

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

ШПИРКО ВІКТОР ВАСИЛЬОВИЧ

УДК 330.4:368.025.6

**МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ ОЦІНЮВАННЯ БАНКРУТСТВА  
СТРАХОВИХ КОМПАНІЙ**

08.00.11 – математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці

Дисертація

на здобуття наукового ступеня кандидата економічних наук

**Науковий керівник:**

Черняк Олександр Іванович,

доктор економічних наук, професор

КИЇВ – 2012

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1. СТРАХОВІ РИЗИКИ ЯК ОБ’ЄКТ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ.....	14
1.1. Формування та розвиток ринку страхових послуг в Україні.....	14
1.1.1. Страхування як економічне явище.....	14
1.1.2. Теоретичні основи формування та розвитку страхового ринку...	19
1.1.3. Передумови формування страхового ринку України.....	21
1.1.4. Державна політика щодо розвитку страхового ринку.....	23
1.1.5. Глобалізація страхового ринку та її вплив на страховий бізнес в Україні.....	26
1.2. Страховий ринок як сфера ризикованого підприємництва.....	32
1.2.1. Поняття та сутність економічного ризику.....	32
1.2.2. Ризик-менеджмент і страхування.....	39
1.3. Сучасний стан страхового ринку України.....	44
Висновки до розділу 1.....	63
РОЗДІЛ 2. МОДЕЛІ РИЗИКУ У СТРАХОВІЙ МАТЕМАТИЦІ.....	65
2.1. Загальна характеристика моделей індивідуальних позовів та моделей процесу позовів у страховій математиці .....	65
2.1.1. Дискретні моделі індивідуальних позовів.....	66
2.1.2. Структуровані моделі індивідуальних позовів.....	68
2.1.3. Неперервні моделі.....	70
2.1.4. Моделювання спеціальних умов угод страхування.....	73
2.1.5. Рандомізація розподілів.....	75
2.1.6. Моделі процесу позовів.....	76
2.2. Моделі банкрутства у страховій математиці .....	82
2.2.1 Модель індивідуального ризику.....	82

2.2.2. Точні та наближені методи обчислення ймовірності банкрутства.....	84
2.2.3. Принципи призначення страхових премій.....	85
2.2.4. Модель колективного ризику.....	91
2.2.5. Динамічна модель банкрутства.....	93
2.3. Точні та наближені оцінки ймовірності банкрутства у класичній моделі ризику .....	95
2.3.1. Процес ризику в класичній моделі.....	95
2.3.2. Ймовірність банкрутства в класичній моделі ризику.....	98
2.3.3. Асимптотична поведінка ймовірності банкрутства при великих обсягах початкового капіталу.....	101
2.3.4. Оцінка для ймовірності банкрутства в класичній моделі ризику.....	103
2.3.5. «Практичні» оцінки для ймовірності банкрутства в класичній моделі ризику, дифузійна апроксимація процесу ризику.....	104
2.3.6. Порівняння апроксимацій ймовірності банкрутства страхових компаній.....	109
Висновки до розділу 2.....	112
<b>РОЗДІЛ 3. ПОБУДОВА ОЦІНОК ЙМОВІРНОСТІ БАНКРУТСТВА СТРАХОВИХ КОМПАНІЙ УКРАЇНИ.....</b>	<b>115</b>
3.1. Знаходження точних та наближених оцінок ймовірності банкрутства страхових компаній України .....	115
3.1.1. Точні оцінки ймовірності банкрутства страхових компаній України у класичній моделі ризику.....	115
3.1.2. Обчислення наближених оцінок ймовірності банкрутства страхових компаній України.....	119
3.1.3. Визначення мінімально необхідного розміру страхових резервів компанії.....	122
3.2. Розвинення класичної моделі ризику у випадку змінної страхової надбавки та діяльності компанії у марковському середовищі.....	126

3.2.1. Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній у випадку змінної страхової надбавки.....	126
3.2.2. Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній методом послідовних наближень у марковському середовищі.....	132
3.3. Аналіз діяльності страхової компанії методами імітаційного моделювання. Моделі перестраховання.....	141
3.3.1. Аналіз ризиків за допомогою імітаційного моделювання.....	141
3.3.2. Зменшення ризику за допомогою перестраховання.....	146
Висновки до розділу 3.....	154
ВИСНОВКИ.....	157
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	160
ДОДАТКИ.....	175

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Сучасні економічні реалії та нестійкий стан економіки Україні потребують переосмислення суті страхової діяльності, пошук адекватних новим умовам методів захисту та відшкодування втрат як фізичним, так і юридичним особам, створення нових інструментів для управління фінансовим станом страхової компанії.

Реформування системи економічних відносин, соціальні перетворення, які відбуваються в Україні, надають особливої ваги розв'язанню проблем страхового захисту, спонукають до пошуку механізмів акумуляції ресурсів страхових компаній та їх ефективного використання. Світовий досвід переконує: там, де створено сучасну систему страхового захисту, там підвищується соціальний добробут, досягається необхідний стандарт рівня життя населення. Тому формування страхового ринку України та забезпечення умов його надійного функціонування – проблема, яка потребує як наукових розробок, так і практичних дій з боку держави та суспільства в цілому.

Разом із розвитком ринкових відносин, ускладненням взаємозв'язків між суб'єктами господарювання зростає ймовірність виникнення непередбачуваних ускладнень, підвищується ступінь ризику на всіх рівнях. Підприємець у ринкових умовах ризикує втратити свій капітал, може спричинити своєю необачною поведінкою втрати капіталу у своїх постачальників, споживачів або посередників.

Як зазначено в [7, с.8], страхування – це спосіб захисту майнових інтересів громадян в умовах ринкової економіки. Кожна людина має знати, як вона може обмежити свій ризик і скільки їй це коштуватиме. З іншого боку, страхова справа є прибутковим різновидом підприємництва, яке в Україні набуває все більшого розвитку.

Страховий ринок України на сьогодні є головним сектором ринку небанківських фінансових послуг України, і за обсягом коштів, зосереджених у ньому, і за ступенем законодавчої, нормативної та організаційної урегульованості діяльності. Страхування вже сформовано як галузь, як сегмент нашої економіки, як сфера соціально-економічних інтересів життєдіяльності держави. Створені передумови для подальшого розвитку галузі страхування у нашій країні. Проте існує чимало проблем, що потребують нагального розв'язання. Серед них – проблеми організації ефективного страхового нагляду, питання перестраховування, оптимізація оподаткування суб'єктів господарювання через інструменти страхового ринку.

**Стан наукової розробки проблеми.** Значний внесок до теорії страхування та дослідження страхового ринку внесли такі відомі вітчизняні та зарубіжні вчені, як В. Базилевич, К. Базилевич, В. Грушко, Ю. Журавльов, О. Заруба, С. Осадець, А. Александров, В. Шахов, С. Єфимов та багато інших.

Вагомий внесок до розвитку теорії економічного ризику та застосування математичних методів у страхуванні внесли такі вітчизняні вчені, як А. Алексєєв, В. Вітлінський, В. Калашников, А. Камінський, Т. Клебанова, О. Козьменко, В. Королюк, А. Матвійчук, О. Мертенс, Ю. Мішура, А. Скороход, Г. Фалін, О. Черняк, Я. Шумелда, М. Ядренко, О. Ястремський.

Фундаментальні дослідження щодо використання теорії економічного ризику у страхуванні проводили такі зарубіжні вчені С. Асмуссен, Дж. Беекман, Н. Боверс, Н. Вікстад, Х. Гадвігер, Х. Гербер, Я. Грандел, Ф. Де Вільдер, Д. Діксон, Х. Крамер, О. Лундберг, Ф. Лундберг, Х. Панжер, Дж. Рейнхард, А. Рені, С. Сегердал, Дж. Тойгельс, Е. Штрауб, Дж. Янсен та інші.

В той же час проблема аналізу фінансового стану страхової компанії з

точки зору забезпечення її фінансової стійкості та виконання взятих на себе зобов'язань у вітчизняній економічній літературі висвітлена недостатньо та залишається дуже важливою у сучасних умовах економічного розвитку України. Таким чином, зазначені потреби у надійній діяльності страхових компаній обумовлюють вибір теми дослідження, її актуальність, мету та завдання.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконана на кафедрі економічної кібернетики економічного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка як частина науково-дослідних робіт за комплексною держбюджетною темою № 06БФ040-01 «Розвиток внутрішнього ринку України в умовах глобалізації: закономірності та протиріччя» (номер державної реєстрації 0106U006542) та за комплексною держбюджетною темою № 11БФ040-01 «Модернізація економіки України на засадах сталого соціально-економічного розвитку: закономірності, протиріччя, ризику» (номер державної реєстрації 0111U006456), в рамках яких автором було розроблено та удосконалено ряд моделей оцінювання ризиків страхових компаній, проведено практичні розрахунки ймовірностей банкрутства страхових компаній України.

**Мета і завдання дослідження.** Метою дослідження є теоретичне обґрунтування і побудова оцінок ймовірності банкрутства страхових компаній на основі розробки нових та оцінки достовірності відомих методів та моделей ризику. Досягнення цієї мети передбачає постановку та вирішення таких основних завдань:

- дослідити особливості функціонування страхового ринку України для виявлення основних тенденцій його розвитку;
- визначити теоретико-методологічні засади побудови точних та наближених оцінок ймовірності банкрутства страхових компаній;
- проаналізувати практичну цінність та недоліки існуючих економіко-

математичних моделей для оцінки діяльності страхових компаній України;

– розробити єдиний комплексний підхід до оцінювання банкрутства страхових компаній на основі загальнодоступних показників їх діяльності;

– вдосконалити наближені оцінки ймовірності банкрутства страхових компаній з метою підвищення їх точності;

– розвинути класичну модель ризику для випадків змінної страхової надбавки та випадків різних динамічних станів страхової компанії;

– проаналізувати можливість застосування методів імітаційного моделювання для оцінювання фінансового стану страхових компаній та моделей перестраховування для зменшення ризику банкрутства компанії.

**Об’єкт дослідження.** Об’єктом дослідження є система економічних відносин між учасниками страхового ринку України в умовах ризику.

**Предмет дослідження.** Предметом дослідження є економіко-математичні методи та моделі оцінювання ймовірності банкрутства страхових компаній.

**Методи дослідження.** Для вирішення поставлених завдань у дисертації використовувались такі загальнонаукові методи аналізу, як системний, структурний та історичний. Використання цих методів дозволило здійснити аналіз діяльності страхових компаній у їх взаємозв’язку на страховому ринку України (розділ 1). При побудові оцінок ймовірності банкрутства страхових компаній використовувались методи математичної статистики, зокрема метод моментів, теорії випадкових процесів, наближені методи оцінювання ризиків (розділ 2). При побудові наближених оцінок ймовірності банкрутства були також використані методи послідовних наближень у марковському середовищі, зокрема методи Лапласа та Пікара, методи імітаційного моделювання, ітераційні методи при оцінюванні ризиків у випадку змінної страхової надбавки (розділ 3).

**Інформаційну базу дослідження** становлять результати досліджень вітчизняних та зарубіжних вчених щодо оцінювання ризиків діяльності

страхових компаній, офіційні видання вітчизняних та зарубіжних організацій, дані інформаційних та статистичних бюлетенів, статистичні дані Держкомстату України, Закони України та нормативно-правові акти Кабінету Міністрів України, Державної комісії з регулювання ринків фінансових послуг України щодо регулювання діяльності страховиків, фінансова звітність страхових компаній України.

**Наукова новизна одержаних результатів.** У дисертації розроблено теоретико-методологічне забезпечення діяльності страхових компаній на основі застосування сучасних моделей ризику, точних та наближених оцінок ймовірності банкрутства. Найбільш суттєві теоретичні та практичні результати, які характеризують новизну дослідження, полягають у наступному:

***вперше:***

– розкрито теоретико-методологічні засади закономірностей діяльності страхових компаній з точки зору класичної моделі ризику, які відображають специфіку даних об'єктів в умовах вітчизняного страхового ринку. Це дало можливість застосувати єдиний підхід щодо оцінки ймовірності банкрутства до всіх учасників страхового ринку України на основі таких показників страхових компаній, як статутний і резервний фонди;

– здійснено оцінку ступеня надійності страхових компаній України на основі класичної моделі ризику та її розвинень, а також визначено міру ризику діяльності цих компаній як рівень ймовірності банкрутства, що дозволило здійснити чисельні розрахунки показників ризику та застосувати їх для визначення стану компанії на вітчизняному страховому ринку;

***удосконалено:***

– способи моделювання і оцінки ризиків страхових компаній на основі класичних моделей, що дозволило більш широко застосувати класичну модель ризику до страхового ринку, зокрема показано можливість застосування точної формули для ймовірності банкрутства страхової

компанії у випадку, коли її виплати мають експоненціальний розподіл;

– методи побудови наближених оцінок ймовірності банкрутства страхових компаній у контексті їх застосування до страхового ринку України, що дало можливість отримати чисельні апроксимації ймовірностей банкрутства у випадку, коли функція розподілу страхових виплат має відмінний вигляд від експоненціального. Наведено шість наближених формул та показано можливість їх застосування у випадку різних функцій розподілу, зокрема одного з найбільш загальних випадків – гама-розподілу страхових виплат;

***набули подальший розвиток:***

– науково-методичні підходи до порівняльного аналізу при застосуванні класичної моделі ризику, зокрема, точних та наближених методів для оцінювання міри ризику страховиків. Показано можливість застосування разом із точними показниками ймовірності банкрутства наближених оцінок, обчислено абсолютні та відносні похибки таких оцінок, що дає можливість визначити практичну точність апроксимацій для страхових компаній України;

– моделі діяльності страхових компаній у марковському середовищі. Це дозволило узагальнити класичну модель ризику діяльності страхової компанії для декількох природних станів, які відрізняються обсягами страхових платежів, виплат та змінюються під впливом зовнішніх факторів. Показано можливість обчислення ймовірності банкрутства страхових компаній методами Лапласа та Пікара;

– методи Панжера та Сімпсона оцінювання ймовірності банкрутства страхових компаній у випадку змінної страхової надбавки, що дало можливість застосувати класичні динамічні моделі банкрутства у випадку, коли страхова компанія змінює параметри своєї діяльності протягом розглянутого у моделі періоду. Показано високу точність оцінок ймовірності банкрутства, отриманих за цією моделлю.

**Практичне значення одержаних результатів.** Запропоновані у дисертаційній роботі економіко-математичні моделі оцінювання банкрутства страхових компаній України можуть бути використані керівництвом для прийняття рішень щодо подальшого розвитку компанії у сучасних мінливих умовах фінансово-страхового ринку України. Також основні результати роботи можуть бути використані державними установами для вдосконалення регулювання розвитку вітчизняного страхового ринку.

Науково-практичні висновки та пропозиції, отримані у дисертаційній роботі, були використані у процесі підготовки інформаційно-аналітичних матеріалів Департаменту фінансово-економічного забезпечення промисловості Міністерства промислової політики України з питання «Здійснення функцій управління відкритими акціонерними товариствами та державними акціонерними і холдинговими компаніями, які належать до сфери управління міністерства», зокрема у частині оцінки ймовірностей банкрутства, моделей ризику та моделей банкрутства компаній (довідка № 01/4-2-1-1109 від 6.11.2009 р.). Теоретичні положення, методи та моделі, викладені у дисертації, були використані при розробці та проведенні лекційних і практичних занять з курсу «Актуарна математика» для студентів спеціальностей «Фінанси», «Банківська справа», «Економічна кібернетика» економічного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка (довідка № 013/1114 від 26.12.2011 р.). Основні практичні результати дослідження були застосовані у практичній діяльності Приватого Акціонерного товариства «Страхова компанія «ТАС» для оцінки фінансового стану страхової компанії та порівняльного аналізу стану компаній на страховому ринку України (довідка № 7083 від 21.12.2011 р.).

**Особистий внесок здобувача.** Дисертація є завершеною, самостійною науковою працею, в якій висвітлені власні ідеї і розробки автора, що дозволили вирішити поставлені у роботі завдання. У дослідженні проведено ґрунтовний аналіз страхового ринку України на сучасному етапі,

вдосконалено існуючі та запропоновано нові підходи до оцінювання ймовірності банкрутства страхових компаній. Використані в дисертації положення та гіпотези інших авторів мають відповідні посилання. З наукових праць опублікованих у співавторстві, в дисертаційній роботі були використані лише висновки, напрацьовані особисто автором.

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати дослідження обговорювались на наукових семінарах кафедри економічної кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Базові положення дисертаційного дослідження доповідались автором на 12 міжнародних і всеукраїнських науково-практичних конференціях: II Всеукраїнська конференція «Сучасні економіко-математичні методи у ринковій економіці» (27-28 квітня 2000 р., м. Київ); 32-а Зимова Конференція із статистики та математичної статистики (4-11 березня 2000 р., м. Аммарнас, Швеція); Міжнародна школа з математичних та статистичних методів в економіці (15-19 січня 2001 р., м. Вастерос, Швеція); Аспірантська конференція «Статистичні аспекти економіки» (22-26 січня 2001 р., м. Вастерос, Швеція); Міжнародна науково-практична конференція «Теорія і практика ринкових перетворень у країнах з перехідною економікою» (27-29 листопада 2002 р., м. Київ); IV Міжнародна науково-практична конференція «Перспективи розвитку внутрішнього ринку промислових товарів в Україні» (26 березня 2004 р., м. Київ); X науково-методична конференція «Проблеми економічної кібернетики» з нагоди 40-ї річниці «Економічної кібернетики» в Україні (15-17 вересня 2005 р., м. Київ); Міжнародна науково-практична конференція «Формування нової парадигми страхування» (1-2 грудня 2005 р., м. Київ); Всеукраїнська науково-практична конференція «Сучасні моделі і методи прогнозування соціально-економічних процесів» (13-14 квітня 2006 р., м. Київ); Міжнародна науково-практична конференція «Формування конкурентоспроможного страхового ринку України в умовах глобалізації» (6-7 грудня 2006 р., м. Київ); Міжнародна науково-практична конференція

«Світові тенденції формування та функціонування ринку страхових послуг: національний аспект» (6 грудня 2007 р., м. Київ); Міжнародна конференція «Економічна трансформація країн Центральної та Східної Європи» (19-20 вересня 2008 р., м. Вільнюс, Литва).

**Публікації.** Основні положення дисертації знайшли відображення у 13 наукових публікаціях загальним обсягом 13,7 д. а. (з них 5 одноосібних), в тому числі: 1 підручник та 1 навчальний посібник (особисто автору належить 9,5 д.а.), 6 статей – у наукових фахових виданнях (особисто автору належить 2,75 д.а.), 1 стаття – у науковому іноземному виданні (0,6 д.а.), 1 стаття – у науковому виданні (0,4 д.а.), 3 публікації – за матеріалами конференцій (особисто автору належить 0,45 д.а.).

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертація складається із вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел, додатків. Повний обсяг дисертаційної роботи становить 193 сторінок. Основний зміст дисертації викладений на 159 сторінках, що містять 3 рисунки та 15 таблиць. Робота містить 5 додатків. Список використаних джерел включає 160 найменувань.

# РОЗДІЛ 1

## СТРАХОВІ РИЗИКИ ЯК ОБ'ЄКТ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

### 1.1. Формування та розвиток ринку страхових послуг в Україні

#### 1.1.1. Страхування як економічне явище

Страхування – це вид цивільно-правових відносин щодо захисту майнових інтересів громадян та юридичних осіб у разі настання певних подій (страхових випадків), визначених договором страхування або чинним законодавством, за рахунок грошових фондів, що формуються шляхом сплати громадянами та юридичними особами страхових платежів (страхових внесків, страхових премій) та доходів від розміщення коштів цих фондів [71, с.32].

Окремі фізичні особи, підприємства та суспільство в цілому стикаються в повсякденному житті з такими різноманітними ризиками, як хвороба, автомобільні аварії, пошкодження майна, втрата врожаю або призупинення виробничого процесу. Існування економічних ризиків створює незручності й економічну небезпеку. Непередбачені та незаплановані події не тільки завдають прямих втрат (пошкодження машин, пожежі), але також і непрямих втрат, зокрема, якщо збитки призводять до зупинки діяльності. Компанія, яка зазнала втрат, може не мати достатньо ресурсів для надолуження втраченого і збанкрутувати, внаслідок чого клієнти та постачальники зазнають ще більших збитків.

Однак ризиком можна управляти. Політика держави (регулювання, нагляд) має дієвий вплив на абсолютний рівень ризику в суспільстві та спосіб управління ним. Уряд може допомогти уникнути ризику, наприклад,

заборонивши шкідливі виробничі процеси. Крім того, шляхом налагодження належної системи дорожнього руху (світлофорів) та проведення кампаній, спрямованих на гарантування безпечних умов праці, держава може запобігти або зменшити втрати, пов'язані з такими ризиками, як нещасні випадки з фізичними особами. Це сприятиме зменшенню частоти та розміру збитків суспільства.

Завдяки особистим та державним зусиллям ризики можуть бути значно скорочені, хоча їх повне усунення часто буває неможливим. Страхування є найкращим способом для вирішення проблем, створених залишковим ризиком. Купуючи страховий поліс, можна перекласти ризик зі своєї сім'ї або організації на страховика. Фінансовий тягар тих, хто зазнав втрат, відшкодовується із загального фонду, тобто з коштів, зібраних із потенційних претендентів (власників полісів). Крім того, страхування дозволяє враховувати немінучі ризики, пов'язані з інвестиційними проектами. Врахування поширених ризиків ведення бізнесу та інвестиційних рішень є вирішальним для інновацій, розвитку та економічного зростання.

### **Економічне та соціальне значення страхування**

Механізм страхування – це визначальний метод, який дозволяє управляти та керувати ризиком в раціональний та вичерпний спосіб. Страхування дозволяє людям обирати, які ризики є прийнятними для них, а від яких вони б хотіли себе захистити. Ефективний сектор страхування надає значні вигоди домогосподарствам, підприємствам, комерційним діячам, державі та фінансовому сектору. Домогосподарства отримують вигоди через такі особисті види страхування, як страхування життя, здоров'я та майна. Задовольняючи бажання безпеки та забезпечуючи гарантований рівень доходу, страхування може сприяти підвищенню якості життя. Такий вид обов'язкового страхування, як страхування цивільної відповідальності власників транспортних засобів, створює необхідну систему соціального

захисту. Він може захистити потерпілих у випадку неплатоспроможності особи, винної в дорожньо-транспортній пригоді. Страхування враховує наслідки ризикової поведінки шляхом встановлення страхової премії відповідно до індивідуального ризику (встановлення ціни ризику). Це дозволяє застрахованим людям раціональніше ставитись до ризиків та може допомогти їм уникнути надмірно ризикових дій чи рішень. Індивіди мають значні економічні стимули для зменшення їх ризику та контролювання можливих втрат. З метою уникнення високих страхових премій водії автомобілів заохочуються до запобігання нещасних випадків та вдосконалення умов безпеки своїх автомобілів. Крім того, страхові компанії самі зацікавлені допомогти клієнтам запобігти та зменшити втрати. Ймовірним є ініціювання різних попереджувальних заходів (більш безпечних автомобілів чи виробництв) або запровадження програми контролю за втратами [67, с.4].

Страхування сприяє розвитку підприємництва, виробництва і торгівлі та надає їм стабільності. Багато видів товарів та послуг виробляються та надаються за умови доступності відповідного виду страхування. Підприємці впевненіше вкладатимуть кошти в інноваційні проекти, якщо зможуть отримати відповідний страховий захист. Наприклад, фармацевтична компанія не буде розробляти і продавати вигідний продукт без доступу до страхування відповідальності. За таким же принципом страхування дозволяє керівникам виробництва врахувати ризик пошкодження виробничого обладнання, що збільшить інвестування в нього. Крім того, страхування сприяє збільшенню довіри до економічних агентів. Страхування товарів, платежів та транспортування полегшує комерційну діяльність та торгівлю. З іншого боку, споживачі заохочуються до купівлі таких дорогих товарів, як автомобілі чи нерухоме майно.

Таким чином, страхування полегшує комерційну діяльність, стимулюючи споживання, підприємництво та інновації. Більш того,

страхування майна та відповідальності може зменшити втрати від зупинки або навіть повної ліквідації фірми у випадку непередбачуваних обставин. Воно може мінімізувати додаткові видатки, що виникають в результаті фінансових негараздів. Страхування також допомагає запобігти значним втратам капіталу і надає стабільності підприємницькій діяльності та економіці в цілому.

Страхування може значно знизити державні видатки. Страховики можуть частково замінити державні програми страхування (такі як страхування ранньої смерті та інвалідності). Це зменшує навантаження на систему соціальної допомоги, залишаючи уряду ресурси для найсуттєвіших і найнеобхідніших цілей соціального захисту. Крім того, страхування може пом'якшити негативний економічний вплив від природного лиха (такого як втрата сільськогосподарських культур), зменшуючи потребу в фінансовому втручанні держави. Нарешті, страховий ринок відіграє значну роль для розвитку та ефективного функціонування фінансового сектора. Страхові компанії є фінансовими посередниками. Вони зменшують транзакційні витрати, пов'язані з рухом коштів від тих, хто заощаджує, до позичальників, шляхом накопичення значних коштів тисячі платників страхових премій. Страхування життя допомагає мобілізувати та спрямувати суми заощаджень на інвестиції в корпоративні та державні облігації, іпотеку та акції. В усьому світі страхування життя стало головним джерелом довготермінового фінансування, яке є особливо важливим для економік, фінансові ринки яких перебувають на стадії розвитку і які потребують інвестицій в проекти, спрямовані на розвиток інфраструктури. Відповідно очікується, що ефективний страховий ринок:

- значно зменшить рівень ризику та втрат і збільшить обізнаність людей про ризик;
- покращить якість життя, забезпечить соціальний захист та допоможе державному сектору;

- сприятиме комерційній діяльності та підприємництву, стабілізуватиме економіку;
- прискорить мобілізацію капіталу та його ефективне інвестування через фінансові ринки.

Хоча страхування надає надзвичайні переваги, його економічні та соціальні витрати можуть бути значними та мають бути взяті до уваги. Перш за все, страховики заморожують економічні ресурси та спричиняють видатки на продаж та адміністрування. Крім того, страхування може призводити до нечесної та необміркованої поведінки (моральні збитки). Гарантоване фінансове відшкодування може призвести до шахрайства або до завищених позовів та недбалого ставлення до потенційних втрат. Дорожньо-транспортна пригода може бути фальсифікована, а шкода може бути перебільшена задля отримання більшої виплати від страхової компанії. Також можуть існувати значні соціальні та економічні витрати, якщо регулювання та нагляд за страховими компаніями є недостатнім. Без сильного регулювання та конкурентного середовища власники страхових полісів не будуть захищені від неплатоспроможності та несумлінної поведінки страхових компаній. Вони будуть не в змозі захистити свої права та будуть примушені платити занадто високі страхові премії. Страхування може також використовуватися для таких злочинних цілей, як відмивання грошей, уникнення оподаткування або нелегальне збагачення.

Порівнюючи витрати та вигоди страхування, можна дійти висновку, що соціальні та економічні переваги страхування переважають потенційні витрати. Однак обов'язком держави залишається забезпечення цієї передумови. Тільки за умови існування відповідного регулювання та правової системи з належним наглядом можна контролювати і мінімізувати витрати, пов'язані зі страхуванням [67, с.7].

### 1.1.2. Теоретичні основи формування та розвитку страхового ринку

Поняття «страховий ринок» поєднує в собі дві неоднозначні категорії, а саме «ринок» та «страхування» [71, с.614-622]. Під *ринком* розуміють певні економічні відносини з приводу купівлі-продажу, а також систему інститутів, які організують відношення обміну. Під *страхуванням*, як економічною категорією, розуміють певний вид економічних відносин з приводу організації страхового захисту за рахунок створення і використання страхового фонду й інших фондів та ресурсів страховика з метою стабілізації економіки, розподілу ризиків, задоволення потреб страхувальників та власників, здійснення підприємницької діяльності, інвестування в економіку країни тимчасово вільних коштів [71, с.615].

Використовуючи ці два поняття, можна сформулювати *підходи до визначення* страхового ринку:

- це сфера економічних відносин, де об'єктом купівлі-продажу є страховий захист;
- це форма організації економічних відносин у сфері грошового обігу по формуванню та використанню страхового фонду й інших фондів та ресурсів страховика за допомогою купівлі-продажу страхових продуктів;
- це сукупність страховиків, страхувальників, посередників, що приймають участь в реалізації відповідних послуг;
- це середовище, у якому функціонують страхові компанії;
- це механізм перерозподілу фінансових ресурсів страхувальників та страховиків.

Обов'язковими *умовами* функціонування страхового ринку є наявність:

- *об'єктів* страхування, що мають споживчу вартість;
- *потреби* у страхових продуктах, послугах;
- *суб'єктів* страхових відносин – страхувальників, страховиків та інших суб'єктів, що здатні задовольнити зазначені потреби або їх споживати;

- *можливість прийняття рішення* про участь у страховій угоді.

До основних *функцій страхового ринку* можна віднести [39, с.40]:

- організація страхового захисту за допомогою продажу страхових полісів;
- акумулювання значних фінансових ресурсів з їх подальшим інвестуванням за певними напрямками;
- забезпечення «зустрічі» страхувальника та страховика.

На сучасному страховому ринку будь-якої країни діє система об'єктивних та суб'єктивних законів економічного розвитку. До основних *об'єктивних* законів відносяться:

- закон *попиту та пропозиції*, який забезпечує виникнення тих страхових послуг, що саме необхідні споживачеві та формує адекватну ціну, забезпечуючи умови конкуренції для страховиків, створюючи умови для постійного пошуку, удосконалення форм і методів організації страхового захисту;
- закон *вартості*, який діє через ціну (розмір страхових тарифів) та сприяє збалансуванню економічних інтересів учасників страхових відносин, є індикатором якості страхового ринку;
- закон *конкуренції*, забезпечує підвищення якості страхових послуг, стимулює розширення меж страхового ринку, розвиток його інфраструктури.

Окрім того, на страховому ринку діє безліч *суб'єктивних* економічних законів, які створюють правове поле держави, міжнародний правовий режим.

Згідно [5, с.14], товар, що пропонується на страховому ринку, є *страховою послугою*. А перелік видів страхування, якими може користуватися страхувальник, відображає *асортимент* страхового ринку.

Отже, страховий ринок представляє собою складну багатofакторну динамічну систему за внутрішнім змістом та зовнішнім оточенням з власною

структурною будовою та інфраструктурою.

Практика страхування свідчить, що страховий ринок має могутні важелі свого саморозвитку, такі як: ініціатива, підприємливість, стимули до найбільш повного задоволення потреб страхувальників. А державне регулювання якісно доповнює ринковий механізм страхування.

### **1.1.3. Передумови формування страхового ринку України**

Проведення економічної реформи і структурної перебудови економіки обумовлює необхідність подальшого розвитку національного страхового ринку як складової частини фінансового ринку України, що сприяє створенню підґрунтя для стійкого економічного зростання і забезпечує відшкодування збитків у разі стихійного лиха, аварій, катастроф та інших непередбачених подій, що негативно впливають на добробут населення, діяльність суб'єктів господарювання і держави.

