

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

КОСАРЕВИЧ КАТЕРИНА ВІКТОРІВНА

УДК 519.8

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ У ЗАДАЧАХ КОНКУРЕНЦІЇ ВИРОБНИКІВ
З ВИПАДКОВИМИ ЗМІННИМИ

01.05.04 – системний аналіз і теорія оптимальних рішень

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ – 2016

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі теоретичної та прикладної статистики Львівського національного університету імені Івана Франка МОН України.

Науковий керівник – доктор фізико-математичних наук, професор
ЄЛЕЙКО Ярослав Іванович,
Львівський національний університет
імені Івана Франка МОН України,
завідувач кафедри теоретичної та прикладної статистики

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
МАЩЕНКО Сергій Олегович,
Київський національний університет
імені Тараса Шевченка МОН України,
професор кафедри системного аналізу
та теорії прийняття рішень

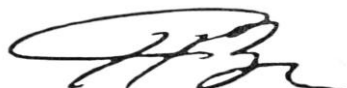
кандидат фізико-математичних наук,
МАХОРТ Андрій Пилипович,
Інститут теоретичної фізики
ім. М.М. Боголюбова НАН України,
старший науковий співробітник
відділу математичного моделювання

Захист відбудеться «29» червня 2016 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.001.35 Київського національного університету імені Тараса Шевченка за адресою: м. Київ, просп. академіка Глушкова, 2-А, географічний факультет, ауд. 310.

З дисертацією можна ознайомитись у Науковій бібліотеці імені М. Максимовича Київського національного університету імені Тараса Шевченка за адресою: 01601, м. Київ, вул. Володимирська, 58.

Автореферат розісланий « 25 » травня 2016 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради



Зінько П. М.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. У сучасній економіці чітко простежуються тенденції укрупнення учасників ринку, що з одного боку є наслідком глобалізації економічного простору, а з іншого – результатом перерозподілу власності, скорочення кількості гравців на ринку, злиття і поглинання тощо. В окремих галузях на ринку спостерігається домінування декількох великих підприємств, що є явною ознакою олігополії. Реалізація стратегічної поведінки фірми в умовах олігополії здебільшого відбувається на практиці у формі некооперативної взаємодії фірм, коли виробники конкурують один з одним і проводять на ринку самостійну незалежну політику максимізації прибутку. Теорія некооперованої олігополії представлена фундаментальними роботами Ж. Бертрана, Ф. Еджворта, А. Курно, Г. Штакельберга, подальшого розвитку набула в працях Р. Аміра, Х. Вівеса, Р. Денекера, А. Діксіта, Дж. Ітона, П. Клемперера, Д. Крепса, В. Лембсона, Е. Маскіна, М. Мейер, Н. Сінгха, Дж. Стіглера, Ж. Тіроля, Дж. Фрідмена, Е. Чемберліна, Дж. Шейнкмана та ін.

У рамках розвитку теоретичних положень розвивались методологічні інструменти їх реалізацій. Стратегічна поведінка виробників у випадку їх одноетапної некооперативної взаємодії добре описується статичними моделями олігополії. Математичні моделі прийняття рішень в умовах конфлікту досліджує теорія ігор, тому побудова моделей стратегічної поведінки ґрунтується здебільшого на застосуванні її апарату.

Класична модель олігополії, в якій у якості керованої змінної для фірми приймають обсяг випуску товару, та поняття економічної рівноваги (запропоновані А. Курно) пізніше були узагальнені видатним вченим Дж. Нешем. Отримана концепція розв'язку некооперованих ігор стала базовим інструментом моделювання взаємодії фірм в умовах конкуренції. На її вдосконалення були спрямовані дослідження Р. Зельтена та Дж. Харшаньї, які разом з Дж. Нешем стали в 1994 р. Нобелівськими лауреатами з економіки.

Суттєвий вклад у становлення та розвиток теорії ігор, в тому числі з застосуванням до задач економіки, внесли Р. Ауманн, В. Гальперін, С. Гроссман, О. Моргенштерн, Е. Мулен, Дж. фон Нейман, В. Новшек, Г. Оуен, Т. Шеллінг. Серед сучасних вчених варто відзначити роботи А. Васіна, В. Горбачука, О. Дюсуше, В. Морозова, С. Печерського, М. Писарука.

Класичний теоретико-ігровий підхід до моделювання конкурентної взаємодії виробників на ринках олігополії передбачає детермінованість стратегій осіб, що приймають рішення. При цьому не враховується невизначеність виробників щодо попиту, обсягу випуску чи ціни товару, притаманна реальним ринкам, зокрема, ринкам нових товарів.

За умови, що керовані змінні виробників не є детермінованими, моделі олігополії виходять за рамки класичних. Тому потреби в модернізації концептуальних підходів та інструментальних засобів моделювання стратегічної поведінки олігополістів з випадковими змінними об'єктивно обумовлюють актуальність системного дослідження, що здійснюється в межах даної дисертаційної роботи.

Основним напрямом дисертації є дослідження конкурентної взаємодії виробників з випадковими змінними, побудова теоретико-ігрових моделей стратегічної поведінки та пошук рівноваги в побудованих моделях. При цьому інтерес становлять варіанти вибору гравцем у якості керованої змінної як обсягу випуску (кількісна конкуренція), так і ціни товару (цінова конкуренція). В межах роботи дослідження теоретико-ігрових моделей конкуренції економічних суб'єктів на ринках олігополії (однорідного та диференційованих товарів) здійснюється на основі концепції розв'язку некооперованих ігор – рівноваги за Нешем. Статичні моделі некооперативної взаємодії виробників розглядаються як статичні (одноперіодні) ігри, в яких всі учасники приймають рішення одночасно. Альтернативні дії, які може здійснити гравець, в контексті статичних ігор співпадають зі стратегіями в теорії ігор. Раціональна стратегічна поведінка гравців призводить до рівноваги за Нешем.

Дослідження дисертаційної роботи здійснюються в межах припущень про лінійну залежність між ринковими попитом і пропозицією за умов лінійних або квадратичних функцій витрат виробників, що дає можливість аналітичного представлення розв'язків моделей.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана на кафедрі теоретичної та прикладної статистики Львівського національного університету імені Івана Франка в рамках науково-дослідної теми МС-160Пк “Стохастичні моделі банкрутства фінансових установ. Методи моделювання та управління фінансовими потоками” (№ 0113U003063).

Мета і задачі дослідження. *Метою* дисертаційної роботи є побудова та дослідження теоретико-ігрових моделей некооперативної поведінки виробників на ринку олігополії, що спрямовані на забезпечення ефективності аналізу їхньої реальної взаємодії з урахуванням невизначеності при прийнятті стратегічних рішень.

Для досягнення поставленої мети в роботі ставляться такі *задачі*:

- здійснити аналіз існуючих методів моделювання стратегічної некооперативної поведінки виробників на ринку олігополії;
- розробити концептуальний підхід до моделювання стратегічної конкурентної поведінки виробників з випадковими змінними;
- побудувати теоретико-ігрову модель, що описує кількісну конкуренцію виробників з випадковими стратегічними змінними, та отримати явні формули для знаходження рівноваги в побудованій моделі;
- розробити концептуальний підхід до моделювання стратегічної конкурентної поведінки виробників з випадковими цінами на диференційовані товари;
- побудувати теоретико-ігрову модель, що описує конкурентну взаємодію виробників з випадковими цінами на диференційовані товари та отримати явні формули для знаходження рівноваги в побудованій моделі;
- розробити методику кількісної оцінки міри ризику виробників при їх конкурентній взаємодії за умови відсутності припущення про незалежність рішень, що приймаються.

Об'єктом дослідження є теоретико-ігрові моделі стратегічної некооперативної поведінки виробників з випадковими змінними на ринку олігополії.

Предметом дослідження є “виправлена” рівновага за Нешем в моделях стратегічної некооперативної поведінки виробників з випадковими змінними на ринку олігополії.

