультет комп’ютерних наук та кібернетики
Кафедра дослідження операцій

ВИПУСКНА КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА БАКАЛАВРА
за спеціальністю 113 «Прикладна математика»
на тему:

Чисельне прогнозування курсу Bitcoin

студента 4 курсу
Рибачка Романа Олександровича

Науковий керівник:
асистент, доктор філософії
Тимошенко А.А.

Робота заслухана на засіданні кафедри дослідження операцій та рекомендована до захисту в ЕК, протокол № 9 від 23 травня 2023 р.

Завідувач кафедри ДО проф. Іксанов О.М.

Київ – 2023

АНОТАЦІЯ

Випускна кваліфікаційна робота бакалавра: 40 сторінок, 9 рисунків, 1 таблиця, 12 інформаційних джерел.

Актуальність роботи: Зростаючий інтерес до криптовалют та їх ринку створює потребу в знаходженні ефективних методів прогнозування цінових коливань.

Об'єкт дослідження: Ціна Bitcoin розглядається як основний об'єкт аналізу та прогнозування.

Мета роботи: Дослідити методи розділених різниць з поліномом Ньютона та кубічного сплайну. Спрогнозувати ціну Bitcoin.

Предмет дослідження: Програмна реалізація методів інтерполяції та їх застосування

Ключові слова: ІНТЕРПОЛЯЦІЯ. РОЗДІЛЕНІ РІЗНИЦІ. ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИЙ МНОГОЧЛЕН НЬЮТОНА. КУБІЧНИЙ СПЛАЙН. ПРОГНОЗУВАННЯ.

Зміст

Вступ

В сучасному світі криптовалюти набувають все більшої популярності і значущості. Bitcoin, що став першою і найвідомішою криптовалютою, знаходиться в центрі уваги, як для інвесторів, так і для дослідників. Це пов'язано з тим, що ціна Bitcoin дуже змінюється і може змінюватися дуже швидко, що робить його цікавим для аналізу і прогнозування.

Біткоін[1] - найбільш інноваційна цифрова валюта на сьогодні, створена у 2008 році, хоча вона пройшла довгий шлях від успіху до невдач, все ж таки продовжує привертати увагу всіх верств суспільства. Вперше вона з'явилася в статті, написаній Накамото (2008), в якій описано Біткоін як чистий електронний актив, який досягає децентралізації, анонімності та прозорості. Перший блок був здобутий з загальною кількістю 50 BTC в 2009 році. У травні 2010 року флоридський програміст використав 10 000 BTC для покупки піци на суму 25 доларів США, це була перша транзакція Біткоїном у реальному світі. З 2011 по 2013 рік, тільки за ці 3 роки, ціна на Біткоін зросла в сто тисяч разів та перевищила 1000 доларів у листопаді 2013 року. Похід зниження розпочався після банкрутства однієї з найбільших компаній з Біткоїном - Mt. Gox, ринок почав втрачати віру в Біткоїн, і ціна на нього впала з того часу на значну суму. Але здається, що він завжди повертатиметься до свого тренду, коли вплив закінчиться. У 2016 році ціна на Біткоїн значно змінилася з 360 до 766,62 доларів, і все ще є шанс піднятися вище. Немає потреби говорити, як змінилася ціна на Біткоїн з 2011 року, коли він вперше привернув увагу людей. Це спостереження може породити багато питань, які варто вивчати. Наприклад, що впливаю на ціну Біткоїна? Який зв’язок між Біткоїном та іншими показниками економіки?

Одна з найбільш важливих рис біткоїну полягає в тому, що він є децентралізованою системою[2], що не підпорядковується жодній центральній владі, такій як уряд або центральний банк. Це робить біткоїн набагато менш стабільним активом, ніж традиційні валюти, такі як долар США або євро, тому що ціни на біткоїни можуть різко змінюватись.

Вся інформація про операції з біткоїнами зберігається у блоках, які створюються користувачами мережі за допомогою спеціальних програм, що відомі як "майнери". Ці блоки з'єднуються в ланцюг, що називається блокчейн, що забезпечує безпеку та надійність системи.

Прогнозування курсу Bitcoin є актуальною темою для дослідження. У зв'язку зі зростанням популярності криптовалют та зростанням їх ролі в економіці, прогнозування ціни Bitcoin стає все більш важливим завданням для інвесторів, фахівців і дослідників.

Ціна Bitcoin залежить від багатьох чинників[3], включаючи політичну ситуацію, геополітичні та економічні фактори, новини, пов'язані з криптовалютами, і багато інших. У зв'язку з цим прогнозування ціни Bitcoin є складним завданням, яке вимагає використання різних методів та технік, щоб зробити точні прогнози.

Враховуючи важливість Bitcoin як цифрової валюти, розвиток методів прогнозування його курсу стає все більш актуальним завданням. У даний час існують різні методи прогнозування, такі як статистичні методи, нейромережі, генетичні алгоритми та інші. Однак, у нашій дипломній роботі ми будемо зосереджені на використанні методів інтерполяції[4] для прогнозування курсу Bitcoin. Ці методи дають змогу аналізувати та розуміти різноманітні чинники, що впливають на зміну ціни Bitcoin, такі як валютний ринок, політика, технічні інновації, та інші, і здійснювати прогнози на основі отриманих даних.

Зворотній розвиток технології і зростання залучення електронних коштів у повсякденному житті підвищили інтерес до цифрових валют, особливо до Bitcoin. Bitcoin з'явився на ринку в 2009 році і від того часу пройшов складний шлях. Незважаючи на зниження ціни, криптовалюта зберігає свою популярність і на сьогоднішній день залишається однією з найбільш значущих цифрових валют. Ціна Bitcoin піддається значним коливанням, що може бути складно передбачити, проте чисельне прогнозування може бути корисним інструментом для інвесторів та фахівців у галузі фінансів.

Одним з методів, що використовуються для чисельного прогнозування, є інтерполяція. Він широко застосовуються у фінансовій сфері для прогнозування цін на акції та інші фінансові інструменти.

Інтерполяція - це метод побудови функції, яка проходить через задані точки, які ми вже знаємо, тобто це метод отримання нових значень функції для точок, які лежать між заданими точками.

Однак, прогнозування ціни Bitcoin може бути складнішим завданням порівняно з прогнозуванням інших фінансових інструментів через його високу волатильність і невизначеність. Крім того, існує безліч чинників, які можуть вплинути на ціну Bitcoin, такі як технічні показники, новини, законодавчі зміни та політична нестабільність.

Таким чином, метою цієї роботи є аналіз та розробка математичної моделі для чисельного прогнозування його курсу. Для досягнення цієї мети будуть використовуватися методи інтерполяції, які дозволять прогнозувати курс Bitcoin в майбутньому.

У першому розділі буде розглянуто історію чисельних методів.

Другий розділ описує методи які ми будемо застосовувати для інтерполяції даних

У третьому розділі описаний збір даних та чому саме ці дані було обрано для дослідження.

У третьому розділі досліджень будуть представлені результати аналізу даних та розробки математичної моделі. Далі будуть побудовані математичні моделі, які будуть використовуватися для прогнозування курсу Bitcoin на певний період часу. Також буде досліджено залежність ціни Bitcoin від сезонності[5].

У четвертому розділі ми спробуємо спрогнозувати ціну Bitcoin для найбилжчого майбутнього.

У розділі висновків будуть резюмовані результати дослідження та проаналізовані його основні висновки. Також будуть обговорені перспективи подальшого використання чисельних методів для прогнозування ціни криптовалюти.

Розділ 1. Використання чисельних методів

1.1 Історія чисельних методів у прогнозуванні

Історія чисельних методів прогнозування простирається на десятиліття і відображає постійний розвиток та вдосконалення підходів до прогнозування у різних галузях. Починаючи з початку використання обчислювальних машин та розвитку математичних методів, чисельні методи прогнозування стали суттєвою складовою аналізу та прийняття рішень.

Перші спроби прогнозування за допомогою чисельних методів сягають початків XX століття. Застосування статистичних методів, таких як регресійний аналіз та часові ряди, стали популярними для прогнозування економічних показників та фінансових ринків. Вперше чисельні методи були використані для прогнозування руху цін акцій, валютних курсів та інших фінансових показників.

У 1960-х роках з'явилися комп'ютери, що дозволило проводити більш складні обчислення та аналізувати великі обсяги даних. Це відкрило нові горизонти для розвитку чисельних методів прогнозування. З'явилися нові моделі та алгоритми, такі як нейронні мережі та генетичні алгоритми, які дозволяли здійснювати більш точні прогнози та адаптуватися до змінних умов.

У 1990-х роках з розвитком Інтернету та доступності великих обсягів фінансових даних стали популярними онлайн-платформи для прогнозування фінансових ринків. Торгові алгоритми та роботизовані системи почали широко використовуватись для автоматичного прогнозування та управління портфелями.

Сьогодні чисельні методи прогнозування є необхідною складовою фінансової аналітики та управління ризиками. Вони постійно розвиваються та вдосконалюються, використовуючи нові математичні моделі, статистичні підходи та обчислювальні технології. Застосування штучного інтелекту та машинного навчання[6] дозволяє отримувати більш точні прогнози та виявляти складні залежності в фінансових даних.

Розділ 2. Методи інтерполяції

У сучасному аналізі даних та прогнозуванні численні методи грають важливу роль в реконструкції та прогнозуванні значень, які не були безпосередньо виміряні. Один з таких методів - інтерполяція - використовується для отримання проміжних значень між відомими точками даних.