У сучасній економіці через страхування реалізується державна політика соціально-економічного захисту населення, а також формуються значні інвестиційні ресурси.

Розвиток страхового ринку і використання його в інтересах сталого розвитку національної економіки в умовах її інтеграції у світове економічне співтовариство та посилення процесів глобалізації є важливим компонентом національної безпеки. Міжнародна кооперація в страхуванні сприяє функціонуванню таких секторів економіки, як міжнародна торгівля, перевезення, авіація, космонавтика і туризм.

Сучасний страховий ринок формується в умовах поступового підвищення базових макроекономічних показників, зокрема зростання валового внутрішнього продукту, низькі темпи інфляції, стабільність національної валюти, що дає змогу забезпечити динамічний його розвиток

[35]. Крім позитивних макроекономічних показників, існують такі передумови розвитку національного страхового ринку:

- поступове зростання доходів населення з тенденцією до подолання низького рівня платоспроможності;
- підвищення зацікавленості юридичних та фізичних осіб у захисті своїх майнових інтересів;
- збільшення кількості прибуткових підприємств;
- законодавче запровадження обов'язкового страхування цивільно-правової відповідальності власників наземних транспортних засобів;
- розвиток ринків фінансових послуг (у тому числі фондового ринку) та формування національної системи іпотечного кредитування;
- запровадження системи недержавного пенсійного забезпечення.

Однак існують також негативні чинники, які стримують розвиток ринку страхових послуг:

- недосконалість захисту прав споживачів страхових послуг;
- низький рівень співвідношення страхових платежів з відрахуванням платежів, переданих на перестраховання українським страховикам, і валового внутрішнього продукту, незначна клієнтська база страховиків, а також зосередження страхової діяльності переважно на майновому страхуванні юридичних осіб;
- нерозвиненість довгострокового страхування життя, недержавного пенсійного забезпечення та відсутність правового регулювання діяльності страховиків у сфері обов'язкового медичного страхування;
- недостатність надійних фінансових інструментів для інвестування;
- велика кількість страхових компаній з низьким рівнем капіталізації, а також слабкий розвиток національного ринку перестраховання;

- використання страхового ринку суб'єктами господарювання для оптимізації оподаткування та витоку коштів за кордон;
- недостатній рівень кадрового та наукового забезпечення страхового ринку;
- низький рівень страхової культури населення.

Кабінет Міністрів України прийняв Концепцію розвитку страхового ринку України до 2010 року (схвалена розпорядженням Кабінету Міністрів України від 23 серпня 2005 р. № 369-р) [46], яка встановлює стратегічні підходи, що повинні бути покладені в основу державної політики у сфері страхування, створення законодавчих та економічних умов для стимулювання розвитку страхового ринку, визначає основну мету, завдання і напрями його розвитку на період до 2010 року відповідно до головних стратегічних цілей розвитку країни.

#### **1.1.4. Державна політика щодо розвитку страхового ринку**

Державна політика щодо розвитку страхового ринку ґрунтується на зміцненні ринкових засад діяльності його учасників та використанні переважно непрямих методів впливу на процеси, що відбуваються у сфері страхування, шляхом удосконалення нормативно-правової бази і запровадження міжнародних принципів та стандартів державного регулювання та нагляду [71, с.544-566].

Стратегічні завдання з підвищення конкурентоспроможності національних страхових компаній та страхових посередників повинні бути спрямовані на створення стабільного страхового ринку, що здатний конкурувати в умовах глобалізації та забезпечувати Україні гідне місце на світовому ринку. При цьому важливим є створення умов для розширення спектра страхових послуг, сприяння концентрації страхового ринку.

Удосконалення системи правового забезпечення розвитку страхового ринку та державного регулювання і нагляду за діяльністю його учасників сприятиме створенню конкурентного середовища на страховому ринку та рівних умов для діяльності страховиків, що дасть змогу підвищити якість страхових послуг та знизити їх вартість.

Одними з пріоритетних напрямів розвитку страхового ринку є особисте страхування, довгострокове страхування життя, участь страховиків у системі недержавного пенсійного забезпечення та запровадження обов'язкового медичного страхування, що сприятиме підвищенню ролі приватного сектору у виконанні соціальних програм та зменшенню видатків державного бюджету. Держава надасть підтримку розвитку соціально значущих видів страхування шляхом запровадження відповідної стимулюючої податкової політики, зменшення кількості обов'язкових видів страхування і посилення державного нагляду за їх впровадженням та здійсненням, удосконалення нормативно-правової бази щодо запровадження обов'язкового страхування цивільної відповідальності власників транспортних засобів.

Держава забезпечить нормативно-правову базу регулювання і нагляду за діяльністю учасників страхового ринку з метою захисту інтересів споживачів страхових послуг за такими напрямками:

- удосконалення системи ліцензування страхової діяльності, а також запровадження ліцензування перестрахової діяльності;
- запобігання неплатоспроможності (банкрутству) страховиків;
- здійснення послідовного переходу Державної комісії з регулювання ринків фінансових послуг до пруденційного нагляду;
- впровадження нових інформаційних технологій з управління страховою діяльністю та звітності учасників страхового ринку в електронній формі;

- запровадження консолідованого нагляду за діяльністю страховиків, що входять до фінансових груп;
- удосконалення нормативно-правової бази з регулювання та нагляду за формуванням і розміщенням страхових резервів;
- формування сприятливих умов для розвитку страхового посередництва;
- розвиток систем внутрішнього контролю за діяльністю страховиків та сприяння становленню прозорої системи корпоративного управління.

Формування стабільного страхового ринку потребує об'єктивного інформування всіх його учасників про основні умови, вимоги та ризики у процесі їх діяльності. Для підвищення рівня страхової культури населення необхідно забезпечити прозорість діяльності учасників страхового ринку та запровадити програми інформування населення через засоби масової інформації про стан та перспективи страхового ринку, переваги отримання страхових послуг.

Для подальшого розвитку страхового ринку та запобігання необґрунтованому витоків коштів за кордон необхідно зміцнити національний перестраховальний ринок і вдосконалити нагляд за перестраховою діяльністю.

Інтеграція страхового ринку України в міжнародні ринки фінансових послуг потребує підвищення конкурентоспроможності національних страховиків, поетапного впровадження міжнародних стандартів бухгалтерського обліку та фінансової звітності. З метою захисту національного страхового ринку держава здійснюватиме заходи поетапного та зваженого допуску на ринок філій іноземних страховиків відповідно до міжнародних договорів України, створюватиме умови для забезпечення взаємообміну інформацією між Державною комісією з регулювання ринків фінансових послуг та органами страхового нагляду інших країн про

діяльність страховиків, їх філій, страхових посередників та страхових груп (страхових холдингів).

Стимулювання розвитку страхового ринку потребує удосконалення системи оподаткування страхової діяльності (перестраховання).

Розвиток страхового ринку вимагає забезпечення його достатньою кількістю кваліфікованих працівників. Для цього необхідно створити систему фахової підготовки і сертифікації фахівців із страхування та системи підвищення їх кваліфікації, а також забезпечити державну підтримку проведенню науково-дослідних робіт у сфері страхування та підготовці фахівців для страхового ринку. Потребує подальшого розвитку актуарна діяльність та створення в Україні системи підготовки та сертифікації актуаріїв.

#### **1.1.5. Глобалізація страхового ринку та її вплив на страховий бізнес в Україні**

Глобалізацію називають процес зближення споживчих переваг і універсалізацію асортименту пропонованої продукції в усьому світі, в результаті якого всесвітні продукти витісняють місцеві [7, с.30]. Даний термін використовується для позначення і більш загального процесу. Не так багато товарів та послуг сьогодні мають право називатися всесвітніми і діяти в глобальних категоріях покупців, технологій, витрат, поставок, стратегічних союзів і конкурентів.

У страхові галузі ми також спостерігаємо ці процеси, основна частина яких відбувається у взаємопов'язаній економіці групи країн. До неї входять високо розвинуті країни, такі як США, Японія, Південна Корея, Тайвань, Сінгапур і країни Західної Європи. Населення взаємозв'язаної економіки цих країн складає один мільярд чоловік, головним чином заможних споживачів. Саме під них у цих країнах розроблялись і впроваджувались

високі стандарти страхової галузі. Прихід у країни СНД міжнародних страхових корпорацій, таких, наприклад, як American International Group (AIG), відкриття дочірніх підприємств зі стовідсотковою участю позначило новий етап у процесі глобалізації на просторах СНД. Значний інвестиційний рейтинг AAA корпорації AIG, до якого вітчизняним страховим компаніям потрібно прямувати, завоюючи прихильність страхувальників, примусило українські компанії щільніше зімкнути свої ряди у пошуку варіантів створення умов, здатних зробити діяльність таких компаній як AIG, безперспективною, економічно недоцільною. При цьому деякі рухи суб'єктів вітчизняного страхового бізнесу робилися свідомо, і виявилось, що ідеологія страхової галузі з безнадійного положення ризикозалежності виводить людину, корпорацію і суспільство на шлях ефективності, відповідальності та розвитку. Управління стратегією розвитку, виживання, лідерство вимагають системного економічного мислення як у керівника, так і у його підлеглих. Воно притаманне менеджерам, які прийшли у страхові компанії зі сфери інформаційних технологій і які мають математично-латеральний розум. Інша частина вітчизняного страхового бізнесу – це іноземці, які мають великий досвід фінансового й інформаційного посередництва. І ті, й інші намагаються знайти відповідь на основні питання: де ми знаходимось, куди рухаємося, чого хочемо досягти?

Серед суб'єктів ринку страхування є три погляди на процеси глобалізації. Це схвальний, негативний та нейтральний. Страхувальники, як основні суб'єкти ринку страхування, диференційовані за рівнем доходу і страховими інтересами. Фізичні особи позитивно ставляться до підвищення стандартів страхування, яке приносять на вітчизняний ринок західні компанії. Але разом з тим до нас приходять інша культура, що примушує інакше мислити і постійно адаптовуватися до змін. Більшість громадян з малозабезпечених прошарків населення не користується послугами страхування і байдуже ставиться до процесів глобалізації ринку страхування.

Страховики, страхові посередники і перестраховики, умовно розділені на «схемників» і класиків, також по різному вбачають для себе плюси і мінуси, які несе глобалізація. Перші побоюються, що звужиться поле їхньої діяльності. Другі намагаються підвищити вигоди і знизити негативний вплив глобалізації. Спілкування з зарубіжними колегами: страховиками, брокерами, андеррайтерами, перестраховиками веде їх до думки, що нова парадигма є ничим іншим, як процесом змін, який примушує адаптуватися для виживання чи процвітання, залежно від ситуації. Класики почали глибше розуміти власну роль не тільки у процесах перетворення, а й у соціальному вдосконаленні усіх сторін, що приймають участь у цій діяльності.

Стриману позицію відносно глобалізації займають державні органи регулювання страхової діяльності. Страховики, які набули значної фінансової ваги, вимагають поважного до них ставлення. Фінансово потужні глобальні страхові компанії ставляться до державних органів як до далеких родичів, що мають певні права докучати проханнями, побажаннями. Вітчизняні страхові компанії намагаються встановити особисті довгострокові відносини з представниками влади, які грають роль запоруки безпеки страхової компанії.

До суб'єктів страхової діяльності можна віднести і третіх осіб за угодами різного ступеню відповідальності перед ними, коло яких чітко не окреслене. Вони вдячні глобалізації за те, що фінансовий захист, гарантований їм за цивільним законодавством, полегшує механізм і підвищує швидкість виплат по завданім їм збиткам. Різноманітні профспілки ставляться до глобалізації як до блага, що несе із собою обмін досвідом із закордонними колегами, міжкорпоративне спілкування, участь у міжнародних форумах і конференціях. Такі суб'єкти ринку страхування, як консалтингові компанії, університети, інститути менеджменту, отримавши допуск до вивчення та творчого застосування у вітчизняних умовах міжнародного досвіду ведення страхового бізнесу, стали як постачальниками

кадрів, так і бізнес школами з програмами MBA для сфери страхування з різноманітними тренінгами і курсами підвищення кваліфікації для менеджменту страховиків.

Для розгляду бізнесових перспектив глобалізації вітчизняного ринку страхування є два підходи: фінансовий і маркетинговий.

Маркетинговий підхід до оцінки перспектив базується на відносно невисокому ступені охоплення страховими послугами, навіть у порівнянні з Польщею, та очікуванням продовження тенденції зростання зборів страхових винагород. Тому він у деякій мірі оптимістично налаштовує маркетологів.

Глобалізаційна ідеологія постійно підтримується різними телевізійними каналами, газетами, діловими виданнями, як єдина основа ефективного соціально-економічного розвитку. Але треба сказати, що Захід показував гарні показники управління в умовах зростаючої макро- та мікроекономіки, а в умовах спаду стара ідеологія, методологія та інструментарій моделювання ефективного управління виявились не працюючими.

Глобалізація та прихід на ринки СНД західної споживчої культури з можливістю задовольняти будь-які увесь час зростаючі потреби, створили гостру конкуренцію за володіння, контроль та розподіл фінансових ресурсів.

Однією із особливостей фінансової організації страхової індустрії країн СНД є квазістрахування. Квазістрахування спокушує своїм попитом на ринку і діє як один із законів грошового збагачення, при якому слабкі гроші завжди витісняються сильними.

Фінансисти, фінансові директори класичних страхових компаній країн СНД стоять перед важкою задачею поєднання консервативного фінансового підходу в оцінці ефективності тих чи інших управлінських рішень з необхідністю розробки та впровадження нових управлінських технологій, таких як бюджетування, контролінг, системи управлінського обліку, системи

збалансованих показників тощо. Крім того, вони змушені поєднувати нашу ментальність із системою управління ризиками, які генеруються в функціональній сфері, у внутрішньому та зовнішньому середовищі.

Таким чином, можна зробити висновки, що глобалізація страхової індустрії в Україні з часом приведе до загальної всесвітньої сфери корпоративної культури, будуть прийняті етичні кодекси страховиків. Як великі інституційні інвестори наші страхові компанії будуть грати провідну роль у національній економіці та у процесах інтеграції у світову економіку. Глобалізаційні процеси будуть супроводжуватися подальшою концентрацією капіталу у страхових групах та їхнім злиттям із банківським і фінансово-промисловим капіталом.

З часом повинна змінитися структура класичного і квазістрахування у бік значного зменшення останнього. Деякі страхові стандарти обслуговування клієнтів стануть уніфікованими та законодавчо закріпленими. Підвищення життєвого рівня неминуче призведе до підвищення і страхової фінансово-інвестиційної культури. Із зростанням довіри до страховиків і до використання у фінансовій сфері Інтернету буде активно розвиватися онлайн страхування. Зросте і взаєморозуміння між страховиком і страхувальником за рахунок їх зближення та підвищення загального рівня страхової культури.

Аналіз діяльності національних страхових компаній показує, що лідери страхового ринку України відповідають міжнародним, особливо європейським стандартам і, об'єднуючись навколо потужних фінансово-промислових груп здатні конкурувати на внутрішньому ринку з іноземними страховими компаніями. Проте, для приведення національної страхової системи у відповідність до світових стандартів необхідно проведення якісних змін, а саме здійснити комплекс взаємопов'язаних заходів:

- встановлення єдиних вимог і стандартів ведення бізнесу, створити ефективний механізм державного регулювання шляхом розробки

уніфікованого кодексу законів про страхування з урахуванням міжнародного досвіду;

- гроші громадян, що витрачені на страхування життєво важливих майнових інтересів, пов'язаних з їх життям, здоров'ям, майном, відповідальністю не повинні включатися у сукупний валовий дохід (як це прийнято у всьому світі);
- впровадити обов'язкове страхування громадянської відповідальності виробничих об'єктів стратегічного значення від аварій техногенного характеру; ввести обов'язкове страхування майна громадян;
- стимулювати капіталізацію страхового ринку шляхом подальшого підвищення мінімального розміру статутних капіталів страхових компаній (у розмірі не менше 5 млн. євро) і підвищити вимоги до їх платоспроможності;
- створити гарантійний фонд для забезпечення виконання обов'язків перед страхувальниками на випадок банкрутства страхової компанії;
- встановити нові форми статистичної та бухгалтерської звітності у відповідності з міжнародними стандартами, створити сучасну національну інформаційну базу страхового ринку України;
- активізувати розвиток інфраструктури ринку (страхових посередників, аварійних комісарів тощо) і стимулювати створення та розвиток нових саморегулюючих організацій ринку.

Основними тенденціями розвитку ринку страхування в Україні у найближчий час, очевидно, стане його наближення до цивілізованого ринку страхування, а саме, посилення капіталізації ринку та посилення прозорості. У першу чергу – це санація ринку і укрупнення гравців на ринку. Основними факторами, що будуть впливати на розвиток ринку у найближчі роки, будуть, як і раніше загальні тенденції економічного розвитку України (такі як інтеграція у європейські структури), а також політика держави відносно страхових компаній. За прогнозами фахівців, найдинамічніше будуть

розвиватися обов'язкове страхування автогромадянської відповідальності та добровільне страхування майна.

## **1.2. Страховий ринок як сфера ризикованого підприємництва**

### **1.2.1. Поняття та сутність економічного ризику**

Поняття ризику пов'язується з усвідомленням небезпеки, загрози, ненадійності, невизначеності, непевності, випадковості, збитку. На думку дослідників, термін «ризик» походить від латинського слова «resicum» – скеля або небезпека зіткнення з нею [36, с.14]. Протягом тривалого часу поняття ризику не лише асоціювалося з багатозначними негативними проявами життєвих ситуацій, а й часто вживалося як їх синонім. В економічній літературі відомі численні спроби сформулювати теоретичні визначення поняття ризику. Найбільш послідовним серед них є твердження, згідно з яким ризик у своїй першооснові є невизначеністю [36, с.21-23].

Стан невизначеності можливий у кожній суспільно-економічній ситуації, якщо наперед не можна виявити причинно-наслідкового зв'язку між основними елементами процесу господарської діяльності чи суспільного буття. Невизначеність породжується непередбачуваністю кінцевого результату, який може або збігатися з очікуваним, або бути ліпшим чи гіршим за нього. В умовах невизначеності кінцевий результат можна передбачити лише наближено, узявши одне з потенційно можливих значень. Така невизначеність зумовлюється, як правило, суб'єктивним сприйняттям реальних явищ. Поняття ризику, на противагу поняттю невизначеності, має практичне застосування, а тому його зміст потребує об'єктивного визначення.

Отже, виникає необхідність у переході від суб'єктивно сприйманої непевності, випадковості до об'єктивного поняття ризику, що на ній базується. Єдиний спосіб такого переходу – оцінити непевність (випадковість) кількісними методами, надавши їй реальних числових значень. Звідси випливає: ризиком буде визнано лише таку невизначеність, яку можна оцінити кількісно.

Суспільно-господарська практика виробила чимало методів і форм ефективної протидії ризикам та ліквідації їх негативних наслідків. Водночас відчувалася потреба системного підходу до вибору форм протидії ризикам як детермінанти їх оптимізації. Логічну послідовність здійснення ефективних антиризикованих заходів було запропоновано багатьма спеціалістами ще на початку ХХ століття. Визначені ними форми обмеження та ліквідації ризиків зводилися до таких дій:

1. Запобігання появі випадкових подій, які формують ризиковані ситуації в суспільному житті.
2. Подолання (репресія) випадкових подій, появі яких усе ж не вдалося запобігти.
3. Задоволення потреб, які виникли внаслідок дії ризику (компенсація втрат, збитків).

Наведений троїстий поділ антиризикованої діяльності було повсюдно визнано фахівцями як такий, що має ознаки системності та комплексності.

Згодом зазначені методи боротьби з ризиками були трансформовані у специфічні функції страхування.

Підприємницька діяльність завжди супроводжується різного роду ризиками. Під підприємницькими ризиками розуміють такі, що виникають при будь-яких видах підприємницької діяльності, пов'язаних з виробництвом продукції, товарів і послуг, їх реалізацією; товарно-грошовими і фінансовими операціями; комерцією, а також здійсненням науково-технічних проектів.

Підприємець може зазнавати втрат через ушкодження або знищення засобів виробництва, невиконання контрагентами умов договорів. Окрім цього, можливі значні фінансові втрати через зниження заздалегідь обумовленого рівня рентабельності, через необхідність компенсувати шкоду, заподіяну найманим робітникам внаслідок нещасного випадку на виробництві, а також споживачам продукції цього підприємства.

В економічній літературі, присвяченій проблемам підприємництва, існує багато підходів до класифікації підприємницьких ризиків (зокрема у [35]), але чітка і повна система, яка б відображала різноманітність цих ризиків, відсутня. Тому проаналізовані наукові дані дають змогу навести таку класифікацію підприємницьких ризиків (таблиця 1.1).

Таблиця 1.1

### Класифікація підприємницьких ризиків

Ознаки класифікації	Види підприємницьких ризиків
Сфера виникнення	<i>Зовнішні</i> , не пов'язані з діяльністю підприємця (зміна законодавства, політики, соціального стану)
	<i>Внутрішні</i> , джерелом яких є підприємницька діяльність (розробка, виробництво і реалізація продукції, інвестиції, помилки керівництва і персоналу, зловживання, недотримання умов договору)
Тривалість дії	<i>Постійні</i> , що загрожують підприємцю в даній географічній зоні і в даній галузі економіки (ризики неплатежів у районах з депресивною економікою)
	<i>Короткочасні</i> , що діють у період часу, менший за виробничий цикл (ризики при транспортуванні продукції чи сировини)

## Продовження таблиці 1.1

Ймовірність виникнення і рівень наслідків	<i>Допустимі</i> , що загрожують втратою частини чи всього прибутку
	<i>Критичні</i> , що загрожують втратою прибутку і частини доходу
	<i>Катастрофічні</i> , що загрожують втратою бізнесу і банкрутством підприємця
Причина виникнення	<i>Спекулятивні (динамічні)</i> , що виникають у результаті гри на курсових і цінових різницях
	<i>Статистичні (прості)</i> , що виникають у результаті дії несприятливих факторів (стихійних лих, техногенних і антропогенних катастроф, аварій, нещасних випадків) і призводять до втрат.

*Джерело: [71, с.63].*

Зазначимо, що така класифікація є неповною, тому варто розглянути детальніше деякі з цих ризиків. Повна класифікація економічних ризиків наведена в [71, с.63-73].

**Політичний ризик** — це можливість виникнення збитків чи скорочення розмірів прибутку, які є наслідком державної політики. Врахування такого ризику особливо важливе у країнах з нестійким законодавством, відсутністю традицій і культури підприємництва. Політичні ризики можна умовно поділити на: націоналізації й експропріації без відповідної компенсації, трансферту (зв'язаний із можливістю обмеження конвертації місцевої валюти), розриву контакту через дії влади країни, де знаходиться компанія-контрагент, військових дій. Політичний ризик може бути національним, регіональним і глобальним.

Ефективна підприємницька діяльність пов'язана з освоєнням нової техніки і технологій, пошуком резервів, підвищенням інтенсивності

виробництва. В умовах виникнення техногенних катастроф можна говорити про *технічні* ризики.

**Технічний ризик** визначається ступенем організації виробництва, наявністю превентивних заходів (регулярної профілактики обладнання, заходів безпеки), можливістю проведення ремонту обладнання власними силами фірми. До таких ризиків відносять ризики втрат внаслідок негативних результатів науково-дослідних і конструкторських робіт, неможливістю досягнення запланованих технічних параметрів розробок і низьких технологічних можливостей виробництва. Звичайно технічний ризик відноситься до групи *внутрішніх* ризиків, оскільки виникнення його залежить від діяльності власне підприємства.

**Виробничий ризик** пов'язаний з виробництвом продукції, товарів і послуг та із здійсненням будь-яких видів виробничої діяльності, в процесі якої підприємці стикаються з проблемами неадекватного використання сировини, зростання собівартості, збільшення втрат робочого часу, використання нових методів виробництва.

**Комерційний ризик** – це ризик, який виникає в процесі реалізації товарів і послуг, вироблених чи куплених підприємцем. Сюди відносять ризики, пов'язані з реалізацією товару (послуг) на ринку, його транспортуванням, з прийомом товару (послуг) покупцем, з платоспроможністю покупця та ризик форс-мажорних обставин.

**Фінансовий ризик** – це ризик страхувальника зазнати збитків у зв'язку з порушенням його прав та законних інтересів через невиконання фінансових чи інших зобов'язань третіми особами. До фінансових ризиків, що можуть бути застрахованими, належать: ризики, пов'язані з банківськими кредитами (насамперед споживчими, а також іпотечними, під цінні папери тощо); товарними кредитами; інвестиціями; виданими (прийнятими) гарантіями. Також до фінансових ризиків належать депозитний, валютний, інфляційний та деякі інші ризики. Повна

класифікація фінансових ризиків наведена у [36, с.48-60].

Страховання фінансових ризиків в Україні є одним із складних та проблемних видів страхування [69]. Проблеми виникають вже на етапі з'ясування, які ж саме ризики належать до фінансових. Незважаючи на те, що цей вид послуг регламентується Законом України «Про страхування» [26], чіткого визначення і класифікації фінансових чи комерційних ризиків у чинному законодавстві немає. Існує думка, що фінансові ризики є складовою поняття «комерційні», яке містить цілий комплекс різних ризиків: майнових, виробничих, торговельних тощо. Сьогодні найчастіше фінансові ризики трактуються як невиконання або неналежне виконання з певних причин страхувальником або його контрагентом договірних зобов'язань за укладеними між ними угодами. Це може бути, наприклад, несплата страхувальнику за поставлену продукцію, непостачання продукції, придбаної за передоплатою, невиконання договірних зобов'язань контрагентами страхувальника. Причиною невиконання угоди може також бути банкрутство контрагента страхувальника, неможливість своєчасно і повністю надати послуги, виконати роботу, аварії, катастрофи, пожежі тощо.

При цьому необхідно мати на увазі, що в умовах відсутності в Україні законодавства, яке б чітко регулювало систему правових та фінансових відносин, а також незалежного контролю за діяльністю страхових компаній, уся робота з оцінки суб'єктивного ризику, пов'язана зі страховою компанією, покладається на зацікавлених осіб, в цьому разі – на банки. Зараз за договором страхування фінансових ризиків можна застрахувати угоди купівлі-продажу, поставки, перевезення, лізингу, товарного кредиту, підряду, надання послуг, виконання робіт тощо.

При цьому *об'єктом* страхування може бути:

- невиконання зобов'язань за договором внаслідок форс-мажору;
- ризик невиконання фінансових зобов'язань страхувальником або його партнером.

*Практика страхування кредитів* в Україні переважно має три форми:

- страхування ризику непогашення кредиту;
- страхування позичальником відповідальності за неповернення кредиту;
- страхування позичальником предмета застави.

Зараз страхування фінансових ризиків у структурі галузевого ринку займає поки що незначну частку та дорівнює приблизно 14%. При цьому перше місце займає страхування банківських кредитів та споживче кредитування.

Як показує практика, страхові компанії з невеликим бажанням займаються страхуванням фінансових ризиків. Причиною цього є дуже великий ризик, а також дуже складний аналіз платоспроможності партнерів. Проблемним є також встановлення тарифів. Зараз середній тариф встановлюється на рівні 5-7 відсотків та вище залежно від ступеня ризику, строку страхування, фінансового становища клієнта. Розмір франшизи при цьому також залежить від обраного ризику і становить від 8 до 15 відсотків страхової суми.

Зрозуміло, що страхуються тільки прямі фінансові втрати. Реальної статистики зі страхування фінансових ризиків сьогодні немає. Однак, за офіційними даними, останні кілька років цей вид займає приблизно половину всього сегмента майнового страхування. Це приблизно третина загального обсягу платежів, які отримують українські страхові компанії. Але велика частина цього, це так звані «фінансові схеми», а саме: переведення коштів у готівку, податкова оптимізація тощо.

Також негативом для цього виду страхування є те, що деякі підприємства використовують фінансові ризики як додатковий засіб фінансування, наприклад страхують проекти, які дорого коштують, перекладаючи весь ризик на страхову компанію [57]. Страхові компанії ведуть боротьбу за допомогою встановлення високої франшизи,

обумовлюють специфічні умови, проводять фінансовий аналіз контрагентів.

### **1.2.2. Ризик-менеджмент і страхування**

Розвиток економічної науки, а також страхової справи засвідчив, що антиризикована діяльність має ґрунтуватися на залученні вельми широкого кола управлінських інструментів, склад та послідовність застосування яких постійно вдосконалюються. Найповніша сукупність послідовних заходів антиризикованої діяльності, застосування яких має комплексний, системний характер, у сучасній економічній теорії та практиці визначається терміном англійського походження – «ризик-менеджмент» (risk management), тобто управління ризиками в його найширшому розумінні [69]. Ризик-менеджмент як система охоплює три послідовні етапи:

- 1) аналіз ризику;
- 2) контроль за ризиком;
- 3) фінансування ризику.

Кожний із цих етапів передбачає здійснення багатьох різноманітних заходів організаційно-фінансового характеру. Аналіз ризику є комплексним етапом, протягом якого передбачається:

- діагностика, або ідентифікація, ризиків – кваліфікація;
- оцінювання ризиків кількісними методами – квантифікація;
- визначення послідовності подальших дій на підставі загальної оцінки ризику в даній конкретній ситуації.

Початковим кроком на етапі аналізу ризику є вивчення ситуації з погляду можливості та причин його появи в суб'єкта господарювання – носія ризику. На появу ризиків впливають різні причини, які умовно можна поділити на зовнішні та внутрішні. Зовнішні причини, як правило, виводяться з умов довкілля, розташування господарського суб'єкта на певній території, стану попереджувальної інфраструктури. Суб'єкт не має значного

впливу на зовнішні причини. Внутрішні причини – це стан та вид належного суб'єктові майна, характер технології виробництва чи іншої діяльності, а також стан засобів безпеки (попередження ризиків), що їх він має у своєму розпорядженні. Досить важливою внутрішньою причиною є ступінь усвідомлення суб'єктом господарювання чи іншим носієм потенційного ризику остаточних можливих наслідків появи ризику. Суб'єктивне ставлення до ризику може бути як негативним, так і позитивним. Негативне ставлення до ризику означає його повне або часткове ігнорування.

Засобами якісного аналізу мають бути виявлені негативні наслідки ризику в усіх сферах діяльності господарського суб'єкта. Розглянута комплексна діагностика ризиків дає змогу простежити не лише їх розвиток та сфери поширення, а й негативні наслідки кумуляції таких ризиків, тобто взаємного їх впливу і нагромадження. З метою виконання цього значного за обсягом завдання слід залучати найрізноманітніші джерела інформації та використовувати найдосконаліші методи кваліфікаційного аналізу ризиків. Найважливіші із цих методів такі:

- аналіз спостережень за виробничою діяльністю;
- аналіз свідчень працівників;
- документальний аналіз господарської діяльності;
- аналіз організації об'єкта дослідження;
- аналіз окремих контрольних перевірок.