Методи дослідження. Теоретичною основою дисертаційного дослідження є класичні теоретичні роботи провідних вчених з проблем аналізу стратегічної конкурентної взаємодії виробників.

Методологічною основою дисертаційної роботи є методи оптимізації, теорії прийняття рішень, теорії ймовірностей, математичної економіки та системного аналізу.

Дослідження проведено з використанням методів теоретико-ігрового моделювання. Комплексне застосування підходів теорії ігор та теорії ймовірностей до класичних моделей олігополії дало можливість дослідити стратегічну некооперативну поведінку виробників з випадковими змінними.

Наукова новизна отриманих результатів. В дисертаційній роботі отримано нові науково обґрунтовані результати в галузі системного аналізу по розв’язуванню задач конкуренції виробників з випадковими змінними. Всі основні результати дисертації є новими і опубліковані у фахових журналах.

На основі системного наукового дослідження в дисертації

вперше:

— запропоновано та реалізовано методіку побудови статичних теоретико-ігрових моделей конкуренції виробників з випадковими змінними на ринку олігополії, що спрямовані на забезпечення ефективності аналізу їхньої реальної взаємодії з урахуванням невизначеності при прийнятті стратегічних рішень;

— розв’язано клас задач кількісної конкуренції виробників на ринках однорідного товару шляхом побудови та дослідження відповідних теоретико-ігрових моделей олігополії за умови недетермінованої змінної одного, декількох та всіх виробників;

— побудовано теоретико-ігрові моделі кількісної та цінової дуополії диференційованих товарів у випадках недетермінованої змінної одного та двох виробників;

— встановлено нові явні формули для “виправленої” рівноваги за Нешем в теоретико-ігрових моделях конкуренції виробників з випадковими змінними;

— запропоновано методіку кількісної оцінки міри ризику виробників з випадковими змінними за умови відсутності припущення про їх незалежність;

удосконалено

класичний теоретико-ігровий підхід до побудови моделей олігополії з урахуванням впливу невизначеності при прийнятті рішень;

набули подальшого розвитку

концепція рівноваги за Нешем в статичних одноперіодних іграх та класичні моделі кількісної олігополії Курно і цінової олігополії Бертрана в умовах невизначеності.

Особистий внесок здобувача. Дисертація є самостійною науковою працею, в якій висвітлені власні ідеї і розробки автора, що дозволили вирішити поставлені задачі. Теоретичні та методичні положення і висновки, сформульовані в роботі, отримані автором самостійно і відображені в опублікованих працях. У спільних роботах із науковим керівником Єлейком Я. І. було сформульовано постановки задач та проаналізовано вибір методів їх дослідження, а в праці [5] співавторам належить також участь в обговоренні результатів.

Практичне значення отриманих результатів. Дисертація має теоретико-прикладний характер. Запропонований в роботі теоретико-ігровий підхід може бути успішно використаний при подальших наукових дослідженнях в галузі системного аналізу та теорії прийняття рішень, а побудовані в дисертації теоретико-ігрові моделі некооперативної взаємодії виробників з випадковими стратегічними змінними – при розв’язуванні конкретних прикладних задач конкуренції в умовах невизначеності. Новим і досить загальним результатом роботи є методика кількісної оцінки міри ризику виробників при їх конкурентній взаємодії за умови відсутності припущення про незалежність рішень, які приймаються. Запропонована методика може слугувати підґрунтям для подальших теоретичних досліджень, що спрямовані на оцінювання ефективності стратегічної поведінки. Отримані в роботі явні формули для “виправленої” рівноваги за Нешем можуть бути застосовані на практиці підприємствами при прийнятті рішень щодо планування виробництва в умовах невизначеності та при прогнозуванні очікуваних прибутків чи ризиків.

Результати дисертаційної роботи, отримані у межах науково-дослідної теми “Стохастичні моделі банкрутства фінансових установ. Методи моделювання та управління фінансовими потоками” Львівського національного університету імені Івана Франка, були використані Центром математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача (довідка №142 від 11 листопада 2015 року), ряд положень дисертації використано у практичній діяльності ТЗОВ «ВЕМЕС» (довідка № 52 від 9 жовтня 2015 року) та впроваджено у навчальний процес Львівського національного університету імені Івана Франка (довідка № 5140-Н від 11 листопада 2015 року).

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на Всеукраїнській науково-практичній конференції аспірантів та студентів «Теоретичні та прикладні аспекти аналізу фінансових систем» (м. Львів, 2009), на міжнародній науковій конференції «Problems Of Decision Making Under Uncertainties», PDMU (Kamyanets-Podilsky, 2009; Skhidnytsia, 2009, 2011, 2013, 2015; Yalta, 2013; Mukachevo, 2014; Czech Rudolec, 2014), на Всеукраїнській науковій конференції «Алгебра, топологія, аналіз, стохастика» (Микуличин – Івано-Франківськ, 2012), на VI міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації» (Кам’янець-Подільський, 2014), на Всеукраїнській науковій конференції «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу» (Івано-Франківськ, 2013, 2015), на Всеукраїнській науковій конференції «Застосування математичних методів в науці і техніці» (Луцьк, 2011, 2013), на засіданнях наукового семінару кафедри теоретичної та прикладної статистики Львівського національного університету імені Івана Франка (Львів, 2011-2015) та на засіданнях наукового семінару кафедр

системного аналізу та теорії прийняття рішень і прикладної статистики Київського національного університету імені Тараса Шевченка (Київ, 2014, 2015).

Публікації. За результатами дисертаційних досліджень опубліковано 14 наукових праць, серед яких 3 наукові статті у фахових журналах України [1 – 3], 1 наукова стаття у виданні, що включене до міжнародної наукометричної бази [4], 1 наукова стаття – у зарубіжному науковому періодичному виданні [5], 5 тез доповідей у збірниках матеріалів наукових конференцій [6 – 10], а також 1 стаття та 3 тези конференцій, які додатково відображають наукові результати дисертації [11 – 14].

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, додатку та списку використаних джерел. Повний обсяг дисертації становить 110 сторінок, список використаних джерел налічує 154 найменування на 14 сторінках, 1 додаток на 3 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми, визначено мету та задачі дослідження, викладено характеристику наукової новизни, теоретичної та практичної цінності отриманих результатів і подано відомості про їх апробацію.

У **першому розділі** висвітлено сутність проблеми, подано огляд існуючих результатів досліджень за даним напрямком і основних результатів дисертації. Здійснено аналіз розвитку теоретичних засад і методологічних основ дослідження взаємодії виробників та визначено концептуальні основи побудови моделей некооперативної стратегічної поведінки виробників з урахуванням особливостей олігополістичної структури ринку. Розглянуто еволюцію підходів щодо інтерпретації концепцій стратегічної поведінки підприємств від найпростіших детермінованих моделей до моделей в умовах невизначеності. Систематизація поглядів вітчизняних і закордонних науковців дала змогу обґрунтувати необхідність вдосконалення класичного теоретико-ігрового підходу до моделювання конкурентної поведінки виробників, котрий не передбачає наявності випадкових впливів при прийнятті рішень виробниками, та виокремити основний напрям дисертаційної роботи, пов'язаний з побудовою та аналізом актуальних теоретико-ігрових моделей.

Другий розділ присвячений вивченню стратегічної некооперативної поведінки виробників на ринку однорідного товару, побудові статичних одноперіодних теоретико-ігрових моделей кількісної конкуренції виробників з випадковими змінними та аналізу побудованих моделей із застосуванням апарату олігопольних рівноваг. Такі моделі конкурентної взаємодії, в яких стратегічна змінна учасників ринку вважається недетермінованою, враховують невизначеність, в умовах якої можуть приймати рішення виробники, проте виходять за рамки класичних моделей олігополії і є мало вивченими у літературі. Взаємодію виробників з випадковими змінними описано статичними некооперованими іграми, з метою розв'язання яких запропоновано поняття “виправленої” рівноваги за Нешем. Така рівновага є модифікованою не тільки в сенсі побудови, але і в сенсі синтезу самого ринку, оскільки передбачає функціонування на ньому олігополістів, котрі не обов'язково

знаходяться в рівних умовах щодо невизначеності. В якості стратегічної змінної гравця обрано обсяг випуску товару.

