

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ФАКУЛЬТЕТ РАДІОФІЗИКИ, ЕЛЕКТРОНІКИ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

кафедра фізичної електроніки

До захисту допущено:

«На правах рукопису»

Завідувач кафедри _____ Анатолій ВЕКЛИЧ

«_20_» червня 2023 р.

БАКАЛАВРСЬКА РОБОТА

на тему:

**«ПОВЕРХНЕВІ МАГНІТОСТАТИЧНІ ХВИЛІ В ФЕРИТОВИХ ШАРАХ
РІЗНОЇ ТОВЩИНИ»**

Виконав:

студент 4-го курсу

денної форми навчання

спеціальності 105 – Прикладна фізика та наноматеріали

ОП «Прикладна фізика, наноелектроніка та комп'ютерні технології»

Самосватов Олександр Олексійович _____

Науковий керівник:

кан.ф.-м.н., доц. Нечипорук Олексій Юрійович _____

Рецензент:

кан.ф.-м.н., доц. Веремій Юлія Петрівна _____

Засвідчую, що у цій бакалаврській роботі
немає запозичень з праць інших авторів без
відповідних посилань

Студент _____

Робота допущена до захисту в ЕК рішенням кафедри фізичної електроніки
від «15» червня 2023 р., протокол № 32.

Завідувач кафедри фізичної електроніки,

доктор фіз.-мат. наук, професор

Веклич Анатолій Миколайович _____

Реферат

Бакалаврська робота: 27 с., 9 рис., 9 джерел.

Аналізується дисперсія магнітостатичних хвиль (МСХ). Отримано та проаналізовано дисперсійне співвідношення поверхневих МСХ в феритових плівках товщиною 1, 3, 5 та 10 мкм.

Ключові слова:

ДИСПЕРСІЯ, МАГНІТОСТАТИЧНІ ХВИЛІ, ФЕРИТ

Зміст

| | |
|--|----|
| Вступ | 4 |
| 1. Електромагнітні хвилі в необмеженому магнітогіротропному середовищі | 5 |
| 1.1 Магнітостатичне наближення та межі його застосування | 8 |
| 1.2 Рівняння Уокера | 11 |
| 2. Магнітостатичні хвилі в ізолюваному феритовому шарі | 12 |
| 2.1 МСХ в дотично намагніченому феритовому шарі | 12 |
| 2.2 Поверхневі МСХ | 13 |
| Висновки | 27 |
| ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ | 28 |

Вступ

Сьогодні вивчення фізичних основ і прикладних аспектів одного із сучасних напрямків фізики і техніки надвисоких частот (НВЧ) базується на вивченні і використанні властивостей магнітовпорядкованих матеріалів, в першу чергу, фери- і феромагнетиків.

В електродинаміці магнітовпорядкованих середовищ спін-хвильова електродинаміка вивчає властивості електромагнітного поля в умовах, коли його варіації в часі і просторі обов'язково супроводжуються рухом спінових магнітних моментів атомів або іонів, що утворюють середовище поширення хвиль. Такі спінові збудження розглядаються як хвилі намагніченості (магнітного моменту) і відомі як спінові хвилі.

Для прикладної фізики і, зокрема, радіофізики і електроніки, багатообіцяючими з технічної точки зору виявилися дипольні або магнітостатичні спінові хвилі (МСХ).

Серед усіх типів елементарних збуджень твердих тіл МСХ володіють унікальним розмаїттям лінійних і нелінійних властивостей, а саме, дисперсійних характеристик, якими можна керувати різними методами. Крім цього, МСХ мають найменші втрати на перетворення і поширення в НВЧ діапазоні, особливо в такому феритовому середовищі, як залізо-ітрієвий гранат (ЗІГ).

В роботі досліджується дисперсія поверхневих магнітостатичних хвиль в ізольованих шарах ЗІГ різної товщини.

1. Електромагнітні хвилі в необмеженому магнітогіротропному середовищі

Вивчення власних коливань і хвиль в феромагнетиках зручно розпочати з випадку необмеженого середовища. Саме в цьому випадку, розглядаючи плоскі електромагнітні хвилі, які є власними, легко провести їх класифікацію, вивчити основні властивості і виділити з повного модового спектра електромагнітних хвиль магнітостатичні спінові хвилі.

Оскільки нас цікавлять однорідні плоскі електромагнітні хвилі з гармонічною залежністю від часу, будемо шукати розв'язки системи лінеаризованих рівнянь Максвелла у вигляді:

$$\begin{aligned}\vec{e} &= \vec{e}e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}, & \vec{d} &= \vec{d}e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}, \\ \vec{h} &= \vec{h}e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}, & \vec{b} &= \vec{b}e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})},\end{aligned}$$

де \vec{e} , \vec{d} , \vec{h} , \vec{b} не залежать від часу та координат. Нагадаємо, що дія операторів rot , div і $\frac{\partial}{\partial t}$ в цьому випадку зводиться до векторного і скалярного множення полів на $-i\vec{k}$ і $i\omega$, тому лінеаризована система рівнянь для динамічних складових електромагнітного поля набуває вигляду:

$$[\vec{k} \times \vec{h}] = -\frac{\omega}{c} \varepsilon \vec{e}, \quad [\vec{k} \times \vec{e}] = \frac{\omega}{c} \vec{b}, \quad (1.1)$$

$$(\vec{k} \cdot \vec{e}) = 0, \quad (\vec{k} \cdot \vec{b}) = 0. \quad (1.2)$$

Рівняння (1.2) свідчить лише про перпендикулярність векторів \vec{e} і \vec{b} до напрямку хвильового вектора \vec{k} ; оскільки це випливає вже з рівнянь (1.1), то рівняння (1.2) можемо просто не враховувати. Отже, бачимо, що вектори \vec{e} і \vec{b} знаходяться в площині хвильового фронту – до цього і зводиться поперечність електромагнітних хвиль в магнітогіротропних середовищах. Крім того, з рівнянь (1.1) випливає взаємна перпендикулярність векторів \vec{e} і \vec{b} , а також векторів \vec{e} і \vec{h} (див. рис.1). Таким чином, при переході від вакууму до гіротропного середовища зберігається ортогональність і синфазність векторів \vec{e} і \vec{h} , а також векторів \vec{e} і \vec{b} , але порушується колінеарність векторів \vec{b} і \vec{h} .

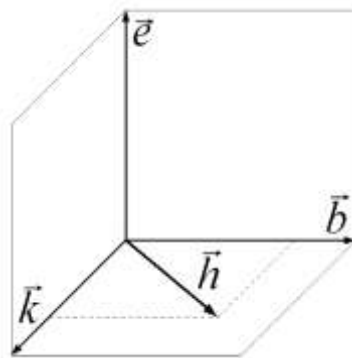


Рис.1 Відносне розташування векторів в електромагнітних хвилях

Запишемо хвильовий вектор \vec{k} у вигляді $\vec{k} = k\vec{\eta}$, де $\vec{\eta}$ - одиничний вектор в напрямку \vec{k} . Тоді рівняння (1.1) зводяться до наступного:

$$\vec{h} - \vec{\eta} (\vec{\eta} \cdot \vec{h}) = \frac{k_0^2}{k^2} \varepsilon \hat{\mu} \vec{h}. \quad (1.3)$$

Тут $k_0 = \omega/c$ - хвильове число електромагнітної хвилі в просторі.

Для подальшого розгляду це рівняння зручно розписати покомпонентно в системі координат, вісь Z якої спрямовано вздовж вектора намагніченості \vec{M}_0 . Для простоти без обмеження сутності будемо вважати, що хвильовий вектор знаходиться в площині YZ і утворює кут θ_k з вектором \vec{M}_0 .

Аналіз (1.3) показує, що хвилі, які поширюються уздовж \vec{M}_0 , є поперечними (Т-хвилями) з круговою поляризацією. Для лівополяризованої хвилі, враховуючи явний вид компонент тензора магнітної проникності, дістаємо:

$$k^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon (\omega + \omega_M + \omega_H)}{c^2 (\omega + \omega_H)}. \quad (1.4)$$

Функція $k(\omega)$ дорівнює нулю в точці $\omega = 0$, з якої і виходить дисперсійна гілка $\omega_\Lambda(k)$ (індекс "Л" означає ліву поляризацію), явний вираз для якої можна дістати, розв'язуючи рівняння (1.4) відносно частоти ω . Відзначимо, що при великих значеннях частоти ω дріб $\frac{\omega + \omega_M + \omega_H}{\omega + \omega_H} \rightarrow 1$, тобто ця хвиля є близькою до звичайної Т-хвилі в немагнітному діелектрику, тому її називають звичайною.

Дисперсія правополяризованих хвиль описується виразом:

$$k^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon (\omega - \omega_H - \omega_M)}{c^2 (\omega - \omega_H)}.$$

Функція $k(\omega)$ дорівнює нулю в точках $\omega = 0$ і $\omega = \omega_H + \omega_M$ та перетворюється в нескінченність при $\omega \rightarrow \omega_H$ і не має змісту при дійсних значеннях k в області частот $\omega_H < \omega < \omega_H + \omega_M$. Таким чином, область існування електромагнітних хвиль з правою поляризацією поділяється на дві частини:

$$0 \leq \omega < \omega_H, \quad (1.5)$$

$$\omega_H + \omega_M \leq \omega < +\infty. \quad (1.6)$$

Відповідно, спектр правополяризованих Т-хвиль має дві гілки, які знаходяться в областях (1.5) і (1.6). Позначимо їх як $\omega_K(k)$ і $\omega_\Pi(k)$. Дисперсія хвиль $\omega_\Pi(k)$ при величинах хвильового числа $k \rightarrow \infty$ наближається до дисперсії звичайних Т-хвиль в немагнітному діелектрику, а хвиля $\omega_K(k)$ не має аналогів серед електромагнітних хвиль в немагнітних діелектриках. Враховуючи, що обидві хвилі "відчувають" магнітну природу середовища, їх називають "незвичайними". Дисперсію цих хвиль показано на рис. 1.2.