Розділ "Методи інтерполяції" присвячений огляду різних методів, які використовуються для апроксимації та прогнозування проміжних значень даних. Інтерполяція дозволяє заповнити прогалини в даних та отримати неперервну функцію, яка проходить через відомі точки.

У цьому розділі ми розглянемо різні методи інтерполяції, включаючи поліноміальну інтерполяцію, сплайн-інтерполяцію. Кожен метод має свої переваги та обмеження, і ми докладно розглянемо їх принципи роботи, стійкість до шуму в даних.

Також ми розглянемо приклади використання методів інтерполяції в контексті прогнозування ціни Bitcoin. Це дозволить нам оцінити ефективність та придатність цих методів для прогнозування фінансових ринків та роботи з високоволатильними даними.

Огляд методів інтерполяції в цьому розділі буде корисним для нашого подальшого дослідження та розвитку чисельних методів прогнозування ціни Bitcoin. Ми отримаємо більш глибоке розуміння різних методів і їхніх можливостей, що допоможе нам знайти найбільш ефективні підходи для наших конкретних потреб.

2.1 Поліноміальна інтерполяція

Поліноміальна інтерполяція[8,9] є потужним методом для апроксимації та прогнозування проміжних значень даних. У цьому розділі ми розглянемо один із підходів до поліноміальної інтерполяції - використання розділених різниць та полінома Ньютона для побудови інтерполяційного многочлена.

Метод розділених різниць у формі Ньютона є ефективним і гнучким способом побудови поліномів інтерполяції. Він базується на розділенні даних на різниці між відомими точками та побудові многочлена, що пройшов через ці точки. Цей метод дозволяє отримати апроксимацію функції з високою точністю та стійкістю.

У цьому розділі ми розглянемо процес побудови інтерполяційного многочлена у формі Ньютона з використанням розділених різниць. Ми описуватимемо алгоритм обчислення коефіцієнтів многочлена та його подальше використання для прогнозування проміжних значень. Також будуть розглянуті питання стійкості та точності цього підходу.

Використання розділених різниць та полінома Ньютона в поліноміальній інтерполяції дозволяє досягти більшої гнучкості і зручності в апроксимації даних. Цей підхід часто використовується в аналізі фінансових ринків та прогнозуванні ціни Bitcoin. Він дозволяє отримати достатньо точні прогнози з використанням обмеженої кількості відомих точок даних.

У наступних розділах ми розглянемо конкретні приклади використання поліноміальної інтерполяції з використанням розділених різниць та форми Ньютона для прогнозування ціни Bitcoin та проведення аналізу фінансових ринків.

2.1.1 Розділені різниці. Інтерполяційний многочлен у формі Ньютона

Запишемо вигляд полінома Ньютона відповідно до[10 с. 203-212]:

За означенням розділена різниця нульового порядку $f(x_i)$ від функції $f(x)$ по одному вузлу x_i збігається із значенням функції $f(x_i)$. Різниці першого порядку по вузлах x_i, x_j визначаються рівністю:

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_j) - f(x_i)}{x_j - x_i},$$

різниці другого порядку — рівністю:

$$f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f(x_j) - f(x_i)}{x_j - x_i}, \tag{2.1}$$

і т. д. Розділені різниці k-го порядку $f[x_1, \dots, x_{k+1}]$ визначаються через різниці $(k — 1)$-го порядку за формулою

$$f[x_i, \dots, x_{k+1}] = \frac{f[x_2, \dots, x_{k+1}] - f[x_1, \dots, x_k]}{x_{k+1} - x_1}$$

Іноді замість $f[x_1, \dots, x_k]$ використовують позначення $(f)(x_1; \dots; x_k)$або $[x_1; \dots; x_k]$.

Нехай $L(x)$ – многочлен степеня n. Розглянемо його розділені різниці, віднімаючи від $L(x)$ константу $L(x_0)$, яка, очевидно, не впливає на розділені різниці, дістанемо многочлен $L(x) - L(x_0)$, що перетворює на нуль при $x = x_0$ і тому ділиться на $x - x_0$. Отже, перша розділена різниця многочлена n-го степеня

$$L[x; x_0] = \frac{[L(x_0) - L(x)]}{(x_0 - x)}$$

є многочленом степеня $n - 1$ відносно x. Із формули (2.1) видно, що чисельник другої різниці $L[x; x_0; x_1]$ перетворюється на нуль при $x = x_1$ і, значить, націло ділиться на $x - x_1$. Це означає, що $L[x; x_0; x_1]$, є многочленом степеня $n - 2$. Продовжуючи ці міркування, дійдемо висновку, що різниця $L[x; x_0; \dots; x_{n-1}]$ є многочленом нульового ступеня, тобто стала, а розділені різниці більш високого порядку дорівнюють нулю

З означення розділених різниць випливає:

$$L(x) = L(x_0) + (x - x_0)L[x, x_0],$$

$$L[x, x_0] = L[x_0, x_1] + (x - x_1)L[x; x_0; x_1],$$

$$L[x; x_0; x_1] = L[x_0; x_1; x_2] + (x - x_2)L[x; x_0; x_1; x_2]$$

…

т. д. Звідси для $L(x)$ дістаємо формулу:

$$L(x) = L(x_0) + (x - x_0)L[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1) \times$$

$$\times L[x_0; x_1; x_2] + \cdots + (x - x_0)(x - x_1) \dots$$

$$\dots (x - x_{n-1})L[x_0, x_1, x_2, \dots, x_n].$$

Якщо $L(x)$ – інтерполяційний многочлен для функції $f(x)$ за системою Чебишева $\varphi_i(x) = x^i, i = \overline{((0, n))}$, то йог означення в вузлах сітки $\omega = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$збігаються із значеннями функції $f(x)$, а отже, збігаються і розділені різниці. Тому інтерполяційний многочлен за системою Чебишева $\varphi_i(x) = x^i$ для функції $f(x)$ можна записати у вигляді:

$$p_n(x; f) \equiv p(x; f) = f(x_0) + (x - x_0)f[x, x_0] + (x - x_0)(x - x_1) \times$$

$$\times f[x_0, x_1, x_2] + \cdots + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \times [x_0, x_1, \dots, x_n]. \qquad (2.2)$$

Такий запис інтерполяційного многочлена називають інтерполяційним многочленом у формі Ньютона, а формулу (2.2) — інтерполяційною формулою Ньютона.

Якщо відомі розділені різниці (таблиця розділених різниць), то обчислювати многочлен Ньютона зручно за схемою Горнера:

$$p(x; f) = (\dots ((0 * (x - x_n) + f[x_0, \dots, x_n])(x - x_{n-1}) +$$

$$+f[x_0, \dots, x_{n-1}])(x - x_{n-2}) + \cdots + f[x_0, x_1]) \times$$

$$\times (x - x_0) + f(x_0).$$

Обчислення $p(x; f)$ для кожного x за цією схемою потребує n множень і $2n$ додавань та віднімань у той час, коли для обчислення значення цього многочлена, записаного у формі:

$$L(x) = u_n x^n + u_{n-1} x^{n-1} + \cdots + u_1 x + u_0, u_n \neq 0,$$

або в формі Лагранжа, потрібна кількість арифметичних дій порядку $O(n^2)$. Неважко помітити, що коли покласти $b_0 = 0, b_k = (x - x_{n-k+1}) \times b_{k-1} + f[x_0; \dots; x_{n-k+1}]$, то $p_n(x; f) = b_{n+1}$.

2.2 Сплайн інтерполяція

Сплайн інтерполяція[8] є потужним методом для апроксимації та прогнозування проміжних значень даних. У цьому розділі ми зосередимося на одному з найбільш ефективних та поширених підходів до сплайн інтерполяції - кубічному сплайні.

Кубічний сплайн - це спеціальний тип сплайна, який використовує кубічні поліноми для апроксимації даних. Його особливістю є те, що він забезпечує гладку зміну значень між точками інтерполяції, забезпечуючи при цьому максимальну точність і контроль над кривизною.

У цьому розділі ми розглянемо процес побудови кубічного сплайна, включаючи визначення кубічних поліномів та отримання коефіцієнтів сплайнів.

У наступних розділах ми розглянемо приклади використання кубічного сплайна для інтерполяції та прогнозування ціни Bitcoin.

2.2.1 Кубічний сплайн

Запишемо співвідношення для кубічного спплайну відповідно до[10 с. 294-306]:

Нехай на відрізку $[a, b]$ дійсної осі задано сітку $\omega = \{x_1 : x_0 = a < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b\}$, у вузлах які задано значення $\{f_k\}_{k=0}^{n}$ функції $f(x)$, визначеної на $[a, b]$. Задача кусково-кубічної інтерполяції ставиться таким чином: знайти функцію $g(x)$, яку називатимемо кубічним сплайном, визначену на $[a, b]$ і таку, що

1) $g(x) \in C^{(2)}[a, b];$ (2.3)
2) на кожному з відрізків $[x_{k-1}, x_k]$ функція $g(x)$ являється кубічним многочленом виду

$$g(x) \equiv g_k(x) = \sum_{i=0}^{3} a_i^{(k)} (x_n - x)^i\,, \quad k = 1, \dots, n; \tag{2.4}$$

3) у вузлах сітки ω виконуються рівності

$$g(x_k) = f_k, \quad k = \overline{(0, n)};$$

4) $g''(x)$ задовольняє умови

$$g''(a) = g''(b) = 0. \tag{2.5}$$

Покажемо, що поставлена задача має єдиний розв'язок і вкажемо алгоритм його обчислення.