У підрозділі 2.1 побудовано та досліджено теоретико-ігрові моделі, які описують конкурентну поведінку підприємств у випадку дуополії за умови, що стратегічна змінна одного виробника є недетермінованою, та за умови, що недетермінованими є стратегічні змінні двох виробників.

Кількісну конкуренцію підприємств-дуополістів за умови, що обсяг випуску товару одним з учасників ринку є випадковою величиною із законом розподілу з деякого класу розподілів зі змінюваним параметром, представлено у формі гри $G_1^{(2)}$. У грі $G_1^{(2)}$ цільовими функціями гравців є їхні очікувані прибутки, а в якості критерію оптимальності вибрано критерій максимізації. Виділений клас розподілів випадкової стратегічної змінної гарантує опуклість цільових функцій виробників, а отже, дозволяє застосовувати умови оптимальності першого порядку при розв'язуванні гри. Сформульовано означення “виправленої” рівноваги за Нешем для гри $G_1^{(2)}$ як набору оптимальних детермінованого та очікуваного обсягів випусків товару виробниками. Отримано в явній формі розв'язки ігор $G_1^{(2,l,s)}$, $G_1^{(2,l)}$ та $G_1^{(2,q,s)}$ відповідно у випадках лінійних симетричних, лінійних несиметричних та квадратичних симетричних витрат.

Нехай обсяги q_1 та q_2 випусків товару виробниками є незалежними випадковими величинами зі щільностями розподілів $f_i(x_i; \lambda_i)$, де $\lambda_i > 0$ – змінювані параметри розподілів (невідомі на момент початку взаємодії виробників), функції $f_i(x_i; \lambda_i)$ такі, що $E q_i < \infty$, $E q_i^2 < \infty$, $\forall \lambda_i > 0$, $i = \{1, 2\}$, $E(\cdot)$ – оператор математичного сподівання. За умови, що стратегічні змінні двох виробників недетерміновані, кількісну конкуренцію підприємств представлено у формі гри $G_2^{(2)} = (I, \{S_i\}, \{E\pi_i(Eq_1, Eq_2)\}, i \in I)$, де $I = \{1, 2\}$ – множина гравців, $S_i = [0; \infty)$ – множина допустимих стратегій гравця $i \in I$, $Eq_i = \varphi(\lambda_i)$ – стратегія гравця $i \in I$, $E\pi_i = E(q_i D^{-1}(\sum_{j \in I} q_j) - c_i(q_i))$ – функція виграшу (очікуваний прибуток) гравця $i \in I$, $D^{-1}(\sum_{j \in I} q_j)$ – обернена функція попиту на товар, $c_i(q_i)$ – функція витрат гравця $i \in I$.

Під “виправленою” рівновагою за Нешем в грі $G_2^{(2)}$ будемо розуміти набір $q^* = ((Eq_1)^*, (Eq_2)^*)$ очікуваних обсягів випуску товару виробниками такий, що

$$E\pi_1(q^*) \geq E\pi_1(Eq_1, (Eq_2)^*), \quad \forall Eq_1 \geq 0,$$

$$E\pi_2(q^*) \geq E\pi_2((Eq_1)^*, Eq_2), \quad \forall Eq_2 \geq 0.$$

Модель незалежної конкурентної поведінки гравця $i \in I$ визначається задачею максимізації очікуваного прибутку, яка при лінійній оберненій функції попиту на товар

$$D^{-1}(q_1 + q_2) = a - b(q_1 + q_2), \quad a > 0, \quad b > 0, \quad \text{має вигляд}$$

$$aEq_i - b\psi_i(Eq_i) - bEq_iEq_j - E(c_i(q_i)) \rightarrow \max_{Eq_i \in S_i} \quad \text{при} \quad Eq_i \leq \frac{a}{b} - Eq_j, \quad j \neq i, \quad i, j \in I, \quad \text{де}$$

$$\psi_i(Eq_i) = Eq_i^2.$$

Отримано явні формули для “виправленої” рівноваги за Нешем в іграх $G_2^{(2,l,s)}$ та $G_2^{(2,l)}$ за умов, що $c_i(q_i) = cq_i$ та $c_i(q_i) = c_i q_i$, відповідно.

Теорема 2.6. Нехай виконуються умови:

$$1) c_i(q_i) = c_1 q_i^2 + c_2 q_i + c_3, \quad \forall i \in I;$$

2) функції $\psi_i(Eq_i)$ належать класу квадратичних за змінними Eq_i ,

$$\psi_i(Eq_i) = k_1^{(i)} (Eq_i)^2 + k_2^{(i)} Eq_i + k_3^{(i)}, \quad \text{де } k_1^{(i)} > 0, k_2^{(i)}, k_3^{(i)} - \text{деякі константи.}$$

Тоді при

$$a > c_2, \\ k_1^{(1)} k_1^{(2)} \geq \frac{b^2}{4(b+c_1)^2},$$

$$k_2^{(i)} \geq \frac{a-c_2}{b+c_1} + \frac{2k_1^{(i)}}{b} (k_2^{(j)}(b+c_1) - (a-c_2)), \quad j \neq i, i, j \in I,$$

набір очікуваних обсягів випуску товару відповідно першим та другим виробниками

$$(Eq_1)^* = \frac{2(b+c_1)k_1^{(2)} \left((a-c_2) - (b+c_1)k_2^{(1)} \right) - b \left((a-c_2) - (b+c_1)k_2^{(2)} \right)}{4(b+c_1)^2 k_1^{(1)} k_1^{(2)} - b^2}; \\ (Eq_2)^* = \frac{2(b+c_1)k_1^{(1)} \left((a-c_2) - (b+c_1)k_2^{(2)} \right) - b \left((a-c_2) - (b+c_1)k_2^{(1)} \right)}{4(b+c_1)^2 k_1^{(1)} k_1^{(2)} - b^2}$$

є “виправленою” рівновагою за Нешем в грі $G_2^{(2,q,s)}$.

Підрозділ 2.2 присвячено побудові та дослідженню теоретико-ігрових моделей, які описують конкурентну поведінку підприємств у випадку олігополії за умов, що стратегічна змінна виробника (одного, декількох або усіх) недетермінована.

Нехай деякий однорідний продукт виробляють n підприємств, причому обсяг q_1 випуску товару першим виробником є випадковою величиною зі щільністю розподілу $f(x; \lambda)$, де $\lambda > 0$ – змінюваний параметр розподілу (невідомий на момент початку взаємодії виробників), функція $f(x; \lambda)$ така, що $Eq_1 < \infty$, $Eq_1^2 < \infty$, $\forall \lambda > 0$. Решту $(n-1)$ підприємств використовують детерміновані стратегії q_2, \dots, q_n . Таку конкурентну взаємодію n виробників представлено у вигляді гри

$$G_1^{(n)} = (I, \{S_j\}, \{E\pi_j(Eq_1, q_{-1})\}, j \in I),$$

де $I = \{1, \dots, n\}$ – множина гравців, $S_j = [0, \infty)$ – множина допустимих стратегій гравця $j \in I$, $Eq_1 = \varphi(\lambda)$ – стратегія першого гравця, $q_{-1} = (q_2, \dots, q_n)$,

$E\pi_j(Eq_1, q_{-1}) = E \left(q_j D^{-1} \left(\sum_{l \in I} q_l \right) - c_j(q_j) \right)$ – очікуваний прибуток виробника $j \in I$,

$\sum_{l \in I} q_l$ – ринкова пропозиція, $D^{-1}(\cdot)$ – обернена функція ринкового попиту на товар,

$c_j(q_j)$ – функція витрат виробника $j \in I$.

