

УДК 539.376

Печук Є. Д., к.ф.-м.н., с.н.с.
Краснопольська Т. С., д.ф.-м.н., с.н.с.
Рудницька М. О., пров.інж.

Серцево-респіраторна система як система з обмеженим збудженням

Інститут гідромеханіки НАНУ,
03680, м. Київ, вул. Капніс 8/4
e-mail: t.krasnopolskaya@tue.nl

E. D. Pechuk, Dr.
T. S. Krasnopolskaya, Dr. Sc. (Phys.- Math.)
M. O. Rudnytska.

Cardiorespiratory system as system with limited excitation

Institute of hydromechanics NASU,
03680, Kyiv, Kapnis str. 8/4
e-mail: t.krasnopolskaya@tue.nl

На основі моделі ДеБура взаємодії серцево-судинної та респіраторної систем та рівнянь дисипативного відображення Заславського (яке описує динаміку респіраторної системи як генератора центрального типу) побудовано узагальнену модель, що враховує як прямий, так і зворотний зв'язок підсистем: респіраторної та кардіо. При цьому серцево-судинна система являє собою коливальну систему з обмеженим збудженням з боку респіраторної. Методами теорії динамічних систем виявлено хаотичні режими, породжені взаємодією підсистем, та інтервали їх існування. Встановлено, що іррегулярність поведінки фазових траєкторій узагальненої моделі залежить від інтенсивності дії серцевого ритму на дихання, що є характерним для динаміки кардіореспіраторної системи здорової людини. Показано як зміна (зменшення) пульсу може впливати на сукупну динаміку моделі.

Ключові слова: серцево-судинна система, респіраторна система, зворотний зв'язок, хаос.

A new modified cardiorespiratory model based on the famous DeBoer beat-to-beat model and Zaslavsky map (which describes dynamics of the respiratory system as a generator of central type) was studied in details. In this case the respiratory tract was firstly modeled by a self-oscillating system under the impulsive influence of heartbeat and cardiovascular system was represented as an oscillating system with a limited excitation. The steady-state regimes of the model are investigated by methods of the dynamical system theory. Firstly, the chaotic regimes were found out. The dynamics of heartbeat and respiratory systems are in good correspondence with experimental information of healthy man. The found out irregularities of phase trajectories of the modified model depend on intensity of influence of heart rhythm on breathing, what is well known characteristic for the dynamics of the cardiovascular system of healthy man.

Key Words: cardiovascular system, respiratory system, limited excitation, chaos.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Жук Я.О.

1. Вступ

У людини в стані спокою сила удару пульсу та інтервали між серцевими скороченнями здаються приблизно постійними. Тому робота серця на перший погляд виглядає строго періодичною. Більш ретельний аналіз свідчить про те, що у здорових людей серцевий ритм схильний до значних змін, навіть в стані спокою. На початку 80-х років, коли дослідники лише

почали застосовувати теорію динамічних систем в фізіології, передбачалося, що хаос найочевидніше свідчитиме про наявність паталогій та хвороб. Згідно дослідженням у здорових людей частота пульсу складає в середньому близько 60 удар/хв і може коливатися в межах 20 удар/хв впродовж кожних декількох ударів. Протягом дня частота серцевих скорочень може змінюватись від 40 до 180 удар/хв. І навпаки, за 13 годин до зупинки серця

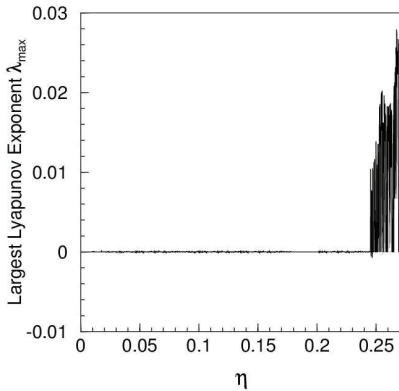


Рис. 1. Старший показник Ляпунова системи (1)-(2)

серцевий ритм майже періодичний, регулярний та стабільний. Як показав Арі Л. Голдбергер [1], за 8 днів до раптової серцевої смерті серцевий ритм характеризується вираженою періодичністю. У здорової людини серцевий ритм є хаотичним.

2. Модель взаємодії серцево-судинної і респіраторної систем.