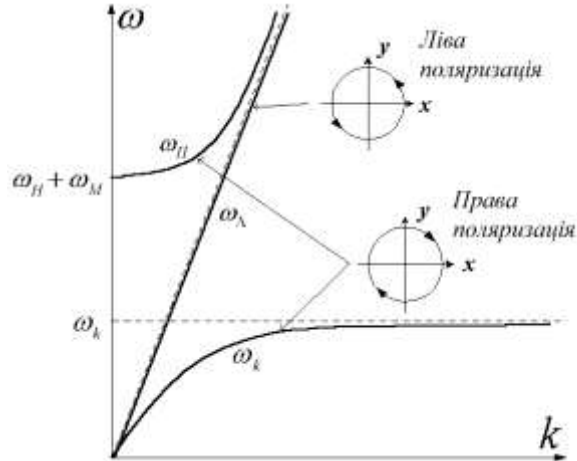


Рис.1.2. Дисперсія електромагнітних хвиль, які поширюються вздовж вектора \vec{M}_0 ($\theta_k = 0$) в необмеженому магнітогіротропному середовищі

Отже, в повздовжно намагніченому феромагнітному середовищі поширюються власні ліво- та правополяризовані по колу хвилі з різними сталими поширення. Цим, зокрема, обумовлено ефект Фарадея.

Тепер розглянемо хвилі, які поширюються перпендикулярно до вектора намагніченості \vec{M}_0 , або, як інколи кажуть, в поперечно намагніченому феромагнітному середовищі. Дисперсійні співвідношення для таких хвиль отримуються з виразу (1.3) при $\eta_z = 0$ та $\eta_y = 1$. Існують три різних типи таких хвиль. Перша з них – Т-типу, дисперсія для якої визначається співвідношенням $k^2 = k_0^2 \varepsilon = \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2}$. Це звичайна Т-хвиля - така ж, як і в немагнітному діелектрику, позначимо цю хвилю $\omega_E(k)$.

Другий і третій типи – це Н-хвилі. Дисперсія таких хвиль задається співвідношенням:

$$k^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon}{c^2} \cdot \frac{\omega^2 - (\omega_H + \omega_M)^2}{\omega^2 - \omega_1^2}. \quad (1.7)$$

Ця функція $k(\omega)$ перетворюється в нуль на частотах $\omega = 0$ і $\omega = \omega_H + \omega_M$ і прямує до нескінченності при $\omega \rightarrow \omega_1$. В частотному інтервалі $\omega_1 < \omega < \omega_H + \omega_M$ при дійсних значеннях k рівняння (1.7) не має змісту. Таким чином, область існування Н-хвиль розбивається на дві:

$$0 \leq \omega < \omega_1 = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}, \quad (1.8)$$

$$\omega_H + \omega_M \leq \omega < +\infty. \quad (1.9)$$

Хвилі, які відповідають області (1.8) (їх дисперсію позначено $\omega_-(k)$) є еліптично поляризованими з правим напрямом обертання вектора \vec{h} , причому еліпс витягнуто вздовж вісі Х для частот $0 \leq \omega \leq \omega_H$ і вздовж вісі Y для частот $\omega_H < \omega < \omega_1$. При $\omega = \omega_H$ поляризація хвиль є круговою (правою). Хвилі, які займають область частот (1.9) (їх дисперсію будемо позначати як $\omega_+(k)$), завжди є лівополяризованими, причому на частоті

$\omega = \omega_H + \omega_M$ їх поляризація кругова, а із збільшенням частоти еліпс витягується вздовж вісі X. Дисперсію цих хвиль представлено на рис.1.3.

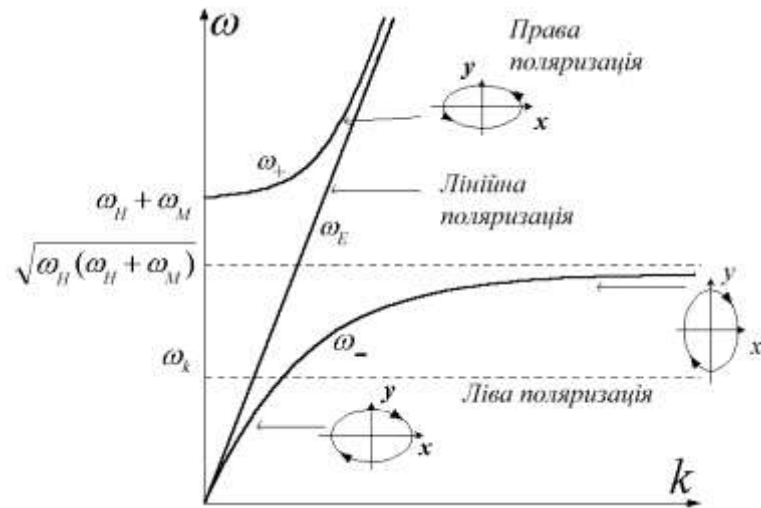


Рис.1.3. Дисперсія електромагнітних хвиль, які поширюються ортогонально до вектора \vec{M}_0 ($\theta_k = \pi/2$) в необмеженому магнітогіротропному середовищі

Можна показати, досліджуючи вираз (1.3), що в проміжних випадках, тобто для кутів поширення $0 < \theta_k < \pi/2$, структура спектра електромагнітних хвиль буде зберігатися і також складатися з трьох гілок, які є близькими по характеру до описаних.

Спектр необмеженого феритового середовища розташовано всередині смуги, яку займають хвилі, що поширюються під різними кутами $0 \leq \theta_k \leq \frac{\pi}{2}$ щодо вектора \vec{M}_0 (рис. 1.4).

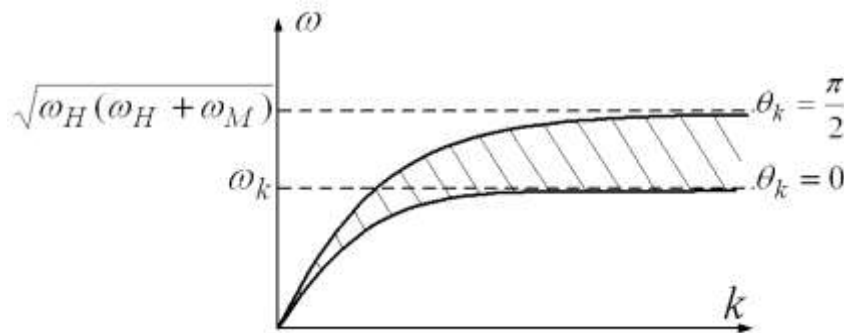


Рис.1.4. Спектр магнітостатичних спінових хвиль в необмеженому магнітогіротропному середовищі

1.1 Магнітостатичне наближення та межі його застосування

МСХ є одним з різновидів електромагнітних хвиль в магнітогіротропному середовищі. Зараз ми сформулюємо умову, яка дозволить відрізнити з різноманітності електромагнітних хвиль саме магнітостатичні хвилі та, таким чином, суттєво спростити їх математичний опис та фізичне трактування.

Область існування магнітостатичних хвиль знаходиться між, з одного боку, областю звичайних електромагнітних хвиль, а з іншого, як ми це покажемо далі – обмінних спінових хвиль; тобто хвильове число МСХ змінюється в межах

$$k_{EMX} < k_{MCX} < k_{OCX}$$

або для довжин хвиль

$$\lambda_{EMX} > \lambda_{MCX} > \lambda_{OCX}.$$

Розглянемо спочатку обмеження на хвильове число МСХ зверху, яке пов'язано з обмінними ефектами.

Напруженість ефективного обмінного магнітного поля можемо записати у вигляді:

$$\vec{H}_{обм} = \alpha_0 \Delta \vec{M}(\vec{r}, t) = \alpha_0 \Delta \vec{M}_0(\vec{r}) + \alpha_0 \Delta \vec{m}(\vec{r}, t),$$

де α_0 - обмінна константа. Величину $l_0 = \sqrt{\alpha_0}$, яка має розмірність довжини, назвемо обмінною довжиною. Наприклад, для кристала ЗІГ ця величина складає $l_0 \cong 6 \cdot 10^{-6}$ см при кімнатній температурі.

Якщо феромагнетик є однорідним, то статичний доданок дорівнює нулю, і тоді вплив обмінних ефектів на поширення МСХ вважатимемо малим за умови, що довжина хвилі λ_{MCX} і характерний розмір s фериту (або ж відповідне хвильове число МСХ) задовольняють співвідношенням:

$$\lambda_{MCX}, s \gg l_0 \text{ або } k_{MCX} \ll 2\pi/l_0, \quad (1.10)$$

- тобто, МСХ не мають відчувати впливу короткодійних обмінних сил. Взагалі ж при виконанні умови (1.10) в реальних феро- і феримагнетиках немає необхідності враховувати вплив обміну на дисперсію МСХ. Отже, критерій безобмінного наближення буде наперед виконуватися для кристала ЗІГ за умови $\lambda_{MCX}, s \geq 6 \cdot 10^{-4}$ см та, відповідно, $k_{MCX} \leq 10^4$ см⁻¹.

Тепер розглянемо обмеження на хвильове число МСХ знизу, яке пов'язано з врахуванням ефектів електромагнітного запізнення (або поширення). В цьому випадку критерій справедливості магнітостатичного наближення впливає безпосередньо з виразу (1.3), в якому права частина відповідає за ефекти запізнення; проте, останніми можемо нехтувати за умови:

$$\max(\lambda_{MCX}^2, \varepsilon |\mu_{ij}|) \ll \lambda_0^2, \quad i, j = \overline{1,3}, \quad (1.11)$$

де $\lambda_0 = 2\pi \frac{c}{\omega}$ - довжина електромагнітної хвилі в вакуумі, ε - діелектрична проникність фериту. Вираз (1.11) означає, що МСХ швидко змінюються в просторі, тобто, похідними за часом при записі рівнянь Максвелла нехтують в порівнянні з похідними за координатами. А це, в свою чергу, свідчить про те, що ми нехтуємо ефектами запізнення.

Користуються також і більш спрощеним варіантом запису:

$$\lambda_{MCX}, s \ll \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}} \text{ або } k_{MCX} \gg \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon}, \quad (1.12)$$

який є наслідком (1.11) за умови $|\mu_{ij}| \leq 1$ і означає вимогу малості характерного розміру зразка в порівнянні з довжиною електромагнітної хвилі (в протилежному випадку врахування впливу граничних умов може суттєво змінити спектр хвиль).