“Виправленою” рівновагою за Нешем в грі $G_1^{(n)}$ будемо називати набір $((Eq_1)^*, (q_{-1})^*)$ очікуваного обсягу випуску товару першим виробником та детермінованих обсягів випуску товару виробниками $2, \dots, n$ таких, що

$$E\pi_1((Eq_1)^*, (q_{-1})^*) \geq E\pi_1(Eq_1, (q_{-1})^*), \quad \forall Eq_1 \in S_1,$$

$$E\pi_i((Eq_1)^*, (q_{-1})^*) \geq E\pi_i((Eq_1)^*, q_i, (q_{-1,-i})^*), \quad \forall q_i \in S_i,$$

де $S_i = [0, \infty)$, $i = 2, \dots, n$, $q_{-1,-i} = (q_2, \dots, q_{i-1}, q_{i+1}, \dots, q_n)$.

При лінійній оберненій функції попиту $D^{-1}(\sum_{j \in I} q_j) = a - b \sum_{j \in I} q_j$, $a > 0$, $b > 0$,

задачі максимізації очікуваних прибутків мають вигляд:

для першого виробника

$$aEq_1 - b\psi(Eq_1) - bEq_1 \sum_{i \in \{2, \dots, n\}} q_i - E(c_1(q_1)) \rightarrow \max_{Eq_1 \in [0, \frac{a}{b}]}$$

$$\text{при } Eq_1 \leq \frac{a}{b} - \sum_{i \in \{2, \dots, n\}} q_i, \quad Eq_1^2 = \psi(Eq_1),$$

для виробника i

$$aq_i - bq_i^2 - bq_i Eq_1 - bq_i \sum_{l \in \{2, \dots, n\} \setminus \{i\}} q_l - c_i(q_i) \rightarrow \max_{q_i \in [0, \frac{a}{b}]}$$

$$\text{при } q_i \leq \frac{a}{b} - \sum_{l \in \{2, \dots, n\} \setminus \{i\}} q_l - Eq_1, \quad i = 2, \dots, n.$$

Теорема 2.7. Нехай виконуються умови:

1) $c_j(q_j) = cq_j$, $j \in I$;

2) функція $\psi(Eq_1)$ належить класу квадратичних за змінною Eq_1 ,

$\psi(Eq_1) = k_1(Eq_1)^2 + k_2Eq_1 + k_3$, де $k_1 > 0$, k_2 , k_3 – деякі константи.

Тоді при

$$\begin{aligned} a &> c, \\ k_1 &> \frac{n-1}{2n}, \\ \frac{-(a-c)(2k_1-1)}{b} &\leq k_2 \leq \frac{a-c}{bn} \end{aligned}$$

набір очікуваного обсягу випуску товару першим виробником та детермінованих обсягів випуску товару виробниками $2, \dots, n$

$$\begin{aligned} (Eq_1)^* &= \frac{a-c-bk_2n}{b((2k_1-1)n+1)}, \\ (q_i)^* &= \frac{(a-c)(2k_1-1)+bk_2}{b((2k_1-1)n+1)}, \quad i = 2, \dots, n, \end{aligned}$$

є “виправленою” рівновагою за Нешем в грі $G_1^{(n,l,s)}$.

Приклад 2.13. Нехай обсяг q_1 випуску товару одним виробником є випадковим, розподіленим згідно з показниковим законом розподілу зі змінюваним параметром

$\lambda > 0$, а стратегії q_i ($i=2, \dots, n$) решти $(n-1)$ підприємств – детерміновані. При лінійній оберненій функції попиту, лінійних симетричних ($c_j = c, j \in I$) витратах та при виконанні умови $a > c$ “виправленою” рівновагою за Нешем є набір очікуваного обсягу випуску товару першим виробником та детермінованих обсягів випуску товару виробниками $2, \dots, n$:

$$(Eq_1)^* = \frac{a-c}{b(3n+1)},$$

$$(q_i)^* = \frac{3(a-c)}{b(3n+1)}, i=2, \dots, n.$$

Приклад 2.14. Нехай $q_1 \sim U[\alpha, \beta]$, β ($\beta > \alpha > 0$) – змінюваний параметр розподілу, $\alpha = const$, а стратегії q_i ($i=2, \dots, n$) решти $(n-1)$ підприємств – детерміновані. При $\alpha < \frac{5(a-c)}{2b}$, лінійній оберненій функції попиту та лінійних симетричних ($c_j = c, j \in I$) витратах “виправленою” рівновагою за Нешем в кількісній моделі олігополії з випадковим, рівномірно розподіленим на відрізьку $[\alpha, \beta]$ обсягом випуску однорідного товару одним виробником є набір очікуваного обсягу випуску товару першим виробником та детермінованих обсягів випуску товару виробниками $2, \dots, n$:

$$(Eq_1)^* = \frac{3(a-c) + 2\alpha bn}{b(5n+3)},$$

$$(q_i)^* = \frac{5(a-c) - 2\alpha b}{b(5n+3)}, i=2, \dots, n.$$

Розглянемо гру

$$G_m^{(n)} = (I, \{S_l\}, \{E\pi_l(Eq_1, \dots, Eq_m, q_{m+1}, \dots, q_n)\}, l \in I),$$

де $I = \{1, \dots, n\}$ – множина гравців, $S_l = [0, \infty)$ – множина допустимих стратегій гравця $l \in I$, $Eq_i = \varphi_i(\lambda_i)$ – стратегія гравця $i=1, \dots, m$,

$E\pi_l(Eq_1, \dots, Eq_m, q_{m+1}, \dots, q_n) = E \left(q_l D^{-1} \left(\sum_{j \in I} q_j \right) - c_l(q_l) \right)$ – очікуваний прибуток гравця $l \in I$.

Гра $G_m^{(n)}$ описує конкурентну взаємодію n виробників однорідного товару за умови, що обсяги випусків $q_i, i=1, \dots, m$, товару виробниками $1, \dots, m$ є попарно незалежними випадковими величинами, а стратегії $q_j, j=m+1, \dots, n$, решти $(n-m)$ підприємств – детерміновані. При цьому $f_i(x_i; \lambda_i)$ – щільності розподілів $q_i, i=1, \dots, m$, де $\lambda_i > 0$ – змінюваний параметр розподілу (невідомий на момент початку взаємодії виробників), функції $f_i(x_i; \lambda_i)$ такі, що $Eq_i < \infty, Eq_i^2 < \infty, \forall \lambda_i > 0$.

Для гри $G_m^{(n)}$ визначено поняття “виправленої” рівноваги за Нешем.

Виділено клас розподілів випадкових величин $q_i, i=1, \dots, m$, що гарантує існування та представлення в явному вигляді розв’язку гри $G_m^{(n)}$ при лінійній

оберненій функції попиту та лінійних симетричних витратах. Отримані результати відображено в наступній теоремі.

Теорема 2.9. Нехай виконуються умови:

1) $c_l(q_l) = cq_l, l \in I$;

2) функції $\psi_i(Eq_i), i = 1, \dots, m$, належать класу квадратичних за змінними Eq_i ,
 $\psi_i(Eq_i) = k_1^{(i)}(Eq_i)^2 + k_2^{(i)}Eq_i + k_3^{(i)}$, де $k_1^{(i)}, k_2^{(i)}, k_3^{(i)}$ – деякі константи.

Тоді при

$$a > c,$$

$$k_1^{(i)} \geq \frac{1}{2} - \frac{b}{a-c} \sum_{s \in \{1, \dots, m\}} k_2^{(s)}$$

набір очікуваних обсягів випуску товару виробниками $1, \dots, m$ та детермінованих обсягів випуску товару виробниками $m+1, \dots, n$

$$(Eq_i)^* = \frac{1}{2k_1^{(i)} - 1} \left(\frac{\frac{a-c}{b} + \sum_{s \in \{1, \dots, m\}} \frac{k_2^{(s)}}{2k_1^{(s)} - 1}}{1 + \sum_{s \in \{1, \dots, m\}} \frac{1}{2k_1^{(s)} - 1} + (n-m)} - k_2^{(i)} \right), i = 1, \dots, m,$$

$$(q_j)^* = \frac{\frac{a-c}{b} + \sum_{s \in \{1, \dots, m\}} \frac{k_2^{(s)}}{2k_1^{(s)} - 1}}{1 + \sum_{s \in \{1, \dots, m\}} \frac{1}{2k_1^{(s)} - 1} + (n-m)}, j = m+1, \dots, n,$$

є “виправленою” рівновагою за Нешем в грі $G_m^{(n,l,s)}$.