Модель взаємодії серцево-судинної і респіраторної систем, досліджувана в роботах [2] і [3], є системою дискретних відображень, що описують еволюцію характеристик стану кардіоінтервалу від удару до удару. Модель містить такі фізіологічні характеристики стану як систолічний тиск S , діастолічний тиск D , кардіоінтервал I (RR - інтервал), час артеріального загасання T . Вплив респіраторної системи на серцево-судинну обмежується лише механічною складовою і моделюється введенням відповідної адитивної добавки. Згідно із загальноприйнятими фізіологічними нормами, в усталеному режимі $S_0 = 120$ мм рт. ст., $D_0 = 80$ мм рт. ст., $I_0 = 800$ мс, $T_0 = 1500$ мс. Після обеззмірювання по характерних величинах S_0 і T_0 , отримують наступну систему дискретних відображень [3]:

$$\begin{cases} D'_i = c_1 S'_{i-1} \exp(-I'_{i-1} / T'_{i-1}) \\ S'_i = D'_i + \gamma \frac{T_0}{S_0} I'_{i-1} + \frac{A}{S_0} \sin(2\pi f T_0 t_i) + \frac{c_2}{S_0} \\ I'_i = G_v \frac{S_0}{T_0} \hat{S}'_{i-\tau_v} + G_\beta \frac{S_0}{T_0} F(\hat{S}', \tau_\beta) + \frac{c_3}{T_0} \\ T'_i = 1 + G_\alpha S_0 / T_0 - G_\alpha S_0 / T_0 F(\hat{S}', \tau_\alpha) \\ \hat{S}'_i = 1 + 18 / S_0 \arctan(S_0(S'_i - 1) / 18) \end{cases}, (1)$$

де $i \geq 1$, $D' = D / S_0$, $S' = S / S_0$, $\hat{S}' = \hat{S} / S_0$,

$$I' = I / T_0, \quad T' = T / T_0, \quad c_1 = \frac{D_0}{S_0} \exp\left(\frac{I_0}{T_0}\right),$$

$$c_2 = S_0 - D_0 - \gamma I_0, \quad c_3 = I_0 - S_0 (G_v + G_\beta),$$

$$G_\alpha = 18 \text{ мс/мм рт.ст.}, \quad G_\beta = G_v = 9 \text{ мс/мм рт.ст.},$$

$\gamma = 0.016$ мм рт.ст./мс, $A = 3$ мм рт.ст. - амплітуда зміни тиску систоли, обумовлена рухом грудної клітки під час дихання, $f = 0.25$ Гц - частота

дихання, $t_i = \sum_{k=0}^{i-1} I_k$ - момент часу серцевого скорочення,

$$F = \frac{1}{9} (\hat{S}_{i-\tau-2} + 2\hat{S}_{i-\tau-1} + 3\hat{S}_{i-\tau} + 2\hat{S}_{i-\tau+1} + \hat{S}_{i-\tau+2}),$$

$\tau_\alpha = \tau_\beta = 4$, $\tau_v = 0$, якщо пульс менше за 75 удар/хв і $\tau_v = 1$, якщо пульс більше ніж 75 удар/хв.

Генерація рухових ритмів, за теорією Глас здійснюється генераторами центрального типу (the generator of central type). Дихання пов'язане з рухом грудної клітини і його динаміка може бути змодельована як динаміка центрального генератора. Математично процес дихання може бути описаний автоколивальною системою, що має в усталеному режимі коливаний стійкий граничний цикл [4, 5]. Математичною моделлю такої системи може бути, за нашою думкою, система відображень Заславського, що описує динаміку системи, в якій реалізуються періодичні автоколивання і яка знаходиться під періодичним імпульсним збуренням постійної інтенсивності. Динаміка цієї системи записується у вигляді:

$$\begin{aligned} r_{n+1} &= (r_n + \eta \sin \varphi_n) \exp\{-\kappa T\}, \\ \varphi_{n+1} &= \varphi_n + \omega T + \nu (r_n + \eta \sin \varphi_n) \frac{1 - \exp\{-\kappa T\}}{\kappa}, \end{aligned}$$