В силу (2.4) для $x \in [x_{i-1}, x_i], i = \overline{(1, n)}$, маємо

$$g''(x) = m_{i-1}\frac{x_i - x}{h_i} + m_i\frac{x - x_{i-1}}{h_i}, \tag{2.6}$$

де $h_i = x_i - x_{i-1}, m_i = g''(x_i)$. Інтегруючи двічі обидві частини рівняння (2.6), дістаємо

$$g(x) = m_{i-1}\frac{(x_i - x)^3}{6h_i} + m_i\frac{(x - x_{i-1})^3}{6h_i} + A_i\frac{(x_i - x)}{h_i} + B_i\frac{(x - x_{i-1})}{h_i}, \tag{2.7}$$

де A_i,B_i – деякі сталі інтегрування. Знайдемо їх з умов $g(x_{i-1}) = f_{i-1}, g(x_i) = f_i$. Підставляючи в (2.7) $x = x_i$ і $x = x_{i-1}$, маємо

$$m_i\frac{h_i^2}{6} + B_i = f_i, \quad m_{i-1}\frac{h_i^2}{6} + A_i = f_{i-1},$$

звідки $B_i = f_i - \frac{m_i h_i^2}{6}, A_i = f_{i-1} - \frac{m_{i-1}h_i^2}{6}$. Підставивши ці значення в (2.7), знайдемо для $x \in [x_{i-1}, x_i]$

$$g(x) = m_{i-1}\frac{(x_i - x)^3}{6h_i} + m_i\frac{(x - x_{i-1})^3}{6h_i} +$$

$$+\left(f_{i-1} - \frac{m_{i-1}h_i^2}{6}\right)\frac{(x_i - x)}{h_i} + \left(f_i - \frac{m_i h_i^2}{6}\right)\frac{(x - x_{i-1})}{h_i}, \tag{2.8}$$

$$g(x) = -m_{i-1}\frac{(x_i - x)^2}{2h_i} + m_i\frac{(x - x_{i-1})^2}{2h_i} + \frac{f_i - f_{i-1}}{h_i} - \frac{m_i - m_{i-1}}{6}h_i.$$

Із виразу (2.8)

$$g'(x) = -m_i \frac{(x_{i+1} - x)^2}{2h_{i+1}} + m_{i+1} \frac{(x - x_i)^2}{2h_{i+1}} + \frac{f_{i+1} - f_i}{h_{i+1}} - \frac{m_{i+1} - m_i}{6} h_{i+1}, \qquad (2.9)$$

Знайдемо

$$g'(x_i + 0) = -\frac{h_{i+1}}{3} m_i - \frac{h_{i+1}}{6} m_{i+1} + \frac{f_{i+1} - f_i}{h_{i+1}}. \qquad (2.10)$$

За умовою (2.3) функції $g'(x)$ і $g''(x)$ мають бути неперервними на $[a, b]$. Враховуючи (2.9), (2.10), з умови неперервності $g'(x)$ в точках $x_i, i = \overline{(1, n-1)}$, дістаємо $n - 1$ рівнянь

$$\frac{h_i}{6} m_{i-1} + \frac{h_i + h_{i+1}}{3} m_i + \frac{h_{i+1}}{6} m_{i+1} = \frac{f_{i+1} - f_i}{h_{i+1}} - \frac{f_i - f_{i-1}}{h_i}.$$

Доповнивши ці рівняння рівностями $m_0 = m_n = 0$, які випливають з (2.5), запишемо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для знаходження невідомих $m_1, \ldots, m_{n-1}$:

$$Am = Hf.$$

Тут квадратна матриця A має вигляд

$$A = \begin{bmatrix} \frac{h_1 + h_2}{3} & \frac{h_2}{6} & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ \frac{h_2}{6} & \frac{h_2 + h_3}{3} & \frac{h_3}{6} & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h_3}{6} & \frac{h_3 + h_4}{3} & \frac{h_4}{6} & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & \frac{h_{n-2}}{6} & \frac{h_{n-2} + h_{n-1}}{3} & \frac{h_{n-1}}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \frac{h_{n-1}}{6} & \frac{h_n + h_{n-1}}{3} \end{bmatrix},$$

а вектори m, f і прямокутна матриця H, яка має $n + 1$ стовпчиків і $n - 1$ рядків, такі:

$$m = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \ldots \\ m_{n-1} \end{pmatrix}, f = \begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \ldots \\ f_{n-1} \\ f_n \end{pmatrix},$$

$$H =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{h_1} & (-\frac{1}{h_1}-\frac{1}{h_2}) & \frac{1}{h_2} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{h_2} & (-\frac{1}{h_2}-\frac{1}{h_3}) & \frac{1}{h_3} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{h_{n-2}} & (-\frac{1}{h_{n-2}}-\frac{1}{h_{n-1}}) & \frac{1}{h_{n-1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{h_{n-1}} & (-\frac{1}{h_{n-1}}-\frac{1}{h_n}) & \frac{1}{h_n} \end{bmatrix}$$

Властивості матриці A.

Матриця A симетрична і для її елементів $a_{ij}, i, j = \overline{1, n-1}$ виконується співввідношення

$$\min_i(|a_{ii}| - \sum_{j \neq i} |a_{ij}|) = q > 0, \tag{2.11}$$

де

$$q = \min\left(\frac{h_1}{3} + \frac{h_2}{6}, \min_{i=2,\dots,n-2} \frac{h_i + h_{i+1}}{6}, \frac{h_n}{3} + \frac{h_{n-1}}{6}\right).$$

Означення. Квадратна матриця A називається матрицею з строгою діагональною перевагою, якщо для неї виконується умова (2.11).

Лема 1. Матриця зі строгою діагональною превагою невироджена, причому

$$||A^{-1}||_\infty \equiv \max_i \sum_j \left|a_{ij}^{(-1)}\right| \leq \min_i \left(\left|a_{ij}\right| - \sum_{i \neq j} \left|a_{ij}\right| \right)^{-1} = q^{-1}$$

Розділ 3. Збір та обробка даних

3.1 Опис джерел даних про ціну Bitcoin

Для проведення аналізу та прогнозування ціни Bitcoin було використано кілька джерел даних, які надають доступ до історичних та поточних даних про ціну Bitcoin. Нижче наведено опис цих джерел даних:

- Data.nasdaq.com: Data.nasdaq.com є платформою, що надає доступ до широкого спектру фінансових даних, включаючи дані про ціну Bitcoin. Використання цього ресурсу дозволяє отримати надійний та достовірний потік даних з ціновими часовими рядами, аналітичними показниками та іншими релевантними даними для проведення аналізу та прогнозування ціни Bitcoin. Даний ресурс забезпечує доступ до історичних та поточних даних, що охоплюють різні періоди часу. Цей ресурс може бути особливо корисним для отримання точних та актуальних даних про ціну Bitcoin, оскільки він спеціалізується на фінансових ринках та надає детальні та ретельно перевірені дані.
- Binance: Binance є однією з найбільш обсяжних криптовалютних бірж у світі. Для отримання даних про ціну Bitcoin було використано API Binance, яке дозволяє отримувати реальний час та історичні дані про ціну та обсяги торгів.

3.2 Обґрунтування вибору показників та факторів для моделювання

- Часовий горизонт прогнозування: Місячні показники ціни Bitcoin є релевантними для коротко- та середньстрокового прогнозування. Вони надають достатньо історичних даних для розуміння та аналізу трендів, паттернів та циклів на ринку криптовалют.
- Зменшення шуму та коливань: Щомісячні показники ціни Bitcoin можуть допомогти зменшити шум та коливання, що присутні на короткотермінових графіках ціни. Вони можуть представляти більш змірену та згладжену версію

руху ціни, що сприяє більш стабільним та передбачуваним моделям прогнозування.

- Аналіз трендів та циклів: Місячні дані дозволяють проводити аналіз трендів та циклів на ринку Bitcoin. Це дає можливість виявити довгострокові зміни та циклічні залежності, які можуть бути використані для побудови моделей прогнозування.
- Доступність та стабільність даних: Місячні дані про ціну Bitcoin легше доступні та стабільніші в порівнянні з іншими варіантами, наприклад, даними з криптовалютних бірж або високочастотними даними. Це дозволяє забезпечити більш однорідну та надійну базу даних для аналізу та прогнозування.
- Співвідношення з фундаментальними факторами: Місячні показники ціни Bitcoin можуть бути більш зв'язаними з фундаментальними факторами, такими як ринкові тенденції, макроекономічні зміни або новини, порівняно з денними або годинними показниками. Це дозволяє більш ефективно використовувати чисельні методи для прогнозування на основі фундаментального аналізу.

Примітка. На рис. 3.1 зображено графік динаміки місячних показників ціни біткоїна з 31.01.2019 по 31.05.2023[11]. На горизонтальній осі, яка відображає дати, переведені в числове представлення(яке відповідає кількості днів, що пройшли з 1 січня 1900, до вказаної дати), щоб показати послідовність даних в хронологічному порядку. На вертикальній осі відображена ціна біткоїна в доларах.