Наслідок 2.5. “Виправленою” рівновагою за Нешем в грі $G_n^{(n,l,s)}$ є набір очікуваних обсягів випуску товару

$$(Eq_l)^* = \frac{1}{2k_1^{(l)} - 1} \left(\frac{\frac{a-c}{b} + \sum_{s \in \{1, \dots, n\}} \frac{k_2^{(s)}}{2k_1^{(s)} - 1}}{1 + \sum_{s \in \{1, \dots, n\}} \frac{1}{2k_1^{(s)} - 1}} - k_2^{(l)} \right), l = 1, \dots, n.$$

Зауваження 2.4. Гра $G_n^{(n,l,s)}$ отримана з гри $G_m^{(n,l,s)}$ при $m=n$. Випадок $m=n$ характеризує ситуацію, притаманну для ринків цілком нових товарів, коли кожен виробник перебуває в умовах невизначеності щодо попиту на даний товар та приймає рішення про обсяг випуску на власний ризик.

Зауваження 2.5. У випадку $m=0$ “виправлена” рівновага за Нешем в грі $G_m^{(n,l,s)}$ співпадає з рівновагою за Нешем в класичній моделі олігополії Курно

$$(q_l)^* = \frac{a-c}{b(n+1)}, l = 1, \dots, n.$$

Третій розділ присвячений побудові та дослідженню статичних однопериодних теоретико-ігрових моделей конкуренції підприємств, що виробляють не цілком взаємозамінні, а диференційовані товари. Дослідження третього розділу продовжують ідеологію другого – класичні детерміновані моделі олігополії

зазнають модифікацій шляхом використання випадкових величин у якості стратегічних змінних виробників. Надалі функції попиту на товари виробників є відмінними одна від одної.

У підрозділі 3.1 вивчаються одноперіодні моделі кількісної дуополії на ринку диференційованих товарів.

Вважається, що товар i виробляється підприємством i , $i \in \{1, 2\}$, обернена функція попиту на товар i є лінійною, тобто $D_i^{-1}(q_1 + q_2) = a - b_1 q_i - b_2 q_j$, $i, j \in I$, $i \neq j$, $a > 0$, $b_1 > 0$, $b_2 > 0$ – деякі параметри. При лінійних симетричних витратах за умови, що стратегічна змінна (обсяг випуску товару) першого виробника є недетермінованою, задачі максимізації очікуваного прибутку при фіксованому обсязі (очікуваного) випуску товару конкурентом набувають наступного вигляду:

$$\text{для першого виробника } aEq_1 - b_1\psi(Eq_1) - b_2q_2Eq_1 - cEq_1 \rightarrow \max_{Eq_1 \in \left[0, \min\left\{\frac{a}{b_1}; \frac{a}{b_2}\right\}\right]},$$

$$\text{при } Eq_1 \leq \min\left\{\frac{a}{b_1} - \frac{b_2}{b_1}q_2; \frac{a}{b_2} - \frac{b_2}{b_2}q_2\right\}, \text{ де } Eq_1^2 = \psi(Eq_1),$$

$$\text{для другого виробника } aq_2 - b_1q_2^2 - b_2q_2Eq_1 - cq_2 \rightarrow \max_{q_2 \in \left[0, \min\left\{\frac{a}{b_1}; \frac{a}{b_2}\right\}\right]},$$

$$\text{при } q_2 \leq \min\left\{\frac{a}{b_1} - \frac{b_2}{b_1}Eq_1; \frac{a}{b_2} - \frac{b_1}{b_2}Eq_1\right\}.$$

За умови, що функція $\psi(Eq_1)$ задовольняє умову 2) теореми 2.7, цільові функції $E\pi_1(Eq_1, q_2)$ та $E\pi_2(Eq_1, q_2)$ в задачах максимізації очікуваних прибутків виробників є опуклими відповідно за змінними Eq_1 та q_2 . З умов оптимальності першого порядку для відповідних задач отримано криві реакції:

$$\text{для першого гравця } B_1(q_2) = \begin{cases} \frac{a-c-b_1k_2}{2k_1b_1} - \frac{b_2}{2b_1k_1}q_2, & \text{якщо } q_2 \leq \frac{a-c-b_1k_2}{b_2}, \\ 0, & \text{в іншому випадку,} \end{cases}$$

$$\text{для другого гравця } B_2(Eq_1) = \begin{cases} \frac{a-c}{2b_1} - \frac{b_2}{2b_1}Eq_1, & \text{якщо } Eq_1 \leq \frac{a-c}{b_2}, \\ 0, & \text{в іншому випадку.} \end{cases}$$

Із співвідношень $(Eq_1)^* = B_1((q_2)^*)$, $(q_2)^* = B_2((Eq_1)^*)$ отримано систему рівнянь

$$\begin{cases} (Eq_1)^* = \frac{a-c+k_2}{2k_1b_1} - \frac{b_2}{2b_1k_1}(q_2)^*, \\ (q_2)^* = \frac{a-c}{2b_1} - \frac{b_2}{2b_1}(Eq_1)^*, \end{cases}$$

розв'язок якої є “виправленою” рівновагою за Нешем в грі $G_1^{(2,l,s)}$ в умовах

$$\text{диференційованої дуополії } (Eq_1)^* = \frac{(a-c)(2b_1-b_2) - 2b_1^2k_2}{4k_1b_1^2 - b_2^2},$$

$(q_2)^* = \frac{(a-c)(2k_1b_1 - b_2) + b_1b_2k_2}{4k_1b_1^2 - b_2^2}$. Встановлено обмеження на параметри $a, c, b_1, b_2,$

$k_1, k_2,$ які гарантують невід'ємність рівноважних очікуваного та детермінованого обсягів випуску товару відповідно першим та другим виробниками.

Приклад 3.1. Нехай $q_1 \sim U[\alpha, \beta], \beta > \alpha > 0$ – змінюваний параметр розподілу, $\alpha = const$, стратегія q_2 підприємства-конкурента – детермінована. При $a > c, b_1 > b_2,$
 $\alpha < \frac{3(a-c)(b_1 - b_2)}{2b_1b_2}$, лінійних обернених функціях попиту та лінійних симетричних

витратах ($c_1 = c_2 = c$) “виправленою” рівновагою за Нешем в кількісній моделі диференційованої дуополії з випадковим, рівномірно розподіленим на відрізьку $[\alpha, \beta]$, обсягом випуску товару одним виробником є набір:

$$(Eq_1)^* = \frac{3(a-c)(2b_1 - b_2) - 4\alpha b_1^2}{16b_1^2 - 3b_2^2},$$

$$(q_2)^* = \frac{(a-c)(8b_1 - 3b_2) - 2\alpha b_1 b_2}{16b_1^2 - 3b_2^2}.$$

За умови, що стратегічні змінні двох виробників диференційованих товарів є недетермінованими, справедлива теорема 3.2.