Слідом за ідентифікацією ризику та визначенням сфери його поширення постає потреба кількісно оцінити ризик. Квантифікуючи ризик, потрібно брати до уваги два взаємозв'язані аспекти:

- максимальний розмір збитку, до якого може призвести даний ризик;
- імовірність настання події, яка може спричинити максимальний збиток.

Кількісно оцінюють ризики за допомогою актуарних розрахунків [71, с.667-668], виконання яких потребує достатньої статистичної та математичної бази. Кількісна оцінка ризиків відбиває ступінь їх економічної загрози. Підсумки аналізу якісних і кількісних характеристик ризиків є підставою для визначення стратегії антиризикованої діяльності в майбутньому, тобто подальших дій, які зводяться до встановлення контролю над ризиками або фінансування потреб, що виникли внаслідок прояву ризиків. Черговий етап процесу менеджменту – контроль над ризиками, який має на меті повне або часткове їх усунення. Контроль над ризиками здійснюється різними способами:

- уникненням ризику;
- зменшенням (мінімізацією) ризику;
- обмеженням (локалізацією) ризику;
- розсіюванням (поділом) ризику.

Уникнення ризику є найефективнішим і водночас найважчим для виконання методом. Уникнення означає фактичне ухилення від ризикованої діяльності (способу буття). Безумовно, про уникнення може йтися лише за наявності альтернативних вирішень, які є менш ризикованими. У тій ситуації, коли можливості раціонального уникнення ризику вичерпуються, постає потреба використовувати інші способи антиризикованого характеру.

Один із таких способів полягає в попереджувальній (превентивній) діяльності, спрямованій на зменшення ризику. Здійснення ефективної попереджувальної діяльності потребує значних фінансових витрат на придбання різноманітних технічних засобів та проведення організаційно-технічних заходів, які могли б протистояти виникненню ризиків. У тій ситуації, коли попри всі попереджувальні зусилля ризик настане, вживають заходів, спрямованих на його обмеження (локалізацію). Ці заходи мають здебільшого репресивний характер.

З метою обмеження наслідків ризику його можна поділити. Поділ ризику як форма контролю полягає в тому, що господарські суб'єкти можуть обмінятися пакетами акцій, віддавши, таким чином, частину власного ризику і взявши частину чужого. Такі операції відомі як операції з диверсифікації портфеля активів господарського суб'єкта.

Усі наведені способи контролю над ризиками застосовуються одночасно. Але висувається вимога додержувати оптимального співвідношення між цими способами з погляду їх ефективності. Головним етапом ризик-менеджменту є покриття негативних наслідків (збитків) ризиків фінансовими засобами.

Кожний суб'єкт господарювання може сам фінансувати свої ризики або передавати їх іншому суб'єктові господарювання згідно з попередньою взаємною домовленістю. Самофінансування ризиків, відоме також як самострахування, є формою безпосереднього самостійного покриття збитків власними коштами. За наявності коштів у фондах та резервах вони можуть бути використані аж до повного задоволення відповідної потреби. Істотним недоліком самофінансування ризиків є неможливість точного визначення потреби в резервних коштах через недостатню статистичну та розрахункову базу. А створення фонду в обсязі, меншому за майбутню реальну потребу, призведе до неповного фінансування ризику. Проте формування фондів та резервів у обсягах, більших за майбутні потреби в коштах, неминуче призведе до вилучення з господарського обігу значних фінансових ресурсів. У тих випадках, коли збитки очікуються більшими за можливості господарського суб'єкта самому фінансувати свої ризики, постає потреба передати власну фінансову відповідальність за ними іншим суб'єктам, здатним до фінансування таких ризиків на певних умовах. Передання (трансфер) ризиків може здійснюватися у двох основних формах:

- ризики передаються під фінансову гарантію іншого суб'єкта;

- ризики передаються професійним страховикам на підставі договору страхування за відповідну плату.

Перша форма досить широко реалізується укладенням договорів поруки, згідно з якими на певних умовах ризик передається одним суб'єктом іншому. Ця форма має обмежене застосування, оскільки вимагає надзвичайно високої довіри між суб'єктами. Крім того, вона містить елементи гри. Найпоширенішою формою трансферу ризиків є передання їх професійним страховикам. Страховик, на відміну від поручителя, беручи на себе зобов'язання за ризиками, має змогу вирівняти їх перерозподілом між багатьма суб'єктами. Вирівнювання ризиків за допомогою страхового механізму має ту перевагу, що воно здійснюється не лише в часі, а й у просторі, тобто серед суб'єктів певного середовища. Проте вирівнювання можна застосувати лише щодо певної категорії ризиків. Це, як правило, чисті ризики, котрі відповідають розглянутим далі критеріям.

**1. Критерій цілковитої випадковості.** Це означає, що подія, яка є причиною збитків, має бути надзвичайною, а розмір збитку - непередбачуваним.

**2. Критерій однозначності.** Вимога однозначності полягає в тому, що попри випадковість події між нею та кінцевим результатом (збитками) має простежуватися явний причинно-наслідковий зв'язок. Отже, завжди потрібна впевненість у тому, що обсяг коштів на покриття збитків у разі настання даної випадкової події відомий цілком точно.

**3. Критерій оцінювання у грошових одиницях.** Оскільки страхування базується на формуванні грошових фондів, то потреби, які стосуються обслуговування ризиків, повинні мати вартісну, грошову оцінку.

**4. Критерій незалежності.** Незалежність ризиків полягає в тому, що вони не повинні бути кимсь навмисне викликаними, а також не повинні легко кумулюватися під впливом інших ризиків.

**5. Критерій розміру.** Найбільш страхувальними як щодо обсягу

збитків, так і щодо ймовірності їх настання є середні ризики. Отже, згідно із завданнями ризик-менеджменту відповідну діяльність можна тлумачити як процес вибору оптимальної з економічного погляду структури інструментів впливу на ризики та їх наслідки.

### **1.3. Сучасний стан страхового ринку України**

Формування законодавчої бази страхування та становлення національного страхового ринку незалежної України відбувалося у складних макроекономічних умовах на фоні знецінення заощаджень населення за договорами страхування в установах колишнього Держстраху, зменшення довіри населення до фінансових установ унаслідок їх банкрутства [31].

В Україні періодом створення страхового ринку вважають початок 90-х років минулого століття. Саме тоді виникли перші приватні страхові компанії, які поклали край тотальній монополії Держстраху. Серед них: «Омета Інстер», «Ризик», «Скайд», «Саламандра», «Скайд-вест», «АСКО-Прометей» – філіал Російської акціонерної компанії, «Росток», «Славія» і т.д. На страховий ринок України починають приходити провідні та досить відомі іноземні страхові компанії, що діють переважно через спільну страхову діяльність. Так з'явився альянс «Омета Інстер» – «Ллойд»(Англія), Українсько-ізраїльське товариство «Страхова компанія «Система резервних фондів», пряме представництво відкрила австрійська фірма «Safe invest». У травні 1993 року був виданий Декрет Кабінету Міністрів України «Про страхування», який поклав початок створенню цивілізованої системи страхування в державі. Відповідно до Декрету було введено ліцензування страхової діяльності, систему звітності страховиків і методи державного регулювання страхового ринку. Було створено Державний комітет у справах

нагляду за страховою діяльністю з наданням йому відповідних функцій і повноважень.

За роки ринкових перетворень змінилися економічні функції держави у сфері страхування та відбулася трансформація державної страхової монополії у страховий ринок.

Ринок страхових послуг в Україні стрімко розвивається, незважаючи на нестабільну політичну ситуацію в країні та на деяку економічну невизначеність українського сьогодення. Необхідно зазначити, що розвивається він у правильному напрямку, однак нашому ринку страхування ще дуже далеко до рівня страхування у найбільших і найуспішніших світових економіках.

«Рівень проникнення страхування», а саме його частка у ВВП і розмір страхових винагород на душу населення – «щільність страхування» визначають чисельні критерії, що дозволяють казати про розвиток ринку страхування у конкретній країні. У США в 2004 році частка страхування у ВВП становила 9,8 % [159]. Страхові винагороди на душу населення – близько 3,5 тис. доларів. У Японії ці показники ще вищі, близько 11 % та 3,7 тис. доларів відповідно. У нашій країні ці показники значно скромніші. Частка страхових винагород у ВВП країни складає 5%. Якщо враховувати оцінки проникнення для реального страхування у 2004 році, то по оцінкам експертів частка реального страхування у ВВП України складає всього 1,5 %. За найоптимістичнішими оцінками частка застрахованих ризиків у нас не більша 10 % від того, що може і має бути застрахованим.

Ще одним вагомим показником оцінки частки страховиків в економіці країни є показник частки активів, котра знаходиться під управлінням страхових компаній. На Заході страхові компанії – найвпливовіша сила на фондовому ринку, вони володіють третиною світових активів. Українські страхові компанії ще дуже далекі від таких показників – ми зараз лише починаємо наздоганяти країни Східної та Центральної Європи.

Учасниками страхового ринку є страхувальники, застраховані особи, вигодонабувачі, страховики, перестраховики, товариства взаємного страхування, страхові та перестрахові брокери, страхові агенти, актуарії, аварійні комісари, а також професійні об'єднання страховиків, страхових посередників та інших учасників страхового ринку. За обсягами наданих послуг страховий ринок значно перевищує інші сектори ринків небанківських фінансових послуг та є найбільш капіталізованим з цих ринків, але при цьому ринок страхування все ще поступається банківському сектору.

Станом на 30 вересня 2011 року в Україні зареєстровано 445 страхових компаній (за даними сайту Ліги страхових організацій України [159]), в тому числі страхових компаній, що здійснюють страхування життя (СК «life») – 65 компаній, страхових компаній, що здійснюють страхування видів, інших, ніж страхування життя (СК «non-life») – 380 компаній. Станом на 30 вересня 2010 року було зареєстровано 451 компанію, в тому числі СК «life» – 70 компаній, СК «non-life» – 381 компанія. Можна зробити висновок, що загальна кількість страхових компаній на ринку України за останній рік практично не змінилася.

В той же час у порівнянні з 9 місяцями 2010 року на 995,6 млн. грн. (6,5%) збільшився обсяг надходжень валових страхових премій (таблиця 1.2). Обсяг чистих страхових премій, розрахованих як різниця валових страхових премій та страхових премій, які сплачуються перестраховикам-резидентам (компенсовані перестраховиками-резидентами), збільшився на 3 442,2 млн. грн. (37,4%). Питома вага чистих страхових премій у валових страхових преміях за 9 місяців 2011 року становила 76,9%, що на 17,3 в.п. більше в порівнянні з відповідним періодом 2010 року [160].

Основним фактором зростання валових страхових премій у порівнянні з 9 місяцями 2010 року стало збільшення обсягу валових страхових премій, зокрема, з таких видів страхування, як: обов'язкове страхування цивільно-

правової відповідальності власників транспортних засобів (ОСЦПВ) (збільшення валових страхових платежів на 511,5 млн. грн. (43,8%)); страхування фінансових ризиків (збільшення валових страхових премій на 225,3 млн. грн. (12,7%)); страхування життя (збільшення валових страхових премій на 290,7 млн. грн. (47,7%)); медичне страхування (безперервне страхування здоров'я) (збільшення валових страхових премій на 195,7 млн. грн. (30,4%)) [159].

Таблиця 1.2

**Основні показники діяльності страхового ринку України  
та його динаміка**

Показники	9 місяців 2010	9 місяців 2011	Темпи приросту 9 місяців 2011/ 9 місяців 2010	
			млн. грн.	%
<i>Кількість договорів страхування, укладених протягом звітнього періоду, тис. одиниць</i>				
Кількість договорів, крім договорів з обов'язкового страхування від нещасних випадків на транспорті, у тому числі:	19193,1	21033,8	-	9,6
- зі страхувальниками – фізичними особами	16871,6	18291,6	-	8,4
Кількість договорів з обов'язкового особистого страхування від нещасних випадків на транспорті	433837,0	472534,4	-	8,9
<i>Страхова діяльність, млн. грн.</i>				
Валові страхові премії	15434,7	16430,3	995,6	6,5
Валові страхові виплати	3953,5	3482,2	-471,3	-11,9
Рівень валових виплат, %	25,6	21,2	-	-
Чисті страхові премії	9199,3	12641,5	3442,2	37,4
Чисті страхові виплати	3789,6	3396,2	-393,4	-10,4
Рівень чистих виплат, %	41,2	26,9		
<i>Страхові резерви, млн. грн.</i>				
Обсяг сформованих страхових резервів	10139,1	11223,6	1084,5	10,7
- резерви зі страхування життя	2041,3	2526,0	484,7	23,7
- технічні резерви	8097,8	8697,6	599,8	7,4

## Продовження таблиці 1.2

Показники	9 місяців 2010	9 місяців 2011	Темпи приросту 9 місяців 2011/ 9 місяців 2010	
			млн. грн.	%
<i>Перестраховування, млн. грн.</i>				
Сплачено на перестраховування, у тому числі:	7024,0	4699,6	-2324,4	-33,1
- перестраховикам-резидентам	6235,4	3788,9	-2446,5	-39,2
- перестраховикам-нерезидентам	788,6	910,7	122,1	15,5
Виплати, компенсовані перестраховиками, у тому числі:	317,0	326,7	9,7	3,1
- перестраховиками-резидентами	163,9	85,9	-78,0	-47,6
- перестраховиками-нерезидентами	153,1	240,8	87,7	57,3
Отримані страхові премії від перестраховувальників-нерезидентів	138,0	211,0	73,0	52,9
Виплати, компенсовані перестраховувальникам-нерезидентам	856,6	576,2	-280,4	-32,7
<i>Активи страховиків та статутний капітал, млн. грн.</i>				
Загальні активи страховиків (згідно з формою 1 (П(С)БО 2))	43917,2	45248,5	1331,3	3,0
Активи, визначені ст. 31 Закону України «Про страхування» для представлення коштів страхових резервів	25502,5	27187,3	1684,8	6,6
Обсяг сплачених статутних капіталів	14528,8	13728,6	-800,2	-5,5

*Джерело: [159].*

Варто відзначити тенденцію зростання деяких показників страхової діяльності за 9 місяців 2011 року. Так, при зростанні на 37,4% обсягів чистих страхових премій, на 10,7% зросли обсяги сформованих страхових резервів. На 6,6% зріс обсяг активів, визначених законодавством для представлення коштів страхових резервів [159].

В той же час, у порівнянні з 9 місяцями 2010 року на 11,9% зменшилися валові страхові виплати/відшкодування, обсяг чистих страхових виплат зменшився на 10,4%. На зменшення чистих страхових виплат, передусім, вплинули такі зміни: на 345,3 млн. грн. (34,9%) зменшилися виплати зі страхування фінансових ризиків; на 156,8 млн. грн. (8,4%)

зменшилися чисті страхові виплати з автострашування; на 67,2 млн. грн. (82,9%) зменшилися виплати зі страхування кредитів.

Динаміка основних параметрів за останні роки свідчить про зміцнення тенденції до зростання обсягів страхового ринку. Серед позитивних чинників потрібно відзначити стійке зростання капіталу та обсягів активів, що є необхідною умовою стабільного функціонування і розвитку страхового ринку. Поліпшується структура і якість активів страховиків, зменшується їх кредиторська заборгованість та підвищується фінансова надійність. Законодавче встановлення вимог до мінімальних розмірів статутних капіталів страховиків сприяло концентрації страхового ринку та зростанню загального розміру статутних фондів страховиків. Проте проблеми підвищення рівня капіталізації страховиків, ліквідності їх активів та концентрації страхового ринку залишаються актуальними.

До позитивних результатів розвитку страхового ринку також можна віднести реальне зростання обсягів страхових операцій з усіх видів страхування, структурні зміни на користь добровільного страхування і його довгострокових видів, підвищення показників фінансової надійності страховиків, формування фінансових груп за їх участю. Зростає загальна сума страхових платежів, отриманих страховиками України. Збільшується кількість договорів страхування (перестрашування), укладених за сприяння страхових брокерів.

Позитивною тенденцією є зростання величини сформованих страхових резервів. Страховики здійснюють інвестиції власних коштів, у тому числі коштів страхових резервів, головним чином через розміщення їх у цінні папери, грошові кошти на рахунках у банках, у банківські метали, в економіку України за визначеними законодавством напрямками.

Законодавче забезпечення страховикам, утвореним за участю іноземних інвесторів, однакових умов діяльності з вітчизняними страховиками сприяло відкритості українського страхового ринку,

зростанню іноземних інвестицій у цей ринок та створенню конкурентного середовища. Уже сьогодні можна констатувати, що на українському ринку страхування працюють іноземні страхові компанії. Станом на 1 квітня 2005 р. із залученням іноземного капіталу утворено 60 страховиків. Із загального об'єму іноземного капіталу, інвестованого у страхову сферу, 25,3 % складає капітал Великої Британії, 22,2 % – Росії, 15,8 % – Польщі, 14,1 % – Данії, 8,4 % – США, 5,3 % – Канади, 3,5 % – Австрії та інших країн.

Таблиця 1.3

### Концентрація страхового ринку за 9 місяців 2011 році

Перші (Тор)	Страховання «life»		Страховання «non-life»		
	Надходження премій, млн.грн.	Частка на ринку, %	Надходження премій, млн.грн.	Частка на ринку, %	Кількість СК, які більше 50% страхових премій отримали від перестраховувальників
Тор 3	468,4	52,0%	2344,5	15,1%	-
Тор 10	783,7	87,0%	5576,3	35,9%	3
Тор 20	867,5	96,4%	8377,2	53,9%	3
Тор 50	900,4	99,99%	12029,3	77,5%	8
Тор 100	x	x	14322,6	92,2%	11
Тор 200	x	x	15414,1	99,3%	13
<b>Всього по ринку</b>	<b>900,4</b>	<b>100,0</b>	<b>15530,0</b>	<b>100,0</b>	<b>20</b>

Джерело: [159].

Проаналізувавши концентрацію страхового ринку за надходженнями страхових премій (див. табл. 1.3), можна зробити висновок, що незважаючи на значну кількість компаній, фактично на страховому ринку основну частку валових страхових премій – 92,2% – акумулюють 100 страхових компаній «non-Life» (26,3% всіх СК «non-Life») та 96,4% – 20 страхових компаній «Life» (30,8% всіх СК «Life»). Таким чином, на три чверті існуючих

страхових компаній «non-Life» (майже 300 компаній) припадає лише близько 8% зібраних страхових премій, а близько 15 компаній по страхуванню життя фактично не здійснюють жодної діяльності на страховому ринку.

Утворення Державної комісії з регулювання ринків фінансових послуг сприяло державному регулюванню, здійсненню нагляду за страховою діяльністю та формуванню адекватних основ законодавчого регулювання розвитку страхового ринку. Однак недостатнє технічне та ресурсне забезпечення, зокрема забезпечення кваліфікованими кадрами, обмежені можливості використання інформаційних технологій на страховому ринку, ускладнюють проведення оперативного аналізу діяльності страховиків та оцінки рівня їх ризику.

Незважаючи на позитивні зрушення у розвитку страхового ринку, мають місце і негативні тенденції.

У 2004 році показник співвідношення страхових платежів з відрахуванням платежів, переданих на перестраховання українським страховикам, і валового внутрішнього продукту в Україні становив усього 2,8 відсотка, тоді як у провідних країнах цей показник дорівнює 8-12 відсотків. У 2011 році внаслідок фінансової кризи це співвідношення зменшилося до 1,3 відсотка. У середньому в 2004 році на душу населення в Україні припадало всього 30 євро страхових премій, що значно менше, ніж в інших європейських країнах (наприклад, у Німеччині – 1250 євро та у Польщі – 120 євро). У 2011 році цей показник зменшився до 23 євро.

Обсяги страхових премій за довгостроковим страхуванням життя становили у 2004 році всього 0,96% загального обсягу страхових премій, у 2011 році обсяг чистих страхових премій становив вже 7,83% загального обсягу чистих страхових премій. Не дивлячись на таке досить значне зростання, ринок страхування життя ще досі перебуває у стадії розвитку. Також недостатньо врегульована діяльність страховиків у сфері обов'язкового медичного страхування. Обсяг чистих страхових премій з

медичного страхування за 9 місяців 2011 року становив 784,7 млн. грн., що складає 6,2% від загального обсягу чистих страхових премій. Повна структура валових та чистих страхових премій за 9 місяців 2010-2011 рр. наведена у таблиці 1.4.

Таблиця 1.4

**Структура валових та чистих страхових премій за 9 місяців 2010-2011 рр.**

Види страхування	Страхові премії		Страхові премії		Темпи приросту страхових премій	
	Валові	Чисті	Валові	Чисті	валових премій	чистих премій
	9 місяців 2010		9 місяців 2011		9 місяців 2011/ 9 місяців 2010	
	млн. грн.	млн. грн.	млн. грн.	млн. грн.	%	%
Автострахування (КАСКО, ОСЦПВ, «Зелена картка»)	4079,0	3611,4	4541,8	4130,9	11,3	14,4
Страхування майна	2927,7	1183,9	2478,1	1552,1	-15,4	31,1
Страхування фінансових ризиків	1779,0	487,6	2004,4	1358,8	12,7	178,7
Страхування від вогневих ризиків	1887,7	712,2	1866,0	1316,5	-1,2	84,8
Страхування життя	609,6	609,3	900,4	900,3	47,7	47,8
Медичне страхування	644,2	600,6	839,8	784,7	30,4	30,6
Страхування вантажів та багажу	1049,3	413,9	1083,8	634,9	3,3	53,4
Страхування відповідальності перед третіми особами	693,4	367,7	767,4	419,5	10,7	14,1
Страхування від нещасних випадків	302,4	234,5	422,2	334,3	39,6	42,5
Страхування кредитів	310,6	154,1	358,7	248,5	15,5	61,3

## Продовження таблиці 1.4

Страховання медичних витрат	168,9	159,5	219,9	207,3	30,3	29,9
Авіаційне страхування	243,5	202,4	213,3	164,8	-12,4	-18,6
Страховання від нещасних випадків на транспорті	117,1	103,1	125,2	117,5	6,9	14,0
Інші види страхування	622,2	359,0	609,1	471,5	-2,1	31,3
<b>Всього</b>	<b>15434,7</b>	<b>9199,3</b>	<b>16430,6</b>	<b>12641,5</b>	6,5	37,4

*Джерело: [159].*

Станом на 30.09.2011 р. найбільша питома вага у структурі чистих страхових премій належить таким видам страхування, як: автострахування (КАСКО, ОСЦПВ, «Зелена картка») – 4130,9 млн. грн. (або 33%) (станом на 30.09.2010 р. даний показник становив 3611,4 млн. грн. (або 39%)); страхування майна – 1552,1 млн. грн. (або 12%) (станом на 30.09.2010 р. – 1183,9 млн. грн. (або 13%)); страхування фінансових ризиків – 1358,8 млн. грн. (або 11%) (станом на 30.09.2010 р. – 487,6 млн. грн. (або 5%)); страхування від вогневих ризиків – 1316,5 млн. грн. (або 10%) (станом на 30.09.2010 р. – 712,2 млн. грн. (або 8%)); страхування життя – 900,3 млн. грн. (або 7%) (станом на 30.09.2010 р. – 609,3 млн. грн. (або 7%)); медичне страхування – 784,7 млн. грн. (або 6%) (станом на 30.09.2010 р. – 600,6 млн. грн. (або 7%)) [159]. Варто відзначити значне зростання обсягів чистих страхових премій по страхуванню фінансових ризиків – на 178,7%; якщо рік тому цей вид страхування був лише шостим у загальній структурі, то тепер займає третє місце.

Запровадження значної кількості обов'язкових видів страхування не відповідає існуючій практиці розвинених країн. На початку 2000-х років рівень валових страхових виплат (відношення суми валових страхових виплат до суми валових страхових премій) неухильно зменшувався. У 2000 році він становив 19,1%, а у 2004 році – 7,9%. Це свідчить про розвиток негативних тенденцій на національному страховому ринку, оскільки у

світовій практиці ситуація на страховому ринку вважається незадовільною, якщо рівень виплат нижчий ніж 70 відсотків.

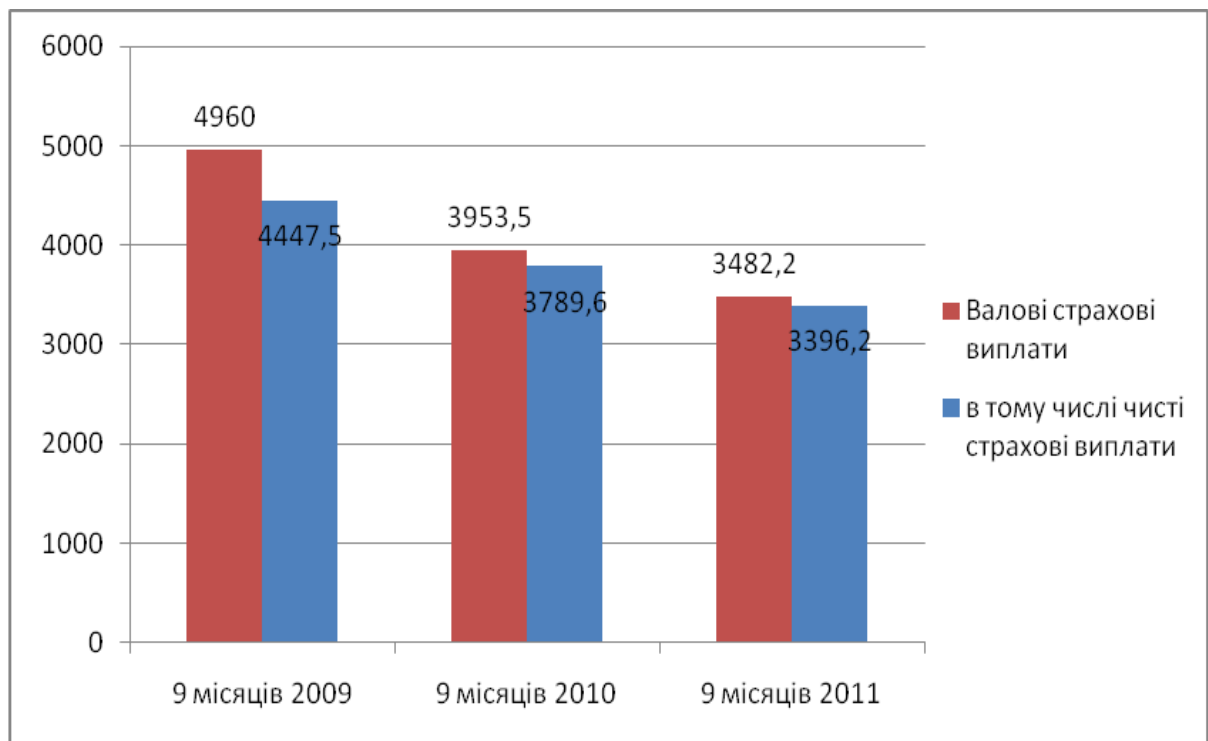


Рисунок 1.1. Динаміка страхових виплат за 9 місяців 2009-2011 рр. (млн. грн.).

*Джерело: [159].*

Хоча протягом подальших п'яти років обсяг валових страхових виплат зріс до 4960 млн. грн. у 2009 році (рис. 1.1), надалі цей показник знову почав спадати і за 9 місяців 2011 року склав 3482,2 млн. грн. (21,2% від обсягу валових страхових платежів, табл. 1.5). Скорочення страхових виплат потрібно розглядати як негативну ознаку з огляду на те, що надходження страхових платежів збільшилося в порівнянні з відповідним періодом 2010 року. Це може свідчити про недостатність у страхових компаній ліквідних інструментів, надмірну збитковість діяльності деяких страховиків. За цим показником українському страховому ринку все ще дуже далеко до світового рівня.

Відносно високий рівень валових страхових виплат (більше 20%) спостерігався за такими видами страхування: добровільне особисте страхування – 41,0% (станом на 30.09.2010 р. – 47,1%) та недержавне обов'язкове страхування – 30,2% (станом на 30.09.2010 р. – 30,6%).

Таблиця 1.5

### Рівень страхових виплат за видами страхування

Види страхування	Рівень страхових виплат			
	валових виплат		чистих виплат	
	Станом на 30.09.2010	Станом на 30.09.2011	Станом на 30.09.2010	Станом на 30.09.2011
Страхування життя	6,4%	6,0%	6,4%	6,0%
Види страхування інші, ніж страхування життя, у тому числі	26,4%	22,1%	43,7%	28,5%
Добровільне особисте страхування	47,1%	41,0%	52,2%	45,4%
Добровільне майнове страхування	25,1%	18,9%	49,2%	25,8%
- в тому числі страхування фінансових ризиків	60,4%	33,3%	203,1%	47,5%
Добровільне страхування відповідальності	2,3%	2,9%	4,0%	4,9%
Недержавне обов'язкове страхування	30,6%	30,2%	32,5%	31,5%
- в тому числі страхування цивільної відповідальності власників транспортних засобів	42,1%	37,8%	43,3%	38,8%
Державне обов'язкове страхування	93,1%	93,0%	93,1%	94,1%
<b>Всього (всі види страхування)</b>	<b>25,6%</b>	<b>21,2%</b>	<b>41,2%</b>	<b>26,9%</b>

*Джерело: Складено автором за даними [159].*

Рівень чистих страхових виплат (відношення чистих страхових виплат до чистих страхових премій) станом на 30.09.2011 р. становив 26,9% (станом на 30.09.2010 р. – 41,2%), тобто за останній рік зменшився понад у півтора рази. Високий рівень чистих страхових виплат станом на 30.09.2011 р. спостерігався за видами добровільного страхування фінансових ризиків – 47,5%, з добровільного особистого страхування – 45,4%, з недержавного

обов'язкового страхування цивільної відповідальності власників транспортних засобів – 38,8%, а також з добровільного майнового страхування – 25,8%.

Таблиця 1.6

**Рівень чистих страхових виплат та чисті страхові виплати за видами страхування за 9 місяців 2010–2011 рр.**

Види страхування	Чисті страхові виплати		Рівень чистих страхових виплат	
	9 місяців 2010 (млн.грн.)	9 місяців 2011 (млн.грн.)	Станом на 30.09.2010 (%)	Станом на 30.09.2011 (%)
Страхування наземного транспорту («КАСКО»)	1288,4	995,5	56,9	43,7
Обов'язкове страхування цивільно-правової відповідальності власників транспортних засобів (ОСЦПВ)	533,0	653,2	46,7	40,1
Страхування фінансових ризиків	990,4	645,2	203,1	47,5
Медичне страхування (безперервне страхування здоров'я)	458,6	533,2	76,4	67,9
Страхування від вогневих ризиків та ризиків стихійних явищ	85,9	120,9	12,1	9,2
Страхування медичних витрат	58,0	70,8	36,3	34,1
Обов'язкове страхування цивільної відповідальності власників транспортних засобів (за додатковими договорами) «Зелена картка»	50,1	66,1	24,5	29,6
Страхування здоров'я на випадок хвороби	26,3	26,6	25,4	20,6
Страхування кредитів (в тому числі відповідальності позичальника за непогашення кредиту)	81,0	13,8	52,6	5,6
Добровільне страхування цивільно-правової відповідальності власників наземного транспорту (включаючи відповідальність перевізника)	8,8	12,1	13,5	25,1
Обов'язкове авіаційне страхування цивільної авіації	4,8	9,7	2,4	5,9
Інші види страхування	204,0	249,0	6,6	5,9

*Джерело: [159].*

Рівень чистих страхових виплат та чисті страхові виплати за видами страхування за 9 місяців 2011 року в порівнянні з відповідним періодом 2010 року наведено у таблиці 1.6. Так, рівень чистих страхових виплат із страхування наземного транспорту (КАСКО) станом на 30.09.2011 р. зменшився на 13,2 в. п. до рівня 43,7%; рівень чистих страхових виплат із страхування фінансових ризиків станом на 30.09.2011 р. зменшився на 155,6 в. п. до рівня 47,5%; рівень чистих страхових виплат з обов'язкового страхування цивільно-правової відповідальності власників наземних транспортних засобів (ОСЦПВ) станом на 30.09.2011 р. зменшився на 6,6 в.п. у порівнянні з відповідним показником станом на 30.09.2010 р. [159].