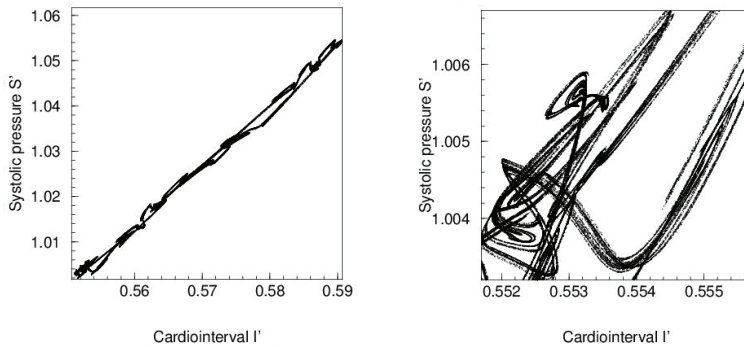


Рис. 2. Хаотичний режим моделі (1)-(2) при $\eta = 0.25$

де r - відхилення амплітуди від граничного циклу, $\kappa > 0$ - коефіцієнт загасання збурення амплітуди, що визначає швидкість повернення збуреної системи до граничного циклу, φ - фаза коливань, ω - частота коливань на граничному циклі, доданок до якої враховується в лінійному наближенні по r , V - постійний параметр, що відповідає за ступінь зміни доданку до фази в залежності від величини відхилення r .

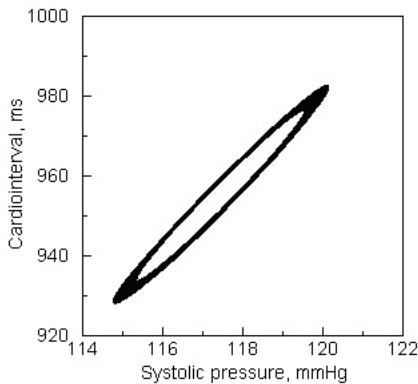


Рис. 3. Квазіперіодичний режим моделі (1)-(2) при пульсі в 60 ударів на хвилину, при $\eta = 0.01$

В роботі запропонована узагальнена модель взаємодії серцево-судинної та респіраторної систем, в рамках якої респіраторна система моделюється автоколивальною системою, що знаходиться під механічним імпульсним збуренням серцевих скорочень, тобто серцево-судинна система розглядається як система з обмеженим збудженням згідно сучасній теорії коливань. При цьому, для моделювання впливу серцевих скорочень на дихальні осциляції використовуються рівняння дисипативного відображення Заславського, що узагальнені на випадок неперіодичних ударів серця різної інтенсивності

$$r_{n+1} = (r_n - \eta(S_n - S_0) \sin \varphi_n) \exp\{-\kappa I_n\}, \quad (2)$$

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + 2\pi f I_n + v(r_n - \eta(S_n - S_0) \sin \varphi_n) \frac{1 - \exp\{-\kappa I_n\}}{\kappa},$$

тут $\eta > 0$ - безрозмірний параметр, що характеризує інтенсивність дії серцевих скорочень на респіраторну активність. Таким чином, досліджується динаміка математичної моделі серцевих ритмів ДеБура (1), з прямою респіраторною дією вигляду $(A + r_i) \sin \varphi_i$, та зворотними зв'язками (2).

3. Усталені режими моделі.

Перейдемо до дослідження усталених режимів системи (1)-(2). В силу нелінійності даної системи, її розв'язок можна отримати чисельно. Для чисельного моделювання вибираємо наступні початкові значення змінних: $I'[0] = 0.53$, $S'[-j] = 1.08$, $j = 0, \dots, 6$. На рис. 1. показана залежність старшого показника Ляпунова системи, на проміжку $0 \leq \eta \leq 0.27$. При нульовому значенні біфуркаційного параметра модель позбавлена зворотного впливу і характеризується регулярним усталеним режимом. При збільшенні значення параметра, спостерігається стрибок показника в додатну область. Таким чином, врахування лінійного зворотного зв'язку, для моделі (1), веде до хаотизації усталеного режиму сукупної системи при $\eta \approx 0.245$. Хаотичний аттрактор, що характеризує поведінку системи при $\eta = 0.25$ зображено на Рис. 2.