Теорема 3.2. Нехай функції $\psi_i(Eq_i)$ задовольняють умову 2) теореми 2.9. Тоді при виконанні умов $a > c, b_1 > b_2, k_1^{(1)}k_1^{(2)} > \frac{b_2^2}{4b_1^2}, k_2^{(i)} \leq \frac{a-c}{b_1} - \frac{b_2(a-c - b_1k_2^{(j)})}{2b_1^2k_1^{(j)}},$
 $i \in \{1, 2\}$, набір очікуваних обсягів випуску товарів виробниками

$$(Eq_1)^* = \frac{2b_1k_1^{(2)}(a-c - b_1k_2^{(1)}) - b_2(a-c - b_1k_2^{(2)})}{4k_1^{(1)}k_1^{(2)}b_1^2 - b_2^2},$$

$$(Eq_2)^* = \frac{2b_1k_1^{(1)}(a-c - b_1k_2^{(2)}) - b_2(a-c - b_1k_2^{(1)})}{4k_1^{(1)}k_1^{(2)}b_1^2 - b_2^2}$$

є “виправленою” рівновагою за Нешем в грі $G_2^{(2,l,s)}$ у випадку диференційованої дуополії.

У підрозділі 3.2 вивчаються моделі цінової конкуренції виробників диференційованих товарів. У якості базової моделі дуополії в даному підрозділі вибрано модель Бертрана, в якій поведінка виробників визначається призначенням цін на диференційовані товари.

Розглянемо гру

$$F_1^{(2,l,s)} = (I, \{S_i\}, \{E\pi_i(Ep_1, p_2)\}, i \in I),$$

де $I = \{1, 2\}$ – множина гравців, $S_i = [0; \infty)$ – множина допустимих стратегій гравця $i \in I$, $E\pi_i(Ep_1, p_2) = E((p_i - c)q_i)$ – функція виграшу (очікуваний прибуток) гравця $i \in I$, $Ep_1 = \varphi(\lambda)$ – стратегія першого гравця.

Гра $F_1^{(2,l,s)}$ описує конкурентну взаємодію двох виробників за умови, що ціна p_1 товару першого виробника є випадковою величиною із щільністю розподілу $f(x; \lambda)$,

де $\lambda > 0$ – змінюваний параметр розподілу, функція $f(x; \lambda)$ така, що $Ep_1 < \infty$, $Ep_1^2 < \infty$.

Під “виправленою” рівновагою за Нешем в грі $F_1^{(2,l,s)}$ будемо розуміти набір $p^* = ((Ep_1)^*, (p_2)^*)$ очікуваного та детермінованого рівнів цін на товари відповідно першого та другого виробника такий, що

$$E\pi_1(p^*) \geq E\pi_1(Ep_1, (p_2)^*), \quad \forall Ep_1 \geq 0,$$

$$E\pi_2(p^*) \geq E\pi_2((Ep_1)^*, p_2), \quad \forall p_2 \geq 0.$$

Модель незалежної конкурентної поведінки гравців визначається наступними задачами максимізації очікуваних прибутків:

для першого виробника

$$\frac{1}{b_1^2 - b_2^2} (-b_1\psi(\lambda) + Ep_1(a(b_1 - b_2) + b_1c) + b_2p_2Ep_1 - ac(b_1 - b_2) - b_2p_2c) \rightarrow \max_{Ep_1 \in S_1}$$

при $0 \leq Ep_1 \leq \frac{a(b_1 - b_2) + b_2p_2}{b_1}$, $\psi(Ep_1) = Ep_1^2$,

для другого виробника

$$\frac{1}{b_1^2 - b_2^2} (-b_1p_2^2 + p_2(a(b_1 - b_2) + b_1c) + b_2p_2Ep_1 - ac(b_1 - b_2) - b_2Ep_1c) \rightarrow \max_{p_2 \in S_2}$$

при $0 \leq p_2 \leq \frac{a(b_1 - b_2) + b_2Ep_1}{b_1}$.

Теорема 3.3. Нехай функція $\psi(Ep_1)$ належить класу квадратичних за змінною Ep_1 , $\psi(Ep_1) = k_1(Ep_1)^2 + k_2Ep_1 + k_3$, де k_1, k_2, k_3 – деякі константи. Тоді при виконанні умов $a > c$, $b_1 > b_2$, $k_1 > \frac{b_2^2}{4b_1^2}$, $k_2 \leq \frac{(a(b_1 - b_2) + b_1c)(2b_1 + b_2)}{2b_1^2}$ набір очікуваного та детермінованого рівнів цін на товари відповідно першого та другого виробників

$$(Ep_1)^* = \frac{(a(b_1 - b_2) + b_1c)(2b_1 + b_2) - 2b_1^2k_2}{4k_1b_1^2 - b_2^2},$$

$$(p_2)^* = \frac{(a(b_1 - b_2) + b_1c)(2k_1b_1 + b_2) - b_1b_2k_2}{4k_1b_1^2 - b_2^2}$$

є “виправленою” рівновагою за Нешем в грі $F_1^{(2,l,s)}$ у випадку диференційованої дуополії.

Отримано формули для “виправленої” рівноваги за Нешем в грі $F_2^{(2,l,s)}$ за умови, що стратегічні змінні (ціни товарів) двох виробників є недетермінованими.

У **четвертому розділі** запропоновано методику оцінювання міри ризику виробника у випадках кількісних олігополії однорідного товару та дуополії диференційованих товарів. У якості відносної міри ризику виробника використано коефіцієнт варіації (ступінь розсіювання випадкової величини відносно очікуваного значення). Використання апарату умовних математичних сподівань, в тому числі інтегральної формули повного математичного сподівання, дозволило отримати

значення усередненого очікуваного прибутку виробника за умови відсутності припущення про незалежність випадкових стратегічних змінних. На основі усередненого очікуваного прибутку встановлено значення міри ризику при довільному фіксованому значенні стратегічної змінної конкурента, що є актуальним при прийнятті стратегічних управлінських рішень. Отримано результати в умовах кількісної олігополії однорідного товару.

Розглянемо випадок дуополії диференційованих товарів. Нехай обсяги q_1 і q_2 випуску диференційованих товарів відповідно першим та другим виробниками є випадковими величинами, розподіленими на інтервалах $[\alpha_1, \beta_1]$ і $[\alpha_2, \beta_2]$. Нехай q_1 і q_2 не є незалежними, відома щільність їх сукупного розподілу $f(x_1, x_2)$.

Очікуваним прибутком виробника i за умови, що обсяг q_j випуску товару конкурентом випадковий, є випадкова величина

$$E(\pi_i / q_j) = (a - c)E(q_i / q_j) - b_1 E(q_i^2 / q_j) - b_2 E(q_i q_j / q_j), \quad i, j \in \{1, 2\},$$

де π_i – прибуток i -го підприємства, $E(\cdot / \cdot)$ – оператор умовного математичного сподівання.

Величину $V^d(E(\pi_i / q_j)) = \frac{\sqrt{D[E(\pi_i / q_j)]}}{E[E(\pi_i / q_j)]}$ будемо називати мірою ризику

виробника i , $i \in \{1, 2\}$, при прийнятті рішення в умовах кількісної диференційованої дуополії при відсутності припущення про незалежність випадкових стратегічних змінних.