Таким чином, поєднуючи вирази (1.10) і (1.12), дістаємо такі записи для магнітостатичного наближення :

$$l_0 \ll \lambda_{MCX}, s \ll \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}} \text{ або } \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon} \ll k_{MCX} \ll \frac{2\pi}{l_0}. \quad (1.13)$$

Для магнітостатичних збуджень в плівках ЗІГ вираз (1.13) означає, що безобмінне магнітостатичне наближення є справедливим на частотах НВЧ діапазону, щонайменше для довжин хвиль $6 \cdot 10^{-4} \text{ см} \ll \lambda_{MCX}, s \ll 0.01 \text{ см}$ або ж хвильових чисел $10 \text{ см}^{-1} \leq k_{MCX} \leq 10^4 \text{ см}^{-1}$.

Тепер можемо підсумувати отримані вище результати та представити залежність частоти спінових хвиль від величини хвильового числа в необмеженому магнітовпорядкованому середовищі з врахуванням впливу ефектів запізнення та обміну одночасно (див. рис.1.5).

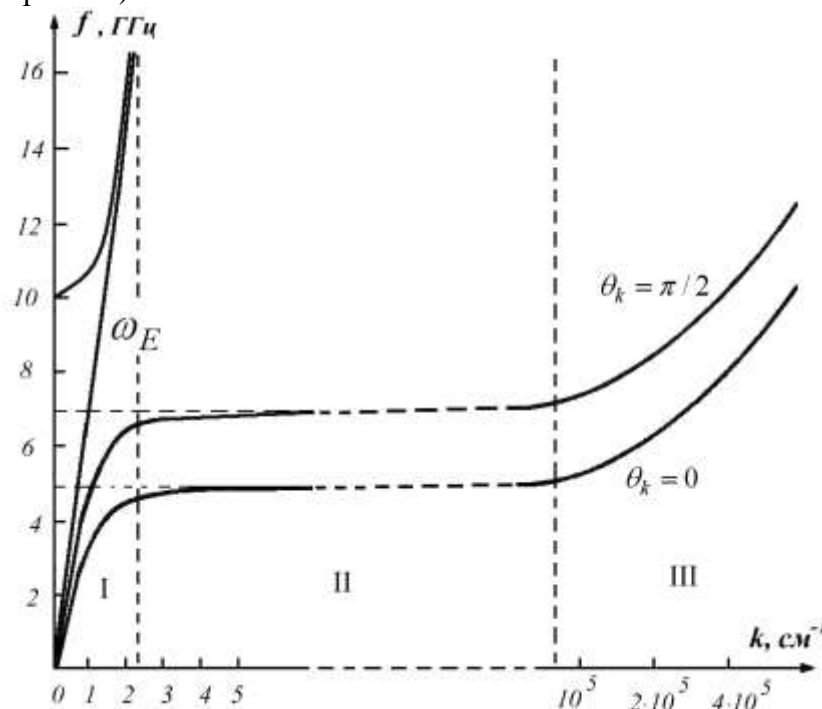


Рис.1.5. Залежність частоти спінових хвиль від величини хвильового числа в необмеженому магнітовпорядкованому середовищі з урахуванням впливу ефектів запізнення та обміну;

$$H_0 = 2 \text{ кЕ.}$$

Умовно всю шкалу хвильових чисел можемо розбити на три області (зрозуміло, цей поділ є приблизним та залежить від середовища поширення хвиль, зовнішніх умов тощо):

- область малих хвильових чисел I – це область звичайного електромагнітного поширення, дисперсія спінових хвиль в ній близька до тої, яку зображено на рис.1.5. як ω_E , та отримується, виходячи з повної системи рівнянь Максвелла. Зауважимо також, що електрична та магнітна складова НВЧ поля в цій області мало відрізняються від величин, що мають місце у випадку поширенні хвиль в звичайному діелектричному середовищі;
- в області II, де хвильові числа знаходяться приблизно в межах $10 \text{ см}^{-1} < k < 10^4 \text{ см}^{-1}$, існують дипольні спінові або магнітостатичні хвилі і саме для них застосовують

наближення магнітостатики (1.13). В цій області переважає магнітна складова електромагнітного НВЧ поля;

- нарешті, в області III із збільшенням величини хвильового числа (тобто, у випадку $k > 10^4 \text{ см}^{-1}$) на процес поширення хвиль починають впливати обмінні ефекти. Їх можна врахувати, зробивши заміну $\omega \rightarrow \omega + a^2 k^2 \omega_{\text{обм}}$, де a - стала ґратки середовища, а $\omega_{\text{обм}} = \gamma H_{\text{обм}}$, в цьому діапазоні хвильових чисел k також використовують рівняння Максвелла, які записано в магнітостатичному наближенні.

Таким чином, при порушенні умови наближення (1.13) в ту чи іншу сторону слід врахувати або обмінні ефекти або ефекти запізнення.

1.2 Рівняння Уокера

В магнітостатичному наближенні лінеаризована система рівнянь Максвелла зводиться до наступної:

$$\text{rot } \vec{h} = 0, \text{div } \hat{\mu} \vec{h} = 0. \quad (1.14)$$

Перше рівняння свідчить про потенційність магнітного поля. Отже, можемо ввести скалярний магнітостатичний потенціал Ψ , який пов'язаний з \vec{h} співвідношенням $\vec{h} = \text{grad } \Psi$, і отримати з (1.14) рівняння, яке описує магнітостатичні коливання і хвилі:

$$\text{div} (\hat{\mu} \text{grad } \Psi) = 0. \quad (1.15)$$

Це рівняння вперше було використано Уокером при дослідженні магнітостатичних коливань малих сфер і тепер зветься рівнянням Уокера. Використовуючи це рівняння ми і будемо в подальшому розглядати більшість задач.

В системі координат, в якій записано тензор магнітної проникності фериту $\hat{\mu}$, рівняння (1.15) має вигляд:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0.$$

Покажемо, що це ж рівняння можна отримати, застосовуючи варіаційний принцип. Відомо, що густина магнітостатичної енергії дорівнює величині:

$$U_m = \frac{1}{16\pi} \vec{h}^* \cdot \vec{b}. \quad (1.16)$$

Дослідимо на екстремум функціонал – магнітостатичну енергію

$$U_m = \frac{1}{16\pi} \int_V \vec{h}^* \cdot \vec{b} \, dV. \quad (1.17)$$

Враховуючи, що в наближенні магнітостатики справедливо, що $\vec{h}^* = \text{grad } \Psi^*$ та $\vec{b} = \hat{\mu} \text{grad } \Psi^*$, можна переписати рівняння (1.16) у вигляді:

$$U_m = \frac{1}{16\pi} \text{grad } \Psi^* \hat{\mu} \text{grad } \Psi. \quad (1.18)$$

Тоді система рівнянь Остроградського виглядає так:

$$\frac{\partial}{\partial x} U_{p^*} + \frac{\partial}{\partial y} U_{q^*} + \frac{\partial}{\partial z} U_{r^*} = 0, \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} U_p + \frac{\partial}{\partial y} U_q + \frac{\partial}{\partial z} U_r = 0, \quad (1.20)$$

де

$$p \equiv \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad q \equiv \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad r \equiv \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad U_p \equiv \frac{\partial U_m}{\partial p}, \quad U_q \equiv \frac{\partial U_m}{\partial q}, \quad U_r \equiv \frac{\partial U_m}{\partial r}.$$

Підставляючи вираз (1.18) в рівняння (1.19)-(1.20) і використовуючи компактні позначення, отримуємо:

$$\operatorname{div} \hat{\mu} \operatorname{grad} \Psi = 0, \quad \operatorname{div} \hat{\mu}^* \operatorname{grad} \Psi^* = 0.$$

Таким чином, ми прийшли до рівняння Уокера і його спряженого. Відзначимо, що при розв'язанні задач магнітостатики можуть застосовуватись варіаційні методи з функціоналом виду (1.17).

2. Магнітостатичні хвилі в ізолюваному феритовому шарі

Найбільш простою хвилеводною структурою є феритовий шар, тому зручно почати вивчення властивостей МСХ з їх розгляду саме в ізолюваному феритовому шарі. Зауважимо, що для плівкових монокристалічних матеріалів така модель буде гарним наближенням.

2.1 МСХ в дотично намагніченому феритовому шарі

Постановка задачі

В рамках магнітостатичного наближення, розв'язуючи рівняння Уокера, розглянемо магнітостатичні хвилі, які поширюються під довільним кутом θ_k до \vec{M}_0 (див. рис.2.1) в дотично намагніченому феритовому шарі. Таке дослідження вперше провели Деймон і Ешбах в 1961 році.

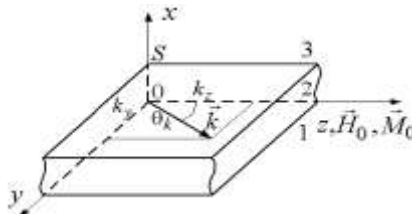


Рис.2.1. Дотично намагнічений необмежений феритовий шар

Представимо магнітостатичний потенціал у вигляді:

$$\Psi = \begin{cases} \Psi_1, & x < 0, \\ \Psi_2, & 0 < x < s, \\ \Psi_3, & x > s. \end{cases} \quad (2.1)$$

Тоді задача зводиться до розв'язку рівнянь:

$$\Delta \Psi_1 = 0, \quad x < 0, \quad (2.2)$$

$$\mu \left(\frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial z^2} = 0, \quad 0 < x < s, \quad (2.3)$$

$$\Delta \Psi_3 = 0, \quad x > s. \quad (2.4)$$

з відповідними граничними умовами.

Рівняння (2.2) і (2.4) завжди є еліптичного типу, а рівняння (2.3) в залежності від знака параметра μ може бути як еліптичного ($\mu > 0$), так і гіперболічного типу ($\mu < 0$). В подальшому ми побачимо, що за умови $\mu > 0$ розв'язки рівняння (2.3) являють собою поверхневі, а при $\mu < 0$ – зворотні об'ємні хвилі.