Якщо тепер зменшити значення пульсу до 60 ударів на хвилину, то поведінка системи, при різних значеннях $\eta > 0$, з проміжку фізично обґрунтованих значень параметрів моделі, жорсткий перехід до хаосу зникає, натомість система характеризується низкою квазі-

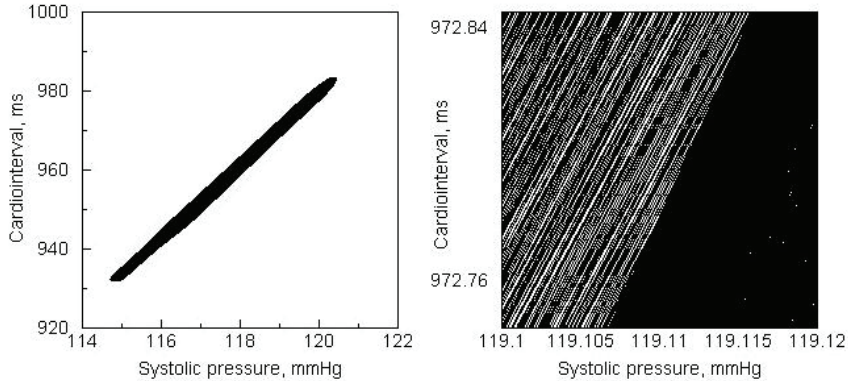


Рис. 4. Збільшені фрагменти атракторів моделі (1)-(2) при різних значеннях біфуркаційного параметру $\eta > 0$, для випадку пульсу в 60 ударів на хвилину

періодичних атракторів (Рис. 3.). При $\eta = 0.17$ в моделі реалізується хаотичний режим. Збільшений фрагмент структури атракторів для цього усталеного режиму в фазовому просторі наведено на Рис. 4.

4. Висновки

Побудована модель кардіосистеми людини враховує як прямий так і зворотний механічний взаємозв'язок підсистем: респіраторної та кардіо. Встановлено, що іррегулярність поведінки фазових траєкторій

залежить від інтенсивності дії серцевого ритму на дихання, що є характерним для динаміки кардіореспіраторної системи здорової людини. Також виявлено чутливість моделі до частоти пульсу (кардіоінтервалу), а саме спрощення структури атрактору сукупної системи при зменшенні пульсу з 75 до 60 ударів на хвилину, що відповідає загальноприйнятим уявленням про норми діяльності організму людини.

Список використаних джерел

1. *Goldberger Ary L.* Clinical Electrocardiography: A Simplified Approach, 7th ed. / Ary L. Goldberger. – Philadelphia: Mosby Elsevier, 2006. – 420 p.
2. *DeBoer R.W.* Hemodynamic fluctuations and baroreflex sensitivity in humans: A beat-to-beat model / R.W. DeBoer, J. M. Karemaker, J. Strakee // *Amer. J. Physiol.* – 1987. – **253**, – P. H680–H689.
3. *Гринченко В.Т.* Модель взаємодії серцево-судинної та респіраторної систем / В.Т. Гринченко, А.Г. Рудницький // *Акустический вестник.* – 2006. – **9**, N 3. – С. 16–26.
4. *Ganiev R.F.* The scientific heritage of V.O.Kononenko: the Sommerfeld–Kononenko effect / R.F. Ganiev, T.S. Krasnopolskaya // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability.* – 2018. – vol.47, № 5, – P.385 – 394.
5. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос / С.П. Кузнецов. – М.: Физматлит, 2001. – 295 с.

References

1. DEBOER, R.W., KAREMAKER, J. M. and STRAKEE, J. (1987). Hemodynamic fluctuations and baroreflex sensitivity in humans: A beat-to-beat model. *Amer. J. Physiol.*, 253, p.H680–H689.
2. GOLDBERGER, ARY L. (2006) *Clinical Electro-cardiography: A Simplified Approach*, 7th ed. Philadelphia: Mosby Elsevier.
3. GRINCHENKO, V.T. and RUDNITSKY, A.G. (2006) Model' vzaimodeistvia serdechno-sosudistoi i respiratornoi sistem. *Akusticheskii vestnik*, 9(3), p.16–26.
4. GANIEV, R.F. and KRASNOPOLSKAYA, T.S. (2018) The scientific heritage of V.O.Kononenko: the Sommerfeld–Kononenko effect, *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 47(5), p.385 – 394.
5. KUZNETSOV, S.P. (2001) *Dinamicheskii khaos*. Moskva: Phismatlit.

Надійшла до редколегії 09.11.19