При фіксованому обсязі $q_j = x_j$ ($x_j \in [\alpha_j, \beta_j]$) випуску товару конкурентом умовний очікуваний прибуток виробника i , $i \in \{1, 2\}$, становить

$$E(\pi_i / q_j = x_j) = (a - c)E(q_i / q_j = x_j) - b_1 E(q_i^2 / q_j = x_j) - b_2 E(q_i q_j / q_j = x_j).$$

Тоді усереднений очікуваний прибуток виробника i , $i \in \{1, 2\}$, дорівнює

$$E[E(\pi_i / q_j)] = \int_{\alpha_j}^{\beta_j} f_{q_j}(x_j) \left[(a - c - b_2 x_j) E(q_i / q_j = x_j) - b_1 E(q_i^2 / q_j = x_j) \right] dx_j,$$

$$\text{де } E(q_i / q_j = x_j) = \frac{\int_{\alpha_i}^{\beta_i} x_i f(x_i, x_j) dx_i}{\int_{\alpha_i}^{\beta_i} f(x_i, x_j) dx_i}, \quad E(q_i^2 / q_j = x_j) = \frac{\int_{\alpha_i}^{\beta_i} x_i^2 f(x_i, x_j) dx_i}{\int_{\alpha_i}^{\beta_i} f(x_i, x_j) dx_i},$$

$$f_{q_j}(x_j) = \int_{\alpha_i}^{\beta_i} f(x_i, x_j) dx_i, \quad x_j \in [\alpha_j, \beta_j], \quad i, j \in \{1, 2\}.$$

Таким чином, отримуємо:

$$\begin{aligned}
E[E(\pi_i / q_j)] &= (a - c - b_2 x_j) \int_{\alpha_j}^{\beta_j} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} x_i f(x_i, x_j) dx_i dx_j - b_1 \int_{\alpha_j}^{\beta_j} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} x_i^2 f(x_i, x_j) dx_i dx_j, \\
E[(E(\pi_i / q_j))^2] &= \int_{\alpha_j}^{\beta_j} (E(\pi_i / q_j = x_j))^2 f_{q_j}(x_j) dx_j = \\
&= \int_{\alpha_j}^{\beta_j} f_{q_j}(x_j) \left[(a - c - b_2 x_j)^2 (E(q_i / q_j = x_j))^2 \right] dx_j + \int_{\alpha_j}^{\beta_j} f_{q_j}(x_j) \left[b_1^2 (E(q_i^2 / q_j = x_j))^2 \right] dx_j - \\
&- \int_{\alpha_j}^{\beta_j} f_{q_j}(x_j) \left[2b_1 (a - c - b_2 x_j) E(q_i / q_j = x_j) E(q_i^2 / q_j = x_j) \right] dx_j, \\
(E[E(\pi_i / q_j)])^2 &= (a - c - b_2 x_j)^2 \left(\int_{\alpha_j}^{\beta_j} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} x_i f(x_i, x_j) dx_i dx_j \right)^2 + b_1^2 \left(\int_{\alpha_j}^{\beta_j} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} x_i^2 f(x_i, x_j) dx_i dx_j \right)^2 - \\
&- 2b_1 (a - c - b_2 x_j) \int_{\alpha_j}^{\beta_j} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} x_i f(x_i, x_j) dx_i dx_j \int_{\alpha_j}^{\beta_j} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} x_i^2 f(x_i, x_j) dx_i dx_j, \quad \forall x_j \in [\alpha_j, \beta_j], \quad i, j \in \{1, 2\}.
\end{aligned}$$

Теорема 4.4. При прийнятті рішення виробником i , $i \in \{1, 2\}$, про обсяг випуску товару в умовах кількісної конкуренції на ринку дуополії диференційованих товарів міра його ризику становить

$$V^d(E(\pi_i / q_j)) = \frac{\sqrt{E[(E(\pi_i / q_j))^2] - (E[E(\pi_i / q_j)])^2}}{E[E(\pi_i / q_j)]}.$$

Зауваження 4.2. При $V^d(E(\pi_i / q_j)) < 0,1$ ризик виробника i , $i \in \{1, 2\}$, вважається слабким, при $0,11 < V^d(E(\pi_i / q_j)) < 0,25$ – середнім, при $V^d(E(\pi_i / q_j)) \geq 0,25$ – сильним.

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота є комплексним дослідженням, в якому отримано нові науково обґрунтовані результати по розв'язанню задач конкуренції виробників з урахуванням невизначеності при прийнятті стратегічних рішень. Запропоновано неklasичний теоретико-ігровий підхід до побудови та дослідження статичних теоретико-ігрових моделей олігополії, що демонструють досягнення рівноваги.

Основними науковими результатами є:

— на основі проведеного аналізу існуючих моделей олігополії вперше запропоновано та реалізовано методику побудови статичних теоретико-ігрових моделей конкуренції виробників з випадковими змінними на ринку олігополії, що спрямовані на забезпечення ефективності аналізу їхньої реальної взаємодії з урахуванням невизначеності при прийнятті стратегічних рішень;

— вперше розв’язано клас задач кількісної конкуренції виробників на ринках однорідного товару шляхом побудови відповідних теоретико-ігрових моделей олігополії за умови недетермінованої змінної одного, декількох та всіх виробників;

— вперше побудовано теоретико-ігрові моделі кількісної та цінової дуополії диференційованих товарів за умови недетермінованої змінної одного та двох виробників;

— вперше встановлено явні формули для “виправленої” рівноваги за Нешем в теоретико-ігрових моделях конкуренції виробників з випадковими змінними;

— вперше запропоновано методика кількісної оцінки міри ризику виробників з випадковими змінними за умови відсутності припущення про їх незалежність;

— удосконалено класичний теоретико-ігровий підхід до побудови моделей олігополії з урахуванням впливу невизначеності при прийнятті рішень виробниками товару;

— набули подальшого розвитку концепція рівноваги за Нешем в статичних одноперіодних іграх та класичні моделі кількісної олігополії Курно і цінової олігополії Бертрана в умовах невизначеності.

Дисертаційна робота відзначається чіткістю формулювань, ясністю викладу та повнотою й строгістю математичних обґрунтувань основних наукових положень і результатів виконаних досліджень.

Запропоновані в дисертації підходи, удосконалені методи аналізу побудованих моделей і явні формули для “виправленої” рівноваги за Нешем можуть бути використані при подальших дослідженнях, присвячених розробці нових методів моделювання стратегічної поведінки виробників на ринку та їх застосуванню до конкретних прикладних задач, а також можуть бути застосовані на практиці підприємствами при прийнятті рішень щодо планування виробництва в умовах невизначеності та при прогнозуванні очікуваних прибутків чи ризиків.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

1. Косаревич К. Деякі аспекти аналізу кількісної конкуренції з випадковою стратегією однієї фірми / К. Косаревич // Вісник Львівського університету. Серія механіко-математична. – 2011. – № 74. – С.122 – 128.

2. Косаревич К. Одна некласична модель кількісної конкуренції на ринку в умовах двосторонньої невизначеності / Я. Єлейко, К. Косаревич // Доповіді Національної академії наук України. – 2013. – № 10. – С. 36 – 40.

3. Косаревич К. В. Про існування та форму “виправленої” рівноваги за Нешем у грі з випадковими стратегіями для класу квадратичних функцій витрат / К. В. Косаревич // Математичне та комп’ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки. – 2014. – № 11. – С. 108 – 113.

4. Косаревич Е. В. Теоретико-игровые модели конкуренции производителей со случайными выпусками в условиях дуополии дифференцированных товаров / Е. В. Косаревич, Я. И. Елейко // Кибернетика и системный анализ. – 2015. – 51, № 4. – С. 127 – 136. (Game Theoretic Models of Competition between Producers with Random

Product Yields under Duopoly of Differentiated Goods / K. V. Kosarevych, Ya. I. Yelejko // *Cybernetics and Systems Analysis*. – 2015. – Vol. 51. – No. 4. – P. 609 – 618.)

5. Kosarevych K. V. Method of assessment of producers risks in one model of quantitative market competition / K. V. Kosarevych, S. A. Aliyev, Ya. I. Yelejko // *Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics*. – V. 2, No 2. – 2014. – P. 15 – 21.

Наукові праці апробаційного характеру

6. Косаревич К. Про одну некласичну модель взаємодії фірм в термінах концепції рівноваги за Нешем / К. Косаревич // *Алгебра, топологія, аналіз, стохастика: Всеукраїнська наукова конференція, тези доповідей, Микуличин, 20 – 23 вересня 2012 року*. – Івано-Франківськ, Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, 2012. – С. 39 – 40.

7. Косаревич К. Про існування та єдиність оптимальних стратегій в одній моделі олігополії з випадковими випусками виробників / К. Косаревич // *Всеукраїнська наукова конференція «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу»: тези доповідей, Ворохта, 25 лютого – 3 березня 2013 року*. – Івано-Франківськ, Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, 2013. – С.16.