Будемо шукати розв'язки рівнянь (2.2)–(2.4) у вигляді неоднорідних плоских хвиль, хвильовий вектор яких $\vec{k}_s = (0, k_y, k_z)$ знаходиться в площині ZY:

$$\Psi_i = X_i(x) e^{i(\omega t - k_y y - k_z z)}, \quad i = 1, 3. \quad (2.5)$$

Підстановка виразів (2.5) в рівняння (2.2)–(2.4) призводить до наступних звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами:

$$\frac{d^2 X_i}{d x^2} - k_s^2 X_i = 0, \quad i = 1, 3, \quad (2.6)$$

$$\frac{d^2 X_2}{d x^2} - \kappa^2 X_2 = 0, \quad (2.7)$$

де:

$$k_s = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}, \quad \kappa = \sqrt{\frac{k_z^2}{\mu} + k_y^2}, \quad k_y = k \sin \theta_k, \quad k_z = k \cos \theta_k. \quad (2.8)$$

2.2 Поверхневі МСХ

Будемо вважати, що стала поширення κ у виразі (2.8) є дійсною додатною величиною. Це виконується за умови, якщо $\mu > 0$ або (оскільки $\mu = \frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega^2 - \omega_H^2}$ та $\omega_1 > \omega_H$),

якщо $\omega < \omega_H$ і $\omega > \omega_1$.

Розв'язуючи рівняння (2.6)–(2.7) і враховуючи обмеженість магнітостатичних потенціалів Ψ_1 і Ψ_3 на нескінченності $-\infty$ і $+\infty$, отримуємо вирази для магнітостатичних потенціалів:

$$\Psi_1 = A e^{k_s x + i(\omega t - k_y y - k_z z)}, \quad (2.9)$$

$$\Psi_2 = (B \operatorname{ch} \kappa x + A \operatorname{sh} \kappa x) e^{i(\omega t - k_y y - k_z z)}, \quad (2.10)$$

$$\Psi_3 = D e^{-k_s x + i(\omega t - k_y y - k_z z)}. \quad (2.11)$$

Для того, щоб одержати дисперсійне співвідношення для магнітостатичних хвиль, використаємо граничні умови неперервності тангенційних компонент напруженості магнітного поля і нормальних компонент магнітної індукції на межах середовищ, та

отримаємо відповідні вирази. Зробимо це спочатку для дотичних компонент магнітного поля \vec{h} :

$$\begin{aligned} h_{1y}|_{x=0} &= h_{2y}|_{x=0}, \\ h_{2y}|_{x=s} &= h_{3y}|_{x=s}. \end{aligned}$$

Оскільки $\vec{h} = \text{grad } \Psi$, то можемо записати:

$$h_{iy} = \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}.$$

Наприклад, для першого шару (область 1) маємо:

$$h_{1y} = \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} = -ik\Psi_1,$$

можемо отримати аналогічні вирази і для областей 2 та 3.

Застосуємо граничну умову для компонент магнітної індукції \vec{b} :

$$\begin{aligned} b_{1x}|_{x=0} &= b_{2x}|_{x=0}, \\ b_{2x}|_{x=s} &= b_{3x}|_{x=s}. \end{aligned}$$

Для феритового шару, використавши матеріальне співвідношення для компонент \vec{b} , маємо

$$\vec{b} = \hat{\mu} \vec{h} \Rightarrow \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu & -i\mu_a & 0 \\ i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial y} \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} - i\mu_a \frac{\partial \Psi_2}{\partial y} \\ i\mu_a \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} + \mu \frac{\partial \Psi_2}{\partial y} \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial z} \end{bmatrix}.$$

В такій же спосіб можна отримати вирази для компонент магнітної індукції в областях 1 та 3.

Отже, маємо систему з 4 рівнянь для опису електродинамічних граничних умов:

$$\begin{aligned} \Psi_1|_{x=0} &= \Psi_2|_{x=0}, \quad \Psi_2|_{x=s} = \Psi_3|_{x=s}, \\ \frac{\partial \Psi_1}{\partial x}|_{x=0} &= (\mu \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} - i\mu_a \frac{\partial \Psi_2}{\partial y})|_{x=0}, \quad (\mu \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} - i\mu_a \frac{\partial \Psi_2}{\partial y})|_{x=s} = \frac{\partial \Psi_3}{\partial x}|_{x=s}. \end{aligned}$$

Після підстановки сюди виразів для магнітостатичних потенціалів (2.9)-(2.11) отримуємо однорідну систему рівнянь відносно констант A, B, C, D:

$$\begin{cases} A = B, \\ D e^{-k_s s} = B \text{ch } \kappa s + C \text{sh } \kappa s, \\ k_s A = \mu \kappa C - \mu_a k_y B, \\ -k_s D e^{-k_s s} = \mu \kappa (B \text{sh } \kappa s + C \text{ch } \kappa s) - k_y \mu_a (B \text{ch } \kappa s + C \text{sh } \kappa s). \end{cases} \quad (2.12)$$

Нас цікавлять власні хвилі, які є нетривіальними розв'язками системи (2.12), тобто, її визначник має дорівнювати нулю. Розкриваючи його, виводимо дисперсійне співвідношення в неявній формі:

$$2k_s \mu \kappa \text{cth } \kappa s + \mu^2 \kappa^2 + k_s^2 - \mu_a^2 k_y^2 = 0. \quad (2.13)$$

Підставляючи замість сталої поширення κ її вираз (2.8), можемо записати:

$$2k_s \sqrt{\mu(k_z^2 + \mu k_y^2)} \operatorname{cth} \sqrt{\frac{k_z^2}{\mu} + k_y^2} s + \mu(k_z^2 + \mu k_y^2) + k_s^2 - \mu_a^2 k_y^2 = 0 \quad (2.14)$$

Аналіз співвідношення (2.14) показує (див. рис.2.2), що у цього рівняння немає дійсних коренів в області частот $\omega > \omega_H$, тобто спектр поверхневих МСХ (ПМСХ) знаходиться в області $\omega > \omega_1$. При цьому верхня частотна межа спектра дорівнює:

$$\omega_B = \omega_H + \frac{\omega_M}{2}. \quad (2.15)$$

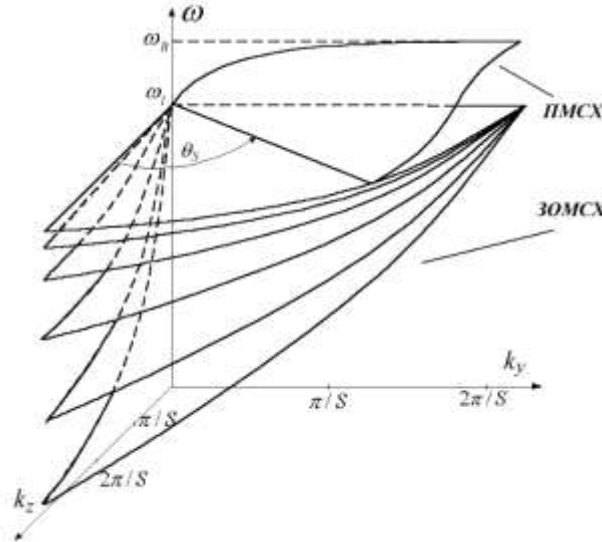


Рис.2.2. Спектр магнітостатичних хвиль в дотично намагніченому феритовому шарі

В нашому випадку вираз (2.15) відповідає хвилям, які поширюються перпендикулярно до вектора \vec{M}_0 (тобто, $\theta_k = \pi/2$). Вважаючи, що $k_z = 0$ (та, відповідно, $\partial\Psi/\partial z = 0$), для таких хвиль з рівняння (2.14) легко дістати дисперсійне співвідношення:

$$2\mu \operatorname{cth} |k_y| s = \mu_a^2 - \mu^2 - 1. \quad (2.16)$$

З врахуванням явного виду компонент тензора магнітної проникності вираз (2.16) зводиться до дуже простого:

$$\omega_k^2 = \left(\omega_H + \frac{\omega_M}{2} \right)^2 - \left(\frac{\omega_M}{2} \right)^2 e^{-2|k_y|s}. \quad (2.17)$$

Останній вираз є досить важливим, оскільки поверхневі хвилі з кутом поширення $\theta_k = \pi/2$ найчастіше досліджуються експериментально і широко застосовуються в приладах спін-хвильової НВЧ мікроелектроніки. Зупинимося на дослідженні цих хвиль більш детально. Згідно співвідношенню (2.17) зміні величини хвильового числа k_y від 0 до ∞ відповідає частотний діапазон:

$$\omega_1 \leq \omega \leq \omega_B, \quad (2.18)$$

який охоплює всю область частот $\Delta\omega_{\Pi}$ існування поверхневих хвиль. Оскільки

$$\Delta\omega_{II} = \omega_B - \omega_1 = \frac{1}{4} \frac{\omega_M^2}{\omega_B + \omega_1},$$

то $\Delta\omega_{II} \rightarrow 0$ при $H_0 \rightarrow +\infty$. Іншими словами, при збільшенні частоти (чи збільшенні величини зовнішнього магнітного поля H_0) частотний діапазон існування ПМСХ звужується і прямує до нуля. Як впливає з рівняння (2.17), ПМСХ є хвилями з прямою дисперсією, оскільки $d\omega/d|k_y| > 0$. Групова швидкість цих хвиль визначається як

$$V_{GP} = \frac{d\omega}{dk_y} = \frac{\omega_M^2}{\omega_k} s e^{-2|k_y|s} \operatorname{sgn} k_y \quad (2.19)$$