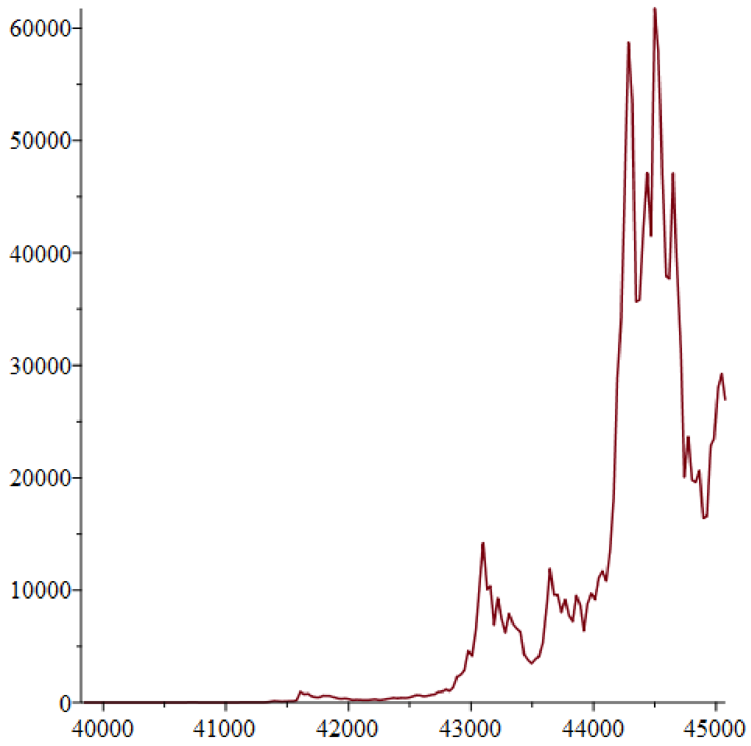

Рисунок 3.1 - Графік ціни Bitcoin

Розділ 4. Вибір даних та побудова моделей

4.1 Вибір даних для обробки та формулювання конкретних задач

Вибір даних з проміжку часу від 31.01.2021 до 31.03.2022 з кроком у місяць дозволяє виконати аналіз та прогнозування ціни біткоїна на середньо- та короткострокову перспективу. На основі цих даних, моє дослідження буде спрямоване на вирішення таких задач:

- Прогнозування майбутньої ціни біткоїна: За допомогою обраних чисельних методів, зокрема методу кубічного сплайну та методу розділених різниць з інтерполяційним многочленом у формі Ньютона, я планую побудувати прогнозну модель для визначення майбутніх значень ціни біткоїна.
- Аналіз тенденцій та коливань ціни: Шляхом обробки та аналізу місячних показників ціни біткоїна, я досліджуватиму тенденції та коливання на ринку криптовалют. Це допоможе виявити основні фактори, що впливають на ціну, та зрозуміти динаміку руху ринку.
- Порівняння різних методів прогнозування: У моєму дослідженні я планую порівняти результати прогнозування за допомогою кубічного сплайну та методу розділених різниць. Це дозволить визначити, який метод є більш ефективним та точним у прогнозуванні ціни біткоїна.

Використання місячних показників дозволяє отримати стабільні дані та забезпечити аналіз та прогнозування на основі менш волатильних значень ціни біткоїна. Описані задачі відповідають конкретним цілям дослідження та спрямовані на досягнення зазначених результатів.

4.2 Побудова моделей

У своєму дослідженні я планую будувати модель чисельного прогнозування ціни біткоїна за допомогою програми Maple[12]. Maple є потужним математичним інструментом, який надає можливості для чисельного аналізу, моделювання та прогнозування.

Використання програми Maple дозволяє мені математично моделювати поведінку ціни біткоїна, використовуючи різні чисельні методи та алгоритми. За допомогою Maple я можу побудувати інтерполяційні многочлени, сплайни та інші математичні моделі, які дозволять прогнозувати майбутні значення ціни біткоїна.

Програма Maple має зручний інтерфейс та широкі функціональні можливості, що спрощують розробку та аналіз прогнозних моделей. З його допомогою я зможу ефективно виконувати обчислення, тестувати різні сценарії та отримувати результати прогнозування.

Використання програмного забезпечення, такого як Maple, дозволяє мені зосередитись на розвитку та оцінці прогнозних моделей, забезпечуючи точність та достовірність результатів прогнозування.

4.2.1 Модель кубічного сплайну

Вважаємо, що для функції, яка характеризує курс біткоїна, виконуються основні умови застосування методу кубічного сплайну:

- на кожному відрізку $[x_{i-1}, x_i]$ є многочлен степеня не вище трьох:
  $$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_{i-1}) + c_i(x - x_{i-1})^2 + d_i(x - x_{i-1})^3, x_{i-1} \le x \le x_i,$$
  $$i = 1,2, \dots, n.$$
- має неперервні першу і другу похідні на всьому відрізку $[a, b]$;
- в точках x_i виконується рівність $s(x_i) = f$, тобто сплайн $S(x)$ інтерполює функцію f в точках x_i.

Звідси розпочинається опис процесу знаходження кубічного сплайну програмно з використанням програми Maple:

1. Імпортування даних: У першому кроці я використовую функцію ImportData(), щоб імпортувати дані про ціну біткоїна з відповідних джерел [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**].
2. Конвертування даних: Після імпортування даних, вони можуть потребувати певного форматування або перетворення для ефективного використання. Наприклад, використовую конвертацію дат у числовий формат, щоб зручно працювати з ними(табл. 4.1). Для цього можна використовувати функції або методи в Maple, які дозволяють здійснювати такі перетворення
3. Використання функції Spline() для знаходження кубічного сплайну: У наступному кроці я застосовую функцію Spline() в Maple(), яка використовує алгоритм кубічного сплайну для побудови апроксимуючої кривої на основі вхідних даних. Ця функція приймає вхідні параметри, такі як вектор дат та цін, і виконує обчислення, щоб знайти кубічний сплайн, який найкраще апроксимує ці дані(рис. 4.1).
4. Візуалізація результатів: Після знаходження кубічного сплайну, можна використовувати функцію plot() в Maple для візуалізації результатів(рис 4.2). Ця функція дозволяє побудувати графік, на якому відображаються оригінальні дані про ціну біткоїна та кубічний сплайн. Це дозволяє зрозуміти, наскільки добре сплайн апроксимує реальні дані та як він підходить для подальшого аналізу та прогнозування.

Дані для аналізу за період від 31.01.2021 до 31.03.2022(таблиця 4.1)

x	z
44651,00	47064,16
44620,00	37704,56
44592,00	37918,62
44561,00	47132,96
44530,00	57828,45
44500,00	61731,29
44469,00	41522,38
44439,00	47074,77
44408,00	42214,15
44377,00	35847,7
44347,00	35684,59
44316,00	53584,15
44286,00	58730,13
44255,00	46155,87
44227,00	34318,1

Таблиця 4. 1 - Дані для досліджень

Примітка. v - це значення аргументу, для якого ми хочемо знайти відповідне значення функції. Для кожного значення v зображена права границя, а кожне попереднє зображає ліву

$$
\begin{cases}
-1.75331761723378\ 10^{7} + 397.211980743387\ v + 1.06042159180626\ 10^{-13}\ (v - 44227.0)^{2} + 0.0326090806844510\ (v - 44227.0)^{3} & v < 44255.0 \\
-2.09266665019026\ 10^{7} + 473.908538513222\ v + 2.73916277749399\ (v - 44255.0)^{2} - 0.159418620492149\ (v - 44255.0)^{3} & v < 44286.0 \\
-8.09577274079725\ 10^{6} + 184.132747838984\ v - 12.0867689282759\ (v - 44286.0)^{2} + 0.00770850371402763\ (v - 44286.0)^{3} & v < 44316.0 \\
2.31094452697007\ 10^{7} - 520.260427829693\ v - 11.3930035940134\ (v - 44316.0)^{2} + 0.308052422428496\ (v - 44316.0)^{3} & v < 44347.0 \\
1.50476548254040\ 10^{7} - 338.511516797168\ v + 17.2558716918367\ (v - 44347.0)^{2} - 0.193030704397704\ (v - 44347.0)^{3} & v < 44377.0 \\
-7.75932216675671\ 10^{6} + 175.657882839234\ v - 0.116891703956645\ (v - 44377.0)^{2} + 0.0346879446640283\ (v - 44377.0)^{3} & v < 44408.0 \\
-1.18776009872513\ 10^{7} + 268.415941660316\ v + 3.10908714979799\ (v - 44408.0)^{2} - 0.216444796832119\ (v - 44408.0)^{3} & v < 44439.0 \\
7.28312177094131\ 10^{6} - 162.831004319208\ v - 17.0202789555891\ (v - 44439.0)^{2} + 0.542621895911350\ (v - 44439.0)^{3} & v < 44469.0 \\
-1.24556619374245\ 10^{7} + 281.031377306090\ v + 31.8156916764324\ (v - 44469.0)^{2} - 0.640392816539905\ (v - 44469.0)^{3} & v < 44500.0 \\
-1.80654225266356\ 10^{7} + 407.351771160351\ v - 27.7408402617788\ (v - 44500.0)^{2} + 0.327531966695940\ (v - 44500.0)^{3} & v < 44530.0 \\
1.66569352038306\ 10^{7} - 372.762334467339\ v + 1.73703674085578\ (v - 44530.0)^{2} - 0.0271608854847065\ (v - 44530.0)^{3} & v < 44561.0 \\
1.53480831619603\ 10^{7} - 343.370889386690\ v - 0.788925609221927\ (v - 44561.0)^{2} + 0.0734555765650583\ (v - 44561.0)^{3} & v < 44592.0 \\
8.08730303169445\ 10^{6} - 180.511849921386\ v + 6.04244301132849\ (v - 44592.0)^{2} + 0.00469189490330143\ (v - 44592.0)^{3} & v < 44620.0 \\
-7.49862662635113\ 10^{6} + 168.900295525575\ v + 6.43656218320581\ (v - 44620.0)^{2} - 0.0692103460559765\ (v - 44620.0)^{3} & \textit{otherwise}
\end{cases}
$$