8. Косаревич К. Про метод оцінювання ризиків виробників при кількісній конкуренції без припущення про незалежність випадкових випусків / К. Косаревич // *Всеукраїнська наукова конференція «Застосування математичних методів в науці та техніці»: збірник тез доповідей, 22 – 23 листопада 2013 року*. – Луцьк, РВВ ЛНТУ, 2013. – С. 59 – 62.

9. Kosarevych K. Probabilistic approach to construction of models of duopoly with quadratic functions of costs of producers / K. Kosarevych // *XXIV International Conference «Problems of decision making under uncertainties» (PDMU-2014): Abstracts, Cesky Rudolec, Czech Republic, September 1-5, 2014*. – Київ, 2014. – P. 60.

10. Косаревич К. Ймовірнісний підхід до побудови однопериодних моделей дуополії диференційованих товарів / К. Косаревич // *XXV International Conference «Problems of decision making under uncertainties» (PDMU-2015): тези доповідей, Східниця, Україна, 11-15 травня 2015 року*. – Київ, 2015. – С. 102.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації

11. Косаревич К. Про рівноважні змішані стратегії кооперації та узагальненого лідерства симетричної олігополії у випадковому середовищі / Я. Єлейко, К. Косаревич // *Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика*. – 2010. – № 16. – С.114 – 123.

12. Косаревич К. Дослідження ринкової взаємодії виробників, що використовують випадкові стратегії / К. Косаревич // *II Всеукраїнська наукова конференція «Застосування математичних методів в науці та техніці»: збірник тез доповідей, 25-26 листопада 2011 року*. – Луцьк, РВВ ЛНТУ, 2011. – С. 39 – 40.

13. Косаревич К. Деякі ймовірнісні аспекти аналізу кількісної конкуренції в умовах асиметричної невизначеності / Я. Єлейко, К. Косаревич // *XVII International*

Conference «Problems of decision making under uncertainties» (PDMU-2011), Skhidnytsia, Ukraine, 23-27 травня 2011 року. – Київ, 2011. – Р. 80 – 81.

14. Косаревич К. Статична одноперіодна модель дуополії диференційованих товарів з випадковими цінами / К. Косаревич // Всеукраїнська наукова конференція «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу»: тези доповідей, Ворохта, 25 лютого – 1 березня 2015 року. – Івано-Франківськ, Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, 2015. – С.35.

АНОТАЦІЯ

Косаревич К. В. *Системний аналіз у задачах конкуренції виробників з випадковими змінними.* – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.04 – системний аналіз і теорія оптимальних рішень. – Київський національний університет імені Тараса Шевченка Міністерства освіти і науки України, Київ, 2016.

Дисертаційна робота присвячена побудові та дослідженню теоретико-ігрових моделей некооперативної поведінки виробників на ринку олігополії, що спрямовані на забезпечення ефективності аналізу їхньої реальної взаємодії з урахуванням невизначеності при прийнятті стратегічних рішень. Запропоновано і реалізовано неklasичний теоретико-ігровий підхід до побудови моделей конкуренції виробників з недетермінованими змінними. Стратегічні змінні описано випадковими величинами з законами розподілів, що належать деякому класу розподілів із змінним параметром. З використанням інструментарію теорії ігор та теорії ймовірностей формалізовано конкурентну поведінку виробників з випадковими стратегічними змінними на ринках однорідного та диференційованих товарів. Побудовано теоретико-ігрові моделі, що описують статичну некооперативну взаємодію та демонструють досягнення рівноваги. Встановлено нові явні формули для “виправленої” рівноваги за Нешем в побудованих моделях. Удосконалено методіку кількісної оцінки міри ризику виробників з випадковими стратегічними змінними за умови відсутності припущення про їх незалежність.

Ключові слова: модель олігополії, стратегічна змінна виробника, теоретико-ігрова модель, статична одноперіодна гра, “виправлена” рівновага за Нешем, міра ризику виробника, випадкові змінні.

АННОТАЦИЯ

Косаревич Е. В. *Системный анализ в задачах конкуренции производителей со случайными переменными.* – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.04 – системный анализ и теория оптимальных решений. – Киевский национальный университет имени Тараса Шевченка Министерства образования и науки Украины, Киев, 2016.

Диссертационная работа посвящена построению теоретико-игровых моделей некооперативного взаимодействия предприятий, которые функционируют на рынке

олигополии и принимают решения в условиях неопределенности, а также анализу полученных моделей с применением аппарата олигопольных равновесий.

Установлены концептуальные принципы моделирования стратегического поведения производителей с учетом особенностей олигополистической структуры рынка. Рассмотрена эволюция подходов к интерпретации концепций стратегического поведения от простейших детерминированных моделей до моделей в условиях неопределенности.

Предложен и реализован неклассический теоретико-игровой подход к построению моделей конкуренции производителей с недетерминированными переменными. Стратегические переменные описаны случайными величинами с законами распределений, принадлежащими некоторому классу распределений с изменяемым параметром.

Конкурентное взаимодействие производителей представлено в форме статических некооперированных игр, в которых целевыми функциями игроков являются их ожидаемые прибыли, а в качестве критерия оптимальности выбран критерий максимизации.

С использованием инструментария теории игр и теории вероятностей формализовано конкурентное поведение производителей со случайными переменными на рынках однородного и дифференцированных товаров. Построены соответствующие однопериодные теоретико-игровые модели, которые описывают статическое некооперативное взаимодействие и демонстрируют достижения равновесия, а именно: модели количественной однородной дуополии и количественной однородной олигополии в случаях линейных симметричных, линейных несимметричных и квадратичных издержек, модели количественной и ценовой дифференцированной дуополии.

Проведено исследование построенных в работе теоретико-игровых моделей с применением аппарата олигопольных равновесий. Установлены новые явные формулы для "исправленного" равновесия по Нэшу в построенных моделях. Полученные результаты могут быть применены предприятиями при принятии стратегических решений по планированию производства в условиях неопределенности, а также при прогнозировании ожидаемой прибыли или риска.

Рассмотрен класс задач конкуренции производителей, случайные переменные которых имеют экспоненциальное или непрерывное равномерное распределение с изменяемым параметром. Получены соответствующие явные решения в условиях количественных олигополии и дуополии однородного товара, а также количественной и ценовой дуополии дифференцированных товаров.

Разработано методика количественной оценки мер риска производителей со случайными стратегическими переменными при отсутствии предположения об их независимости. С применением аппарата условных математических ожиданий предложена методика расчета значения усредненной ожидаемой прибыли предприятия при произвольном фиксированном значении стратегической переменной конкурента. В случаях количественной олигополии и дуополии соответственно на рынках однородных и дифференцированных товаров получены формулы для меры риска производителя.

Ключевые слова: модель олигополии, стратегическая переменная производителя, теоретико-игровая модель, статичная однопериодная игра, “исправленное” равновесие по Нэшу, мера риска производителя, случайные переменные.

ANNOTATION

Kosarevych K. V. *System analysis in the problems of competition between producers with random variables*. – Manuscript.

Thesis for the degree of Candidate of Science in Physics and Mathematics, speciality 01.05.04 – System Analysis and Optimal Decisions Theory. – Taras Shevchenko National University of Kyiv of Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2016.

The thesis is devoted to modeling the non-cooperative behavior of enterprises operating in oligopoly market and making their decisions under uncertainty. It has been proposed and implemented non-classical game-theoretic approach to modeling the competition with non-deterministic variables of producers. Strategic variables are described by the random variables with the distribution laws belonging to a class of distributions with varying parameter. By using the methods of game theory and probability theory competitive behavior of producers with random strategic variables in markets with homogeneous and differentiated products has been formalized. Game-theoretic models describing the static non-cooperative interaction and demonstrating achievement of equilibrium have been constructed. New explicit formulas for the "corrected" Nash equilibrium in built model have been established. The methodic of quantitative estimation of risk of producers with random strategic variables under conditions of the absence of assumption of their independence has been improved.

Key words: model of oligopoly, strategic variable of the producer, game-theoretic model, static one-period game, "corrected" Nash equilibrium, measure the risk of producer, random variables.