

Задачі та гіпотези, рішення

УДК 378.4.091.27(477.411)КНУ:51]:004

DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2025/2.6>

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

**ЗАВДАННЯ ДИСТАНЦІЙНОГО ТУРУ ОЛІМПІАДИ З МАТЕМАТИКИ КИЇВСЬКОГО
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

***Анотація.** Завдання дистанційного туру Всеукраїнської олімпіади з математики Київського національного університету імені Тараса Шевченка для випускників закладів загальної середньої освіти та осіб, що мають право на отримання документа про повну загальну середню освіту і бажають вступити до університету у 2026 році.*

***Ключові слова:** математична олімпіада; задачі; абітурієнт 2026.*

1. Вступ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка щорічно проводить Всеукраїнську олімпіаду з математики. В олімпіаді можуть брати участь особи, які є учнями випускних класів закладів загальної середньої освіти або мають право на отримання документа про повну загальну середню освіту і бажають вступити до університету.

Традиційно олімпіада проходить у два тури: перший – дистанційний, який проходитиме з 15 січня 2026 року по 15 лютого 2026 року, та другий – очний (фінальний), який планується провести на початку квітня 2026 року. Детальну інформацію читачі можуть знайти на офіційному сайті Київського національного університету імені Тараса Шевченка <https://knu.ua>.

Завдання насамперед адресовано учням випускних класів закладів загальної середньої освіти та особам, які мають право на отримання документа про повну загальну середню освіту у 2025-2026 навчальному році, що бажають вступити до Київського національного університету імені Тараса Шевченка та усім, хто цікавиться математикою.

2. Завдання дистанційного туру Всеукраїнської олімпіади з математики Київського національного університету імені Тараса Шевченка (для вступників 2026 року)

1. Довести, що сума дробів $\frac{a-b}{1+ab}$, $\frac{b-c}{1+bc}$, $\frac{c-a}{1+ac}$ дорівнює їх добутку.
2. Нехай n – дійсне ціле число. Довести, що $\frac{n^3}{6} - \frac{n^2}{2} + \frac{n}{3}$ є також цілим числом.
3. Визначити кількість додатних цілих значень x , що належать області визначення функції

$$y = \frac{4}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}} - \arccos \frac{x-1}{7}.$$

4. Розв'язати рівняння

$$\left(\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}\right)^x + \left(\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}\right)^x = 10.$$

5. Знайти усі розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases} \sqrt{(x-5)^2 + (y-4)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y-8)^2} = 5, \\ 2xy - 3y = 24. \end{cases}$$

6. Три числа утворюють геометричну прогресію. Якщо друге число збільшити на 8, то отримаємо арифметичну прогресію. Але, якщо після цього збільшити останнє число на 64, то прогресія знову стане геометричною. Визначити ці числа.

7. Знайти множину значень функції

$$y(x) = \frac{4x^2 + 4x + 1}{4x^2 - 4x + 1}.$$

8. У рівнобедреному трикутнику центр вписаного кола поділяє висоту, проведену до основи, у відношенні 17:15. Основа трикутника дорівнює 60 см. Знайти радіус вписаного кола в заданий трикутник.

9. Основи трапеції мають довжини 3 см і 15 см. Чи може радіус кола, що вписане в трапецію, мати довжину 4 см? Відповідь обґрунтувати.

3. Застереження

Для участі в дистанційному турі необхідно:

1) зареєструвати через сайт Київського національного університету імені Тараса Шевченка за посиланням <https://vstup.knu.ua/> особистий кабінет (при вдалій реєстрації на пошту учасника олімпіади прийде лист-підтвердження);

2) завантажити в особистий кабінет не пізніше 15 лютого 2026 року розв'язання задач дистанційного туру (роботи потрібно оформити відповідно до вимог, розміщених в особистому кабінеті).

Отримано редакцією журналу: 25.12.2025

Схвалено до друку: 26.12.2025

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

TASK OF THE DISTANCE TOUR OF THE MATHEMATICS OLYMPIAD OF THE TARAS SHEVCHENKO NATIONAL UNIVERSITY OF KYIV

Abstract. Tasks of the remote round of the All-Ukrainian Mathematics Olympiad of Taras Shevchenko National University of Kyiv for graduates of secondary education institutions and persons who have the right to receive a document of complete secondary education and wish to enter university in 2026.

Keywords: Mathematical Olympiad; problems; entrant 2026.