Рисунок 4.1 - Кубічний сплайн

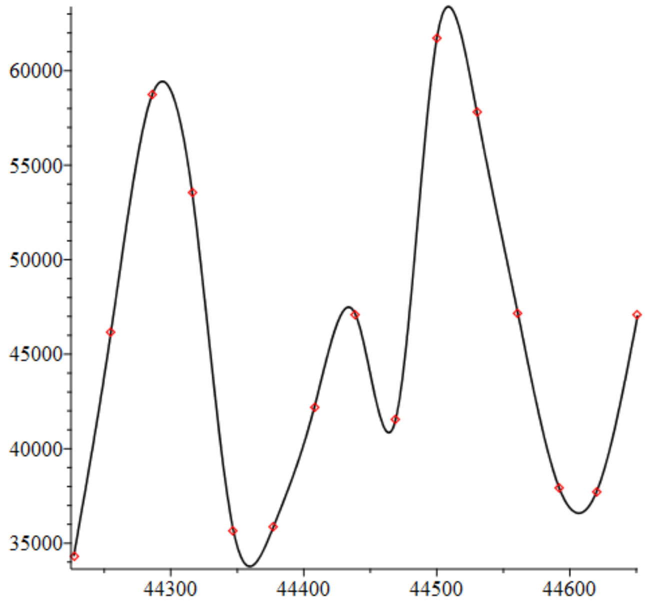

Рисунок 4.2 - Графік кубічного сплайну

Апроксимація даних: Кубічний сплайн є ефективним методом для апроксимації складних нелінійних залежностей між змінними. Графік кубічного сплайну демонструє, як добре сплайн підлаштовується до оригінальних даних, утворюючи плавну криву, яка наближається до реальної залежності.

Після побудови кубічного сплайну, можна проводити аналіз та прогнозування на основі цих даних. Наприклад, можна використовувати сплайн для визначення тренду ціни біткоїна, виявлення періодів зміни волатильності, або побудови моделей прогнозування майбутньої ціни.

Сплайн як трендовий індикатор: Графік кубічного сплайну може служити як візуальний індикатор тренду ціни біткоїна. За допомогою сплайну можна виявити загальний напрямок руху ціни і визначити, чи спостерігається зростання, зниження або стабільність ціни протягом певного періоду.

Визначення точок перегину: Кубічний сплайн може також допомогти виявити точки перегину у ціновій динаміці. Це місця, де сплайн змінює свій нахил або кривизну, що може вказувати на зміну тренду або волатильності.

Підтримка прогнозування: Кубічний сплайн може використовуватись для прогнозування майбутньої ціни біткоїна на основі його апроксимації до наявних даних. За допомогою методів чисельного аналізу та екстраполяції, можна використати сплайн для розрахунку потенційних значень ціни в майбутньому.

Обмеження та уточнення: Важливо враховувати, що кубічний сплайн має свої обмеження, особливо при прогнозуванні довгострокових цінових тенденцій. Враховуйте фактори, такі як нелінійність ринку, зовнішні впливи та фундаментальні аспекти, які можуть вплинути на ціну біткоїна і не враховуються в моделі сплайна.

Потреба в подальшому аналізі: Після знаходження кубічного сплайну і його графічного відображення, може виникнути потреба у подальшому аналізі, який може включати розрахунок статистичних показників, порівняння з іншими методами прогнозування або використання сплайна як вхідних даних для більш складних моделей.

4.2.2 Модель розділених різниць з поліномом Ньютона

У даному розділі ми спробуємо провести апроксимацію за поліномом Ньютона на цілому проміжку даних, а також на декількох підпроміжках. Це означає, що я побудую інтерполяційний поліном, який проходитиме через всі точки на проміжку. Далі, я розділю проміжок на декілька підпроміжків. Кожен підпроміжок представляє собою певний діапазон значень z. На кожному підпроміжку я будуватиму окремий поліном Ньютона з використанням методу розділених різниць та поліномом Ньютона. Це дозволить мені апроксимувати значення функції на кожному діапазоні z з використанням відповідного полінома.

Після побудови поліномів для цілого проміжку та кожного підпроміжку, я порівняю результати апроксимації. Це дозволить мені зрозуміти, який підхід найкраще підходить для даного набору даних і забезпечує найкращі результати.

Апроксимація одним поліномом

Звідси розпочинається опис процесу знаходження полінома Ньютона програмно з використанням програми Maple:

1. Імпортування даних: У першому кроці я використовую функцію ImportData(), щоб імпортувати дані про ціну біткоїна з відповідних джерел [11].
2. Конвертування даних: Після імпортування даних, вони можуть потребувати певного форматування або перетворення для ефективного використання. Наприклад, використовую конвертацію дат у числовий формат, щоб зручно працювати з ними. Для цього можна використовувати функції або методи в Maple, які дозволяють здійснювати такі перетворення(табл. 4.1).
3. Використання функції *PolynomialInterpolation()* для знаходження поліному Ньютона: У наступному кроці я застосовую функцію *PolynomialInterpolation(pairs,z,form=Newton),* де *pairs* - це набір точок, які ми використовуємо для апроксимації, *z* - це значення аргументу, для якого ми хочемо знайти відповідне значення функції за допомогою інтерполяційного полінома. Це функція яка використовує алгоритм для побудови апроксимуючої кривої на основі вхідних даних. Приймає вхідні параметри, такі як вектор дат та цін, і виконує обчислення, щоб знайти поліном Ньютона, який найкраще апроксимує ці дані(рис. 4.3).
4. Візуалізація результатів: Після знаходження полінома, можна використовувати функцію plot() в Maple для візуалізації результатів(рис. 4.4). Ця функція дозволяє побудувати графік, на якому відображаються оригінальні дані про ціну біткоїна та поліном. Це дозволяє зрозуміти, наскільки добре поліном апроксимує реальні дані та як він підходить для подальшого аналізу та прогнозування.

$$
\begin{aligned}
&9.759675917\,10^{-28}\,(z-44620.0)\,(z-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z\\
&-44408.0)\,(z-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z-44316.0)\,(z-44286.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)-1.217678437\,10^{-26}\,(z-44651.0)\,(z\\
&-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z-44408.0)\,(z-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z\\
&-44316.0)\,(z-44286.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)+6.850607508\,10^{-26}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z\\
&-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z-44408.0)\,(z-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z-44316.0)\,(z-44286.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)\\
&-3.251918214\,10^{-25}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z-44592.0)\,(z-44530.0)\,(z-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z-44408.0)\,(z\\
&-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z-44316.0)\,(z-44286.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)+1.116314417\,10^{-24}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z\\
&-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z-44408.0)\,(z-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z-44316.0)\,(z\\
&-44286.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)-2.346778041\,10^{-24}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z\\
&-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z-44408.0)\,(z-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z-44316.0)\,(z-44286.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)\\
&+2.370713256\,10^{-24}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z-44500.0)\,(z-44439.0)\,(z-44408.0)\,(z\\
&-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z-44316.0)\,(z-44286.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)-3.040455075\,10^{-24}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z\\
&-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44408.0)\,(z-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z-44316.0)\,(z\\
&-44286.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)+2.333233918\,10^{-24}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z\\
&-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z-44316.0)\,(z-44286.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)\\
&-1.342044301\,10^{-24}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z\\
&-44408.0)\,(z-44347.0)\,(z-44316.0)\,(z-44286.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)+6.830661318\,10^{-25}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z\\
&-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z-44408.0)\,(z-44377.0)\,(z-44316.0)\,(z\\
&-44286.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)-3.705904279\,10^{-25}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z\\
&-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z-44408.0)\,(z-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z-44286.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)\\
&+1.053793153\,10^{-25}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z\\
&-44408.0)\,(z-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z-44316.0)\,(z-44255.0)\,(z-44227.0)-1.283714776\,10^{-26}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z\\
&-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z-44408.0)\,(z-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z\\
&-44316.0)\,(z-44286.0)\,(z-44227.0)+8.310322255\,10^{-28}\,(z-44651.0)\,(z-44620.0)\,(z-44592.0)\,(z-44561.0)\,(z-44530.0)\,(z\\
&-44500.0)\,(z-44469.0)\,(z-44439.0)\,(z-44408.0)\,(z-44377.0)\,(z-44347.0)\,(z-44316.0)\,(z-44286.0)\,(z-44255.0)
\end{aligned}
$$