Структура валових та чистих страхових виплат за 9 місяців 2010-2011 рр. представлена у таблиці 1.7. У структурі страхових виплат за мінусом частки страхових виплат, компенсованих перестраховиками-резидентами, станом на 30.09.2011 р. найбільша питома вага страхових виплат припадає на такі види страхування, як: автострахування (КАСКО, ОСЦПВ, «Зелена картка») – 1714,8 млн. грн. (або 50%) (станом на 30.09.2010 р. даний показник становив 1871,6 млн. грн. (або 49%)); страхування фінансових ризиків – 645,2 млн. грн. (або 19%) (станом на 30.09.2010 р. – 990,4 млн. грн. (або 26%)); частка медичного страхування (безперервне страхування здоров'я) становить 533,2 млн. грн. (або 16%) (станом на 30.09.2010 р. – 458,6 млн. грн. (або 12%)).

Можна відзначити, що по більшості видів страхування відбулося збільшення рівня страхових виплат, але зменшення цього показника по таких значних за питомою вагою видах, як автострахування, страхування фінансових ризиків та страхування кредитів, призвело до загального падіння у 2011 році рівня як валових, так і чистих страхових виплат. Обсяг страхових виплат за різними видами автострахування, як і торік, складає близько половині від загального обсягу страхових виплат на ринку України. Відзначимо також, що у 2010 році обсяг чистих страхових виплат по

страхуванню фінансових ризиків вдвічі перевищував обсяг чистих страхових премій (990,4 млн. грн. проти 487,6 млн. грн.) – страхові компанії змогли виконати свої зобов'язання лише за рахунок перестраховування. У 2011 році страховики зібрали вже 1358,8 млн. грн. чистих страхових премій і більш ніж удвічі перекрыли показник чистих страхових виплат (645,2 млн. грн.).

Таблиця 1.7

**Структура валових та чистих страхових виплат за 9 місяців 2010-2011 рр.**

Види страхування	Страхові виплати		Страхові виплати		Темпи приросту страхових виплат	
	Валові	Чисті	Валові	Чисті	валових виплат	чистих виплат
	9 місяців 2010		9 місяців 2011		9 місяців 2011/ 9 місяців 2010	
	млн. грн.	млн. грн.	млн. грн.	млн. грн.	%	%
Автострахування (КАСКО, ОСЦПВ, «Зелена картка»)	1924,5	1871,6	1757,1	1714,8	-8,7	-8,4
Страхування фінансових ризиків	1073,7	990,4	667,7	645,2	-37,8	-34,9
Медичне страхування (безперервне страхування здоров'я)	458,6	458,6	533,2	533,2	16,3	16,3
Страхування від вогневих ризиків та ризиків стихійних явищ	95,8	85,9	130,2	120,9	36,0	40,7
Страхування майна	105,8	94,6	103,5	98,9	-2,2	4,5
Страхування медичних витрат	60,7	58,0	71,0	70,8	16,9	22,1
Страхування життя	38,8	38,8	54,4	54,4	40,3	40,3
Страхування кредитів	83,1	81,0	13,9	13,8	-83,3	-82,9
Інші види страхування	112,5	110,6	151,2	144,2	34,3	30,4
<b>Всього</b>	<b>3953,5</b>	<b>3789,5</b>	<b>3482,2</b>	<b>3396,2</b>	<b>-11,9</b>	<b>-10,4</b>

Джерело: [159].

Страховий ринок використовується для зменшення розміру сплати податків в інших галузях економіки шляхом страхування, перестраховування фінансових ризиків, придбання короткострокових полісів для зменшення бази оподаткування.

Низький рівень капіталізації страховиків на початку 2000-х років не давав змоги забезпечити відповідальність за великі застраховані ризики, що призводило до перестраховування їх частини за кордоном та до необґрунтованого витоку грошових коштів з України. У 2004 році частка страхових премій, сплачених за договорами перестраховикам-нерезидентам, становила 9,8 відсотка загальної суми премій, у 2011 році цей показник знизився до 5,5 відсотка (910,7 млн. грн.), в той час, як відповідна частка страхових премій, сплачених перестраховикам-резидентам, дорівнює 23,1 відсотка (3788,9 млн. грн.). Таким чином, можна зробити висновок про достатньо сформовану систему перестраховування ризиків на внутрішньому страховому ринку України.

Досить важливою є проблема довіри фізичних осіб до страховиків, адже саме від цього фактору залежать такі важливі складові страхового ринку, як страхування життя, медичне страхування тощо. Так, від страхувальників-фізичних осіб за 9 місяців 2011 року надійшло 5244,8 млн. грн. валових страхових премій, що на 20,6% більше, ніж за аналогічний період 2010 року.

Структура валових страхових премій, які надійшли від фізичних осіб за 9 місяців 2011 року має такий вигляд:

4 460,8 млн. грн. – за видами страхування, іншими, ніж страхування життя (на 15,7% більше, ніж за аналогічний період 2010 року);

784,0 млн. грн. – за видом страхування життя (на 58,8% більше, ніж за аналогічний період 2010 року).

Страхові виплати страхувальникам-фізичним особам за 9 місяців 2011 року становили 1 652,9 млн. грн. (47,5% від загальних валових виплат), що

на 9,3% менше, ніж за відповідний період 2010 року. Рівень страхових виплат фізичним особам (відношення страхових виплат до страхових премій) станом на 30.09.2011 р. становив 31,5%, що на 10,4 в. п. менше, ніж станом на 30.09.2010 р.

Структура страхових платежів при страхуванні фізичних осіб за 9 місяців 2010-2011 рр. наведена у таблиці 1.8. Основна частина страхових виплат (43,1%) здійснена за договорами страхування наземного транспорту (КАСКО) – 712,4 млн. грн., що на 315,8 млн. грн. (або на 30,7%) менше в порівнянні з відповідною датою 2010 року; 31,2% страхових виплат здійснено за договорами страхування цивільно-правової відповідальності власників наземних транспортних засобів (ОСЦПВ) і становить 515,8 млн. грн., що на 86,0 млн. грн. (або на 20,0%) більше в порівнянні з відповідною датою 2010 року; за медичним страхуванням фізичним особам було виплачено 197,9 млн. грн. (або 12,0% від загального розміру страхових виплат/відшкодувань страхувальникам-фізичним особам), що на 29,4 млн. грн. (або на 17,5%) більше в порівнянні з відповідною датою 2010 року.

*Таблиця 1.8*

**Структура страхових платежів при страхуванні фізичних осіб  
за 9 місяців 2010-2011 рр.**

Види страхування	Страхові платежі		% від загального обсягу страхових платежів на 30.09.2011
	9 місяців 2010 (млн.грн.)	9 місяців 2011 (млн.грн.)	
Страхування наземного транспорту (КАСКО)	1711,3	1624,7	31,0
Обов'язкове страхування цивільно-правової відповідальності власників транспортних засобів (ОСЦПВ)	889,3	1340,7	25,6
Страхування життя	493,7	784,0	14,9
Медичне страхування (безперервне страхування здоров'я)	257,5	340,6	6,5
Страхування від нещасних випадків	169,0	275,0	5,2

*Джерело: Складено автором за даними [159].*

Рівень страхових виплат за договорами страхування наземного транспорту (КАСКО), укладеними зі страхувальниками – фізичними особами, станом на 30.09.2011 р. становив 43,8%, за договорами страхування цивільно-правової відповідальності власників наземних транспортних засобів (ОСЦПВ) – 38,5%, за медичним страхуванням – 58,1%. Відзначимо, що по договорах із фізичними особами майже відсутні угоди перестраховання, валові і чисті страхові премії та виплати для таких договорів фактично співпадають, тому при дослідженні показників страхування фізичних осіб використовувались валові показники страхових премій та виплат.

Таким чином, можна зробити висновок, що на даний момент переважна більшість страхових платежів від фізичних осіб надходить за договорами, пов'язаними із страхуванням транспортних засобів (КАСКО, ОСЦПВ) – 56,6% від загального обсягу страхових платежів фізичних осіб. В той же час за останній рік значно зріс обсяг страхових платежів по страхуванню життя та здоров'я, що, звичайно, є позитивною тенденцією для страхового ринку України. Також потрібно відзначити значно більший рівень страхових виплат по договорам із фізичними особами (від 38% до 58%, в залежності від виду страхування), ніж в цілому по всіх видах страхових договорів (21,2%).

Кількість укладених договорів страхування з фізичними особами за підсумками 9 місяців 2011 року зазнала, зокрема, таких змін:

- кількість укладених договорів добровільного страхування майна збільшилась на 89 тис. одиниць (до 1 414,4 тис. одиниць) в порівнянні з відповідним показником станом на 30.09.2010 р.;

- кількість укладених договорів обов'язкового особистого страхування від нещасних випадків на транспорті збільшилась на 39 152,3 тис. одиниць (до 423 359,4 тис. одиниць) у порівнянні з відповідним показником станом на 30.09.2010 р.;

– кількість укладених договорів страхування життя збільшилась на 83,9 тис. одиниць (до 645,4 тис. одиниць) у порівнянні з відповідним показником станом на 30.09.2010 р.;

– кількість укладених договорів страхування від вогневих ризиків та ризиків стихійних явищ зменшилась на 158,0 тис. одиниць (до 1 553,6 тис. одиниць) у порівнянні з відповідним показником станом на 30.09.2010 р.

Отже, обсяг страхових премій від фізичних осіб за результатами 9 місяців 2011 року (5 244,8 млн. грн.) збільшився на 20,6% в порівнянні з відповідним показником за відповідний період 2010 року, але рівня 9 місяців 2008 року не досяг (за 9 місяців 2008 р. – 5 726,7 млн. грн.). За результатами 9 місяців 2011 року продовжується тенденція щодо зменшення обсягу страхових виплат фізичним особам.

Недосконалим залишається нормативно-правове врегулювання діяльності страхових посередників, актуаріїв та аварійних комісарів.

Проблематичним є питання доступу до національного страхового ринку філій іноземних страховиків-нерезидентів. Такий допуск має відбуватися поступово та з урахуванням його подальшого впливу на стан національного страхового ринку, оскільки це може призвести до неефективного перерозподілу акумульованих страховиками ресурсів на міжнародні фінансові ринки, витіснення з ринку національних страховиків та страхових посередників.

Безумовно, світова фінансова криза не могла не вплинути на страховий ринок України. На 2009 рік державний комітет з регулювання фінансових послуг робив прогноз щодо зниження обсягу страхових платежів на 10 % у порівнянні з 2008 роком та скорочення на 30 % кількості страхових компаній [160]. Фінансова криза для одних компаній є можливістю поліпшити свої позиції на ринку, для інших – стане причиною закриття бізнесу. Держкомітет з регулювання фінансових послуг зазначає [160], що даний прогноз не є результатом якихось точних підрахунків, а скоріше, висновок, що враховує

поточну динаміку. Так, на даний показник можуть вплинути багато факторів, зокрема питання з перевіркою наявності полісів обов'язкової цивільної відповідальності власників транспортних засобів не тільки при оформленні кредитів на автомобіль, але й придбання поліса КАСКО кожен рік до завершення терміну дії кредитної угоди. Таким чином, у прогнозі робиться висновок, що ринок страхування в Україні хоч і зазнає негативного впливу фінансової кризи, все ж залишиться більш стабільним порівняно з ринком банківських послуг, та особливо ринком кредитування. Як видно із таблиці 1.3, прогноз щодо кількості компаній не справдився – їх кількість змінюється несуттєво вже протягом декількох останніх років.

Отже, ринок страхових послуг набув певного рівня розвитку, але не став реальним чинником стабільності та за своїми інституційними і функціональними характеристиками не відповідає завданням розвитку національної економіки і тенденціям світових страхових ринків, що зумовлює його істотне відставання у глобальному процесі формування світової фінансової системи.

## **Висновки до розділу 1**

1. У розділі проаналізовано сучасні підходи до поняття страхування, показано економічне та соціальне значення страхування, його переваги. Описано теоретичні основи формування та розвитку ринку страхових послуг, показано передумови формування ринку страхування в Україні.

2. Проаналізовано сучасний стан страхового ринку України, тенденції його розвитку в останні роки, здійснено порівняльний аналіз

українського страхового ринку із ринками провідних країн світу, а також країн Східної Європи.

3. Сформульовано основні завдання державної політики щодо забезпечення стабільного розвитку та функціонування страхового ринку. Показано вплив глобалізаційних процесів у світовій економіці на страховий ринок України, проаналізовано можливі наслідки цього впливу та напрями розвитку українського ринку страхування в контексті глобалізації економіки.

4. Доведено, що необхідність існування страхового ринку об'єктивно випливає із існування ризиків для економічних суб'єктів та необхідності у зниженні та диверсифікації цих ризиків. Наведено підходи до визначення поняття ризику, зокрема, економічного ризику, подано класифікацію ризиків.

5. Зроблено висновок, що страховий ризик можна розглядати як об'єкт економіко-математичного моделювання, а отже застосовувати для його кількісної оцінки відповідні методи та моделі економічного ризику та актуарної математики.

Основні результати розділу відображено у публікаціях [71, 95, 98, 99].

## РОЗДІЛ 2

### МОДЕЛІ РИЗИКУ У СТРАХОВІЙ МАТЕМАТИЦІ

#### 2.1. Загальна характеристика моделей індивідуальних позовів та моделей процесу позовів у страховій математиці

Угоди страхування укладаються для того, щоб позбутися фінансових втрат, пов'язаних з невизначеністю появи тих чи інших випадкових подій. До укладання угоди страхування клієнт мав деякий ризик, який міг привести до випадкових фінансових втрат  $X$  (а міг і не привести до них). Після укладання угоди страхування, сплативши деяку невідповідну суму  $p$  клієнт позбавився від цього ризику. Але, сам ризик не зник – його прийняла на себе страхова компанія. Тому фінансовий ризик і пов'язана з ним небезпека банкрутства об'єктивно присутні у діяльності будь-якої страхової компанії. Оцінка цього ризику необхідна страховим компаніям для прийняття важливих рішень [71, с.668].

Проблема фінансової стійкості страхової компанії – одна з найважливіших у страхуванні. В рамках актуарної математики розроблені моделі і методи оцінки фінансових ризиків у діяльності страхових компаній. Математичною базою цього слугує теорія ймовірностей та математична статистика.

Елементарною складовою фінансового ризику страхової компанії є індивідуальний позов. В залежності від ситуації іноді під індивідуальним позовом розуміють будь-який конкретний позов, а іноді – позов, породжений однією страховою угодою [76, с.7]. У ряді випадків (наприклад, при страхуванні життя) угода може призвести тільки до одного позову. В інших прикладах (скажімо, при страхуванні автомобілів) одна угода за час своєї дії може спричинити декілька позовів. Тому теорія ризику починається з

побудови моделей для індивідуальних позовів. У рамках теорії ризику цікавляться лише величиною індивідуального позову  $X$ , виміряною в тих чи інших грошових одиницях [71, с.669].

Відносно величини позову, пов'язаного з окремою конкретною угодою, не можна сказати нічого певного, крім констатації факту, що позов або буде пред'явлено, або не буде. Однак, якщо ми маємо справу з великою однорідною групою угод, то ми знаходимось у рамках теорії ймовірностей як науки про масові випадкові явища, які мають властивість стійкості частот. Відповідно, можна казати про величину позову  $X$  як про випадкову величину.

Випадкові величини, які описують індивідуальні позови, не є абсолютно довільними, а мають певні властивості. У процесі розвитку актуарної математики було виділено основні типи випадкових величин, які адекватно описують розміри індивідуальних позовів до страхової компанії.

### 2.1.1. Дискретні моделі індивідуальних позовів

У найпростіших схемах страхування індивідуальний позов  $X$  приймає скінчене число дискретних значень  $b_0=0, b_1, \dots, b_n$  з деякими ймовірностями  $p_0, q_1, \dots, q_n$   $\left( p_0 + \sum_{i=0}^n q_i = 1 \right)$ . Наприклад, при страхуванні життя на один рік клієнт виплачує страховій компанії певну суму (премію), а компанія зобов'язується у випадку смерті застрахованого протягом року виплатити його нащадкам  $b$  грошових одиниць (і не платить нічого, якщо застрахований доживе до кінця року). Для цього виду страхування індивідуальний позов приймає два значення:  $0$  та  $b$  з деякими ймовірностями  $p$  і  $q=1-p$ . У наших позначеннях  $p_0 = p, q_1 = q$ . Таким чином,  $q$  – це ймовірність смерті людини протягом найближчого року. Зрозуміло, що вона залежить від віку  $x$  застрахованого на момент укладання угоди. Цю ймовірність прийнято позначати  $q_x$ ; її значення містяться у таблицях тривалості життя [71, с.670].

Більш складною є угода страхування, яка враховує причину смерті. У найпростішому вигляді вона має наступний вигляд. Людина сплачує страховій компанії певну суму, а компанія зобов'язується виплатити нащадкам застрахованого суму  $b_1$  у випадку загибелі застрахованого протягом року від нещасного випадку (наприклад, автомобільної катастрофи) та суму  $b_2$  у випадку смерті застрахованого протягом року від «природних причин». Як правило,  $b_1 > b_2$ . Для цього виду страхування індивідуальний позов  $X$  приймає три значення:  $0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  з деякими ймовірностями  $p$ ,  $q_1$ ,  $q_2$ . Якщо вік застрахованого на момент укладання угоди дорівнює  $x$  років, то ймовірності  $q_1$ ,  $q_2$  пов'язані з раніше згаданою ймовірністю  $q_x$  очевидним співвідношенням:  $q_1 + q_2 = q_x$ .

Для практичних розрахунків важливими є також такі числові характеристики індивідуального позову  $X$ , як середнє  $m_x = MX$ , дисперсія  $DX = MX^2 - (MX)^2$ , середнє квадратичне відхилення  $\sigma_x = \sqrt{DX}$  та коефіцієнт варіації  $c_x = \sigma_x / m_x$ . У відповідності із загальними формулами для дискретної випадкової величини, можна записати:  $MX = \sum_{i=1}^n b_i q_i$  та

$$MX^2 = \sum_{i=1}^n b_i^2 q_i.$$

$$\text{Для першого прикладу: } m_x = bq, \quad DX = b^2 pq, \quad \sigma_x = b\sqrt{pq}, \quad c_x = \sqrt{\frac{p}{q}}.$$

$$\text{Для другого прикладу: } m_x = b_1 q_1 + b_2 q_2,$$

$$DX = b_1^2 q_1 (1 - q_1) + b_2^2 q_2 (1 - q_2) - 2b_1 b_2 q_1 q_2,$$

$$\sigma_x = \sqrt{b_1^2 q_1 (1 - q_1) + b_2^2 q_2 (1 - q_2) - 2b_1 b_2 q_1 q_2},$$

$$c_x = \frac{\sqrt{b_1^2 q_1 (1 - q_1) + b_2^2 q_2 (1 - q_2) - 2b_1 b_2 q_1 q_2}}{b_1 q_1 + b_2 q_2}.$$

### 2.1.2. Структуровані моделі індивідуальних позовів

Для зручності роботи з випадковою величиною індивідуального позову  $X$  допускається її структурування [71, с.672]. Наприклад, у розглянутих вище моделях страхування життя природно записати величину  $X$  у вигляді добутку  $X = I \cdot Y$ , де випадкова величина  $I$  дорівнює 1 або 0 у відповідності з тим, відбувся чи ні страховий випадок, а величина  $Y$  описує розмір страхової виплати у випадку, коли позов дійсно було пред'явлено. Ясно, що величина  $X$  є індикатором події  $X > 0$ :

$$I = \begin{cases} 1, & \text{якщо } X > 0, \\ 0, & \text{якщо } X = 0. \end{cases}$$

Таким чином,  $P\{X = 0\} = P\{I = 0\} = p_0$ ,  $P\{X = 1\} = 1 - P\{X = 0\} = 1 - p_0$ .

Розподіл випадкової величини  $Y$  буде мати наступний вигляд:

$$P\{Y = b_i\} = P\{X = b_i / X > 0\} = \frac{P\{X = b_i\}}{P\{X > 0\}} = \frac{q_i}{1 - p_0}, i = 1, 2, \dots, n.$$

Аналогічно через умовні ймовірності можна підрахувати розподіл  $X$  через розподіл  $Y$  та розподіл індикатора  $I$ . Очевидно, що  $P\{X = 0\} = P\{I = 0\}$ . Далі для  $b_i > 0$   $P\{X = b_i\} = P\{Y = b_i / I = 1\} \cdot P\{I = 1\}$ . Оскільки розподіл позову, що був дійсно пред'явлений, завжди розглядається за умови, що  $I = 1$ , можна записати:

$$P(X = b_i) = P(Y = b_i) \cdot P(I = 1).$$

Таким чином для дослідження розподілу індивідуального позову можна задавати розподіл величини позову  $Y$ , що був дійсно пред'явлений та розподіл індикатора цієї страхової події.

У деяких видах страхування одна угода може призвести до декількох позовів протягом своєї дії. Типовим прикладом є страхування автомобілів. У цьому випадку природно записати величину  $X$  у вигляді суми

$$X = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_\nu,$$

де випадкова величина  $\nu$  описує кількість позовів, породжених даною угодою за час її дії, а випадкові величини  $Y_i$  описують величини позовів, що були дійсно пред'явлені.

Зазвичай припускають, що в останній моделі випадкові величини  $Y_1, Y_2, \dots$  та  $\nu$  є незалежними, хоча більш детальний аналіз у ряді випадків показує на залежність. Наприклад, після ремонту автомобіль має більше шансів потрапити в аварію та її наслідки можуть бути більш тяжкими.

Якщо випадкові величини  $Y_1, Y_2, \dots$  та  $\nu$  – незалежні, а  $Y_1, Y_2, \dots$  – однаково розподілені, то

$$MX = M\nu \cdot MY_1, \quad DX = M\nu \cdot DY_1 + D\nu \cdot MY_1^2$$

З цих формул можна отримати корисні результати для структурованих моделей  $X = I \cdot Y$ :

$$MX = MY \cdot P(\nu=1), \quad DX = DY \cdot P(\nu=1) + MY^2 \cdot P(\nu=1) \cdot P(\nu=0).$$

Опис індивідуального позову за допомогою структурованих моделей зручний тим, що дозволяє розділити вплив різних факторів на величину позову від даної угоди. Як правило, на частоту настання страхових випадків, що описується величинами  $I$  та  $\nu$ , впливають одні фактори, а на величину позову, що був дійсно пред'явлений і описується змінною  $Y$ , зовсім інші.

Можливі й інші форми структурування величини позову, пов'язаного з однією угодою страхування. Наприклад, величину позову  $X$  при автомобільній катастрофі можна представити у вигляді  $X = I \cdot (Lb_1 + b_2)$ , де  $I$

– індикатор події «відбулась катастрофа»,  $L$  дорівнює кількості пасажирів у автомобілі,  $b_1$  – величина страхової виплати на одну людину,  $b_2$  – величина страхової виплати за автомобіль.

### 2.1.3. Неперервні моделі

Оскільки індивідуальний позов  $X$  завжди має атом в нулі, тобто з ймовірністю досить близькою до одиниці позов дорівнює 0, то, ведучи мову про неперервну модель індивідуального позову, мають на увазі, що неперервний розподіл має величина позову  $Y$ , який був дійсно пред'явлений [71, с.674]. Випадкова величина  $Y$  додатна, тоді функція розподілу  $F(x) = P(Y < x)$  і щільність  $f(x) = F'(x)$  дорівнюють 0 для від'ємних значень  $x$ . Таким чином, числові характеристики величини  $Y$  можна записати згідно загальних формул теорії ймовірностей.

Математичне сподівання (середнє)  $MY = \int_0^{\infty} x dF(x)$  і дисперсія

$DY = MY^2 - (MY)^2$ , де  $MY^2 = \int_0^{\infty} x^2 dF(x)$ . У випадку, коли існує щільність, то

$$MY = \int_0^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\infty} (1 - F(x)) dx, \quad MY^2 = \int_0^{\infty} x^2 f(x) dx = 2 \int_0^{\infty} x(1 - F(x)) dx.$$

Найпопулярнішими функціями розподілу величини позову  $Y$ , що був дійсно пред'явлений, є наступні.

1. Рівномірний розподіл на відрізку  $[a, b]$  із функцією розподілу

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{якщо } a < x \leq b, \\ 1, & \text{якщо } x > b. \end{cases}$$

Щільність рівномірного розподілу обчислюється за формулою

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq a \text{ або } x > b, \\ \frac{1}{b-a}, & \text{якщо } a < x \leq b. \end{cases}$$

а математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення та коефіцієнт варіації обчислюються за формулами:

$$MX = \frac{a+b}{2}; DX = \frac{(b-a)^2}{12}; \sigma_x = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}, c_x = \frac{b-a}{\sqrt{3}(b+a)}.$$

2. Експоненціальний (або показниковий) розподіл з параметром  $\lambda > 0$  із функцією розподілу  $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ ,  $x > 0$ . Щільність експоненціального розподілу  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ,  $x > 0$ .

Математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення та коефіцієнт варіації експоненціального розподілу обчислюються за формулами:

$$MY = \frac{1}{\lambda}, DY = \frac{1}{\lambda^2}, \sigma_x = \frac{1}{\lambda}, c_x = 1.$$

3. Розподіл Парето з параметрами  $\lambda > 0$  та  $\alpha > 0$  із функцією розподілу  $F(x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda+x}\right)^\alpha$ ,  $x > 0$  та щільністю  $f(x) = \frac{\alpha}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{\lambda+x}\right)^{\alpha+1}$ ,  $x > 0$ .

Основні числові характеристики випадкової величини, що має розподіл Парето, дорівнюють

$$MY = \frac{\lambda}{\alpha-1}, DY = \frac{\lambda^2 \alpha}{(\alpha-1)^2 (\alpha-2)}, \sigma_x = \frac{\lambda}{\alpha-1} \cdot \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha-2}}, c_x = \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha-2}}.$$

4. Гама-розподіл з параметрами  $\lambda > 0$  та  $\alpha > 0$  із функцією щільності

$$f(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, \quad x > 0,$$

де  $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$  – класична гама-функція. Математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення та коефіцієнт варіації має гама-розподілу обчислюються за формулами:

$$MY = \frac{\alpha}{\lambda}, \quad DY = \frac{\alpha}{\lambda^2}, \quad \sigma_X = \frac{\sqrt{\alpha}}{\lambda}, \quad c_X = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}.$$

Порівнюючи ці розподіли, слід зазначити, що рівномірний розподіл позовів не є типовим для реальних статистичних даних. Як правило, для багатьох видів страхування характерна наявність великої кількості малих позовів і разом з тим можливі й великі позови. Експоненціальний розподіл в цілому відображає такий характер величини позову, але, по-перше, в рамках експоненціальної моделі великі позови теоретично можливі, проте реально практично ніколи не спостерігаються. Це пов'язано з тим, що ймовірність позову, що перевищує середнє значення, скажімо, у 20 разів, дорівнює  $P(Y > 20/\lambda) = e^{-\lambda \cdot 20/\lambda} \approx 2 \cdot 10^{-9}$ , тобто вкрай мала. По-друге, для експоненціально розподілених величин середнє значення дорівнює середньоквадратичному відхиленню. Це досить жорстка умова, яка може не виконуватись для ряду видів страхування.

На відміну від експоненціального розподілу, для розподілу Парето ймовірності великих значень позовів відносно великі: вони спадають за степеневим законом, а не за показниковим. Іншими словами, розподілу Парето відповідає більш часта поява великих позовів. Наприклад, ймовірність позову, що перевищує середнє значення у 20 разів, дорівнює

$$P\left(Y > 20 \cdot \frac{\lambda}{\alpha - 1}\right) = \left(\frac{\lambda}{\lambda + \frac{20\lambda}{\alpha - 1}}\right)^\alpha = \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 19}\right)^\alpha. \quad \text{При } \alpha = 3 \text{ це } 7,5 \cdot 10^{-4}. \text{ Це у}$$

$3,75 \cdot 10^5$  разів більше, ніж аналогічна ймовірність для експоненціального розподілу.

Гама-розподіл у певному сенсі займає проміжне положення між експоненціальним розподілом та розподілом Парето. При великих значеннях  $x$  щільність гама-розподілу спадає швидше, ніж щільність розподілу Парето, але повільніше, ніж експоненціальна щільність. Відзначимо крім того, що при  $\alpha > 1$  гама-розподіл добре моделює ситуацію, коли здебільшого позови групуються навколо деякого значення, а невеликі позови хоч і можливі, але мало ймовірні.

Гама-розподіл грає виключно важливу роль в актуарній математиці, оскільки виникає в цілому ряді розділів, зовнішньо ніяк між собою не пов'язаних. Наприклад, відомий розподіл  $\chi^2$  («Хі-квадрат») є гама-розподілом з параметрами  $\lambda = 0,5, \alpha = n/2$ . Сума  $n$  незалежних випадкових величин, що мають експоненціальний розподіл з параметром  $\lambda$ , має гама-розподіл з параметрами  $\lambda$  та  $\alpha = n$ . Саме тому у подальших дослідженнях ймовірності банкрутства страхових компаній гама-розподіл було обрано нами в якості основного розподілу [71, с.677].

#### **2.1.4. Моделювання спеціальних умов угод страхування**

Розглянемо деяку угоду страхування, за період дії якої може бути пред'явлено лише один позов. Позначимо через  $U$  втрати клієнта за цей проміжок часу. Розглянемо також структуровану модель виду  $U = J \cdot Z$ , де  $J$  – індикатор події «був нещасний випадок», а випадкова величина  $Z$  описує розподіл втрат клієнта за умови, що вони дійсно були. У попередніх моделях неявно припускалося, що позов  $X$  до страхової компанії пред'являвся на всю величину втрат  $U$ . Відповідно, індикатор  $I$  події «було пред'явлено позов» співпадає із індикатором  $J$  події «відбувся нещасний випадок», а величина  $Y$ ,

що описує реальні виплати страхової компанії у випадку пред'явлення позову співпадає з величиною  $Z$  в останній моделі [71, с.679].