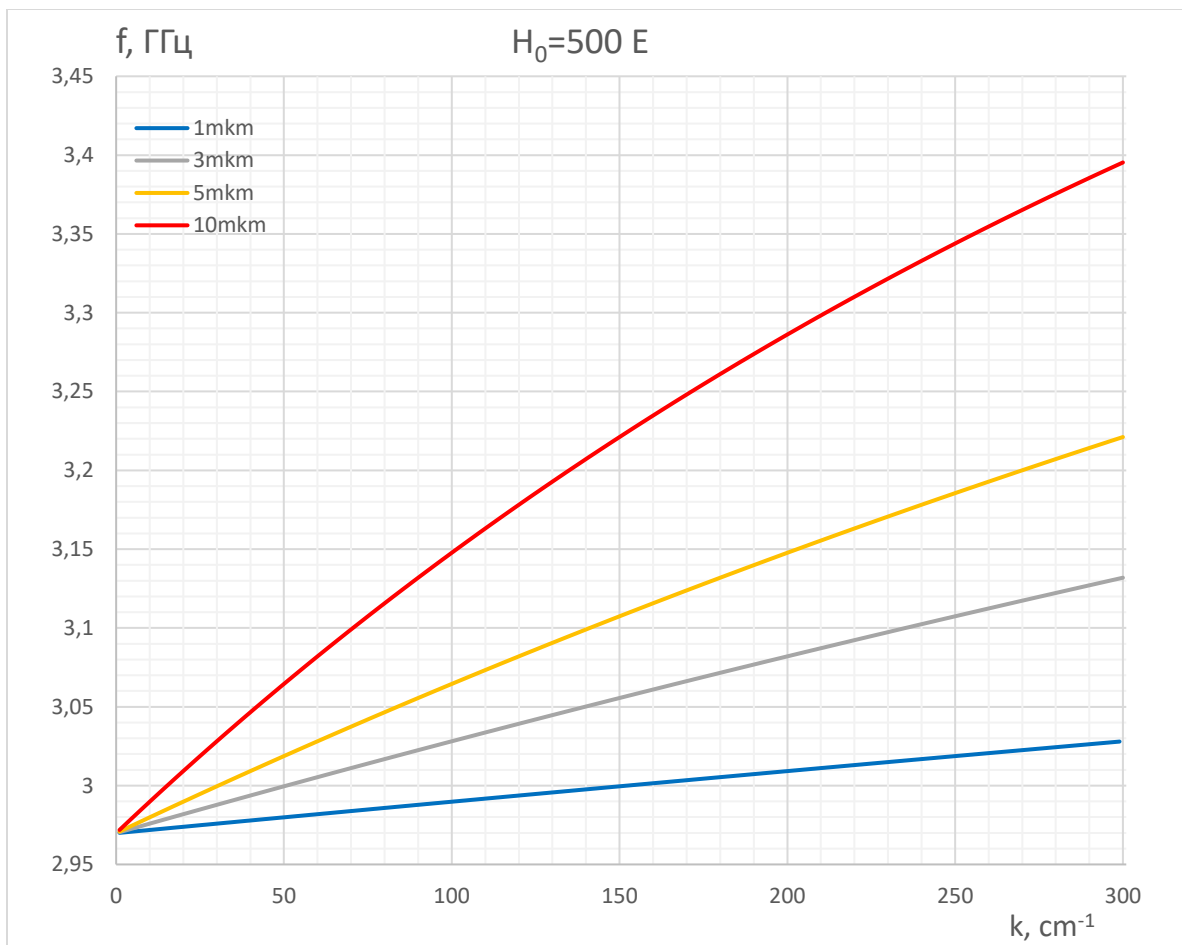
та зменшується з ростом частоти.

При малих значеннях добутку $|k_y|s$ маємо $e^{-2|k_y|s} \cong 1$ і групова швидкість є прямо пропорційною до товщини шару, тобто при одному і тому ж значенні хвильового числа хвилі стають більш повільними в більш тонких шарах.

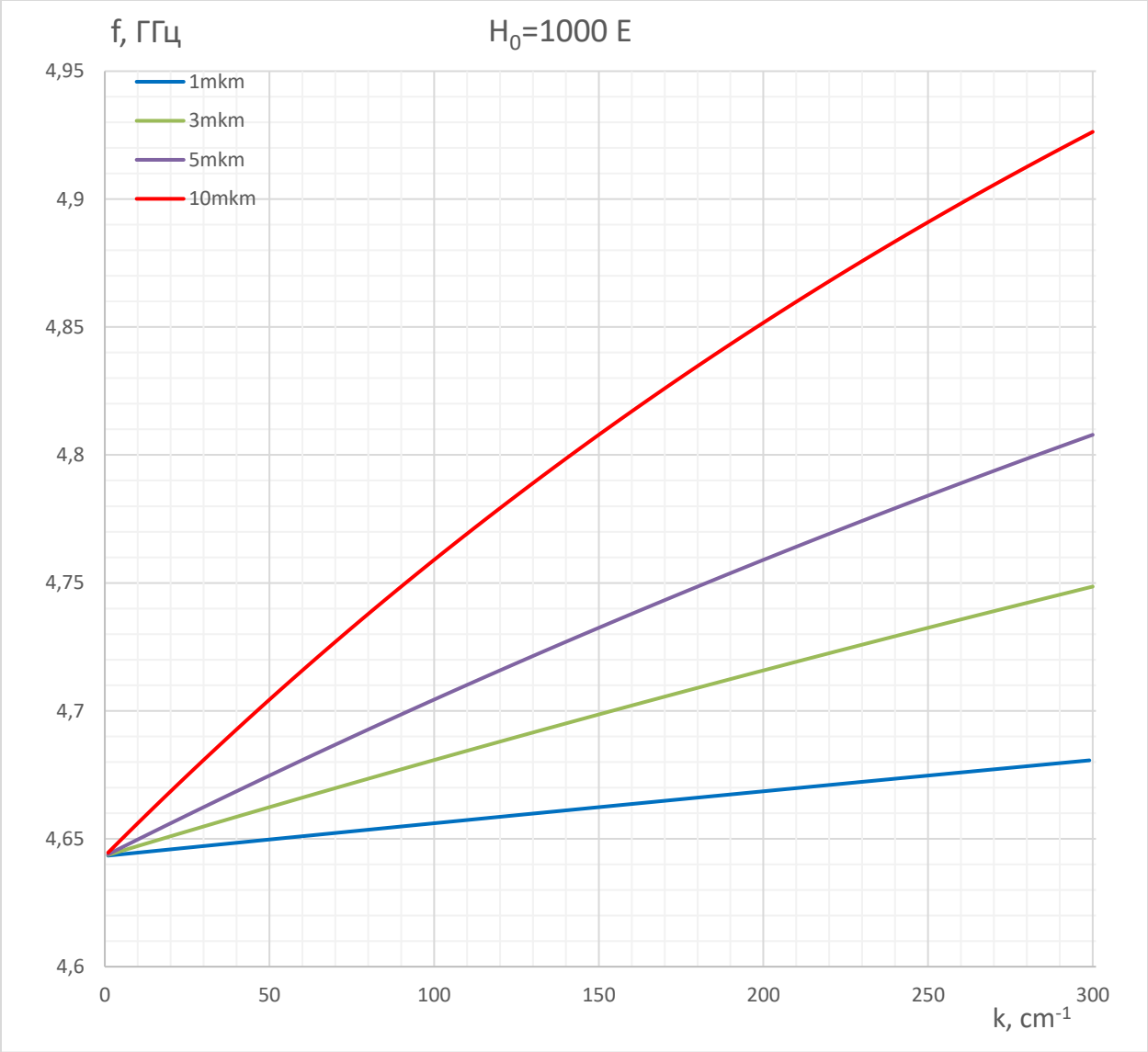
Використовуючи рівняння, що були отримані вище, було досліджено дисперсію поверхневих хвиль в феритових плівках різної товщини та при різній величині зовнішнього сталого магнітного поля.

Досліджувані товщини шару: 1, 3, 5 та 10 мкм.

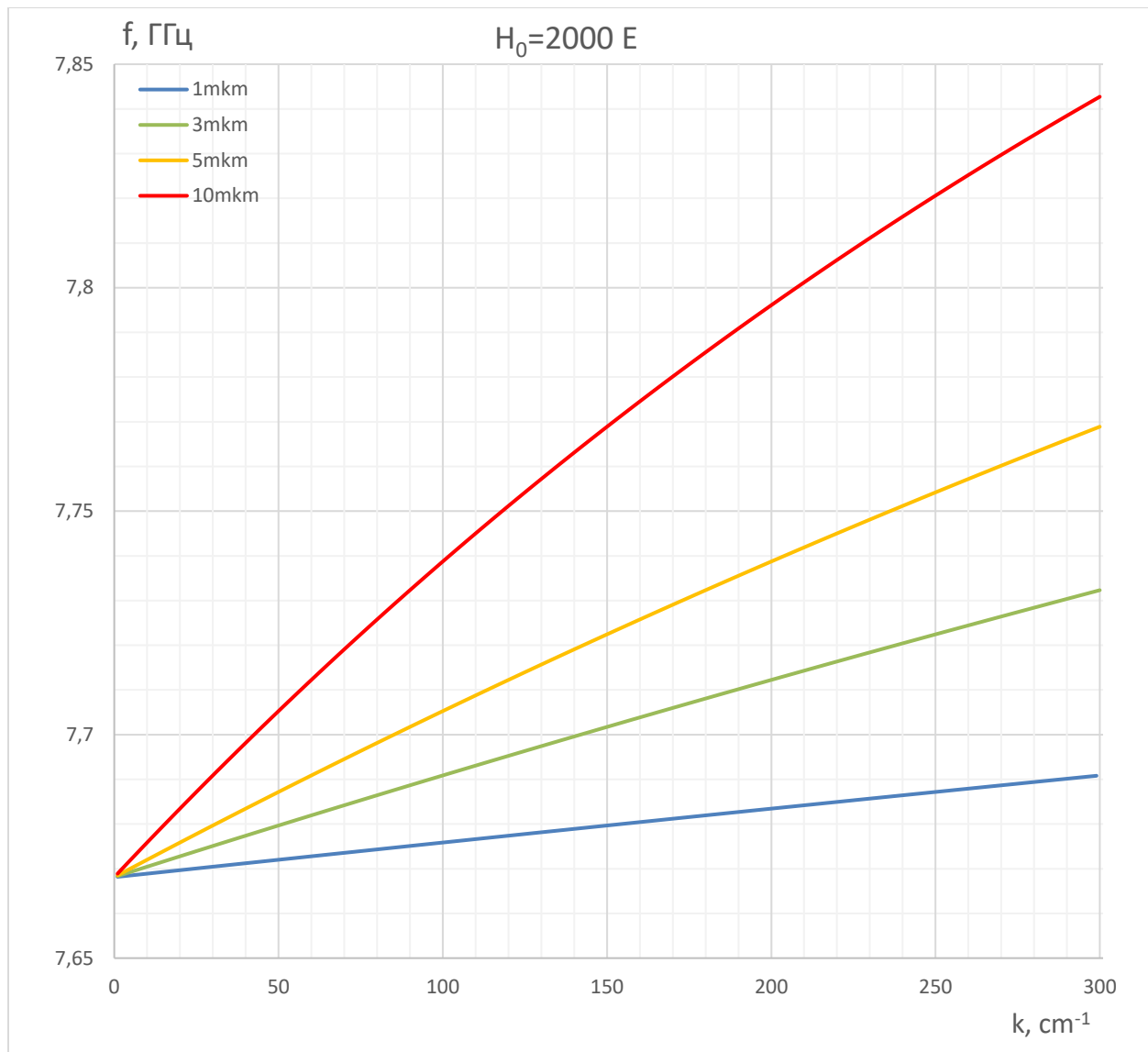
При напруженості поля 500 Е:



При напруженості поля 1000 E:

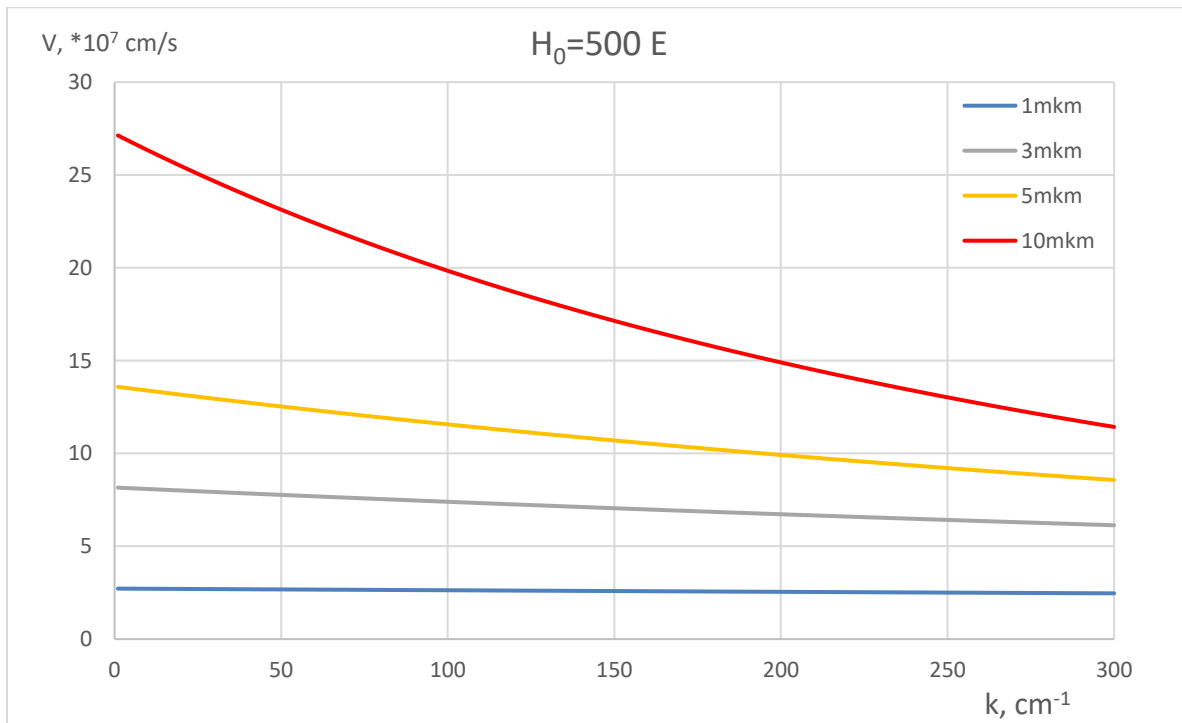


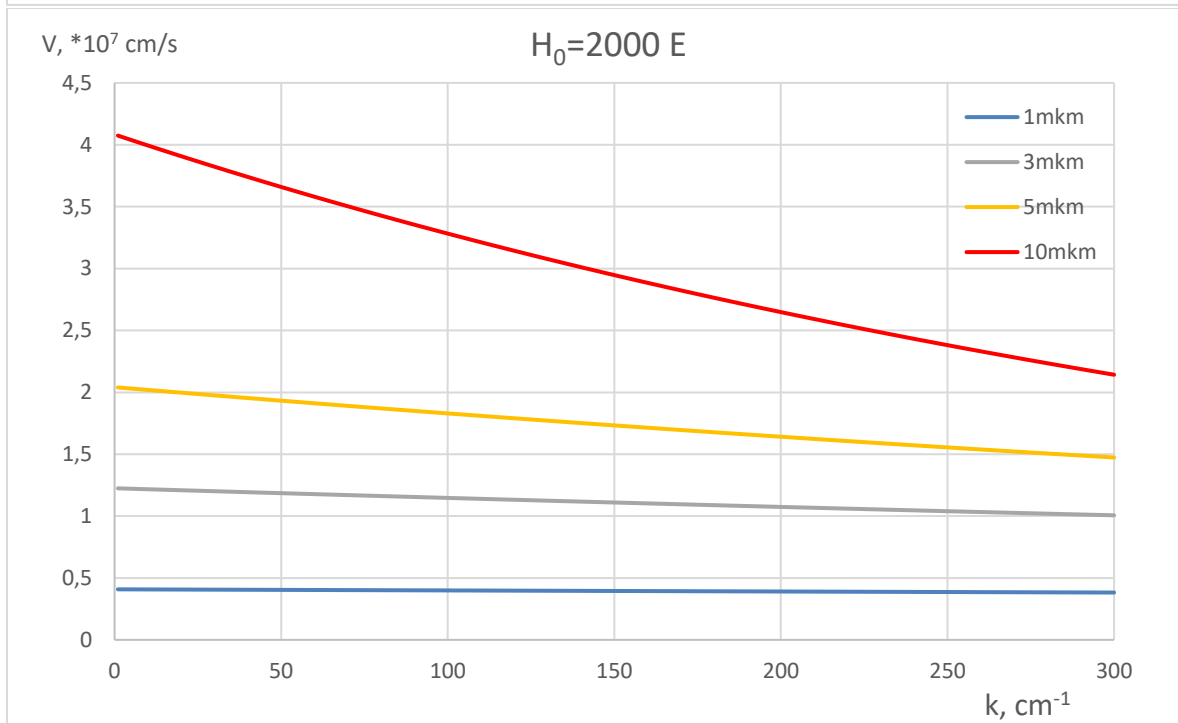
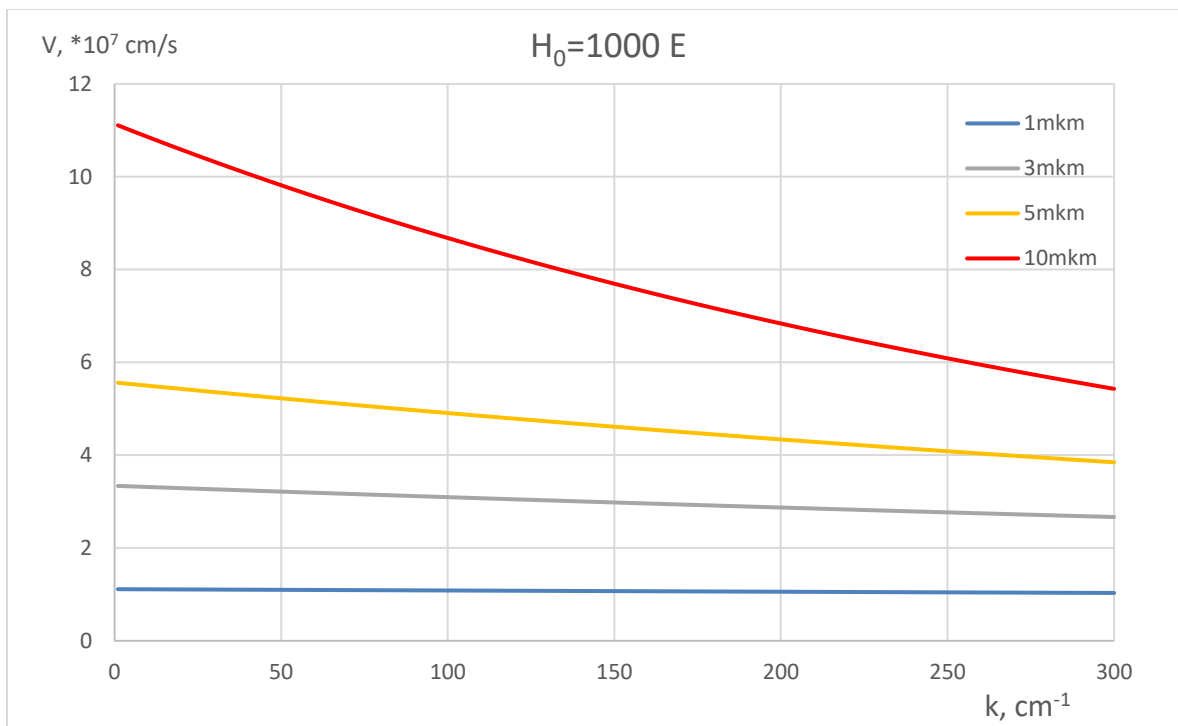
Та при напруженості поля 2000 Е:



Проте, зазвичай будують дисперсійні криві, відкладаючи по вісі абсцис нормоване на товщину шару (безрозмірне) хвильове число ks (нижній індекс “у” опущено). Тоді незалежно від товщини шару дисперсія має один і той же вигляд.