Рисунок 4.3 - Поліном Ньютона

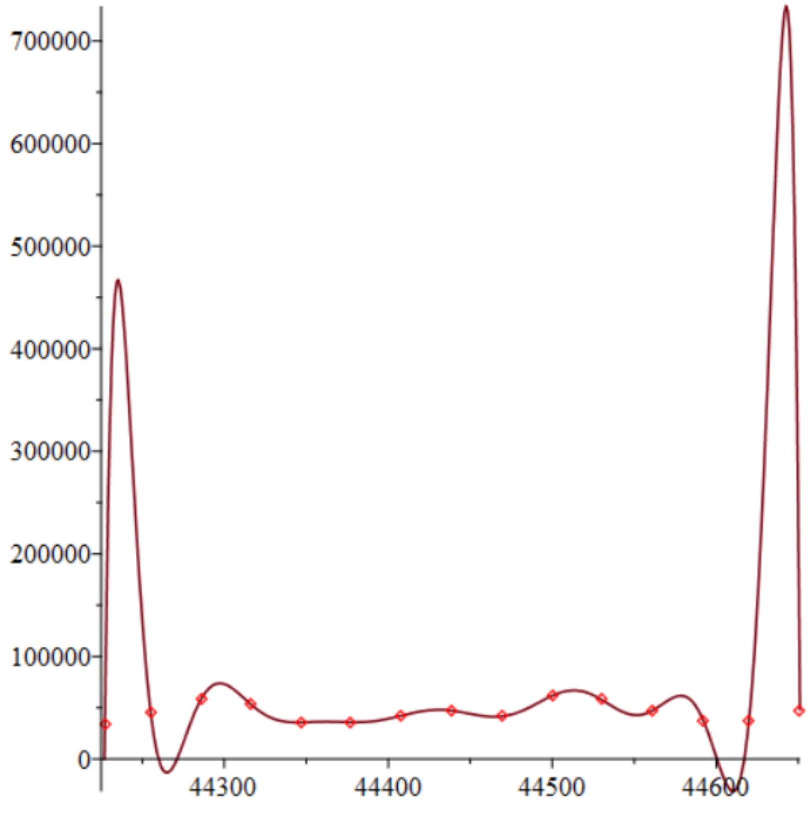

Рисунок 4.4 - Графік полінома

Рисунок 4.4 відображає графік полінома з рисунку 4.3.

Під час проведення інтерполяції методом розділених різниць з використанням полінома Ньютона, виявлено, що в деяких випадках поліном виходить з великим степенем. Це призводить до складності управління поліноміальною функцією та може вплинути на точність апроксимації даних.

Отриманий графік, побудований за допомогою полінома Ньютона, може бути менш точним, оскільки поліном високого степеня може перенасичуватися даними та втрачати спроможність адекватно апроксимувати тенденції даних. Враховуючи ці обмеження, необхідно уважно аналізувати результати апроксимації та упевнитися, що отримані поліноми відображають справжні тенденції даних.

Апроксимація декількома поліномами

Так як, в попередньому прикладі ми побудували графік який має дуже велику степінь, ми можемо спостерігати, що поліном Ньютона не коректно наближає функцію. Тому за альтернативу цьому прикладу можна розбити весь проміжок на інтервали де ціна біткоїна зростає та спадає і відповідно на кожному проміжку інтерполювати поліномом Ньютона. Для цього скористаємося тим самим алгоритмом дій як вказано вище.

Для апроксимації у нас є дані(табл. 4.1). Але у даному прикладі апроксимація буде відбуватися окремо для кожного підпроміжка, де функцію зростає та спадає та запишемо їх вигляді x та z:

1. $x = [44651.0, 44620.0], z = [47064.16, 37704.56]$;
2. $x = [44620.0, 44592.0, 44561.0, 44530.0, 44500.0], z = [37704.56, 37918.62, 47132.96, 57828.45, 61731.29]$;
3. $x = [44500.0, 44469.0], z = [61731.29, 41522.38]$;

4. $x = [44469.0,44439.0], z = [41522.38,47074.77]$;
5. $x = [44439.0, 44408.0,44377.0,44347.0], z = [47074.77,42214.15,35847.7,35684.59]$;
6. $x = [44347.0,44316.0,44286.0], z = [35684.59,53584.15,58730.13]$;
7. $x = [44286.0,44255.0,44227.0], z = [58730.13,46155.87,34318.1]$;

де $x -$ це числове представлення дати, а z відповідно, ціна валюти в цей момент.

Отже, тепер апроксимуємо дані за поліномом Ньютона для всіх значень відповідно:

1. $301.922581 \cdot z - 1.343408100 \cdot 10^7$;
2. $0.002113294772 \cdot (z - 44592.0) \cdot (z - 44561.0) \cdot (z - 44530.0) \cdot\cdot (z - 44500.0) - 0.007658668668 \cdot (z - 44620.0) * (z - 44561.0) \cdot (z - 44530.0) \cdot (z - 44500.0) + 0.01362760323 \cdot (z - 44620.0) \cdot (z - 44592.0) \cdot (z - 44530.0) \cdot (z - 44500.0) - 0.01114357151 \cdot (z - 44620.0) \cdot (z - 44592.0) \cdot (z - 44561.0) \cdot (z - 44500.0) + 0.003055520413 \cdot (z - 44620.0) \cdot (z - 44592.0) \cdot (z - 44561.0) \cdot (z - 44530.0)$;
3. $651.900322 \cdot z - 2.894783304 \cdot 10^7$;
4. $-185.079667 \cdot z + 8.27183009 \cdot 10^6$;
5. $0.2662238723 \cdot (z - 44408.0) \cdot (z - 44377.0) \cdot (z - 44347.0) - 0.7201199229 \cdot (z - 44439.0) \cdot (z - 44377.0) \cdot (z - 44347.0) + 0.6217082900 \cdot (z - 44439.0) \cdot (z - 44408.0) \cdot (z - 44347.0) - 0.2119540865 \cdot (z - 44439.0) \cdot (z - 44408.0) \cdot (z - 44377.0)$;
6. $18.87075093 \cdot (z - 44316.0) \cdot (z - 44286.0) - 57.61736559 \cdot (z - 44347.0) \cdot (z - 44286.0) + 32.09296721 \cdot (z - 44347.0) \cdot (z - 44316.0)$;
7. $32.11051394 \cdot (z - 44255.0) \cdot (z - 44227.0) - 53.17496544 \cdot (z - 44286.0) \cdot (z - 44227.0) + 20.77366828 \cdot (z - 44286.0) \cdot (z - 44255.0)$.

Після знаходження поліномів, можна використовувати функцію *plot()* в Maple для візуалізації результатів. Також ми об’єднали всі графіки, що вийшли(рис. 4.5).

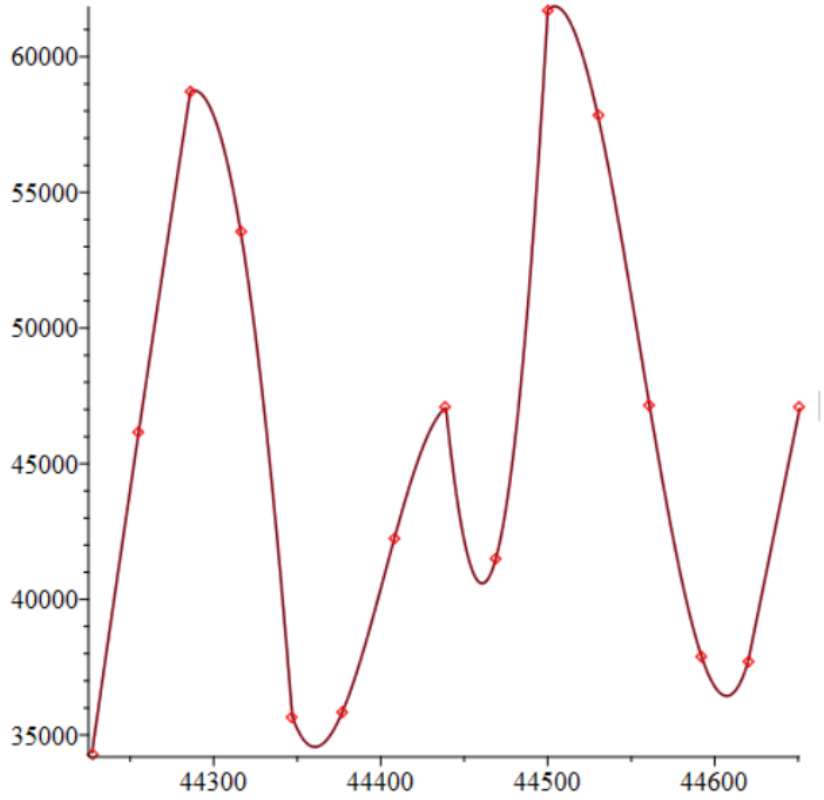

Рисунок 4.5 - Об’єднаний графік поліномів

У даному дослідженні було використано метод розділених різниць з поліномом Ньютона для інтерполяції даних цін Bitcoin. Цей метод дозволяє наблизити пропущені значення в наборі даних, створивши поліном, який проходить через всі наявні точки.

Застосування методу розділених різниць з поліномом Ньютона має кілька переваг. Він є швидким та ефективним методом, що дозволяє точно відтворити початкові дані, враховуючи їхній порядок. Крім того, цей метод може бути використаний для інтерполяції даних навіть в тих випадках, коли вони не відповідають жодному аналітичному закону.

4.2.3 Сезонність

Сезонність - це циклічні зміни в даних або явищах протягом певного періоду часу. У багатьох фінансових ринках, включаючи ринок криптовалют, спостерігаються сезонні зміни, які можуть впливати на ціну активів, включаючи Bitcoin.