Однак реально угоди страхування містять деякі додаткові умови, які призводять до того, що сплачується не вся величина збитків, а лише її деяка частина. Наприклад, якщо втрати клієнта менші за деяку величину  $d$ , то позов взагалі не розглядається; якщо ж втрати клієнта перевищують поріг  $d$ , то задовольняється лише частина позову, яка перевищує поріг  $d$ . Цю умову можна виразити формулою:

$$X = \begin{cases} 0, & \text{якщо } U \leq d, \\ U, & \text{якщо } U > d. \end{cases}$$

Можна показати, що розподіл величини позову  $Y$ , що був дійсно пред'явлений, пов'язаний з розподілом величини дійсних збитків  $Z$  формулою:

$$F_Y(x) = \frac{F_Z(x+d) - F_Z(d)}{1 - F_Z(d)}.$$

Припустимо тепер, що угода страхування містить наступну умову: втрати клієнта відшкодовуються лише до деякої суми  $L$ . Іншими словами, якщо втрати клієнта менші, ніж  $L$ , то компанія повністю їх відшкодовує. Якщо ж втрати перевищують рівень  $L$ , то компанія відшкодовує лише суму  $L$ . Цю умову можна виразити формулою:

$$X = \begin{cases} U, & \text{якщо } U \leq L, \\ L, & \text{якщо } U > L. \end{cases}$$

Розподіл величини позову, що був дійсно пред'явлений, задається формулою:

$$P(Y \leq x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x \geq L, \\ P(Z \leq x), & \text{якщо } x < L. \end{cases}$$

### 2.1.5. Рандомізація розподілів

Ідея рандомізації грає виключно важливу роль при описі індивідуальних позовів з точки зору портфелю як єдиного цілого [71, с.677]. Розглянемо, наприклад, портфель з  $N$  угод страхування життя на 1 рік. В цьому випадку індивідуальний позов  $X_i$ , пов'язаний з  $i$ -ю угодою, приймає два значення: 0 та 1 із ймовірностями  $p$  і  $q$ , відповідно (тут ми приймаємо величину страхової виплати у якості одиниці виміру грошових сум). Якщо припустити, що параметр  $q$  цього розподілу однаковий для всіх угод, це буде означати повну статистичну однорідність портфеля. Однак насправді ймовірність позову  $q$  залежить від віку  $x$  застрахованого:  $q=q_x$ , і тому змінюється від позову до позову. Розіб'ємо портфель на групи угод у відповідності з віком застрахованого; нехай  $N_x$  – кількість угод, власники яких мають вік  $x$  років,  $\alpha_x = N_x / N$  – частка осіб у віці  $x$  років серед клієнтів компанії.

Якщо ми цікавимося індивідуальними позовами з точки зору портфеля як єдиного цілого, то це означає, що ми розглядаємо навмання вибрану угоду. Оскільки угода вибирається випадково, ймовірність позову  $q$  від цієї угоди також є випадковою величиною. Ця величина приймає конкретне значення  $q_x$ , якщо власник вибраної угоди має вік  $x$  років; ймовірність цієї події дорівнює частці  $\alpha_x$  осіб у віці  $x$  років серед клієнтів компанії.

Тепер безумовна ймовірність позову може бути визначена як

$$\sum_x P(\text{був позов} / \text{вік застрахованого} = x \text{ років}) \cdot P(\text{вік особи} = x \text{ років}),$$

$$\text{і тому } P(\text{був позов}) = \sum_x q_x \alpha_x.$$

Вираз у правій частині цієї формули можна трактувати як середнє значення ймовірності  $q$ , якщо розглядати її як випадкову величину, що приймає значення  $q_x$  із ймовірністю  $\alpha_x$ .

Таким чином, можна сформулювати наступну загальну процедуру. Нехай розподіл величини позову,  $F(x)$ , залежить від деякого параметра  $\theta$  і

при відомому значенні  $\theta = y \in$  розподілом відомого виду  $F(x,y)$ . Припустимо тепер, що параметр  $\theta$  в свою чергу є випадковою величиною з розподілом  $G(y)$ . Тоді безумовний розподіл величини позову є наступним:

$$F(x) = M_{\theta} F(x, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, y) dG(y)$$

Ця процедура отримання розподілу величини позову називається рандомізацією, а останній розподіл називається сумішшю.

Операція рандомізації дозволяє врахувати неоднорідність портфелю угод та природним чином отримати ряд розподілів, які дуже добре описують реальні статистичні дані. Вона дозволяє також по-новому поглянути на відомі класичні розподіли. Зокрема, якщо величина  $Y$  позову, що був пред'явлений, має експоненціальний розподіл з параметром  $\theta$ , який змінюється від угоди до угоди і для навмання вибраної угоди має гама-розподіл з параметрами  $\lambda$  та  $\alpha$ . Тоді безумовна щільність є в точності щільністю розподілу Парето з параметрами  $\alpha$  і  $\lambda$ .

### 2.1.6. Моделі процесу позовів

Нещасні випадки, які призводять до пред'явлення позовів, відбуваються у непередбачувані моменти часу. Невизначеність цих моментів є такою ж важливою компонентою ризику у діяльності компанії, як і невизначеність величин самих позовів. Одне із центральних припущень теорії ризику полягає у тому, що процес настання страхових випадків та величин, пов'язаних з цим позовів, можуть і повинні досліджуватись окремо [71, с.683]. Наприклад, частота автомобільних аварій серед власників страхових угод з деякою компанією залежить від вікової структури клієнтів компанії (зрозуміло, що ймовірність потрапити у аварію велика для молодих

людей та людей похилого віку), погоди у даному регіоні у проміжок часу, що досліджується, тощо. Однак ці фактори не впливають на величину страхової виплати на ремонт автомобіля після аварії; ця сума передусім визначається маркою автомобіля.

У найбільш загальному випадку процес позовів – це довільний точковий процес, тобто довільна випадкова послідовність точок  $T_1, T_2, \dots$  на вісі часу. Однак реальні статистичні дані вказують на те, що цей процес має певні властивості і може бути досить точно описаний за допомогою відносно простих моделей. Найбільш важливою є пуасонівська модель, у якій припускають, що інтервали між позовами  $T_2 - T_1, T_3 - T_2, \dots$  – незалежні та однаково розподілені за експоненціальним законом з деяким параметром  $\lambda$  (іншими словами, процес позовів є пуасонівським процесом із інтенсивністю  $\lambda$ ). Крім того, нерідко нас цікавить лише загальна кількість позовів  $\nu(t)$  за деякий проміжок часу довжиною  $t$ . Імовірнісні характеристики величини  $\nu(t)$  тісно пов'язані з характеристиками процесу позовів  $T_1, T_2, \dots$  та, якщо для цього процесу придатна певна проста модель, можуть бути описані в дуже простих термінах. Наприклад, якщо процес є пуасонівським із інтенсивністю  $\lambda$ , то величина  $\nu(t)$  має пуасонівський розподіл із параметром  $\lambda t$  [76, с.8].

*Статична модель для кількості позовів за фіксований проміжок часу.*

Найпростіша модель, що описує надходження позовів, базується на таких припущеннях [71, с.684]:

- 1) аналізується фіксований проміжок часу;
- 2) кількість угод  $N$  фіксована та не випадкова;
- 3) кожна угода за проміжок часу, що розглядається, може призвести лише до одного позову (а може й не призвести до позову);
- 4) ризики, пов'язані з угодами, незалежні, тобто настання чи ні страхового випадку по одній угоді не впливає на настання страхових випадків по інших угодах;
- 5) угоди однорідні в тому сенсі, що ймовірність позову  $q$  за проміжок

часу, який розглядається, одна й та ж для всіх угод;

б) ми цікавимося лише загальною кількістю позовів  $\nu$  за проміжок часу, що розглядається, не звертаючи уваги на моменти настання позовів.

За наведених припущень можна показати, що розподіл кількості позовів задається формулою:

$$P(\nu = i) = C_N^i q^i p^{N-i}, \quad p = 1 - q,$$

тобто має біноміальний розподіл. Середнє значення кількості позовів  $M\nu = Nq$ , її дисперсія  $D\nu = Npq$ .

В описаній моделі природно припустити, що кількість угод  $N$  велика, а ймовірність пред'явлення позову  $q$  мала. При цьому середня кількість позовів  $M\nu = Nq$  за проміжок часу, що розглядається, наближається до числа  $\lambda$ , тобто  $Nq \rightarrow \lambda$  при  $N \rightarrow \infty, q \rightarrow 0$ . В цій ситуації можна наблизити біноміальний розподіл для кількості позовів більш простим розподілом Пуассона:

$$P(\nu = i) = C_N^i q^i p^{N-i} \rightarrow \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}.$$

Це твердження носить назву теорема Пуассона. Математичне сподівання та дисперсія кількості позовів у цьому розподілі дорівнюють  $M\nu = D\nu = \lambda$ .

*Динамічна модель для кількості позовів за фіксований проміжок часу.*

Модель, описана вище, є статичною, тобто не містить сценарій надходження позовів у часі. Вона фіксує лише взаємодію індивідуальних угод. У динамічній моделі фіксується взаємодія кількості позовів, що надійшли за різні проміжки часу, що не перетинаються, та ігнорується структура портфелю і взаємодія індивідуальних угод. Тому вона є прийнятною і для опису процесу позовів від окремої угоди, якщо угода за час своєї дії може призвести до декількох позовів (як це має місце, наприклад, при страхуванні автомобілів) [71, с.685].

Позначимо  $\nu(t)$  - кількість позовів, що надійшли за час  $(0; t)$ . Через цю

величину можна виразити і більш складну величину  $\nu(t_1, t_2)$ , яка дорівнює кількості позовів, що надійшли за проміжок часу  $(t_1; t_2)$ . Зробимо наступні припущення.

1) Процес надходження позовів є стаціонарним, тобто розподіл випадкової величини  $\nu(t_1, t_2)$  залежить від довжини  $t_2 - t_1$  проміжку  $(t_1; t_2)$ , що розглядається, і не залежить від його розташування на часовій вісі. Іншими словами, розподіл кількості позовів, що надійшли за будь-який проміжок  $(\tau; \tau + t)$  залежить тільки від  $t$ ; позначимо  $P_n(t) = P(\nu(\tau, \tau + t) = n)$ .

2) Процес є ординарним в тому сенсі, що надходження двох або більше позовів за малий проміжок часу  $\Delta t$  практично неможливе. Це твердження можна виразити рівністю  $P(\nu(\tau, \tau + \Delta t) \geq 2) = o(\Delta t)$ .

3) Процес надходження позовів не має післядії, тобто величини  $\nu(t_1, t_2)$ ,  $\nu(t_2, t_3)$ , ...,  $\nu(t_{n-1}, t_n)$ ,  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  є незалежними. Ці величини виражають кількість позовів, які надійшли за проміжки часу, що не перетинаються.

Наведені припущення є досить природними як при описі надходження позовів від всього портфелю угод, так і при описі надходження позовів від індивідуальної угоди у випадку, коли угода за час своєї дії може призвести до декількох позовів.

Описана вище динамічна модель процесу позовів з необхідністю призводить до того, що для деякого  $\lambda > 0$   $P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}$ , тобто розподіл кількості позовів, що надійшли за фіксований проміжок часу обов'язково є пуасонівським (доведення цього твердження можна знайти у [76, с.39-41]). Параметр  $\lambda$  називається інтенсивністю процесу  $\nu(t)$  і знаходиться як середнє число позовів в одиницю часу.

Вкажемо на найбільш важливі властивості пуасонівського процесу.

1. Інтервали між надходженнями позовів мають однаковий експоненціальний розподіл з параметром  $\lambda$ .

2. Ймовірність надходження позову за малий інтервал часу  $(t, t+h]$  не залежить від надходження позову до моменту  $t$  і дорівнює  $\lambda h + o(h)$ .

3. Інтервали часу між надходженнями позовів незалежні випадкові величини.

4. Момент  $T_n$  надходження (пред'явлення)  $n$ -го позову має гамма-розподіл з параметрами  $\lambda$  та  $\alpha = n$  (розподіл Ерланга), тобто щільність  $T_n$

$$\text{має вигляд } f_{T_n}(x) = \frac{\lambda^n}{(n-1)!} \cdot x^{n-1} e^{-\lambda x}, x > 0.$$

5. Якщо відомо, що на інтервалі  $(0, t)$  був пред'явлений позов, то момент його пред'явлення має рівномірний розподіл на інтервалі  $(0, t)$ , тобто

$$P\{T_n < x | \nu(t) = 1\} = \frac{x}{t}, \text{ для } 0 < x < t.$$

*Від'ємний біноміальний розподіл.*

Зазвичай значення параметра  $\lambda$  визначається деякими додатковими факторами. Наприклад, при страхуванні автомобілів  $\lambda$  залежить від кількості днів з поганою погодою. Оскільки остання величина є випадковою, то природно внести до моделі, що розглядається, поняття зовнішнього випадкового середовища. Математично це означає, що параметр  $\lambda$  є випадковою величиною з деякою щільністю розподілу  $f_\lambda(x)$  [71, с.687].

Тому, якщо ми хочемо обчислити розподіл кількості позовів в цій моделі, ми повинні усереднити розподіл Пуасона  $\pi_i = \pi_i(\lambda)$  у відповідності з мірою  $f_\lambda(x)$ . Іншими словами, розподіл кількості позовів задається формулою:

$$\pi_i = M \pi_i(\lambda) = \int_0^\infty \pi_i(x) \cdot f_\lambda(x) dx = \int_0^\infty \frac{x^i}{i!} e^{-x} f_\lambda(x) dx \quad (2.1)$$

Крім того, як зазначалось вище, пуасонівський розподіл виникає і при аналізі кількості позовів, що виникають при деяких видах індивідуальних угод, наприклад, угод страхування автомобілів. В цій ситуації параметр  $\lambda$  розподілу Пуасона описує індивідуальні особливості власника угоди і

мінняється від угоди до угоди. Припустимо, що портфель містить  $N$  угод, які можуть бути розбиті на деяку кількість  $k$  груп з більш менш однорідними показниками частоти аварійності. Це розбиття може враховувати вік автомобіля, складність маршрутів його поїздок тощо та в узагальненому вигляді зводиться до того, що кількість позовів, викликаних угодами з  $i$ -ї групи, відповідає розподілу Пуасона з одним й тим самим параметром  $\lambda_i$ . Нехай  $N_i$  – кількість угод в  $i$ -й групі,  $\alpha_x = N_x / N$  - частка угод  $i$ -го типу в загальному портфелі. Якщо ми розглядаємо навмання вибрану угоду і не знаємо, до якої групи вона належить, то розподіл кількості позовів, які виникають за проміжок часу, що розглядаються, є наступним:

$$\begin{aligned} \pi_n &= \sum_i P(v = n / \text{ угода належить до } i\text{-ї групи}) \cdot P(\text{ угода належить до } i\text{-ї групи}) = \\ &= \sum_i \frac{\lambda_i^n}{n!} e^{-\lambda_i} \cdot \alpha_i = M \left( \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \right), \text{ де середнє береться по розподілу } \alpha_i. \end{aligned}$$

Якщо кількість угод велика, то природно описувати розподіл їх по типам за допомогою деякого неперервного розподілу із щільністю  $f_\lambda(x)$ . Тоді розподіл кількості позовів за проміжок часу, що розглядається, для випадково вибраної угоди буде знову мати вигляд (2.1).

Припустимо, що параметр  $\lambda$  має гама-розподіл з параметрами  $\beta$  і  $\alpha$ , тобто  $f_\lambda(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}$ ,  $x > 0$ . Як ми відзначали, гама-розподіл добре описує ситуацію, коли значення параметра  $\lambda$  коливаються навколо деякого значення  $\lambda_0$ ; дуже маленькі та дуже великі значення  $\lambda$  хоча й можливі, але малоймовірні. У якості частинних та граничних випадків воно містить багато інших розподілів. Підставивши щільність розподілу  $f_\lambda(x)$  до рівняння (2.1), після нескладних перетворень (див. [76, с.43]) отримаємо формулу для розподілу кількості позовів:

$$\pi_i = \frac{\alpha(\alpha+1) \cdot K \cdot (\alpha+i-1)}{i!} p^\alpha q^i, \quad (2.2)$$

де  $p = \frac{\beta}{\beta+1}$ ,  $q = \frac{1}{\beta+1}$ . Розподіл (2.2) називається від'ємним біноміальним розподілом з параметрами  $p$  і  $\alpha$ . Середнє значення кількості позовів  $\nu$  дорівнює  $M\nu = \frac{\alpha q}{p}$ , її дисперсія  $D\nu = \frac{\alpha q}{p^2}$ . Відзначимо, що для від'ємного біноміального розподілу  $D\nu = \frac{M\nu}{p}$ , і тому дисперсія завжди більше за середнє. Використання реальних статистичних даних показує, що від'ємний біноміальний розподіл у більшості випадків краще описує ситуацію, ніж пуасонівський розподіл.

## 2.2. Моделі банкрутства у страховій математиці

### 2.2.1 Модель індивідуального ризику

Індивідуальні позови являють інтерес на самі по собі, а передусім з точки зору їх наслідків для фінансового стану компанії. Якщо у деякий момент часу  $t$  надходить позов величиною  $X$  та капітал компанії в цей момент,  $u_t$ , більший або рівний за  $X$ , то компанія успішно виконає свої зобов'язання. Якщо ж  $X > u_t$ , то компанія не зможе сплатити позов; у такому випадку ми кажемо про банкрутство компанії (хоча на практиці компанія може позичити суму, якої не вистачає,  $X - u_t$  та сплатити позов). Ймовірність банкрутства являє фундаментальний інтерес для компанії та слугує основою для прийняття найважливіших рішень. Для її розрахунку в актуарній математиці розроблено цілий ряд моделей різного ступеня складності [71, с.692].

Модель індивідуального ризику є найпростішою моделлю функціонування страхової компанії, яка призначена для розрахунку

ймовірності банкрутства. Вона базується на наступних припущеннях:

1) аналізується фіксований відносно короткий проміжок часу (такий, що можна знехтувати інфляцією та не враховувати дохід від інвестування) – зазвичай це один рік;

2) кількість угод страхування  $N$  фіксована та не випадкова;

3) плата за страховку повністю вноситься на початку періоду, що аналізується; ніяких надходжень протягом цього періоду немає;

4) ми спостерігаємо кожну окрему угоду страхування та знаємо статистичні властивості пов'язаного з ним індивідуального позову  $X$  (оскільки не всі угоди призводять до позову, деякі із випадкових величин  $X_1, K, X_N$ , де  $X_i$  – позов від  $i$ -ї угоди, можуть дорівнювати нулю).

У рамках цієї моделі банкрутство визначається сумарним позовом  $S = X_1 + K + X_N$  до страхової компанії. Якщо цей сумарний позов більший за капітал компанії, остання не зможе виконати всі свої зобов'язання та збанкрутує. Тому ймовірність банкрутства компанії дорівнює

$$R = P(X_1 + K + X_N > u) \quad (2.3)$$

Оскільки у цій моделі фінансовий ризик компанії явно враховує ризик, пов'язаний з кожною індивідуальною угодою, модель (3.1) для розрахунку ймовірності банкрутства компанії називається моделлю індивідуального ризику. У моделі припускається, що випадкові величини  $X_1 + K + X_N$  - незалежні (таким чином, ми виключаємо катастрофічні нещасні випадки, що призводять до позовів одразу по декількох угодах).

Слід зазначити, що у рамках моделі індивідуального ризику не можна дати відповідь на багато практично важливих питань. Зокрема, не можна оцінити момент банкрутства, величину капіталу, якого не вистачає в цей момент, тощо.

### 2.2.2. Точні та наближені методи обчислення ймовірності банкрутства

Оскільки сумарний позов являє собою суму незалежних випадкових величин, його розподіл може бути обчислений за допомогою класичних теорем та методів теорії ймовірності. Передусім це використання згорток. Якщо  $\eta_1$  та  $\eta_2$  – дві незалежні невід’ємні випадкові величини із функціями розподілу  $F_1(x)$  та  $F_2(x)$  відповідно, то функція розподілу їх суми  $\eta_1 + \eta_2$  може бути обчислена за формулою згортки:

$$F(x) = \int_0^x F_1(x-y) dF_2(y)$$

Застосовуючи останню формулу декілька разів, можна обчислити функцію розподілу суми будь-якої кількості доданків [71, с.693-694].

Як правило, кількість застрахованих у страховій компанії дуже велика. Тому розрахунок ймовірності банкрутства передбачає розрахунок функції розподілу великої кількості доданків, що спричинює певні труднощі технічного характеру, зокрема необхідність робити певні перетворення вручну, без використання ЕОМ, або написання спеціальних програм в залежності від видів функцій розподілу окремих доданків. Однак існує можливість швидкого та простого наближеного підрахунку. Вона пов’язана з тим, що при зростанні  $N$  ймовірність  $P(X_1 + K + X_N \leq x)$  часто має певну границю, яку можна прийняти в якості наближеного значення цієї ймовірності. Точність подібних наближень зазвичай досить висока і задовольняє практичні потреби. Найпростішим з цих наближень є нормальне (гаусівське) наближення.

Нормальне наближення ґрунтується на центральній граничній теоремі теорії ймовірностей, яка у спрощеному вигляді формулюється так:

якщо випадкові величини  $X_1, K, X_N$  незалежні та однаково розподілені

із середнім  $a$  та дисперсією  $\sigma^2$ , то при  $N \rightarrow \infty$  функція розподілу центрованої та нормованої суми

$$\frac{X_1 + K + X_N - Na}{\sigma\sqrt{N}} = \frac{S_N - MS_N}{\sqrt{DS_N}}$$

має границю, яка дорівнює

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt.$$

Таким чином, якщо кількість доданків досить велика (зазвичай досить, щоб  $N$  мало порядок декількох десятків), а доданки не дуже малі, то можливо застосувати нормальне наближення для розподілу  $P\left(\frac{S - MS}{\sqrt{DS}} < x\right)$ . Останнє твердження є досить невизначеним, і без точних оцінок центральна гранична теорема не дає вказівок, де саме вона може бути застосована.

### 2.2.3. Принципи призначення страхових премій

Сума  $p$ , за яку людина або організація купує собі страховку, називається премією. Питання про те, яку платню страхова компанія повинна призначати за те, що приймає на себе той або інший ризик, дуже складне. При його рішенні враховується велике число різнорідних чинників: ймовірність пред'явлення позову, його очікувана величина і можливі флуктуації, зв'язок з іншими ризиками, які вже прийняті компанією, організаційні витрати компанії на ведення справи, співвідношення між попитом і пропозицією по даному виду ризиків на ринку страхових послуг і т.д. Проте основним звичайно є принцип еквівалентності фінансових зобов'язань страхової компанії і застрахованого. У простих видах страхування, що розглядаються нами, коли платня за страховку повністю вноситься у момент укладення договору, зобов'язання застрахованого

виражаються у сплаті суми  $p$ . Зобов'язання компанії полягають в оплаті позову  $X$ . Проте ми не можемо виразити принцип еквівалентності зобов'язань рівністю  $p = X$ , оскільки  $p$  – детермінована величина,  $X$  – випадкова [71, с.699].

Щоб розв'язати цю проблему, спробуємо замінити випадкову величину  $X$  її середнім значенням  $EX$ , тобто призначимо в якості платні за страховку сподівану величину позову.

Оцінимо тепер наслідки цього рішення для можливості виконання компанією своїх зобов'язань, тобто підрахуємо ймовірність банкрутства (у рамках даній моделі індивідуального ризику).

Нехай, як ми визначили раніше,  $N$  - число угод в портфелі компанії, випадкові величини  $X_1, \dots, X_N$  виражають позови від цих угод,  $S_N = X_1 + \dots + X_N$  — величина сумарного позову. Оскільки ми вирішили як плату  $p_i$ , за  $i$ -у угоду взяти  $MX_i$ , то резервний фонд компанії дорівнює:

$$u = \sum_{i=1}^N MX_i = M \left( \sum_{i=1}^N X_i \right) = MS_N$$

Тому ймовірність банкрутства дорівнює

$$R = P(S_N > MS_N)$$

Застосовуючи гаусівське наближення, ми одержимо

$$R = P(S_N - MS_N > 0) \approx P\left(\frac{S_N - MS_N}{\sqrt{DS_N}} > 0\right) \approx 1 - \Phi\left(\frac{0}{\sqrt{DS_N}}\right) = \frac{1}{2}.$$

Звичайно, це абсолютно неприйнятна величина ймовірності банкрутства. Це і не дивно, оскільки рівність  $p = MX$  насправді не виражає еквівалентності зобов'язань компанії і застрахованого. Хоча в середньому і компанія, і застрахована особа платять одну й ту ж суму, компанія має ризик, пов'язаний з тим, що через випадкові обставини їй, можливо, доведеться виплатити набагато більшу суму, ніж  $MX$ . Застрахована ж особа такого ризику не має. Тому було б справедливо, щоб платня за страховку включала деяку надбавку  $l$ , яка служила б еквівалентом випадковості, що впливає на компанію. Отже, призначимо як платню за  $i$ -ту страховку суму  $p_i = MX_i + l_i$ , де  $l_i$  - деяка додаткова сума. Тепер резерви компанії дорівнюють:

$$u = \sum_{i=1}^N (MX_i + l_i) = MS_N + l, \text{ де } l = \sum_{i=1}^N l_i.$$

Відповідно, ймовірність банкрутства компанії дорівнює:

$$R = P(S_N > u) = P(S_N > MS_N + l).$$

Застосовуючи гаусівське наближення, ми одержимо:

$$R = P\left(\frac{S_N - MS_N}{\sqrt{DS_N}} > \frac{l}{\sqrt{DS_N}}\right) \approx 1 - \Phi\left(\frac{l}{\sqrt{DS_N}}\right).$$

Якщо розрахунки робити для ймовірності банкрутства  $1 - \alpha$ , то величина  $l/\sqrt{DS_N}$  повинна дорівнювати квантілю  $x_\alpha$ , тобто

$$l = x_\alpha \cdot \sqrt{DS_N} \quad (2.4)$$

Оскільки дисперсія  $DS_N$  описує величину випадкових флуктуації сумарного позову навколо його середнього значення, додаткова сума дійсно в деякому розумінні є компенсацією страхової компанії за те, що вона взяла на себе небезпеки, пов'язані з непередбачуваністю позовів.

Рівняння (2.4) вказує величину загальної додаткової суми  $l$ . Тепер ми повинні вирішити, як справедливим чином розділити її між усіма угодами. Зазвичай суму  $l$  ділять пропорційно до очікуваного позову  $MX_i$ , тобто вважають, що:

$$l_i = k \cdot MX_i \quad (2.5)$$

Оскільки відомо, що  $\sum_{i=1}^N l_i = l$  та  $\sum_{i=1}^N MX_i = MS_N$ , коефіцієнт пропорційності  $k$  задається формулою:

$$k = x_\alpha \frac{\sqrt{DS_N}}{MS_N}. \quad (2.6)$$

Відповідно для окремої премії маємо рівність:

$$p_i = (1 + k) \cdot MX_i = MX_i \cdot \left( 1 + x_\alpha \frac{\sqrt{DS_N}}{MS_N} \right) \quad (2.7)$$

Основний внесок у величину  $p_i$  звичайно дає  $MX_i$ . Цю суму називають нетто-премією. Додаткову суму  $l_i = k \cdot MX_i$  називають страховою (або захищеною) надбавкою, а  $\theta_i = l_i / MX_i$  – відносною страховою надбавкою. У випадку (2.5) відносна страхова надбавка одна і та ж для всіх договорів.

Однак призначення індивідуальних премій за правилом (2.7) не є справедливим по відношенню до договорів з малими флуктуаціями

можливого позову, тобто з малими дисперсіями  $DX_i$  (якщо нетто-премія  $MX_i$  велика). Ці договори сплачують випадковості, пов'язані з іншими договорами. Маючи на увазі те, що сумарна надбавка  $l$  пов'язана саме з сумарною дисперсією  $DS_N = \sum_{i=1}^N DX_i$ , було б справедливо ділити  $l$  на частини  $l_i$ , пропорційні дисперсіям  $DX_i$ , або середнім квадратичним відхиленням  $\sqrt{DX_i}$ , тобто вимагати, щоб

$$l_i = k \cdot DX_i, \quad (2.8)$$

або

$$l_i = k \cdot \sqrt{DX_i} \quad (2.9)$$

У першому випадку  $k \cdot DS_N = x_\alpha \cdot \sqrt{DS_N}$  і

$$k = \frac{x_\alpha}{\sqrt{DS_N}} \quad (2.10)$$

У другому випадку  $k \cdot \sum_{i=1}^N \sqrt{DX_i} = x_\alpha \cdot \sqrt{DS_N}$  і

$$k = x_\alpha \frac{\sqrt{DS_N}}{\sum_{j=1}^N \sqrt{DX_j}} \quad (2.11)$$

Відповідно, для індивідуальних премій ми одержимо

$$p_i = MX_i + \frac{x_\alpha}{\sqrt{DS_N}} \cdot DX_i \quad (2.12)$$

у першому випадку і

$$p_i = MX_i + x_\alpha \frac{\sqrt{DS_N}}{\sum_{j=1}^N \sqrt{DX_j}} \cdot \sqrt{DX_i} \quad (2.13)$$

в другому.

Відносні страхові надбавки в цих випадках залежать від угод і дорівнюють

$$\theta_i = \frac{x_\alpha}{\sqrt{DS_N}} \cdot \frac{DX_i}{MX_i} \quad (2.14)$$

та

$$\theta_i = x_\alpha \frac{\sqrt{DS_N}}{\sum_{j=1}^N \sqrt{DX_j}} \cdot \frac{\sqrt{DX_i}}{MX_i} \quad (2.15)$$

відповідно.

Величина  $DX/MX - 1$  називається коефіцієнтом розсіювання випадкової величини  $X$ , а величина  $\sqrt{DX}/MX$  – коефіцієнтом варіації. Використовуючи формулу (2.14), ми можемо сказати, що правило (2.8) призначає відносні страхові надбавки відповідно до величини коефіцієнта розсіювання (на відміну від правила (2.5), яке призначає відносні страхові надбавки однаковими для всіх договорів). Відповідно, формула (2.15) говорить, що правило (2.9) призначає відносні страхові надбавки пропорційно коефіцієнтам варіації. Тому відмінність між правилами (2.8) та (2.9) пов'язана з тим, що вважати кількісною мірою «випадковості» – коефіцієнт розсіювання чи коефіцієнт варіації. Питання про те, яке з цих правил є справедливішим (звичайно, з погляду застрахованих; компанія у будь-якому випадку одержить одну і ту ж необхідну суму  $l = x_\alpha \cdot \sqrt{DS_N}$ ), в актуарній математиці однозначно не вирішене.

Відзначимо, що перехід від простого правила (2.5) до правила (2.8) приводить до зменшення страхової надбавки для  $i$ -ї угоди, якщо

$$\frac{DX_i}{MX_i} < \frac{DS_N}{MS_N},$$

тобто якщо коефіцієнт розсіювання позову, пов'язаного з цим договором, менше, ніж коефіцієнт розсіювання сумарного позову.