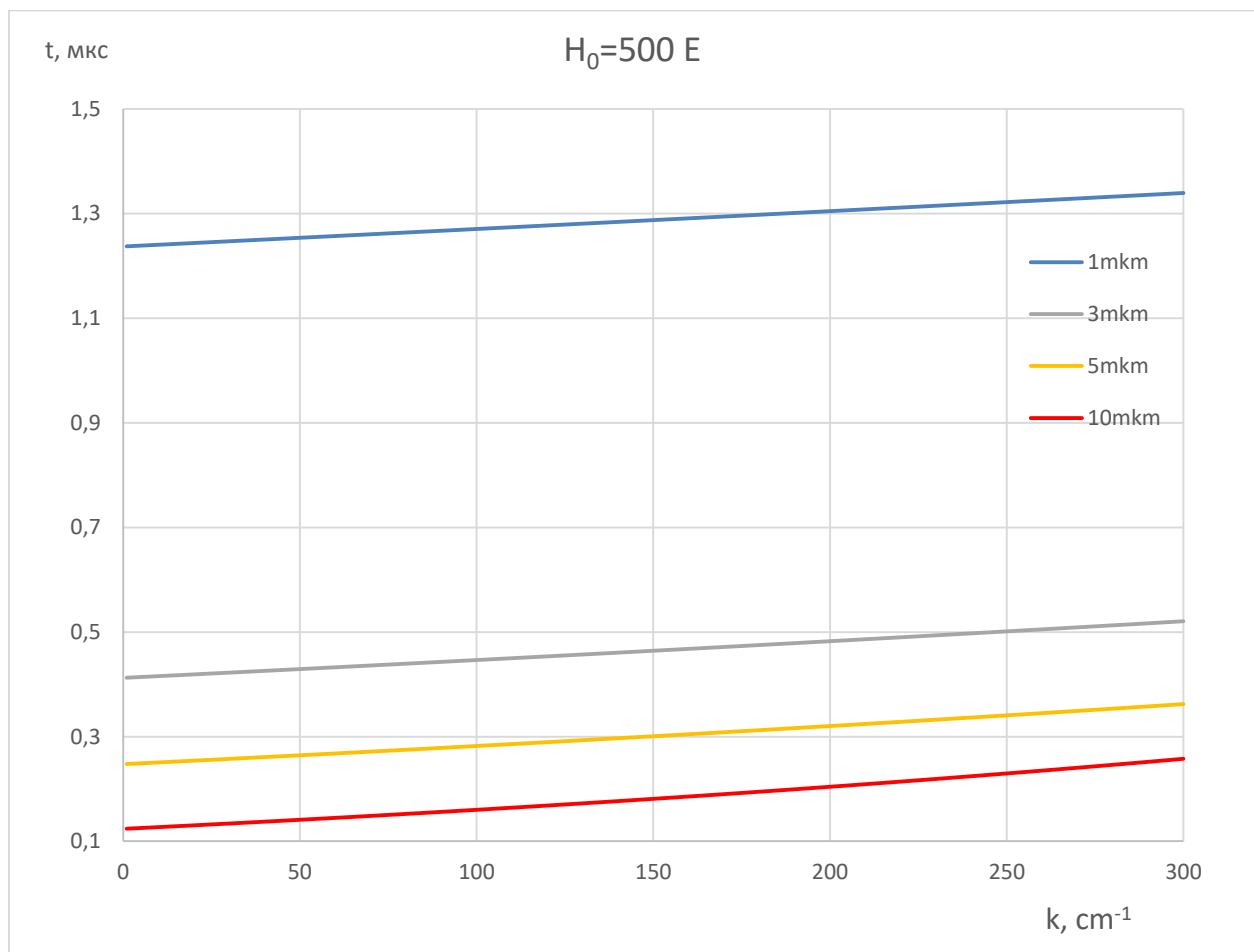
Далі показано як різна товщина феромагнітного шару впливає на групову швидкість хвиль. Залежності так само отримані за трьох значень намагніченості поля.

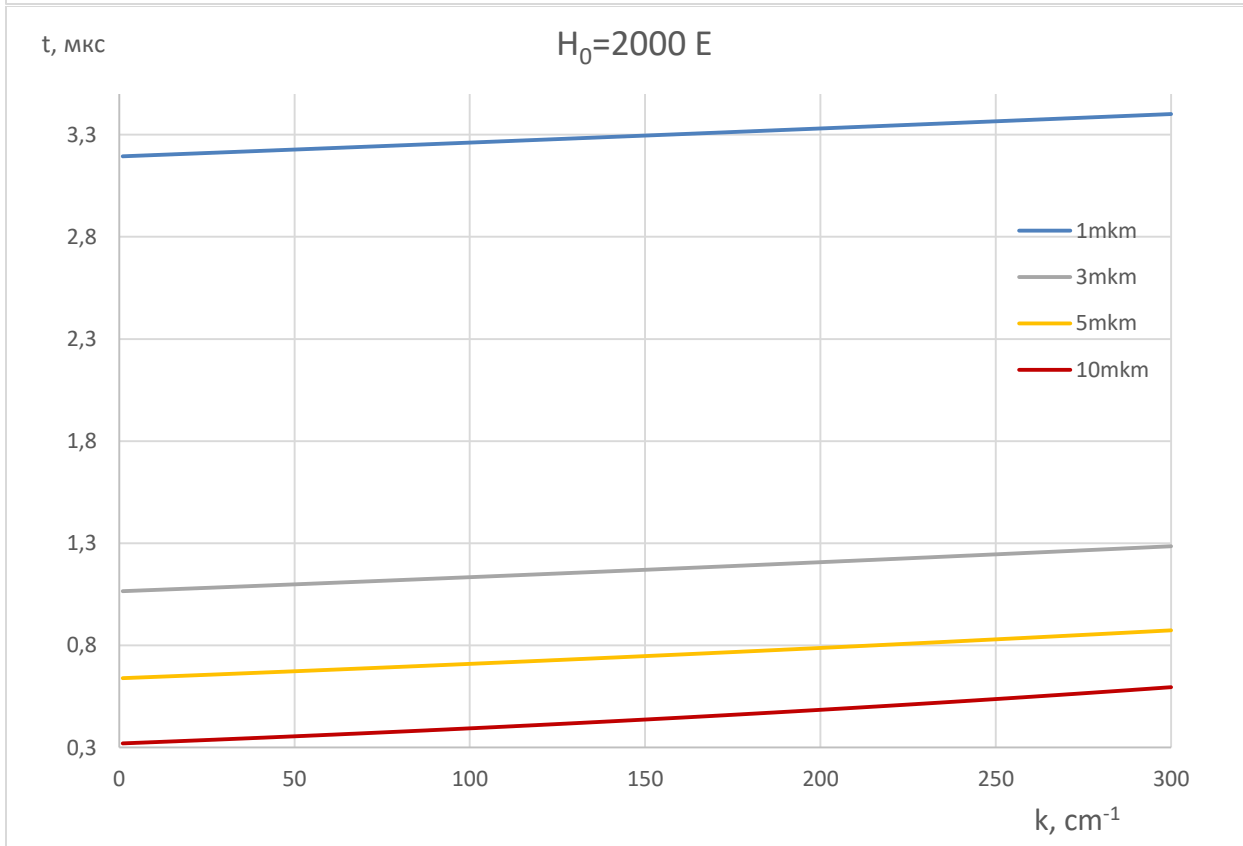
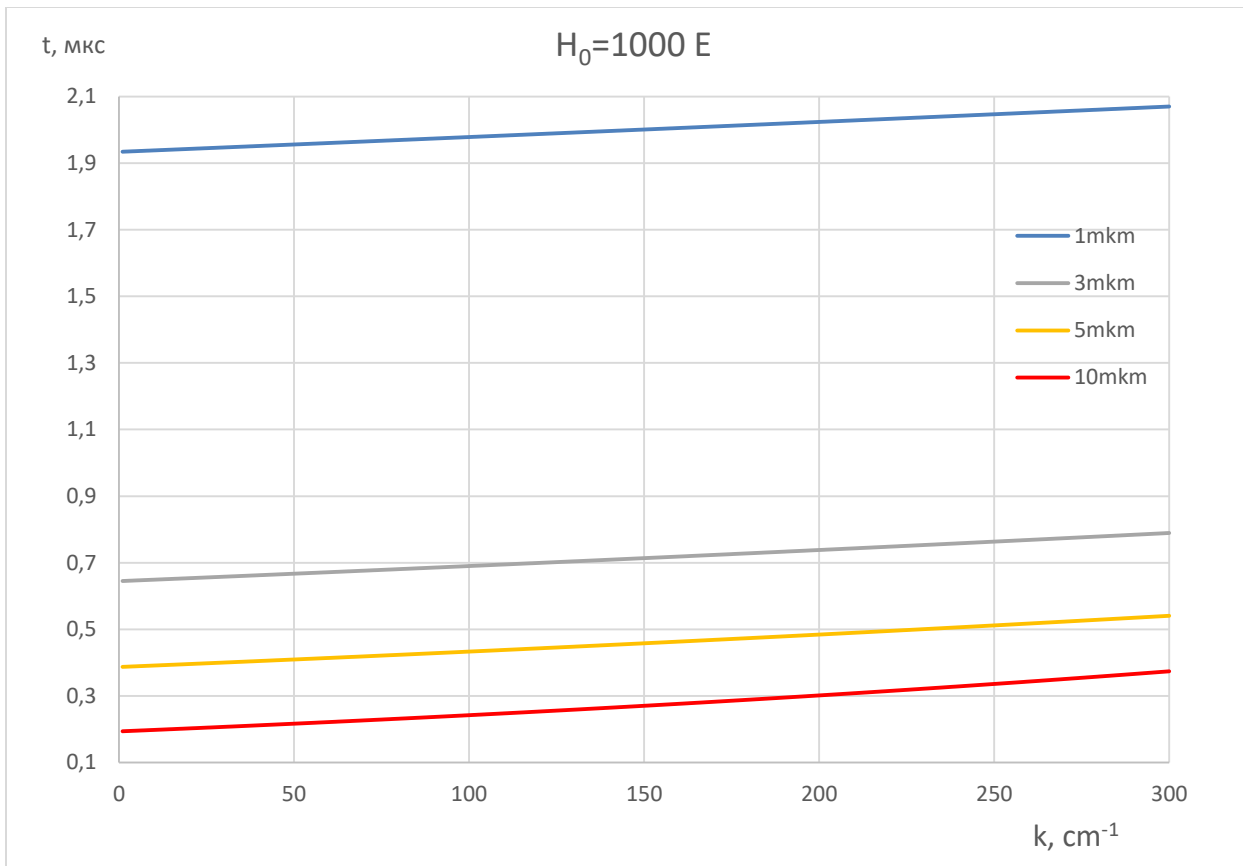




Наведені вище результати отримані за умови, що намагніченість насичення складає 1750 Гс при кімнатній температурі.

Також було пораховано час затримки поверхневих магнітостатичних хвиль та показана залежність часу затримки від k .