Ціна Bitcoin відображається в коливаннях і може бути сильно вплинута сезонними чинниками. Сезонність може мати різні причини, такі як пік популярності в певні періоди року, події, пов'язані з законодавством або регулюванням, а також економічні фактори.

У даному розділі ми прагнемо вивчити вплив сезонності на ціну Bitcoin за періоди 2019-2022 років. Для досягнення цієї мети ми будемо виконувати наступні кроки, які раніше використовувалися для побудови кубічного сплайну:

1. Зібрати дані: Зберемо історичні дані ціни Bitcoin за періоди 2019-2022 років[11].
2. Інтерполяція: Застосуємо метод інтерполяції, наприклад, метод кубічного сплайну, для апроксимації цінової залежності Bitcoin у різних роках. Це дозволить нам отримати значення ціни Bitcoin для певних точок у часі, які не входять в наші початкові дані(рис. 4.6, рис 4.7, рис. 4.8, рис. 4.9).
3. Аналіз сезонності: Оцінимо наявність сезонних змін у ціні Bitcoin, використовуючи інтерпольовані значення. Проведемо аналіз та виявимо можливі сезонні залежності, що впливають на ціну Bitcoin у різних роках.

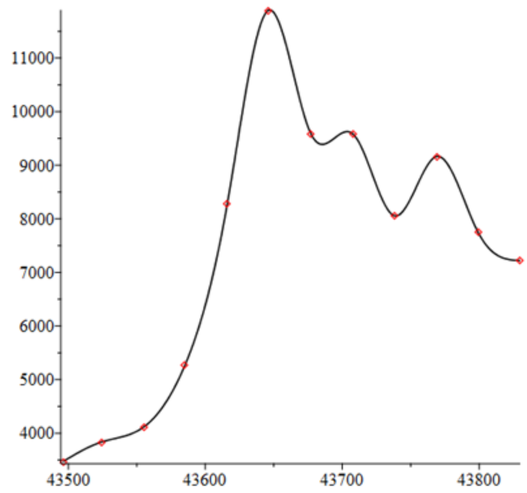

Рисунок 4.6 – 2019 рік

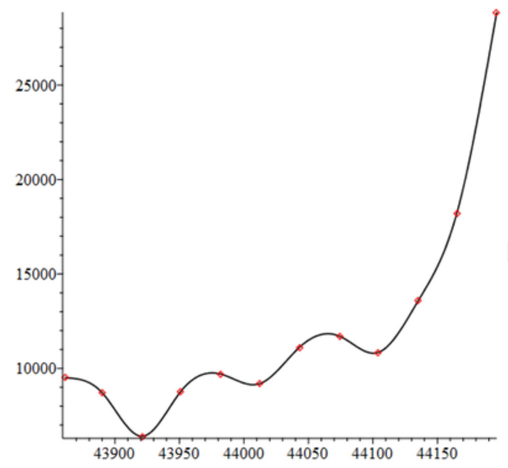

Рисунок 4.7 – 2020 рік

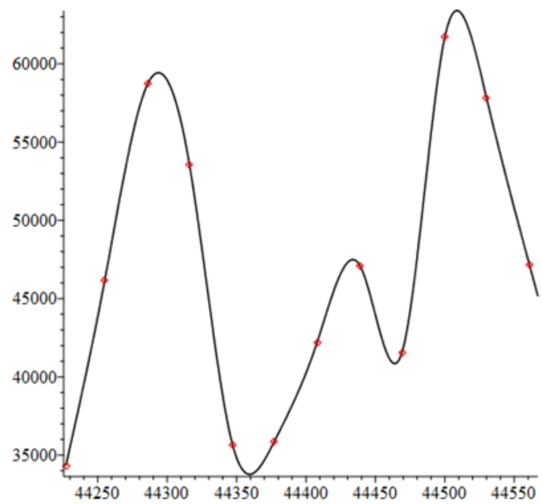

Рисунок 4.8 – 2021 рік

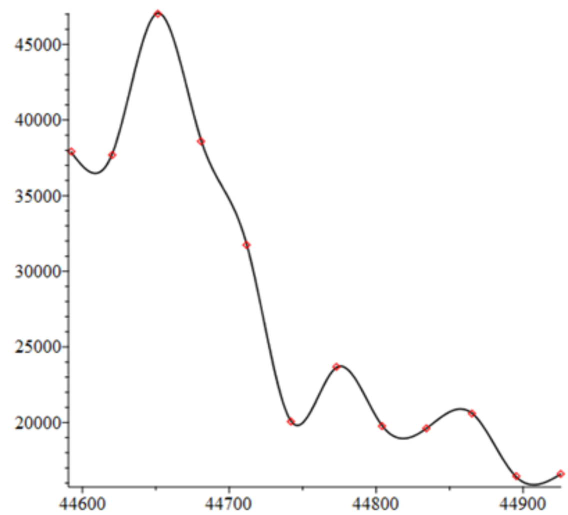

Рисунок 4.9 – 2021 рік

Аналізуючи графіки ціни Bitcoin з огляду на сезонність, ми провели дослідження, спрямоване на виявлення тенденцій локальних максимумів і мінімумів у кожному сезоні. Однак, наші спостереження показали відсутність явних тенденцій або систематичних коливань у ціновій динаміці Bitcoin у межах окремих сезонів.

Під час аналізу ми детально вивчили графіки ціни Bitcoin в різні роки і розглядали їх у контексті сезонності. Ми сподівалися виявити повторювані малі цикли, де ціна мала тенденцію до зростання або спаду в певних періодах року. Однак, наші спостереження не підтвердили наявність таких систематичних змін.

У більшості випадків, коли ми аналізували графіки ціни Bitcoin в різних сезонах, ми бачили випадкові коливання ціни без явної тенденції до локальних максимумів чи мінімумів. Це свідчить про те, що сезонність сама по собі може не мати значущого впливу на ціну Bitcoin у короткостроковій перспективі.

Висновок до моделей

У процесі дослідження ми з'ясували, що інтерполяція за допомогою одного поліному Ньютона не надавала достатньо точних результатів. Це може бути пов'язано з тим, що поліноми високого ступеня можуть викликати проблеми, включаючи нестабільність та непередбачувану поведінку між точками, особливо при великій кількості вузлів.

Одним з наших важливих відкриттів було те, що розбиття діапазону інтерполяції на декілька підінтервалів і застосування інтерполяції на кожному з них покращило точність наших результатів. Використання методу розділених різниць з поліномом Ньютона на розбитих інтервалах дало гнучкість і точність, необхідну для наших потреб.

Побудова графіків методом кубічного сплайну також виявилася вкрай ефективною. Сплайни використовують набір поліномів низького ступеня, з'єднаних на вузлах, що дозволяє уникнути проблем, пов'язаних з поліномами високого ступеня, а також забезпечує гладкість і точність відтворення функції.

Ці методи (розбиття з поліномом Ньютона та кубічний сплайн) дали дуже точні графіки, що підтверджує їх ефективність в інтерполяції даних. Отже, для подібних задач в майбутньому ми рекомендуємо використовувати ці методи.

4.3 Прогнозування

При прогнозуванні ціни Bitcoin і визначенні оптимального кроку за часом, необхідно враховувати волатильність цієї криптовалюти та рівень точності, яку ми хотіли б досягти. Для визначення оптимального кроку варто використовувати дослідні дані та аналізувати зміну ціни в попередні періоди.

Один із підходів полягає у визначенні допустимої максимальної зміни ціни (наприклад, ε), яку ми вважаємо прийнятною для прогнозування. Наступним кроком є аналіз попередніх періодів та вимірювання зміни ціни Bitcoin з використанням різних кроків за часом.

Під час аналізу можна спостерігати, які значення кроку дозволяють нам зафіксувати зміни ціни, що не перевищують ε. Наприклад, якщо ми помічаємо, що кроки за часом в одну годину дозволяють зареєструвати зміни ціни менші за ε, то цей крок може бути вибраний як оптимальний.

Проте, варто пам'ятати, що вибір оптимального кроку за часом є компромісом між точністю та вимогами до обчислювальної складності. Дуже малі кроки можуть призвести до більш точного прогнозування, але вимагатимуть більшої кількості обчислень та обробки даних.

Щоб визначити оптимальне зміщення по часу Δt, щоб зміна ціни Bitcoin за цей період не перевищувала задану максимальну зміну ціни Δx, нам потрібно виконати наступні кроки:

1. Вибираємо максимальну зміну ціни ε, яку ми вважаємо прийнятною. Наприклад, $\varepsilon = 1000$ (доларів).
2. Обчислюємо найбільшу зміну ціни Bitcoin за Δt часу, використовуючи наявні дані та модель прогнозування(рис. 4.2). Нехай це значення буде Δx.
3. Перевірити, чи не перевищує зміна ціни у встановлену максимальну зміну ціни ε. Якщо $\Delta x \leq \varepsilon$, то вибране зміщення по часу Δt є допустимим.

4. Якщо зміна ціни Δx перевищує максимальну зміну ціни ε, зменшуємо зміщення по часу Δt і повторюйте кроки, доки не знайдете допустиме зміщення.