Перехід від простого правила (2.5) до правила (2.9) призводить до зменшення страхової надбавки для для  $i$ -ї угоди, якщо

$$\frac{\sqrt{DX_i}}{MX_i} < \sum_{j=1}^N \frac{\sqrt{DX_j}}{MX_j} \cdot \frac{MX_j}{MS_N},$$

тобто якщо коефіцієнт варіації величини індивідуального позову від  $i$ -ї угоди менший, ніж середній коефіцієнт варіації, усереднений по всьому портфелю з вагами  $MX_j / MS_N$ .

#### 2.2.4. Модель колективного ризику

Так само, як і в моделі індивідуального ризику, у моделі колективного ризику аналізується відносно короткий проміжок часу та припускається, що плата за страховку повністю надходить на початку періоду, що аналізується [71, с.759]. Однак, у моделі колективного ризику весь портфель укладених угод страхування розглядається як єдине ціле, без розрізнення окремих угод, що його складають. Таким чином, модель колективного ризику базується на наступних спрощувальних припущеннях:

1) аналізується фіксований, відносно короткий проміжок часу (отже можна нехтувати інфляцією і не враховувати дохід від інвестування);

2) платня за страховку повністю вноситься на початку аналізованого періоду; ніяких нових надходжень протягом цього періоду немає;

3) позови  $Y_1, Y_2, \dots$ , що поступають, не зв'язуються з конкретними договорами, а розглядаються як результат сумарного ризику компанії. Тобто,  $Y_i$  – це не позов від  $i$ -ї угоди, а  $i$ -й за черговістю позов, що реально надійшов; випадкові величини  $Y_i$  – незалежні та однаково розподілені;

4) у якості основної характеристики портфелю розглядають не кількість укладених угод  $N$ , а загальну кількість позовів  $\nu$  за період, що аналізується. Випадкова величина  $\nu$  та величини  $Y_1, Y_2, \dots$  – незалежні.

Чисельні дослідження показали, що реальні дані з практики страхування про кількість позовів за фіксований проміжок часу добре описуються за допомогою пуасонівського та від'ємного біноміального розподілу (цей факт тісно пов'язаний з моделюванням процесу позовів як пуасонівського процесу) [71, с.760].

Друга важлива відмінність моделі колективного ризику від моделі індивідуального ризику полягає в тому, що випадкові величини  $Y_1, Y_2, \dots$ , що описують величини послідовних позовів, є однаково розподіленими. Це припущення означає певну рівноцінність позовів, пов'язану з тим, що позови розглядаються як наслідок загального ризику компанії, а не індивідуальних угод з їх специфічними особливостями. Крім того, важливо підкреслити, що випадкові величини  $Y_i$  описують тільки позови, які реально надійшли, і тому на відміну від величин  $X_i$ , що фігурували у моделі індивідуального ризику, є строго додатними.

В моделі колективного ризику банкрутство визначається сумарним позовом  $S = Y_1 + \dots + Y_\nu$  до страхової компанії. Якщо цей сумарний позов більший, ніж резерви компанії  $u$ , то компанія не зможе виконати свої зобов'язання і стає банкрутом. Тому ймовірність банкрутства компанії визначається як

$$R = P\left(\sum_{i=1}^{\nu} Y_i > u\right) \quad (2.16)$$

Слід зазначити, що у рамках моделі колективного ризику також не можна дати відповідь на багато практично важливих питань. Наприклад, не можна оцінити момент банкрутства, величину капіталу, що не вистачає в цей момент, тощо.

### 2.2.5. Динамічна модель банкрутства

Найпростіша динамічна модель включає в себе тільки два процеси: процес надходження премій та процес страхових виплат. Ці два процеси відбуваються у різних масштабах часу і мають різні масштаби виміру. Премії надходять значно частіше, ніж пред'являються позови, і при цьому величина премії набагато менше за величину позову. Тому, якщо в якості основного розглядати процес позовів, то у масштабах цього процесу надходження премій можна вважати неперервним детермінованим процесом [71, с.772].

У найпростішому випадку надходження премій характеризується одним параметром – швидкістю надходження коштів, яку позначимо через  $c$ . Це означає, що якщо у деякий момент часу  $t$  компанія мала капітал  $u_t$  та до моменту  $t+h$  позови не надходили, то капітал компанії в момент  $t+h$  буде  $u_{t+h} = u_t + ch$ . Зазначимо, що у цих міркуваннях ігнорувались відсоток на капітал та інфляція – щоб не ускладнювати математичний аналіз.

Надходження позовів ми будемо описувати певним точковим процесом  $T_1, T_2, \dots$ , а величини послідовних позовів – випадковими величинами  $Y_1, Y_2, \dots$ .

Тепер зміну у часі капіталу компанії можна описати наступним чином. У момент  $t=0$  компанія має певний початковий капітал  $u_0 = u$ . До моменту  $T_1$  надходження першого позову капітал збільшиться (за рахунок надходження премій) до величини  $u + cT_1$ . Однак, у момент  $T_1$  компанія сплатить позов величиною  $Y_1$  і капітал зменшиться до величини  $u + cT_1 - Y_1$ . До моменту  $T_2$  надходження другого позову капітал збільшиться на суму  $c(T_2 - T_1)$  і складе

$u+cT_1-Y_1+c(T_2-T_1)=u+cT_2-Y_1$ . У момент  $T_2$  надходить позов величиною  $Y_2$  і капітал зменшується до величини  $u+cT_2-(Y_1+Y_2)$ .

Цей процес продовжується до нескінченності, якщо тільки у момент надходження деякого позову коштів компанії не вистачить, щоб сплатити позов. У такому випадку будемо говорити про банкрутство компанії. Отже, в рамках цієї моделі компанія не збанкрутує, якщо для всіх  $n=1,2,\dots$  вірна нерівність

$$u+cT_n-(Y_1+\dots+Y_n)\geq 0$$

Якщо ж

$$u+cT_1-Y_1\geq 0,$$

$$u+cT_2-(Y_1+Y_2)\geq 0$$

.....

$$u+cT_{n-1}-(Y_1+\dots+Y_{n-1})\geq 0,$$

але

$$u+cT_n-(Y_1+\dots+Y_n)< 0,$$

то у момент надходження  $n$ -го позову компанія збанкрутує.

Основною характеристикою цієї моделі є ймовірність банкрутства  $R(u)=1-P\{u+cT_n-(Y_1+\dots+Y_n)\geq 0 \text{ при всіх } n\geq 1\}$ , а основною проблемою буде вивчення залежності цієї ймовірності від величини початкового капіталу компанії.

Оскільки в описаній динамічній моделі події розгортаються у часі, математичним апаратом для її аналізу є теорія випадкових процесів та теорія ймовірностей. Нижче буде наведено без суттєвого заглиблення у теорію випадкових процесів ті найбільш принципові результати, які дозволяють нам обчислювати ймовірності банкрутства страхових компаній. Однією з найвідоміших та найпопулярніших моделей банкрутства страхової компанії є класична модель ризику. Її основними перевагами є порівняна простота та можливість застосування до широкого класу імовірнісних розподілів, і

разом з тим здатність досить точно описати реальний динамічний процес надходження страхових премій та здійснення страхових виплат компанії.

## 2.3. Точні та наближені оцінки ймовірності банкрутства у класичній моделі ризику

### 2.3.1. Процес ризику в класичній моделі

В класичній моделі ризику розміри виплат, що їх проводить страхова компанія, утворюють послідовність незалежних випадкових величин  $(Y_k, k \geq 1)$ , однаково розподілених з функцією розподілу  $F(x)$ . Будемо припускати, що  $F(0) = 0$  (це означає, що величини  $Y_k$  додатні), існують математичне сподівання  $EY_k = \mu$  та дисперсія  $DY_k = \sigma^2$  [71, с.774].

Страхова виплата відбувається у випадку, якщо до страхової компанії надійшов позов. Зробимо такі природні припущення про характер надходження страхових позовів:

- 1) події, пов'язані з надходженням страхових позовів на інтервалах часу, які не перетинаються, є незалежними випадковими подіями;
- 2) розподіл числа страхових позовів, які надійшли в інтервалі часу  $[t, t+h)$ , не залежать від  $t$ , а залежать лише від  $h$ ;
- 3) ймовірність того, що в інтервалі  $[t, t+h)$  надійде принаймні один страховий позов, дорівнює  $ah + o(h)$ , де  $a$  – константа, а  $\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{o(h)}{h} = 0$ ;
- 4) ймовірність того, що в інтервалі  $[t, t+h)$  надійде більше ніж один позов, є  $o(h)$ .

Зазначимо, що перелічені припущення з одного боку накладають досить жорсткі математичні обмеження на процес надходження страхових позовів. Разом з тим, такі обмеження дозволяють робити досить ґрунтовні

висновки про параметри діяльності страхової компанії, викладені нижче у вигляді ряду теорем, а для деяких ситуацій навіть дають змогу обчислити точні значення ймовірності банкрутства страхових компаній.

З іншого боку, ці припущення досить реально характеризують діяльність страхової компанії. Так, припущення 1) не буде виконуватись лише у випадку, коли внаслідок стихійного лиха чи катастрофи до однієї страхової компанії надійшов ряд позовів про відшкодування вартості майна, страхування здоров'я чи життя. Очевидно, що в такому випадку компанія ризикує збанкрутувати за будь-яких своїх параметрів, як-то капітал чи резервні фонди. За даної ситуації держава повинна відшкодувати значну частину виплат страховій компанії, як це сталося, наприклад, під час повеней у Східній Європі влітку 2002 року.

Припущення 2) вказує на відносну відсутність сезонного збільшення чи зменшення інтенсивності надходження страхових позовів. Аналіз процесів позовів українських страхових компаній дає змогу переконатися у реальності цього факту.

У припущенні 3) йдеться про лінійну залежність кількості позовів від довжини часового інтервалу, що розглядається (тобто, наприклад, що протягом кварталу надійде приблизно втричі більше позовів, ніж протягом місяця).

Припущення 4) показує низьку ймовірність надходження декількох (більше ніж одного) страхових позовів на малому інтервалі часу.

Отже, за перелічених припущень, можна зробити ряд висновків.

Має місце таке твердження:

**Теорема 1.** [75, с.126] Нехай  $N_t$  – кількість страхових позовів (а отже і страхових виплат), які з'явилися в інтервалі  $[0, t)$  і

$$P_m(t) = P\{N_t = m\}. \quad (2.17)$$

Якщо випадкова величина  $N_t$  задовольняє припущенням 1-4, сформульованим вище, то вона має розподіл Пуассона з параметром  $\alpha t$ , тобто

$$P_m(t) = e^{-\alpha t} \frac{(\alpha t)^m}{m!}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.18)$$

Величина  $\alpha$  називається *інтенсивністю пуассонівського процесу* і характеризує інтенсивність надходження страхових позовів.

Таким чином, число  $N_t$  страхових виплат на відрізку  $[0, t]$  є пуассонівським процесом з інтенсивністю  $\alpha$ . Отже,  $EN_t = \alpha t$ . Припускається також, що процес  $N_t$  і послідовність  $\{Y_k\}$  взаємно незалежні. Момент  $\tau_k$   $k$ -го стрибка процесу  $N_t$  є моментом надходження до страхової компанії  $k$ -ї вимоги і в цей момент компанія виплачує суму  $Y_k$ .

Випадковий процес

$$S_t = \sum_{k=1}^{N_t} Y_k \quad (2.19)$$

виражає суму виплат, які проведені компанією на відрізку часу  $[0, t]$  (припускається, що  $\sum_{k=1}^0 Y_k = 0$ ). За теоремою про математичне сподівання суми випадкового числа випадкових величин

$$ES_t = EN_t EY_k = \alpha t \mu = \alpha \mu t \quad (2.20)$$

Прибуток компанії за час  $[0, t]$  дорівнює

$$Q_t = ct - S_t, \quad (2.21)$$

де  $c$  – константа, яка характеризує інтенсивність надходження страхових

внесків (страхових премій). Математичне сподівання цього прибутку дорівнює

$$EQ_t = ct - \alpha\mu t = (c - \alpha\mu)t. \quad (2.22)$$

Відносна страхова надбавка  $\rho$  визначається так:

$$\rho = \frac{EQ_t}{ES_t} = \frac{c - \alpha\mu}{\alpha\mu} = \frac{c}{\alpha\mu} - 1. \quad (2.23)$$

Нехай  $u$  – початковий капітал компанії. *Процесом ризику* називатимемо випадковий процес

$$U_t = u + ct - S_t. \quad (2.24)$$

Зазначимо, що  $U_t$  – це сумарний капітал компанії в момент часу  $t$ .

### 2.3.2. Ймовірність банкрутства в класичній моделі ризику

Природно поставити питання про ймовірність банкрутства страхової компанії, яка має початковий капітал  $u$ , на інтервалі часу  $[0, +\infty)$ . Позначимо цю ймовірність через  $\psi(u)$ . Очевидно, що  $\psi(u) = P\{U_t < 0 \text{ при деякому } t > 0\}$ .

Будемо розглядати таку функцію

$$\varphi(u) = 1 - \psi(u), \quad (2.25)$$

яка виражає ймовірність того, що на інтервалі часу  $[0, +\infty)$  банкрутство не відбувається. Наведемо без доведення теореми 2 і 3, які надалі дозволять встановити формулу для знаходження ймовірності банкрутства у явному вигляді.

**Теорема 2.** [75, с.224] Функція  $\varphi(u)$  диференційована і задовольняє інтегро-диференціальне рівняння

$$\varphi'(u) = \frac{\alpha}{c}\varphi(u) - \frac{\alpha}{c} \int_0^u \varphi(u-z)dF(z). \quad (2.26)$$

Зауважимо, що рівняння (2.26) можна отримати і обходячи припущення про диференційованість функції  $\varphi(u)$ . Також можна встановити інтегральне рівняння для  $\varphi(u)$ .

**Теорема 3.** [75, с.227] Функція  $\varphi(u)$  задовольняє інтегральне рівняння

$$\varphi(u) = \varphi(0) + \frac{\alpha}{c} \int_0^u \varphi(u-z)(1-F(z))dz. \quad (2.27)$$

Функція  $\varphi(u)$  обмежена (це ймовірність і тому  $0 \leq \varphi(u) \leq 1$ ) і монотонно не спадає (при збільшенні початкового капіталу ймовірність не банкрутства збільшується). Тому існує  $\lim_{u \rightarrow +\infty} \varphi(u) = \varphi(+\infty)$ . Переходячи до границі при  $u \rightarrow +\infty$  в обох частинах рівності (2.27), будемо мати

$$\varphi(+\infty) = \varphi(0) + \frac{\alpha}{c} \mu \varphi(+\infty). \quad (2.28)$$

де

$$\mu = \int_0^{+\infty} (1-F(z))dz.$$

Звідси

$$\varphi(0) = \left(1 - \frac{\alpha\mu}{c}\right) \varphi(+\infty).$$

Якщо існує ненульовий розв'язок інтегрального рівняння (2.27), то природно вважати, спираючись на теоретико-ймовірнісний зміст  $\varphi(u)$ , що  $\varphi(+\infty)=1$  (при нескінченному початковому капіталі банкрутство не відбудеться). Таким чином,  $\varphi(0) = 1 - ((\alpha\mu)/c)$ . Оскільки  $\varphi(0) \geq 0$ , то  $(\alpha\mu)/c \leq 1$ .

Відзначимо, що  $Q_t/t = (ct - S_t)/t = c - (S_t/t)$ . Випадковий процес  $S_t$  є однорідним процесом з незалежними приростами і  $ES_t = \alpha\mu t$ . Тому в силу підсиленого закону великих чисел з ймовірністю одиниця  $S_t/t \rightarrow \alpha\mu$ . Для застосування закону великих чисел досить зауважити, що при будь-якому  $t$  і будь-якому  $n$  величину  $S_t$  можна представити у вигляді суми  $n$  незалежних однаково розподілених випадкових величин:

$$S_t = \sum_{k=1}^n \left[ S\left(t \frac{k}{n}\right) - S\left(t \frac{k-1}{n}\right) \right].$$

Якщо  $c < \alpha\mu$ , то процес  $Q_t$  з ймовірністю одиниця йде на  $-\infty$  і тому при будь-якому  $u$  з ймовірністю одиниця відбувається банкрутство. В цьому випадку  $\varphi(u) \equiv 0$  (рівняння (2.27) не має обмеженого розв'язку). У випадку  $c = \alpha\mu$  теж  $\varphi(u) \equiv 0$  і рівняння (2.27) має лише нульовий розв'язок. Надалі ми будемо припускати, що  $c > \alpha\mu$ .

Сформулюємо важливий результат, що впливає з попередніх теорем, який ми будемо використовувати в подальших дослідженнях.

**Теорема 4.** [75, с.229] Якщо виплати є експоненціально розподіленими випадковими величинами з математичним сподіванням  $\mu$ , то ймовірність банкрутства  $\psi(u)$  при початковому капіталі  $u$  дорівнює

$$\psi(u) = \begin{cases} \frac{1}{1+\rho} e^{-\frac{\rho u}{(1+\rho)\mu}}, & \text{якщо } c > \alpha\mu, \\ 1, & \text{якщо } c \leq \alpha\mu. \end{cases} \quad (2.29)$$

За допомогою перетворення Лапласа функції  $\varphi(u)$ , заданої рівністю (2.27), можна отримати явний вигляд цієї функції у випадку, якщо виплати страхової компанії є однаковими величинами.

**Теорема 5.** [75, с.231] Якщо в моменти часу  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n, \dots$  стрибків процесу Пуассона виплачується одна і та ж сума  $a$  і  $c > aa$ , то ймовірність не банкрутства при початковому капіталі  $u$  дорівнює

$$\varphi(u) = \left(1 - \frac{\alpha a}{c}\right) \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} \left(-\frac{\alpha}{c}\right)^k \exp\left\{\frac{\alpha}{c}(u - ka)_+\right\}, \quad (2.30)$$

де

$$x_+ = \frac{x + |x|}{2} = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

### 2.3.3. Асимптотична поведінка ймовірності банкрутства при великих обсягах початкового капіталу

Дослідимо асимптотичну поведінку ймовірності банкрутства  $\psi(u)$  на проміжку  $[0, +\infty)$  при початковому капіталі  $u$ , якщо  $u \rightarrow +\infty$ .

Користуючись рівнянням (2.27) та враховуючи, що  $\varphi(u) = 1 - a\mu/c$ , можна отримати наступну рівність [75, с. 232-233]:

$$\psi(u) = \frac{\alpha}{c} \int_u^{+\infty} (1 - F(z)) dz + \frac{\alpha}{c} \int_0^u \psi(u - z) (1 - F(z)) dz. \quad (2.31)$$

Позначимо

$$\bar{\mu} = \frac{\alpha}{c} \int_0^{+\infty} y e^{Ry} [1 - F(y)] dy \quad (2.32)$$

Тоді має місце теорема, яка є однією з найважливіших в актуарній математиці.

**Теорема 6.** [75, с.234] Нехай  $\frac{\alpha\mu}{c} < 1$ , рівняння

$$\frac{\alpha}{c} \int_0^{+\infty} e^{Ry} [1 - F(y)] dy = 1 \quad (2.33)$$

має корінь  $R$  і  $\bar{\mu} < +\infty$ . Тоді при  $u \rightarrow +\infty$

$$\psi(u) \sim \frac{\rho}{(1+\rho)R\bar{\mu}} e^{-Ru} \quad (2.34)$$

Запис  $\psi(u) \sim g(u)$  при  $u \rightarrow +\infty$  означає, що  $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{\psi(u)}{g(u)} = 1$ .

Дослідимо умови існування кореня рівняння (2.33). Нехай

$$h(r) = \int_0^{+\infty} e^{rz} dF(z) - 1. \quad (2.35)$$

Зробимо таке

**Припущення.** Існує  $r_\infty > 0$  таке, що  $h(r) \uparrow +\infty$ , коли  $r \uparrow r_\infty$  (допускається і можливість  $r_\infty = +\infty$ ).

За цього припущення рівняння (2.33) можна записати у вигляді

$$h(R) = \frac{c}{\alpha} R \text{ або } h(R) = (1+\rho)\mu R. \quad (2.36)$$

**Лема 1.** [75, с.235] При зроблених припущеннях рівняння (2.36) має єдиний корінь  $R$ , причому  $R < r_\infty$ .

Таким чином, теорема 6 може бути переформульована так.

**Теорема 7.** [75, с.236] (*Теорема Крамера-Лундберга*). При зроблених припущеннях відносно  $h(r)$  і при  $u \rightarrow +\infty$

$$\psi(u) \sim \frac{\rho\mu}{h'(R) - \frac{c}{\alpha}} e^{-Ru}, \quad (2.37)$$

де  $R$  – корінь рівняння (2.36).

Праву частину (2.37) називають *апроксимацією Крамера-Лундберга*.

Зауважимо, що у випадку показникового розподілу апроксимація Крамера-Лундберга є точною [75, с. 236-237].

### 2.3.4. Оцінка для ймовірності банкрутства в класичній моделі ризику

Будемо продовжувати досліджувати ймовірність  $\psi(u)$  банкрутства на  $[0, +\infty)$  в класичній моделі ризику при початковому капіталі  $u$ . Вважаємо, що  $c > \alpha\mu$  (якщо  $c \leq \alpha\mu$ , то банкрутство відбувається з ймовірністю одиниця). В попередньому пункті при певних припущеннях ми встановили асимптотичні формули для  $\psi(u)$  при великих значеннях  $u$ .

Виявляється, що можна вказати оцінку зверху для ймовірності  $\psi(u)$ , яка справедлива при всіх  $u > 0$ . А саме має місце така теорема.

**Теорема 8.** [75, с.238] Нехай рівняння

$$\frac{\alpha}{c} \int_0^{+\infty} e^{Ry} [1 - F(y)] dy = 1 \quad (2.38)$$

має додатній корінь  $R$ . Тоді при всіх  $u > 0$  виконується нерівність

$$\psi(u) \leq e^{-Ru}. \quad (2.39)$$

Нерівність (2.39) називають нерівністю Крамера-Лундберга, а число  $R$  – коефіцієнтом Лундберга або підладженим коефіцієнтом. Доведення цієї нерівності можна знайти також у роботі Г. І. Фаліна [76, с.109-111].

### 2.3.5. «Практичні» оцінки для ймовірності банкрутства в класичній моделі ризику, дифузійна апроксимація процесу ризику

Фактично явну формулу для ймовірності банкрутства  $\psi(u)$  в класичній моделі ризику, що розглядалася у попередньому підрозділі, можна вказати лише для того випадку, коли виплати страхової компанії розподілені за експоненціальним законом. В цьому ж підрозділі ми наводили формулу (2.30) для ймовірності банкрутства у тому випадку, коли виплати є сталими величинами. Але ця ситуація досить рідко зустрічається у практичній діяльності страхових компаній, до того ж формула (2.30) є досить складною для обчислень.

Тому останнім часом було витрачено багато зусиль на пошуки наближених формул для обчислення функції  $\psi(u)$ , що є ймовірністю банкрутства компанії при початковому капіталі  $u$ . Розглянемо ці формули.

Перш ніж переходити до їх розгляду, відзначимо дві леми, які будуть використані при обчисленнях.

**Лема 2.** [75, с.254] Якщо  $Y$  – випадкова величина, яка має показниковий розподіл з математичним сподіванням  $\mu$ , то

$$EY = \mu, \quad EY^2 = 2\mu^2, \quad EY^3 = 6\mu^3 \quad (2.40)$$

і взагалі  $EY^n = n!\mu^n$ .

**Лема 3.** [75, с.254] Нехай величина

$$Q(t) = ct - \sum_{k=1}^{N_t} Y_k \quad (2.41)$$

описує прибуток страхової компанії на відрізку  $[0, t]$  в класичній моделі ризику. Тоді характеристична функція випадкової величини  $Q(t)$  дорівнює

$$Ee^{ivQ(t)} = \exp\{t(ivc + \alpha[Ee^{-ivY_k} - 1])\}. \quad (2.42)$$

### Апроксимація Беекмана–Боверса для $\psi(u)$

Вперше цю апроксимацію було запропоновано голландським вченим Дж.Беекманом [112].

Нехай

$$H(u) = P\{\inf_{t \geq 0} Q(t) < -u / \inf_{t \geq 0} Q(t) < 0\}. \quad (2.43)$$

Тоді

$$H(u) = \frac{\varphi(u) - \varphi(0)}{1 - \varphi(0)} = 1 - (1 + \rho)\psi(u), \quad (2.44)$$

звідки

$$\psi(u) = \frac{1}{1 + \rho} [1 - H(u)]. \quad (2.45)$$

Нехай  $\mu_H$  та  $\sigma_H^2$  – математичне сподівання і дисперсія, що відповідають розподілу  $H(u)$ . Ідея побудови апроксимаційної формули полягає в заміні  $H(u)$  в (2.45) гама-розподілом  $G(u)$ , перші два моменти якого співпадають з моментами  $H(u)$ .

Тоді наближена формула для  $\psi(u)$  матиме вигляд

$$\psi_{BB}(u) = \frac{1}{1 + \rho} G(u) = \frac{1}{1 + \rho} \int_u^\infty \frac{\beta^\gamma x^{\gamma-1}}{\Gamma(\gamma)} e^{-\beta x} dx = \frac{1}{1 + \rho} \int_{\beta u}^\infty \frac{x^{\gamma-1}}{\Gamma(\gamma)} e^{-x} dx, \quad (2.46)$$

$$\text{де } \beta = \frac{2\mu_1\rho}{\mu_2 + \mu_1\mu_3/3\mu_2 - \mu_2\rho} \quad \text{і} \quad \gamma = \frac{1 + \rho}{1 + \mu_1\mu_3/3\mu_2 - 1\rho}.$$

Позначимо  $k$ -й момент функції розподілу  $F(z)$  виплат  $Y_k$  через  $\mu_k$ , тобто

$$\mu_k = EY_1^k, \quad k = 1, 2, 3. \quad (2.47)$$

За допомогою перетворення Лапласа-Стілтєса функції  $F(z)$  можна визначити величини  $\mu_H$  та  $\sigma_H^2$  через моменти функції  $F(z)$  [75, с. 255-256]:

$$\mu_H = \frac{\mu_2(1+\rho)}{2\rho\mu_1} \quad (2.48)$$

$$\sigma_H^2 = \frac{\mu_2(1+\rho)}{2\rho\mu_1} \left[ \frac{2}{3} \frac{\mu_3}{\mu_2} + \frac{\mu_2(1+\rho)}{2\rho\mu_1} \right]. \quad (2.49)$$

Алгоритм застосування апроксимаційної формули (2.46) такий [112]:

- 1) знаходимо перші три моменти  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  функції розподілу  $F(z)$  (функції розподілу виплат  $Y_k$ );
- 2) значення ймовірності банкрутства  $\psi(u)$  обчислюємо за формулою (2.46), користуючись таблицями гама-розподілу  $G(u)$ , у якого математичне сподівання дорівнює  $\mu_H$  (2.48), а дисперсія  $\sigma_H^2$  (2.49).

У випадку, якщо виплати страхової компанії мають експоненціальний розподіл, використовуючи лему 2, неважко встановити, що наближена формула (2.46) в цьому випадку є точною.

### Апроксимація Де Вільдера

Наступна наближена оцінка є однією з найвідоміших та найпопулярніших у сучасній актуарній математиці. Вперше її запропонував бельгійський учений Філіп Де Вільдер [120].

Ідея цієї оцінки така: ми апроксимуємо процес  $Q(t)$  в загальній класичній моделі ризику процесом  $\tilde{Q}(t)$ , у якого виплати мають експоненціальний розподіл так, щоб

$$EQ^k(t) = E\tilde{Q}^k(t) \text{ при } k = 1, 2, 3.$$

За ймовірність банкрутства  $\psi(u)$  приймаємо ймовірність банкрутства  $\psi_{DV}(u)$  в процесі  $\tilde{Q}(t)$ , для якого ми знаємо точну формулу.

Процес  $\tilde{Q}(t)$  визначається трьома параметрами  $(\tilde{\alpha}, \tilde{\sigma}, \tilde{\mu})$  або  $(\tilde{\alpha}, \tilde{\rho}, \tilde{\mu})$ . Використовуючи лему 3 та властивості семиінваріант [75, с. 257-258], можна встановити наступні рівності:

$$\tilde{\mu} = \frac{\mu_3}{3\mu_2}, \quad \tilde{\rho} = \frac{2\mu_1\mu_3}{3\mu_2^2}\rho, \quad \tilde{\alpha} = \frac{9\mu_2^3}{2\mu_2^2}\alpha. \quad (2.50)$$

Отже,

$$\psi(u) \equiv \psi_{DV}(u) = \frac{1}{1+\tilde{\rho}} e^{-\frac{u\tilde{\rho}}{\tilde{\mu}(1+\tilde{\rho})}}. \quad (2.51)$$

За самою побудовою апроксимації у випадку показникового розподілу виплат  $\psi(u) = \psi_{DV}(u)$  (див. [120]).

### Дифузійна апроксимація для процесів ризику

Наступна апроксимація є досить давно відомою у загальній теорії випадкових процесів. Її вивів Г.Хедвігер [138]. Показано також [75, с.259], що її можна застосовувати для процесу ризику страхової компанії.

Нехай  $D$  – простір функцій на  $[0, \infty)$  неперервних справа і таких, що існує границя зліва (простір функцій без розривів другого роду).

**Означення.** Послідовність  $X_n$  збігається за розподілом до випадкового процесу  $X$  (будемо записувати це так:  $X_n \xrightarrow{d} X$ ), якщо для будь-якої обмеженої і неперервної функції  $f$  на  $D$

$$Ef(X_n) \rightarrow Ef(X). \quad (2.52)$$

Використовуючи поняття збіжності за розподілом [75, с. 259-260], можна встановити таку дифузійну апроксимацію для  $\psi(u)$

$$\psi(u) \sim \psi_D(u) = e^{-u\rho - \frac{2\mu}{\mu^2 + \sigma^2}u} \quad (2.53)$$

Порівняємо цю апроксимацію з апроксимацією Крамера-Лундберга. Константа Крамера-Лундберга – це корінь рівняння

$$\frac{CR}{\alpha} = h(R) = \int_0^{\infty} e^{Rz} dF(z) - 1.$$

Тому

$$\frac{CR}{\alpha} \geq \int_0^{\infty} \left( 1 + Rz + \frac{R^2 z^2}{2} \right) dF(z) - 1 = R\mu + \frac{1}{2} R^2 (\sigma^2 + \mu^2),$$

звідси

$$R \leq \frac{2(\mu - \mu)}{\mu^2 + \sigma^2} = \frac{2\rho\mu}{\mu^2 + \sigma^2}. \quad (2.54)$$

З цієї нерівності випливає, що

$$\psi_D(u) \leq e^{-Ru}.$$

### Експоненціальна апроксимація

Позначимо через  $\mu_i$  моменти функції  $F(y)$  розподілу виплат  $Y_k$  так, що

$$\mu_i = E\mu^i, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Тоді має місце експоненціальна апроксимація, запропонована Де Вільдером [121]:

$$\psi_E \approx e^{-1 - \frac{2\mu_1 \rho u - \mu_2}{\sqrt{\mu_2^2 + \mu_3} \mu_1 \mu_3} u}. \quad (2.55)$$

### Апроксимація Лундберга

Використавши оцінку Ове Лундберга [146, с.122], можна отримати наступну апроксимацію ймовірності банкрутства:

$$\psi_L(u) = e^{-2\mu_1 \rho u / \mu_2} \left( 1 + \left( \rho u - \frac{\mu_2}{2\mu_1} \right) \frac{4\rho\mu_1^2\mu_3}{3\mu_2^3} \right) \quad (2.56)$$

Тут індекс  $L$  означає «Лундберг», хоча потрібно зазначити, що Лундберг ніколи не пропонував цієї апроксимації, а лише на початку 60-х років ХХ ст. запропонував оцінку для збіжних послідовностей у теорії випадкових процесів.