Виразуємо тепер компоненти напруженості магнітного поля ПМСХ. Використовуючи перші три рівняння системи (2.12) і дисперсійне співвідношення (2.16) у вигляді:

$$e^{-2|k|s} = \frac{(\mu+1)^2 - \mu_a^2}{(\mu-1)^2 - \mu_a^2},$$

можемо записати всі константи через одну:

$$B = A, \quad C = \frac{1 + \mu_a}{\mu} A, \quad D = \frac{(\mu_a + 1)^2 - \mu_a^2}{\mu_a^2 - (\mu + 1)^2} A.$$

Отже, власна функція хвиль для хвильових чисел $k > 0$ має такий вигляд:

$$\begin{cases} \Psi_1 = A e^{kx+i(\omega t-ky)}, \\ \Psi_2 = A \left(ch \ kx + \frac{1 + \mu_a}{\mu} sh \ kx \right) e^{i(\omega t-ky)}, \\ \Psi_3 = A \frac{(\mu_a + 1) - \mu_a^2}{\mu_a^2 - (\mu + 1)^2} e^{-kx+i(\omega t-ky)}, \end{cases}$$

де

$$k = \frac{1}{2s} \ln \frac{(\mu-1)^2 - \mu_a^2}{(\mu+1)^2 - \mu_a^2}. \quad (2.20)$$

Знаючи магнітостатичні потенціали, неважко визначити компоненти напруженості полів:

$$\tilde{h}_x = k\Psi_1, \quad \tilde{h}_y = -ik\Psi_1, \quad x < 0, \quad (2.21)$$

$$\tilde{h}_x = Ak \left(sh \ kx + \frac{1 + \mu_a}{\mu} ch \ kx \right) e^{i(\omega t-ky)}, \quad \tilde{h}_y = -ik\Psi_2, \quad s > x > 0, \quad (2.22)$$

$$\tilde{h}_x = -k\Psi_3, \quad \tilde{h}_y = -ik\Psi_3, \quad x > s. \quad (2.23)$$

З рівняння (2.21) випливає, що в області 1 поле має праву кругову поляризацію, а в області 3 – ліву кругову поляризацію. В області 2 поляризація в загальному випадку є еліптичною з правим обертанням (еліпс витягнуто вздовж вісі X).

Використовуючи вирази (2.21)–(2.23) можемо пояснити розподіл відносних амплітуд компонент магнітного поля h_x і h_y ПМСХ за координатою x (рис.2.4).

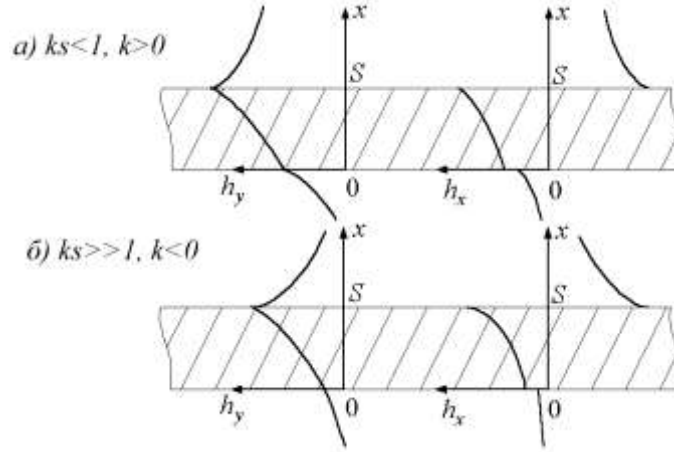


Рис.2.4. Розподіл амплітуд НВЧ компонент магнітного поля h_x та h_y для поверхневих МСХ при різних значеннях хвильового числа (хвиля поширюється в напрямку $+y$)

Для побудови картини силових ліній магнітного поля необхідно розв'язати диференціальне рівняння $\frac{dx}{\operatorname{Re} \tilde{h}_x} = \frac{dy}{\operatorname{Re} \tilde{h}_y}$. Для цього спочатку обчислимо $\operatorname{Re} \tilde{h}_x$ і $\operatorname{Re} \tilde{h}_y$,

тобто знайдемо дійсні частини виразів (2.21) – (2.23):

$$\operatorname{Re} \tilde{h}_x = Ake^{kx} \cos(\omega t - ky), \quad \operatorname{Re} \tilde{h}_y = Ake^{kx} \sin(\omega t - ky) \quad x < 0,$$

$$\operatorname{Re} \tilde{h}_x = Ak \left(sh \, kx + \frac{1 + \mu_a}{\mu} ch \, kx \right) \cos(\omega t - ky), \quad 0 < x < s$$

$$\operatorname{Re} \tilde{h}_y = Ak \left(ch \, kx + \frac{1 + \mu_a}{\mu} sh \, kx \right) \sin(\omega t - ky),$$

$$\operatorname{Re} \tilde{h}_x = -Ak \frac{(\mu_a + 1)^2 - \mu^2}{\mu_a^2 - (\mu + 1)^2} e^{-kx} \cos(\omega t - ky), \quad x > s.$$

$$\operatorname{Re} \tilde{h}_y = Ak \frac{(\mu_a + 1)^2 - \mu^2}{\mu_a^2 - (\mu + 1)^2} e^{-kx} \sin(\omega t - ky),$$

Тепер для області 1 дістаємо рівняння:

$$\frac{dx}{\cos(\omega t - ky)} = \frac{dy}{\sin(\omega t - ky)},$$

яке має наступний розв'язок:

$$x = -\frac{1}{k} \ln |\sin(\omega t - ky)| + C.$$

Діючи аналогічно, для області 2 знаходимо:

$$sh \, kx + \frac{1 + \mu_a}{\mu} ch \, kx = \frac{C}{\sin(\omega t - ky)},$$

а для області 3:

$$x = \frac{1}{k} \ln |\sin(\omega t - ky)| + C.$$

Структуру поля в момент часу $t = 0$ показано на рис.2.5 (вісь Z спрямовано від читача; $k > 0$). Відзначимо, що при зміні напрямку поширення хвилі максимум амплітуди переміщується на протилежну поверхню феритового шару. При цьому дисперсія ПМСХ залишається взаємною, тобто не залежить від знака хвильового вектора \vec{k} ; з іншого боку ПМСХ є невзаємною з точки зору розподілу НВЧ магнітного поля.

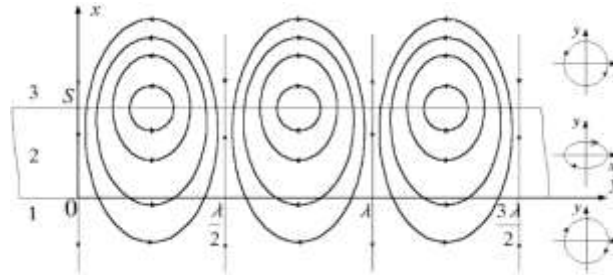


Рис.2.5. Розподіл силових ліній магнітного поля поверхневих МСХ (хвиля поширюється в напрямку $+y$)

Цікаво також розглянути хвилі на їх нижній частотній межі, що відповідає випадку $k = 0$ і $\omega = \omega_1$ (тобто $\mu = 0$). При малих значеннях k дисперсійне співвідношення (2.20) можемо спростити, розклавши логарифми в ряд за степенями μ в околі точки $\mu = 0$ ($\omega = \omega_1$) і обмежитись першим членом розкладу $k = \frac{2\omega_H}{s\omega_M} \mu$. Тоді при $k = 0$ з системи рівнянь (2.21)–(2.23) випливає, що компоненти магнітного поля $h_x = h_y = 0$ в областях 1 і 3, а в області 2:

$$h_y = 0, h_x = \frac{2A\omega_H}{s\omega_M} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\omega_M}{\omega_H}} \right) e^{i\omega t}.$$

Таким чином, зовні феритового шару однорідна прецесія (тобто, за умови $k \rightarrow 0$) не створює змінних полів, а в його середині відмінною від нуля тільки є одна компонента поля h_x . Неважко зробити висновок, що всередині шару тільки $b_y \neq 0$, а компоненти змінної намагніченості m_x і m_y є відмінними від нуля.

З'ясуємо ще одне питання, перед тим, як перейти до об'ємних хвиль. Під яким мінімальним кутом θ_s до напрямку вектора намагніченості \vec{M}_0 можуть поширюватись ПМСХ (рис.2.2)? Для цього в дисперсійному співвідношенні (2.13) покладемо $\omega = \omega_1$, тобто $\mu = 0$. Тоді $k_s^2 = \mu_a^2 k_y^2$ і

$$\text{tg}^2 \theta_s = \frac{k_y^2}{k_z^2} = \frac{1}{\mu_a^2 - 1} = \frac{\omega_H}{\omega_M},$$

тобто

$$\theta_s = \arctg \sqrt{\omega_H / \omega_M}. \quad (2.24)$$

Висновки

1. Сформовано умову, що дозволяє відрізнити серед електромагнітних хвиль саме магнітостатичні хвилі.
2. Виявлено як різна товщина феромагнітного шару впливає на групову швидкість хвиль, досліджено дисперсію поверхневих МСХ в феритових плівках різної товщини при однаковій величині зовнішнього сталого магнітного поля та пораховано час затримки поверхневих МСХ. Це може бути використано для керування ліній затримки НВЧ діапазону.

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ

1. Gurevych A.G. Magnetic resonance in ferrites and antiferromagnets. 1973. 572 p.
2. Gurevych A.G., Melkov G.A. Magnetic oscillations and waves. 1994. 464 p.
3. Danilov V.V., Zavislyak I.V., Balinsky M.G. Spin-wave electrodynamics. K., 1991. 212 p.
4. Akhiezer A.I., Baryakhtar V.G., Peletminsky S.V. Spin waves. 1967. 368 p.
5. Landau L.D., Lifshyts E.M. Electrodynamics of continuous media. 1982. 620 p.
6. Walker L.R. Magnetostatic modes in ferromagnetic resonance // Phys. Rev. 1957. **105**, № 2. P.390-399.
7. Polder D. On the theory of ferromagnetic resonance // Phil. Mag., 1949. **40**, № 300. P.99-107.
8. Vugalter G.A., Gilinsky I.A. Magnetostatic waves (Review) // News of universities. Radiophysics. 1989. 32, no. 10. pp.1187-1220
9. Нечипорук О.Ю., Данилов В.В., Зависляк І.В. Мультимедійний навчальний курс та електронна бібліотека “Спін-хвильова електродинаміка”, Київ, 2002, ISBN 1680-0249