Нехай $\Delta t = 5$ (днів). Максимальну зміну ціну визначаємо за допомогою програмного забезпечення – *Maple* і отримуємо $\Delta x = 3984.43407$. Так як, дані результати не задовільняють наші умови($\varepsilon < \Delta x$), потрібно зменшити крок.

Нехай $\Delta t = 3$ (дні), знову ж таки Δx знаходимо за допомогою *Maple* і значення дорівнює 2414.33228. Результат нас не задовільняє($\varepsilon < \Delta x$), потрібно зменшувати крок.

Нехай $\Delta t = 1$ (день), знаходимо значення Δx і воно дорівнює 807.7469. Так як, $\varepsilon > \Delta x$, отримані результати задовільняють наші умови.

Ми встановили проміжок прогнозування на 1 день вперед. Це дозволяє вам робити прогнози щодо ціни Bitcoin на дуже близьке майбутнє. За умови, що ми встановили значення Δx дорівнює 807.7469, наш прогноз повинен передбачати зміну ціни Bitcoin не більше, ніж на це значення. Це означає, що ми очікуємо, що ціна Bitcoin може змінитися в межах ±807.7469 одиниць за день.

Таким чином, за наявною інформацією про попередні періоди часу, можна зафіксувати часовий крок та перевірити максимальний стрибок курсу за минулі інтервали цієї довжини, знайти серед них найбільший, та припустити, що прогноз курсу не перевищуватиме цього відхилення.

Вибір короткострокового прогнозування дозволяє зменшити вплив аномалій на краях при інтерполяції, та зменшити ризики помилкового прогнозу.

Висновок

У даному дослідженні ми успішно виконали мету, яка полягала у побудові різних прогнозних моделей ціни Bitcoin за допомогою різних методів інтерполяції, а також прогнозування ціни в майбутньому. Для досягнення цієї мети ми використали дані за певні роки та застосували методи кубічного сплайну та метод розділених різниць з поліномом Ньютона для аналізу та прогнозування цінових тенденцій Bitcoin.

Обидва методи розв’язувалися програмно, тому що була задана велика кількість даних, які самостійно обраховувати було б важко. Метод кубічного сплайну використовує кубічні функції для побудови сплайнів, що є гладкими кусково-поліноміальними функціями. Для кожного підінтервалу між точками даних обчислюються коефіцієнти кубічної функції, забезпечуючи гладку з'єднаність між сплайнами. Тоді як, метод розділених різниць з поліномом Ньютона використовує інтерполяційний поліном Ньютона, який базується на розділених різницях. Цей метод обчислює коефіцієнти полінома шляхом використання рекурсивних формул, які враховують розділені різниці між точками даних. Також було виявлено, що інтерполяція за допомогою одного поліному Ньютона не надала достатньо точних результатів, тому ми додатково побудували поліноми Ньютона для підпроміжків, тоді як для інтерполяція за сплайном дала нам плавну криву, яка наближається до реальної залежності.

У процесі дослідження була проведена аналіз сезонності за даними з 2019 до 2022 року. Метою цього аналізу було виявити можливі залежності або тенденції, які повторюються в сезонах різних років. Проте, після дослідження не було виявлено значущих залежностей чи систематичних тенденцій у різні роки. Однак, цей висновок не означає, що сезонність повністю не має впливу на цінову динаміку Bitcoin. Інші часові аналізи, додаткові фактори та методи можуть бути необхідні для подальшого розуміння впливу сезонності на ціну Bitcoin та розроблення більш точних прогнозів.

Головним дослідженням даної роботи було прогнозування ціни Bitcoin на основі побудованих нами моделей. Завдяки використанню методу кубічного сплайну та методу розділених різниць з поліномом Ньютона, ми змогли створити прогнози ціни Bitcoin на короткостроковий період.

Прогнозування ціни Bitcoin є складною задачею, оскільки цінова динаміка криптовалюти дуже змінна та піддається впливу багатьох факторів. Проте, за допомогою наших моделей, ми змогли наблизитися до прогнозування ціни Bitcoin з певною точністю.

Це дослідження надає можливість зрозуміти різні типи моделей прогнозування ціни Bitcoin та їх ефективність. Метод кубічного сплайну дозволяє створити гладку криву, яка апроксимує дані ціни Bitcoin і забезпечує плавні переходи між точками. Застосування методу розділених різниць з поліномом Ньютона дозволяє створити інтерполяційний поліном, який точно прогнозує значення ціни на основі вхідних даних.

Обидва методи мають свої переваги і обмеження. Метод кубічного сплайну є більш гнучким і дозволяє плавно апроксимувати складні цінові шаблони. З іншого боку, метод розділених різниць з поліномом Ньютона є простим у реалізації та використанні, особливо при роботі з невеликою кількістю даних.

Проте, важливо враховувати, що обидва методи прогнозування базуються на інтерполяції вхідних даних і можуть не завжди надавати точні результати на довгостроковий період. Врахування додаткових факторів, таких як фундаментальний аналіз, ринкові тенденції та зовнішні впливи, може поліпшити точність прогнозування.

На мою думку, продовжуючи дослідження у цій області, можна зробити кілька важливих кроків.

По-перше, можна розширити аналіз до більш широкого набору даних, включаючи оновлені дані про ціну Bitcoin та сезонність. Це дозволить отримати більш повне уявлення про залежності та тенденції цінових змін.

По-друге, можна розглянути інші методи прогнозування, які можуть бути ефективними для цінових прогнозів Bitcoin. Наприклад, можна дослідити методи машинного навчання, які здатні виявляти складні закономірності та неочікувані зв'язки в даних.

По-третє, важливо враховувати фактори, що впливають на ціну Bitcoin, які можуть змінюватися з часом. Наприклад, політична ситуація, регулювання урядом, технологічні новини та інші фактори можуть мати суттєвий вплив на цінову динаміку. Включення таких факторів у моделі прогнозування може покращити точність прогнозів.

Крім того, можна провести порівняльний аналіз різних моделей прогнозування, враховуючи їх точність, стійкість до змін вхідних даних, складність реалізації та інші параметри. Це дозволить визначити найбільш ефективні та надійні методи прогнозування ціни Bitcoin.

Продовження дослідження у галузі прогнозування ціни Bitcoin є важливим кроком для розвитку фінансового аналізу та інвестиційних стратегій. Широкі можливості прогнозування ціни Bitcoin можуть сприяти покращенню прийняття рішень щодо купівлі, продажу або утримання цієї криптовалюти, забезпечуючи інвесторам та трейдерам додаткову інформацію для їх стратегічних рішень. З врахуванням швидкого розвитку криптовалютного ринку і зростання інтересу до Bitcoin, дослідження в цій області має великий потенціал для виявлення цінних уявлень та надання рекомендацій, що допомагатимуть інвесторам та трейдерам отримати конкурентну перевагу на ринку.

- **Досліджено** інтерполяцію за допомогою методів кубічного сплайну та методу розділених різниць з поліномо Ньютона.
- **Запропоновано** спрогнозувати ціну Bitcoin у недалекому майбутньому за допомогою отриманих моделей.
- **Узагальнено** метод кубічного сплайну та метод розділених різниць з поліномом Ньютона.

- **Використано** програмне забезпечення *Maple,* яке надавало можливість будувати поліноми та графіки.
- **Написано** програми, які будують поліноми та графіки для заданих методів
- **Побудовано** моделі, для прогнозування ціни Bitcoin.

Список використани джерел

1. БЛОКЧЕЙН ТЕХНОЛОГІЯ І КРИПТОВАЛЮТА БІТКОІН. // ResearchGate. – 2017. – С. 385–385.
2. Ammous S. The Bitcoin Standard: The Decentralized Alternative to Central Banking / Saifedean Ammous., 2021. – 48 с.
3. Mohammed A. A. Factors Influencing Bitcoin Investment Intention: The case of Oman / A. A. Mohammed, A. Echchabi, M. Mispah Said Omar. // ResearchGate. – 2020.
4. Lunardi A. Interpolation Theory / Alessandra Lunardi., 2018.
5. Malik Fraz A. Seasonality in Bitcoin Market / A. Malik Fraz, A. Hassan, S. Chughtai. // ResearchGate. – 2019.
6. Junwei C. Analysis of Bitcoin Price Prediction Using Machine Learning / Chen Junwei. // ResearchGate. – 2023.
7. Polynomial Interpolation: Lagrange versus Newton [Електронний ресурс]. – 1984. – Режим доступу до ресурсу: https://community.ams.org/journals/mcom/1984-43-167/S0025-5718-1984-0744931-0/S0025-5718-1984-0744931-0.pdf
8. 12. СПЛАЙН-ФУНКЦІЇ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ / Б. П.Довгий, А. В. Ловейкін, Є. С. Вакал, Ю. Є. Вакал. – КИЇВ, 2016. – 117 с. – ("Київський університет").
9. Сплайни в цифровій обробці даних і сигналів / І. В. Шелевицький, М. О. Шутко, В. М. Шутко, О. О. Колганова. – Кривий Ріг : Видавничий дім, 2008. – 232 с., іл.
10. Гаврилюк І. П. Методи обчислень Частина 1 / І. П. Гаврилюк, В. Л. Макаров. – Київ, 1995. – 362 с. – (ВИЩА ШКОЛА).
11. Bitcoin Market Price USD [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://data.nasdaq.com/data/BCHAIN/MKPRU-bitcoin-market-price-usd.
12. Документація - MapleSoft [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://www.maplesoft.com/documentation_center/.