### Апроксимація Рені

Використовуючи теорему А.Рені [150], можна отримати апроксимацію Рені:

$$\psi_R(u) = \frac{1}{1+\rho} e^{-\frac{2\mu_1 \rho u}{\mu_2(1+\rho)}}. \quad (2.57)$$

В.Калашніков [141] показав, що

$$\sup_u |\psi_R(u) - \psi(u)| \leq \frac{4\rho\mu_1\mu_3}{3\mu_2^2(1+\rho)} \text{ для всіх } \rho > 0.$$

Таким чином, ми маємо оцінку згори абсолютного відхилення апроксимації Рені від точного значення ймовірності банкрутства.

### 2.3.6. Порівняння апроксимацій ймовірності банкрутства страхових компаній

Досить важливим є питання, яка з наведених оцінок дає найточніший результат для ймовірності банкрутства в залежності від різних значень параметрів функції  $\psi(u)$ . Такі чисельні порівняння різних апроксимацій можна знайти, наприклад, у Гранделла і Сегердала [133], Де Вільдера [122]

та інших вчених. Зрозуміло, що для здійснення порівняння необхідно вибрати такий імовірнісний розподіл виплат страхової компанії, для якого можна безпосередньо обчислити точне значення ймовірності банкрутства  $\psi(u)$ .

У прикладі, який ми запропонуємо тут, прийнято наступні значення параметрів:  $\alpha = 1$  та  $\mu = 1$ .

Для будь-якої апроксимації  $\psi_A(u)$  та точного значення ймовірності банкрутства  $\psi(u)$  визначимо відносну похибку

$$\varepsilon_A(u) = \frac{\psi_A(u) - \psi(u)}{\psi(u)}. \quad (2.58)$$

Таблиця 2.1

**Відносні похибки апроксимацій ймовірності банкрутства у випадку позовів, що мають гама-розподіл**

$U$	$\psi(u)$	$\varepsilon_D(u)$	$\varepsilon_R(u)$	$\varepsilon_L(u)$	$\varepsilon_E(u)$	$\varepsilon_{BB}(u)$	$\varepsilon_{DV}(u)$
0	0,90909	10,0	0,0	-4,6	-1,6	0,0	-2,8
300	0,52114	5,9	1,7	0,2	1,3	-0,1	0,3
600	0,30867	-1,3	0,0	1,2	0,8	-0,8	0,2
900	0,18287	-8,0	-1,6	1,6	0,4	-0,9	0,1
1200	0,10834	-14,3	-3,3	1,4	-0,1	-0,7	-0,0
1500	0,06418	-20,1	-4,8	0,8	-0,5	-0,2	-0,1
1800	0,03803	-25,5	-6,4	-0,2	-1,0	0,3	-0,2
2100	0,02253	-30,6	-7,9	-1,5	-1,5	1,0	-0,3
2400	0,01335	-35,4	-9,5	-3,2	-1,9	1,8	-0,4
2700	0,00791	-39,8	-11,0	-5,0	-2,4	2,7	-0,5
3000	0,00468	-43,8	-12,3	-7,0	-2,7	3,6	-0,5

*Примітки:*

1. Значення всіх відносних похибок апроксимацій наведено у відсотках.
2. Індеси  $D$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $E$ ,  $BB$ ,  $DV$  у відносних похибках означають відповідно, одну з шести апроксимацій, наведених у формулах (2.53), (2.57), (2.56), (2.55), (2.46), (2.51).

*Джерело: Розраховано автором самостійно.*

Спочатку розглянемо випадок, коли позови мають Гама-розподіл із дисперсією 100 (табл. 2.1). Покладемо значення відносної страхової надбавки  $\rho = 10\%$ . Тоді ми отримаємо  $\mu_1 = 1$ ,  $\mu_2 = 101$ ,  $\mu_3 = 20301$  та  $\mu_4 = 6110602$ . Точні значення  $\psi(u)$  для цього випадку можна знайти у Дж. Грандела [132].

З таблиці 2.1 можна побачити, що апроксимація Де Вільдера майже бездоганна і значно краща, ніж інші оцінки.

Таблиця 2.2

**Відносні похибки апроксимацій ймовірності банкрутства у випадку позовів, що мають змішаний експоненціальний розподіл**

$u$	$\rho$ , %	$\psi(u)$	$\varepsilon_D(u)$ , %	$\varepsilon_R(u)$ , %	$\varepsilon_L(u)$ , %	$\varepsilon_E(u)$ , %	$\varepsilon_{BB}(u)$ , %	$\varepsilon_{DV}(u)$ , %
10	5	0,8897	9,8	4,7	-5,0	-1,8	3,3	-3,2
10	10	0,7993	19,4	9,0	-12,0	-1,0	4,8	-5,4
10	15	0,7243	28,8	13,0	-20,8	1,1	5,4	-7,0
10	20	0,6611	37,9	16,7	-31,1	4,0	5,6	-8,1
10	25	0,6073	46,7	20,1	-42,7	7,5	5,6	-9,0
10	30	0,5610	55,1	23,2	-55,4	11,2	5,5	-9,6
100	5	0,7144	11,1	6,9	-0,7	1,7	2,3	0,4
100	10	0,5393	16,7	10,7	-0,6	5,0	1,2	1,1
100	15	0,4247	17,6	11,9	2,7	8,6	-0,4	1,9
100	20	0,3455	14,7	11,5	10,0	12,1	-1,7	2,7
100	25	0,2886	8,9	9,8	20,7	15,1	-2,8	3,4
100	30	0,2461	1,3	7,4	33,9	17,7	-3,6	4,0

Джерело: [156].

Розглянемо тепер позови, які мають змішаний експоненціальний розподіл (див. таблицю 2.2). Тоді функція розподілу позовів  $F(z) = 1 - 0,0039793 e^{-0,014631z} - 0,1078392 e^{-0,190206z} - 0,8881815 e^{-5,514588z}$  для  $z \geq 0$  (встановлено Н.Вікстадом [156]). Цей розподіл є спробою інтерпретувати розподіл, отриманий Х.Крамером [115, с. 43-45], для страхування пожеж невиробничих об'єктів Швеції. Для цього розподілу маємо  $\mu_1 = 1$ ,

$\mu_2 = 43,1982$ ,  $\mu_3 = 7717,23$  та  $\mu_4 = 2086093,4$ . Ймовірність банкрутства  $\psi(u)$  підраховано для даних значень початкового капіталу страхової компанії  $u$  та відносної страхової надбавки  $\rho$  Н.Вікстадом [156]. Значення параметрів в цьому випадку такі ж, як і для таблиці 2.1.

Для  $u=10$  жодна з апроксимацій не дала прийняттого результату. Зазначимо хіба, що експоненціальна оцінка  $\psi_E(u)$  дає порівняно кращі результати для малих значень  $\rho$ . Для  $u=100$  серед усіх апроксимацій краще працюють оцінки Беекмана-Боверса та Де Вільдера. Хоча потрібно зазначити, що точність апроксимації Де Вільдера вже не така висока, як у таблиці 2.1.

Таким чином, стає зрозумілим, що хоча у наших прикладах найкращою виявилась апроксимація Де Вільдера, у кожному конкретному випадку моделювання діяльності страхової компанії необхідно встановлювати імовірнісний розподіл, який найточніше характеризує процес виплат компанії та їх розмір, обчислювати для цієї компанії декілька оцінок ймовірності банкрутства в залежності від її стартового капіталу, а потім, порівнюючи отримані результати, робити висновок про реальний стан страхової компанії.

## Висновки до розділу 2

1. У розділі описано ряд моделей ризику у страховій математиці, зокрема: дискретна, структурована та неперервна моделі індивідуальних позовів, статична та динамічна моделі процесу позовів, модель індивідуального та колективного ризику, динамічна модель банкрутства, класична модель ризику. Показано їх переваги й недоліки, а також умови застосування цих моделей на практиці.

2. Здійснено порівняльний аналіз основних видів розподілів розміру виплат страхової компанії (рівномірний, експоненціальний, розподіл Парето, гама-розподіл, пуассонівський розподіл, від'ємний біноміальний розподіл тощо). Показано доцільність використання гама-розподілу для розміру виплат компанії як такого, що найкраще відповідає реальним статистичним даним та у своїх частинних та граничних випадках містить інші різноманітні види розподілів.

3. Розглянуто моделі спеціальних угод страхування, показано можливість застосування рандомізації для моделювання портфелю угод, який є статистично неоднорідним. Показано доцільність застосування процесу рандомізації при моделюванні портфелю угод із страхування життя. Проаналізовано найпростіший наближений метод розрахунку ймовірності банкрутства – нормальне (гаусівське) наближення.

4. Проаналізовано ймовірність банкрутства страхової компанії з точки зору принципу еквівалентності фінансових зобов'язань страхової компанії та застрахованої особи. Показано необхідність уведення та економічний сенс страхової надбавки. Здійснено порівняння різних способів розподілу страхових премій між угодами: пропорційно очікуваним розмірам позовів, пропорційно дисперсіям або середнім квадратичним відхиленням розмірів позовів.

5. Показано, що класична модель ризику є однією з найкращих щодо відображення реальної діяльності страхових компаній. Здійснено постановку класичної моделі ризику, сформульовано припущення для страхових компаній, які мають виконуватись в цій моделі, кожному припущенню надано відповідну економічну інтерпретацію.

6. Для класичного процесу ризику наведено означення ймовірності банкрутства страхової компанії. Зазначено, що точну формулу ймовірності банкрутства можна вказати лише у випадку, коли страхові виплати мають

експоненціальний розподіл. Показано, що в інших випадках необхідно користуватись наближеними оцінками ймовірності банкрутства.

7. Для випадку, коли послідовність виплат страхової компанії має розподіл, відмінний від експоненціального, наведено шість найвідоміших наближених оцінок ймовірності банкрутства страхових компаній: апроксимації Беекмана-Боверса, Де Вільдера, Лундберга, Рені, дифузійну та експоненціальну апроксимації. Здійснено порівняльний аналіз цих оцінок для експоненціального та змішаного експоненціального розподілів. Показано, що апроксимація Де Вільдера, як правило, дає найточніші результати порівняно з іншими оцінками.

Основні результати розділу відображено у публікаціях [71, с.667-708, 759-828], [93, 94, 153].

### РОЗДІЛ 3

## ОБЧИСЛЕННЯ ОЦІНОК ЙМОВІРНОСТІ БАНКРУТСТВА СТРАХОВИХ КОМПАНІЙ УКРАЇНИ. РОЗВИНЕННЯ КЛАСИЧНОЇ МОДЕЛІ РИЗИКУ

### 3.1. Знаходження точних та наближених оцінок ймовірності банкрутства страхових компаній України

#### 3.1.1. Точні оцінки ймовірності банкрутства страхових компаній України у класичній моделі ризику

Як було показано у попередньому розділі, для отримання точної оцінки ймовірності банкрутства страхової компанії необхідно знати функцію розподілу страхових виплат, а для отримання наближених оцінок ймовірності – перші три моменти цієї функції. Зрозуміло, що для кожної страхової компанії можна побудувати лише емпіричну функцію розподілу, для чого треба мати дані по всім страховим виплатам, здійсненим за певний проміжок часу (до того ж необхідно, щоб кількість даних була достатньо великою). З огляду на це, здійснюючи оцінку ймовірності банкрутства, робились певні припущення про вигляд функції розподілу та її параметри.

Спершу зробимо припущення, що виплати страхових компаній мають експоненціальний розподіл. Функція щільності експоненціального розподілу має вигляд:

$$f(x, \alpha) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad (3.1)$$

де  $\alpha > 0$  – параметр розподілу. Тоді, якщо випадкова величина  $\zeta$  має експоненціальний розподіл зі щільністю, заданою формулою (3.1), то її

математичне сподівання  $E\zeta = \frac{1}{\alpha}$ , дисперсія  $D\zeta = \frac{1}{\alpha^2}$ .

Як було показано у пункті 2.3.2, у випадку, якщо виплати страхової компанії розподілені за експоненціальним законом, можна вказати явний вигляд формули для ймовірності банкрутства (2.29). Для цього треба лише знати середній розмір страхових виплат та відносну страхову надбавку. Потрібно відзначити, що страхові компанії України дуже сильно відрізняються одна від одної в залежності від кількості та розміру страхових виплат. Наприклад, за перше півріччя 2005 року страхова компанія «Аванте» є лідером по сумі страхових виплат по добровільних видах страхування, виплативши своїм клієнтам понад 95 млн. грн. [66, с.62]. Ця сума розподілена всього лише по 12 страхових виплатах. Таким чином, середній розмір однієї виплати компанії «Аванте» дорівнює близько 8 млн. грн. Схожі показники має «Земська страхова компанія»: понад 85 млн. грн. виплат по добровільних видах страхування при всього лише 9 страхових випадках (розмір однієї виплати складає близько 9,5 млн. грн.). Зазначимо, що обов'язковими видами страхування ці компанії практично не займаються. Очевидно, що подібні показники важко пояснити в рамках класичної моделі ризику.

В той же час, переважна більшість страхових компаній України, що входять до першої сотні за обсягом власного капіталу, уклали за перше півріччя 2005 року десятки тисяч страхових угод (див. [66, с. 56]). Кількість страхових позовів до цих компаній також порівняно велика і коливається від 100-200 виплат (такі компанії, як «Лемма», «Інпро», «Диско») до декількох десятків тисяч позовів (такі компанії, як «Оранта», «АСКА», «Алькона»). Проаналізувавши показники кількості виплат та їх сумарного обсягу за 2006-2007 рр. [159], можна зробити висновки, що хоча ці показники стали більш рівномірними для різних страхових компаній, все ж ситуація порівняно з 2005 роком принципово не змінилася.

Таким чином, для можливості порівняння страхових компаній з малою

кількістю позовів та великими розмірами виплат із компаніями з великою кількістю позовів з порівняно малими розмірами виплат ми зробили певні припущення щодо середнього розміру виплат компанії. У нашій моделі під цим показником мається на увазі не середній розмір однієї виплати, а середній розмір виплат за певний проміжок часу, наприклад, за півмісяця. Виходячи із середніх розмірів страхових виплат великих та середніх страхових компаній України [66, с. 62], ймовірність банкрутства було розраховано для середнього обсягу виплат у 200, 500, 1000 та 2000 тис. грн. Відносна страхова надбавка прийнята рівною 30%.

Очевидно, що при збільшенні середнього розміру виплат значення ймовірності банкрутства страхової компанії також збільшується, а при збільшенні значення відносної страхової надбавки або розміру страхових резервів ймовірність банкрутства зменшується. Таким чином, найменшу ймовірність банкрутства будуть мати страхові компанії з найбільшим обсягом власного капіталу, гарантійного фонду та страхових резервів. В якості обсягу стартового капіталу *и* для нашої моделі було взято обсяг страхових резервів компаній станом на 30.09.2011 р. Таким чином, під банкрутством страхової компанії мається на увазі не фізичний процес банкрутства та можливої ліквідації компанії (відповідно, із несплатою по своїх зобов'язаннях), а неможливість забезпечити виплату страхової суми із резервів страхової компанії.

Проведені розрахунки показали, що для страхових компаній, розмір страхових резервів яких перевищує 10 млн. грн., а обсяг середніх виплат менше 800 тис. грн., ймовірність банкрутства перебуває на дуже низькому рівні, а саме не більше 1% (таблиця А.1 Додатку А). Таким чином, можна стверджувати, що ймовірність банкрутства принаймні 40-50 найбільших страхових компаній України дуже низька. Тому у подальших розрахунках оцінок ймовірності банкрутства (таблиці А.2, А.3 Додатку А) розглядалися середні страхові компанії України із розміром страхових резервів приблизно

від 2 млн. грн. до 30 млн. грн. У таблицях А.2 та А.3 розглянуто ті ж середні розміри страхових виплат, що й у таблиці А.1, а відносна страхова надбавка прийнята рівною 40% та 50% відповідно.

У випадку, якщо реальне значення показників перебуває у межах, наприклад, 200 та 500 тис. грн. для середніх виплат та 30% і 40% для відносної страхової надбавки, то мінімальне значення ймовірності банкрутства відповідатиме параметрам 200 тис. грн. та 40%, а максимальне – відповідатиме значенням 500 тис. грн. та 30%. Тут враховано властивості функції ймовірності банкрутства, а саме зростання при збільшенні розміру середніх страхових виплат та спадання при збільшенні відносної страхової надбавки.

Якщо ж значення показників виходять за межі, вказані у таблиці, або ж страхова компанія хоче отримати точне значення ймовірності банкрутства (а не інтервал, в який вона потрапляє), то електронний аналог таблиці А.1, розроблений у пакеті Microsoft Office Excel 2007, дозволяє це зробити. Для цього треба лише ввести згадані два параметри діяльності компанії до відповідних клітин таблиці, замість вказаних там, і на перетині стовпчика, що був змінений, та рядка із назвою відповідної страхової компанії прочитати значення ймовірності банкрутства.

Проаналізуємо тепер, яким чином зміна параметрів моделі впливає на значення показника ймовірності банкрутства страхової компанії. Наприклад, ймовірність банкрутства компанії «Європейське туристичне страхування» (обсяг страхових резервів 11358,2 тис. грн.) приблизно у 14 разів більша (5,59% проти 0,39%) за ймовірність банкрутства компанії «Арма» (обсяг страхових резервів 22860 тис. грн.) за однакових середніх розмірів страхових виплат 1000 тис. грн. та відносної страхової надбавки у 30% (таблиця А.1). В той же час при збільшенні обсягу середніх страхових виплат до 2000 тис. грн. ймовірності банкрутства обох компаній збільшуються, але відрізняються тепер лише у 4 рази (20,74% проти 5,50%).

При зменшенні середніх виплат до 500 тис. грн. ймовірності банкрутства обох страхових компаній різко знижуються і становлять менше ніж пів відсотка (0,41% та 0,002%, відповідно).

Таким чином, можна зробити висновок, що за умови, коли ймовірність банкрутства становить більше одного відсотка, при зменшенні страхових резервів удвічі ймовірність банкрутства страхової компанії зростає приблизно у 5-10 разів. В той же час, за відносної страхової надбавки у 40% чи 50% ймовірності банкрутства цих компаній відрізняються ще більше (у 20-30 разів).

При збільшенні середнього розміру страхових виплат, скажімо, з 500 тис. до 1000 тис. грн. ймовірність банкрутства зростає по-різному, в залежності від розміру початкового капіталу. Так, для порівняно малих ймовірностей банкрутства (менше 1%) ймовірність зростає у 15-20 разів (таблиця А.1 Додатку А, компанії «Європейське туристичне страхування», «Віді-страхування» тощо), а для середніх значень (1-5%) зростання ймовірності банкрутства вже не таке значне (у 5-6 разів, таблиця А.1 Додатку А, компанії «Дністер», «Промислово-страховий альянс» тощо).

Порівнюючи значення ймовірностей банкрутства при різних відносних страхових надбавках (таблиці А.1 – А.3 Додатку А), можна відзначити, що при збільшенні страхової надбавки з 30% до 40% та з 40% до 50% ймовірність банкрутства знижується у 2-4 рази, причому для порівняно великих значень ймовірності (у 3-5%) зниження цього показника не таке значне, як для значень ймовірності, менших за 1%.

### **3.1.2. Обчислення наближених оцінок ймовірності банкрутства страхових компаній України**

Розглянемо тепер випадок, коли виплати страхової компанії розподілені не за показниковим розподілом. Одним з найбільш прийнятних в

даній ситуації є *гама-розподіл*, оскільки цей розподіл є досить широко уживаний в страховій математиці – змінюючи його параметри, можна змодельовати досить різноманітну поведінку випадкової величини.

Функція щільності гама-розподілу має вигляд:

$$f(x, \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad (3.2)$$

причому математичне сподівання випадкової величини  $\zeta$ , що має гама-розподіл (3.2),  $M_\zeta = \alpha\beta$ , а її дисперсія  $D_\zeta = \alpha\beta^2$ .

Зауважимо, що при  $\alpha = 1$  розподіл (3.2) є експоненціальним з параметром  $\frac{1}{\beta}$ , а при  $\beta = 1$  розподіл (3.2) називається *стандартним гама-розподілом*. Функція щільності стандартного гама-розподілу має вигляд:

$$f(x, \alpha) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1} e^{-x}}{\Gamma(\alpha)}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad (3.3)$$

В цьому випадку  $M_\zeta = D_\zeta = \alpha$ .

Як було показано у підрозділі 2.3, у випадку, коли виплати страхової компанії мають не експоненціальний розподіл, практично неможливо вказати точну формулу для обчислення ймовірності банкрутства компанії. Тому в цьому випадку було підраховано шість апроксимацій оцінки ймовірності банкрутства: Беекмана-Боверса, Де Вільдера, дифузійну, експоненційну, Лундберга та Рені. Алгоритм підрахунку цих апроксимацій та формули (2.46), (2.51), (2.53), (2.55), (2.56), (2.57), за якими вони визначаються, наведено у підрозділі 2.3 цієї роботи.

В таблицях Б.1, Б.2 (Додаток Б) наведено значення всіх шести апроксимацій ймовірності банкрутства для найбільших страхових компаній

України. В цьому випадку вважається, що страхові виплати цих компаній мають стандартний гама-розподіл (3.3). Відносна страхова надбавка тут дорівнює 30%, а розмір середніх страхових виплат – 1000 та 2000 тис. грн. Як було показано вище, стандартний гама-розподіл має лише один параметр  $\alpha$ , який дорівнює розміру середніх виплат, тому даних про відносну страхову надбавку та середні виплати достатньо, щоб обчислити всі шість апроксимацій.

У Додатку В наведено відповідні розрахунки для розміру відносної страхової надбавки 20%, виплати страхових компаній тут мають стандартний гама-розподіл, а середній розмір страхових виплат дорівнює 1000 та 2000 тис. грн., а у Додатку Д – таблиці для значень відносних страхових надбавок 40% та 50% для середнього розміру виплат у 2000 тис. грн. У Додатку Е наведено таблиці з розрахунками ймовірностей банкрутства для випадку, коли страхові виплати мають гама-розподіл із дисперсією 100000, відносною страховою надбавкою 30% та розмірами середніх виплат у 1000 та 2000 тис. грн. Параметри гама-розподілу можна визначити за формулами:

$$\alpha = \frac{(M\zeta)^2}{D\zeta}, \quad \beta = \frac{D\zeta}{M\zeta}. \quad (3.4)$$

Аналізуючи отримані результати, можна відзначити, що в усіх випадках значення шести апроксимацій дають більш-менш однаковий результат, якщо ймовірність банкрутства є порівняно високою (близькою до 5-7%, див. таблицю Б.2 Додатку Б). У випадку малих ймовірностей банкрутства (великих розмірах стартового капіталу) дифузійна апроксимація та апроксимація Лундберга дають дуже низьку ймовірність банкрутства, і на них не варто орієнтуватися. Апроксимація Беекмана-Боверса у більшості випадків дає найбільшу ймовірність банкрутства, а апроксимація Лундберга – найменшу ймовірність.

Як було показано у підрозділі 2.3 цієї роботи, апроксимація Де Вільдера в більшості випадків дає найточніший результат. Тому при

використанні таблиць Б.1 та Б.2 можна приймати до уваги або апроксимацію Де Вільдера, або усереднене значення по всіх шести апроксимаціях.

Відзначимо, що всі зауваження, зроблені у підрозділі 3.1 цієї роботи стосовно можливих змін параметрів у електронних аналогах таблиць А.1 – А.3, стосуються всіх таблиць додатків Б – Е. У випадку, якщо реальні дані конкретної страхової компанії про відносну страхову надбавку, середні виплати та їх дисперсію відрізняються від наведених у таблиці, досить ввести ці дані до таблиці з відповідним розподілом замість стандартних даних, щоб одразу отримати необхідний результат.

Нарешті зауважимо, що у випадку, якщо при визначенні ймовірностей банкрутства виникне потреба використати деяку іншу функцію розподілу страхових виплат (не експоненціальний і не гама-розподіл), то для цього досить лише визначити перші три моменти цієї функції розподілу і ввести отримані формули, а також формули для математичного сподівання та дисперсії розподілу, до відповідних клітин електронної таблиці середовища Microsoft Excel, в якій проводились розрахунки. Всі значення та оцінки ймовірності банкрутства одразу ж автоматично будуть перераховані згідно нових параметрів та нової функції розподілу.

### **3.1.3. Визначення мінімально необхідного розміру страхових резервів компанії**

У практичних застосуваннях класичної моделі ризику інтенсивність надходження страхових позовів  $\alpha$  та функція розподілу їх величин  $F(z)$  (або її перші три моменти  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ ) є параметрами моделі, а відносна страхова надбавка  $\rho$  та власний капітал компанії  $u$  є змінними, що впливають на міру ризику. На практиці страхові компанії можуть збільшувати або зменшувати розмір параметрів  $\rho$  та  $u$  для того, щоб ймовірність банкрутства не перевищувала певного безпечного (з погляду компанії) рівня  $p_0$ . Можна

визначити величину стартового капіталу компанії так, щоб ймовірність її банкрутства  $\psi(u)$  залишалася на рівні  $p_0$ . У випадку, коли виплати компанії мають експоненціальний розподіл, рівень страхових резервів визначається наступною формулою:

$$u = -\frac{(1+\rho)\mu}{\rho} \ln(p_0(1+\rho)), \quad (3.5)$$

де  $p_0$  – критичний рівень ймовірності банкрутства. Ця формула є оберненою до формули (2.29). Показник мінімального розміру страхових резервів, розрахований за формулою (3.5), дозволяє кожній страховій компанії визначити, нижче якого рівня небезпечно знижувати обсяг своїх страхових резервів (якщо ймовірність банкрутства була нижча за необхідну) або на яку величину треба збільшити розмір страхових резервів чи відносну страхову надбавку (а отже і загальний обсяг страхових платежів), щоб знаходитись на безпечному (з точки зору компанії) рівні.

Таблиця 3.1

**Розмір страхових резервів для забезпечення необхідного рівня  
ймовірності банкрутства страхової компанії, тис. грн.  
(експоненціальний розподіл)**

Відносна страхова надбавка	Ймовірність банкрутства	Розмір середніх виплат, тис. грн.			
		200	500	1000	2000
30%	1%	3763,8	9409,4	18818,8	28228,2
	3%	2811,6	7029,1	14058,2	21087,3
	5%	2368,9	5922,3	11844,6	17766,9
40%	1%	2988,1	7470,2	14940,4	22410,7
	3%	2219,1	5547,6	11095,3	16642,9
	5%	1861,5	4653,7	9307,4	13961,1
50%	1%	2519,8	6299,6	12599,1	18898,7
	3%	1860,7	4651,6	9303,3	13954,9
	5%	1554,2	3885,4	7770,8	11656,2

*Джерело: Розраховано автором самостійно.*

У таблиці 3.1 наведено необхідні мінімальні розміри страхових резервів для деяких значень відносних страхових надбавок, ймовірностей банкрутства та середніх значень страхових виплат у випадку, коли ці виплати мають експоненціальний розподіл.

Для того, щоб визначити показники мінімального стартового капіталу для забезпечення певного рівня ймовірності банкрутства для обчислених вище шести апроксимацій, необхідно розв'язати рівняння (2.46), (2.51), (2.53), (2.55), (2.56), (2.57) відносно стартового капіталу  $u$ .

Так, використовуючи дифузійну апроксимацію, ми отримаємо

$$u = \frac{-\ln p_0}{2\mu\rho}(\mu^2 + \rho^2). \quad (3.6)$$

Використовуючи апроксимацію Де Вільдера, матимемо:

$$u = \frac{-\ln p_0 - \ln(1 + \beta)}{\beta} (1 + \beta) \mu \quad (3.7)$$

Використовуючи експоненціальну апроксимацію, одержимо:

$$u = \frac{(1 + \ln p_0) \sqrt{\mu^2 + (4/3)\rho\mu\mu_3} + \mu_2}{-2\mu_1\rho} \quad (3.8)$$

Використовуючи апроксимацію Рені, отримаємо:

$$u = \frac{\mu_2(1 + \rho) \ln \rho_0(1 + \rho)}{-2\mu_1\rho} \quad (3.9)$$

Трохи складніше визначити необхідний об'єм стартового капіталу, використовуючи апроксимацію Беекмана-Боверса. В цьому випадку вона матиме вигляд:

$$u = \Gamma_{обр} \left( -\rho_0 \left( +\rho \right) \right) \quad (3.10)$$

де  $\Gamma_{обр}$  — функція обернена до гамма-розподілу з параметрами  $\mu_h$  і  $\sigma_h^2$  [75, с.255-256]. Вираз  $\left( -\rho_0 \left( +\rho \right) \right)$  є аргументом цієї функції. Таку функцію неможливо представити в явному вигляді, проте її значення можна знайти в статистичних таблицях або підрахувати за допомогою засобів програмного пакету Microsoft Excel.

Для апроксимації Лундберга ми не знайдемо розмір стартового капіталу  $u$  в явному вигляді, бо він є розв'язком рівняння (2.56), при  $\psi_L(u) = \rho_0$ , яке точно в елементарних функціях не розв'язується. Тим не менш, за допомогою ітераційних методів розв'язання рівнянь, враховуючи, що функція  $\psi(u)$ , а отже і її апроксимація  $\psi_L(u)$  є спадними по змінній  $u$ , можна із будь-якою заданою точністю визначити необхідний стартовий капітал страхової компанії для забезпечення певного рівня банкрутства.

Аналізуючи отримані результати (таблиця 3.2), можна відзначити, що найбільший розмір страхових резервів при відносно невеликих обсягах страхових виплат дає апроксимація Беекмана-Боверса, для великих розмірів страхових виплат найбільший показник страхових резервів дає вже апроксимація Рені. Найменший розмір страхових резервів фактично в усіх випадках дає апроксимація Лундберга.

Зазначимо, що обчислити мінімальний розмір страхових резервів компанії для будь-якого іншого рівня ймовірності банкрутства, відмінного від представлених у таблицях 3.1, 3.2, можна за допомогою електронного аналогу цих таблиць у пакеті Microsoft Excel, замінивши у відповідній клітині таблиці значення ймовірності банкрутства.

Таблиця 3.2

**Розмір страхових резервів для забезпечення необхідного рівня  
ймовірності банкрутства страхової компанії, тис. грн.  
(стандартний гама-розподіл, відносна страхова надбавка 30%)**

Середній розмір виплат, тис. грн..	Ймовір- ність банкрут- ства	Апроксимації					
		ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.
200	1%	2148,7	1769,1	1535,1	1881,9	1755,2	1461,0
	3%	1560,4	1329,7	1168,9	1405,8	1321,9	1094,8
	5%	1290,4	1125,4	998,6	1184,5	1120,5	924,4
500	1%	5371,6	4422,9	3837,6	4704,7	4388,1	1461,0
	3%	3901,0	3324,2	2922,1	3514,6	3304,8	1094,8
	5%	3225,9	2813,4	2496,4	2961,2	2801,2	924,4
1000	1%	10100,0	8845,7	7675,3	9409,4	8776,2	1461,0
	3%	7801,9	6648,5	5844,3	7029,1	6609,7	1094,8
	5%	6451,8	5626,8	4992,9	5922,3	5602,3	924,4
2000	1%	13150,0	17691,4	15350,6	18818,8	17552,3	1461,0
	3%	11037,0	13297,0	11688,5	14058,2	13219,3	1094,8
	5%	8306,0	11253,6	9985,8	11844,6	11204,6	924,4

*Джерело: Розраховано автором самостійно.*

### 3.2. Розвинення класичної моделі ризику у випадку змінної страхової надбавки та діяльності компанії у марковському середовищі

#### 3.2.1. Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній у випадку змінної страхової надбавки

Як було показано у підрозділі 2.3 цієї роботи, у класичній моделі ризику припускається, що відносні страхові надбавки задаються сталими

величинами. Але більш наближеною до реальних умов є ситуація, коли ці надбавки залежать від поточного капіталу страхувальника. У даному підрозділі розглянемо особливий випадок цієї проблеми. Будемо припускати, що відносна страхова надбавка приймає значення  $\theta_0$ , якщо поточний капітал страхової компанії менше деякого значення  $b$ , та приймає значення  $\theta_1$  у випадку, коли капітал компанії більше або дорівнює значення  $b$ .

Мета цього дослідження полягає у розвиненні деяких загальних виразів для ймовірності банкрутства  $\psi(\cdot)$  із відносною страховою надбавкою, що змінюється, як описано вище; знайти точні рішення ймовірності  $\psi(\cdot)$  для різних видів функції розподілу  $P(x)$  страхових виплат; показати простий чисельний метод для підрахування наближених значень  $\psi(\cdot)$ , а також показати методику обчислення  $\psi(\cdot)$  для українських страхових компаній і визначення необхідного стартового капіталу страхової компанії, щоб ймовірність банкрутства не перевищувала певного безпечного рівня.

*Визначення точної ймовірності банкрутства у випадку експоненціального розподілу*

За основу для побудови моделі було взято класичну модель ризику, описану у підрозділі 2.3 цієї роботи. Визначимо тепер деякі особливості обчислення ймовірності банкрутства для класичної моделі у випадку, коли страхова надбавка є константою  $\theta_i$ . Поточний капітал страхової компанії в момент часу  $t$  становить

$$Z_t = u + (1 + \theta_i)\alpha\mu t - S_t,$$

де, як і у класичній моделі ризику,  $u$  – стартовий капітал страхової компанії,  $\theta_i$  – відносна страхова надбавка компанії, параметр  $\alpha$  характеризує інтенсивність надходження страхових позовів,  $\mu$  дорівнює середньому розміру виплат компанії,  $S_t = \sum_{k=1}^{N_t} Y_k$  – сума виплат, які проведені компанією на відрізок часу  $[0, t]$ .

Ймовірність банкрутства позначимо:

$$\psi_i(u) = P(Z_t < 0 \text{ при деякому } t > 0 \mid Z_t = u),$$

де індекс  $i$  показує, що страхова надбавка дорівнює константі  $\theta_i$ .

Далі, позначимо  $\xi_i(u, K)$  – ймовірність банкрутства страхової компанії при початковому капіталі  $u$  за умови існування верхньої межі  $K > u$ , вище якої не буде збільшуватись поточний капітал компанії. Д.Діксон і Дж.Грей [125] показали, що за умови  $\theta_i > 0$  ця ймовірність дорівнює

$$\xi_i(u, K) = \frac{\psi_i(u) - \psi_i(K)}{1 - \psi_i(K)}.$$

Приймаючи позначення Гербера [128], визначимо величину

$$G_i(t, x) = P(T < \infty, -x < Z_t < 0 \mid Z_0 = u),$$

де  $T$  означає час настання банкрутства. Таким чином, величина  $G_i(t, x)$  представляє собою ймовірність банкрутства, при якій поточний капітал («дефіцит») компанії буде менший нуля на величину меншу за  $x$ .

Нарешті визначимо величину  $\psi_i(u)$  як ймовірність банкрутства при початковому капіталі  $u$ . При цьому відносна страхова надбавка приймає значення  $\theta_0$ , якщо капітал менший за  $b$ , і  $\theta_i$ , якщо капітал більше або дорівнює  $b$ , де  $b$  – деяке фіксоване додатне число [118, с.75].

Припустимо тепер, що  $P(x)$  є функцією експоненціального розподілу, причому середня величина страхового позову  $\mu=1$ , тобто  $P(x) = 1 - e^{-x}$ ,  $x > 0$ . У Дж. Грандела показано [132, с.159], що коли  $P(x)$  має такий вигляд, то ймовірність банкрутства дорівнює

$$\psi(u) = \frac{1}{1 + \theta_i} e^{-\theta_i u / (1 + \theta_i)}.$$

Використовуючи результати Гербера [128], можна показати, що

$$G_i(u, x) = \psi_i(u) (1 - e^{-x}).$$

Після перетворень [118, с.77-78], можна отримати точну формулу для ймовірності банкрутства:

$$\psi(u) = \begin{cases} \alpha \psi_0(u + \beta) & u < b \\ \psi_1(u - b) \alpha e^{-\theta_0 b / (1 + \theta_0)} + \beta & u \geq b. \end{cases} \quad (3.11)$$

*Чисельне наближення для ймовірності банкрутства.*

У випадку, коли виплати страхової компанії мають не експоненціальний розподіл, вказати точну формулу для ймовірності банкрутства  $\psi(u)$  практично неможливо. Тому постає проблема відшукати наближені оцінки для  $\psi(u)$ , які могли б використовуватись на практиці. У цьому розділі ми підрахуємо наближені значення  $\psi(u)$  у випадку, коли  $u < b$ , використовуючи методи Г.Панжера [148] та Сімпсона. У випадку, коли  $u > b$ , для підрахунку  $\psi(u)$  нами було використано результати Д. Діксона [117]. Проілюструємо метод у випадку, коли  $P(u) = 1 - e^{-x}$ . Цей розподіл був вибраний, щоб ми могли порівняти наближені значення ймовірності банкрутства із точними, отриманими за формулами (3.11).

За допомогою програмного забезпечення Mathematica 5.0 було обчислено точні і наближені значення  $\psi(u)$ . Таблиця 3.3 показує точні значення  $\psi(u)$ , а таблиця 3.4 – наближені значення  $\psi(u)$ , коли  $P(u) = 1 - e^{-x}$  для різноманітних комбінацій значень  $u$  і  $b$ .

Таблиця 3.3

Точні значення  $\psi \left( \frac{b}{u} \right)$  при  $\theta_0 = 0.3, \theta_1 = 0.15$

	$u \square 0$	$u \square 5$	$u \square 10$	$u \square 15$	$u \square 20$	$u \square 25$	$u \square 30$
$b \square 0$	0.868565	0.451967	0.234956	0.122712	0.064226	0.033452	0.017473
$b \square 5$	0.813688	0.391626	0.204003	0.106267	0.055356	0.028835	0.015020
$b \square 10$	0.784869	0.297522	0.142683	0.074325	0.038717	0.020168	0.010505
$b \square 15$	0.773823	0.261453	0.098663	0.047316	0.024647	0.012839	0.006688
$b \square 20$	0.770099	0.249294	0.083825	0.031632	0.015170	0.007902	0.004116
$b \square 25$	0.768899	0.245376	0.079043	0.026578	0.010029	0.00481	0.002505
$b \square 30$	0.768518	0.244131	0.077524	0.024972	0.008397	0.003168	0.001519

Джерело: Розраховано автором самостійно.

Таблиця 3.4

Наближені значення  $\psi \left( \frac{b}{u} \right)$  при  $\theta_0 = 0.3, \theta_1 = 0.15$  з мірою похибки  $h=0,01$

	$u \square 0$	$u \square 5$	$u \square 10$	$u \square 15$	$u \square 20$	$u \square 25$	$u \square 30$
$b \square 0$	0.869565	0.452967	0.235956	0.122912	0.06402	0.033352	0.017373
$b \square 5$	0.81429	0.390513	0.203423	0.105965	0.05519	0.028753	0.014978
$b \square 10$	0.785636	0.296473	0.142181	0.074063	0.03858	0.020097	0.010468
$b \square 15$	0.77467	0.260483	0.098297	0.047141	0.02455	0.012791	0.006663
$b \square 20$	0.770975	0.248355	0.083509	0.031513	0.01511	0.007872	0.004100
$b \square 25$	0.769784	0.244446	0.078743	0.026477	0.00999	0.004791	0.002496
$b \square 30$	0.769405	0.243205	0.077230	0.024878	0.00836	0.003156	0.001513

Джерело: Розраховано автором самостійно.

Відзначимо дуже велику точність наближених значень у кожній з таблиць. При послідовному збільшенні кількості ітерацій у методі Г.Панжера можна досягти бажаної точності підрахунків аж до того, що точні та наближені значення співпадають до чотирьох знаків після коми.

*Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України.*

На основі описаного вище методу та за допомогою таблиць 3.3 і 3.4 обчислимо ймовірності банкрутства для найбільших страхових компаній України. В якості показника стартового капіталу розглядалась сума страхових резервів компаній станом на 30.09.2011 р. [158]. Відносний стартовий капітал  $u$  можна знайти як відношення стартового капіталу та середнього розміру виплат компанії (таблиця 3.5). Після цього можна знаходимо ймовірності банкрутства при різних значеннях  $b$  (у наших

обчисленнях ми приймали середній обсяг виплат компаній рівним 10000 і 5000 тис. грн.).

Таблиця 3.5

### Власний капітал найбільших страхових компаній України

№	Назва компанії	Страхові резерви на 30.09.2011 р., тис.грн	Відносний капітал ( $\mu=10000$ )	Відносний капітал ( $\mu=5000$ )
1	УНИКА	442357,0	44,2	88,5
2	ПРОВІДНА	392095,2	39,2	78,4
3	ІНГО Україна	331303,6	33,1	66,3
4	КРЕМІНЬ	300283,3	30,0	60,1
5	АХА СТРАХУВАННЯ	287019,0	28,7	57,4
6	ЛЕММА	251069,0	25,1	50,2
7	ТАС СГ	246810,7	24,7	49,4
8	ОРАНТА	244766,0	24,5	49,0
9	УПСК	233476,7	23,3	46,7
10	ПЗУ Україна	201715,4	20,2	40,3
11	УНІВЕРСАЛЬНА	194027,7	19,4	38,8
12	АСКА	178526,0	17,9	35,7
13	ГАРАНТ-АВТО	174811,9	17,5	35,0
14	УКРАЇНСЬКА СТРАХОВА ГРУПА	148064,3	14,8	29,6
15	ALLIANZ Україна	128074,6	12,8	25,6
16	КНЯЖА	115946,2	11,6	23,2
17	ДОБРОБУТ	90459,4	9,0	18,1
18	ВУСО	88134,6	8,8	17,6
19	ПРОСТО-СТРАХУВАННЯ	86086,0	8,6	17,2
20	АЛЬФА СТРАХУВАННЯ	82424,9	8,2	16,5

Джерело: Розраховано автором за даними [158].

Наприклад, для страхової компанії ПЗУ Україна при середніх виплатах  $\mu=10000$  і відносному капіталі  $u=20$  за таблицями 3.3 та 3.4 знаходимо, що ймовірність банкрутства  $\psi \bar{\psi} = 6,4\%$  для  $b=0$ ,  $\psi \bar{\psi} = 3,9\%$  для  $b=10$ ,  $\psi \bar{\psi} = 1,5\%$  для  $b=20$  і т.д. Можна відзначити, що при збільшенні межі  $b$  ймовірність банкрутства компанії знижується за інших рівних умов.

На практиці страхові компанії можуть збільшувати або зменшувати

розмір відносної страхової надбавки  $\theta_i$ , свого стартового капіталу  $u$  і визначати межу  $b$  для того, щоб ймовірність банкрутства не перевищувала певного безпечного (з погляду компанії) рівня  $p_0$ . За допомогою таблиць 3.3 та 3.5 можна визначити величину стартового капіталу  $u$  компанії так, щоб ймовірність банкрутства  $\psi(u)$  залишалася на рівні  $p_0$  при певному значенні  $b$ .

Наприклад для того, щоб ймовірність банкрутства не перевищувала 10% при  $b=15$  із таблиць 3.3 та 3.4 слідує, що відносний стартовий капітал має бути більшим за 10, (при середньому рівні виплат  $\mu=10000$  значення страхових резервів компанії повинно перевищувати 100 млн. грн.), а при  $b=5$  відносний стартовий капітал має бути більшим за 15 (при  $\mu=5000$  значення страхових резервів повинно перевищувати 75 млн. грн.). Якщо ми хочемо отримати значення ймовірності банкрутства для інших значень середніх виплат та відносних страхових надбавок, а також визначити розмір стартового капіталу компанії, щоб ймовірність банкрутства не перевищувала певного рівня, то це можна зробити за допомогою електронних аналогів таблиць 3.3 та 3.4, розроблених у пакетах Mathematica і MSExcel.

### **3.2.2. Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній методом послідовних наближень у марковському середовищі**

Метою даного дослідження було обчислення фінансової привабливості страхової компанії через ймовірність банкрутства, її платоспроможності в умовах динамічних коливань ставок страхових платежів, зумовлених дифузійними процесами перехідної економіки України. На відміну від класичної моделі, тут розглянуто більш загальний процес ризику у випадковому (марковському) середовищі з декількома станами, які відрізнятимуться обсягами страхових платежів, виплат тощо.

Така різноманітність станів може виникати під впливом зовнішніх факторів (погодних умов, інтенсивності руху на дорогах при автомобільному

страхуванні, параметрів економічного середовища). Для визначення ймовірності банкрутства страхової компанії розглянуто два методи: метод Лапласа та метод послідовних наближень Пікара.

### Процеси ризику в марковському середовищі

Одним із найважливіших показників стабільності страхової компанії є ймовірність її небанкрутства. Відомо [75, с.227], що ймовірність небанкрутства  $\varphi(u) = P\{\inf_{t \geq 0} \xi_t \geq 0\}$  на нескінченному інтервалі часу для класичного процесу ризику задовольняє інтегральному рівнянню

$$\varphi(u) = 1 - \frac{\alpha\mu}{c} + \frac{\alpha}{c} \int_0^u \varphi(u-z)(1-F(z))dz. \quad (3.12)$$

У класичній моделі ризику передбачається, що параметри  $c$ ,  $\alpha$ ,  $\mu$  та функція розподілу страхових виплат  $F(x)$  класичного процесу ризику (2.24) не змінюються із часом. Іноді розглядають більш загальний процес ризику у випадковому (марковському) середовищі. Тоді відповідні параметри  $c_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\mu_i$ ,  $F_i$  процесу ризику можуть залежати від стану  $i$  середовища. При фіксованому стані середовища випадкові моменти надходження й розміри страхових вимог вважаються незалежними. Нас цікавить ймовірність  $\psi_i(u)$  банкрутства процесу ризику (2.24) на нескінченному інтервалі часу при початковому капіталі  $u > 0$  й початковому стані  $i$  ланцюга

$$\psi_i(u) = P\{\inf_{0 \leq t < \infty} \xi_t < 0 \mid \xi(0) = u, \text{початок} = i\}. \quad (3.13)$$

Обчислення цих ймовірностей являє собою серйозну теоретичну й обчислювальну проблему. Виявляється, що ймовірності  $\{\varphi_1(u), \dots, \varphi_m(u)\}$  задовольняють деяким системам диференціальних, інтегро-диференціальних і загальних інтегральних рівнянь із крайовими умовами  $\{\varphi_i(+\infty) = 1, i = 1, \dots, m\}$ ,

звідки ці ймовірності можуть бути, в принципі, знайдені. У нашому дослідженні було, по-перше, вивчено можливість розв'язання відповідної системи інтегро-диференціальних рівнянь за допомогою перетворень Лапласа. По-друге, у загальному випадку, коли інші підходи не придатні, пропонується ітераційно вирішувати загальні інтегральні рівняння для ймовірностей небанкрутства методом послідовних наближень. Установлено достатні умови існування та єдиності розв'язку цієї задачі, а також умови збіжності методу послідовних наближень. При цьому виявляється можливим організувати ітераційний процес так, щоб наближення сходилися до рішення зверху й знизу та, таким чином, можна було контролювати точність наближень. Обчислення було здійснено за допомогою пакета Mathematica на прикладі процесу ризику в марковському середовищі із трьома станами.

Б. Норкіним [60] були отримані інтегральні рівняння для ймовірностей  $\{\varphi_i(u)\}$  небанкрутства процесу ризику на нескінченному інтервалі часу (не припускаючи диференційованості функцій  $\varphi_i(u)$ ):

$$\varphi_i(u) = \int_0^{\infty} e^{-t(\alpha_i + \lambda_i)} \left( \lambda_i \sum_{j=1}^m p_{ij} \varphi_j(u + c_i t) + \alpha_i \int_0^{u+c_i t} \varphi_i(u + c_i t - z) dF_i(z) \right) dt \quad (3.14)$$

Розв'язання системи інтегральних рівнянь (3.14) або її наслідків із крайовими умовами є нетривіальною проблемою. Цьому присвячені роботи Дж. Грандела [131], С. Асмуссена [108], Д. Гусака [20]. Б. Норкін [59], однак, показав, що цю систему у ряді випадків можна вирішити за допомогою стандартного методу перетворень Лапласа.

У Б. Норкіна [59] ймовірність небанкрутства  $\varphi(u)$  класичного процесу ризику отримана з інтегрального рівняння (3.12) методом послідовних наближень Пікара. У даній роботі цей ітераційний підхід застосовується для рішення системи інтегральних рівнянь із крайовими умовами.

## Оцінювання ймовірності банкрутства страхових компаній методом перетворень Лапласа

Для прикладу розрахунків візьмемо дані по страховій компанії «Оранта» на 1.10.2007 року [159].

Розглянемо процес ризику на ланцюзі Маркова із трьома станами

$$i = 1, 2, 3 \text{ та матрицею переходів } P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Дана матриця переходів припускає, що із крайніх положень передбачається можливість переходу тільки в друге основне положення, тобто має на увазі інертність системи (для переходу з одного крайового положення в інше, повинен пройти час знаходження в середньому стані).

Ймовірності переходу в крайові стани прийнято рівними, оскільки у нас недостатньо інформації для більш точної оцінки даного ризику.

Для розрахунків визначимо середню суму страхових виплат у розмірі 8 тис. грн.

Передбачається, що від станів середовища залежать страхові платежі,

тобто інтенсивності надходження премій:  $C = C_0 \begin{pmatrix} 0,9 \\ 1 \\ 1,1 \end{pmatrix}$ , де  $C_0 = 2669$  – певна

константа, яка визначається розмір страхових платежів, скоригованих на середній розмір страхових виплат.

Інтенсивності зміни станів  $\lambda = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,1 \\ 0,2 \end{pmatrix}$  розраховані з умови, що

ймовірність не вийти із другого стану ( $i = 2$ ) за 6 періодів (місяців) дорівнює  $P(\Delta_i) \approx e^{-\lambda_i \Delta} = e^{-0,6} = 0,5488$ .

Інтенсивності надходження вимог постійні для всіх станів:  $\alpha_i = 1286$ , і

вимоги є показниково розподіленими із функцією розподілу:  $F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\mu}}$ .

Перетворення Лапласа функції  $F(x) = 1 - e^{-x}$ ,  $x \geq 0$  в такому випадку буде

мати вигляд  $\bar{F}_i(v) = 1/(1+v)$ .

Здійснивши пряме та обернене перетворення Лапласа, отримаємо вектор ймовірностей небанкрутства у трьох можливих станах:

$$\varphi(u) = \begin{pmatrix} \alpha_{11}(u) & \alpha_{12}(u) & \alpha_{31}(u) \\ \alpha_{21}(u) & \alpha_{22}(u) & \alpha_{32}(u) \\ \alpha_{31}(u) & \alpha_{23}(u) & \alpha_{33}(u) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \varphi_1(0) \\ \varphi_2(0) \\ \varphi_3(0) \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} \alpha_{11}(u) &\approx 0,28 - 2,18 \cdot 10^{-14} \cdot e^{-0,599u} - 4,38 \cdot 10^{-7} \cdot e^{-0,518u} - 1,15 \cdot e^{-0,465u} + 0,43 \cdot e^{0,0001u} + 1,44e^{0,0002u}, \\ \alpha_{12}(u) &\approx 1,24 + 2,28 \times 10^{-11} \times e^{-0,599u} + 0,0013 \times e^{-0,518u} - 0,0021 \times e^{-0,465u} + 0,57 \times e^{0,0001u} - 1,81e^{0,0002u}, \\ \alpha_{13}(u) &\approx 0,37 - 4,38 \times 10^{-8} \times e^{-0,599u} + 2,92 \times 10^{-7} \times e^{-0,518u} - 3,33 \cdot 10^{-7} \times e^{-0,465u} - 0,83 \times e^{0,0001u} + 0,45e^{0,0002u}, \\ \alpha_{21}(u) &\approx 0,28 + 5,14 \times 10^{-12} \times e^{-0,599u} + 0,0003 \times e^{-0,518u} - 0,00046 \times e^{-0,465u} + 0,128 \times e^{0,0001u} - 0,41e^{0,0002u}, \\ \alpha_{22}(u) &\approx 1,25 - 5,47 \times 10^{-8} \times e^{-0,599u} - 0,93 \times e^{-0,518u} - 8,33 \cdot 10^{-7} \times e^{-0,465u} + 0,17 \times e^{0,0001u} + 0,51e^{0,0002u}, \\ \alpha_{23}(u) &\approx 0,37 + 0,0001 \times e^{-0,599u} - 0,0002 \times e^{-0,518u} - 1,34 \cdot 10^{-10} \times e^{-0,465u} - 0,25 \times e^{0,0001u} - 0,13e^{0,0002u}, \\ \alpha_{31}(u) &\approx 0,28 - 3,28 \times 10^{-8} \times e^{-0,599u} + 2,19 \times 10^{-7} \cdot e^{-0,518u} - 2,5 \cdot 10^{-7} \times e^{-0,465u} - 0,62 \times e^{0,0001u} + 0,34e^{0,0002u}, \\ \alpha_{32}(u) &\approx 1,25 + 0,00035 \times e^{-0,599u} - 0,00067 \times e^{-0,518u} - 4,48 \cdot 10^{-10} \times e^{-0,465u} - 0,82 \times e^{0,0001u} - 0,427e^{0,0002u}, \\ \alpha_{33}(u) &\approx 0,37 - 0,67 \times e^{-0,599u} - 1,46 \cdot 10^{-7} \times e^{-0,518u} - 4,07 \cdot 10^{-14} \times e^{-0,465u} + 1,19 \times e^{0,0001u} + 0,106 \cdot e^{0,0002u}. \end{aligned}$$

Використавши крайові умови  $\varphi_i(+\infty) = 1$ ,  $i = 1, 2, 3$ , одержимо значення

$$\varphi_1(0) = 0,465, \quad \varphi_2(0) = 0,518, \quad \varphi_3(0) = 0,598.$$

Побудуємо графік ймовірності небанкрутства в залежності від власного капіталу. Із графіків видно, що при збільшенні капіталу досягається ефект насичення, тобто  $\frac{\partial \varphi_i(u)}{\partial u} \rightarrow 0$ ,  $\frac{\partial^2 \varphi_i(u)}{\partial u^2} < 0$ . При значному зростанні капіталу, ймовірність небанкрутства зростає меншими темпами, ніж, власне, сам капітал, тобто існує певне критичне значення фінансових активів, після досягнення якого збільшувати розмір капіталу стає недоцільним. Дана проблема якраз і становить оптимізаційну задачу для страхового менеджера.

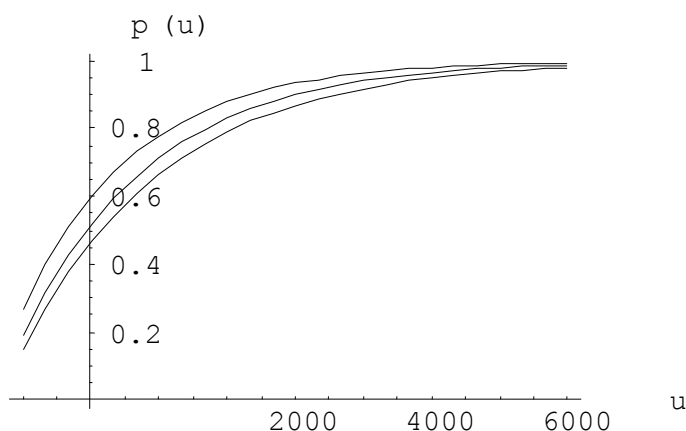


Рис. 3.1. Залежність ймовірності небанкрутства від капітальних активів.

*Джерело: Складено автором самостійно.*

Таблиця 3.6

### Рейтинги страхових компаній за рівнем ймовірності небанкрутства

Страхова компанія	Ймовірності небанкрутства в різних станах при дійсному значенні капіталу			Середньозважений показник ймовірності небанкрутства $\tilde{\varphi}(U)$	Рівень виплат, %
	$\varphi_1(U)$	$\varphi_2(U)$	$\varphi_3(U)$		
«СТРАХОВА ГРУПА «ГАС»	0,87461	0,91639	0,95794	0,915859	27,6
КРЕДО-КЛАСІК	0,98937	0,99819	0,99953	0,996312	35,7
УТІСО (ЮТИКО)	0,94508	0,95873	0,98304	0,961298	32,8
ОРАНТА	0,97454	0,99863	0,99911	0,992672	48,2
АКВ ГАРАНТ	1,00000	1,00000	1,00000	1,000000	2,1
ГАРАНТ-АВТО	0,99982	1,00000	1,00000	0,999953	29,9
ВЕКСЕЛЬ	0,98452	0,99976	0,99978	0,995934	10,9
АРМА	1,00000	1,00000	1,00000	1,000000	3,2
ІНГО-УКРАЇНА	0,92390	0,95347	0,99232	0,955481	41,6
ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	0,99957	0,99991	0,99995	0,999834	24,4

*Джерело: Розраховано автором за даними [159].*

Використавши дані про фінансовий стан деяких страхових компаній України [159], проведемо аналогічні розрахунки для цих компаній (таблиця 3.6) та отримаємо середньозважений показник ймовірності небанкрутства:

$$\phi(U) = \sqrt[\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}]{\varphi_1(U)^{\frac{1}{4}} \cdot \varphi_2(U)^{\frac{1}{2}} \cdot \varphi_3(U)^{\frac{1}{3}}}.$$

Таблиця 3.7

**Фінансові показники страхових компаній за 9 місяців 2007 р.**

№	Страхова компанія	Фінансові активи, тис. грн.	Виплати по страхуванню і перестрахованню, тис. грн.	Страхові платежі, тис. грн.	Рівень виплат, %
1	СТРАХОВА ГРУПА "ТАС"	230227,5	20095,0	72828,9	27,59
2	КРЕДО-КЛАСІК	139365,7	33532,0	93813,2	35,74
3	УТІСО (ЮТІКО)	137898,7	9647,1	29419,6	32,79
4	ОРАНТА	125740,4	92610,9	192141,2	48,20
5	АКВ ГАРАНТ	118068,7	4521,4	213931,2	2,11
6	ГАРАНТ-АВТО	105084	31811,8	106263,2	29,94
7	ВЕКСЕЛЬ	100060,7	5043,9	46131,2	10,93
8	АРМА	91429,2	1090,7	34346,6	3,18
9	ІНГО-УКРАЇНА	90045,9	47356,2	113899,6	41,58
10	ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	82389,9	10334,6	42369,2	24,39

*Джерело: складено автором за даними [159].*

Як видно з таблиць 3.6 та 3.7, ймовірність небанкрутства тісно корелює з рівнем виплат та нормою платежів на одиницю статутного капіталу компаній.

Зокрема, для страховиків «АКВ Гарант» та «Арма» маємо ймовірність банкрутства рівною нулевій, що пояснюється дуже малим рівнем виплат 2,1% та 3,2% відповідно. Дана ситуація свідчить про надзвичайно високі страхові

надбавки або неадекватне визначення страхових ризиків. Така ситуація можлива лише в короткостроковому періоді, оскільки з розвитком конкурентного ринку попит на їх послуги впаде, й відповідно зросте ймовірність банкрутства цих компаній.

Для компанії «Оранта» ймовірність небанкрутства становить 0.993, що задовольняє будь-якому з граничних рівнів банкрутства (1% чи 5%). Для Європейського страхового альянсу ймовірність небанкрутства становить 0.9998, при рівні виплат 25%, що свідчить про конкурентоздатність даної компанії на страховому ринку України.

Зазначимо, що в даній моделі не враховуються такі засоби лімітування ризику, як перестраховування, державні гарантії, кредитування в разі неможливості здійснення виплат, затягування виплат в часі.

Для більш якісного аналізу ймовірності банкрутства треба враховувати сферу діяльності, спеціалізацію компанії, розподіл договорів страхування за розмірами платежів і виплат, рівень їх диверсифікації (географічної тощо), врахування катастрофічних ризиків, які можуть бути у компанії з неоптимальним портфелем тощо.

### **Метод Пікара для отримання ймовірностей банкрутства**

Знайдемо ймовірності небанкрутства процесу ризику із попереднього прикладу методом послідовних наближень. У нашому випадку для страхової компанії «Оранта» при аналогічних припущеннях маємо наступні ймовірності на перших ітераціях наближення:

$$\varphi_1^0(0) = 1 \rightarrow \varphi_1^1(0) = 0,651245 \rightarrow \varphi_1^2(0) = 0,651213$$

$$\varphi_2^0(0) = 1 \rightarrow \varphi_2^1(0) = 0,674768 \rightarrow \varphi_2^2(0) = 0,674753$$

$$\varphi_3^0(0) = 1 \rightarrow \varphi_3^1(0) = 0,695333 \rightarrow \varphi_3^2(0) = 0,695304$$

Дані послідовності ймовірності при великій кількості ітерацій збігаються до реальних значень, але їх обчислення потребує значних витрат машинного часу і пам'яті.

При невеликій кількості ітерацій ймовірність небанкрутства при

дійсному розмірі капіталу дорівнює 1 (порядку 0,9999).

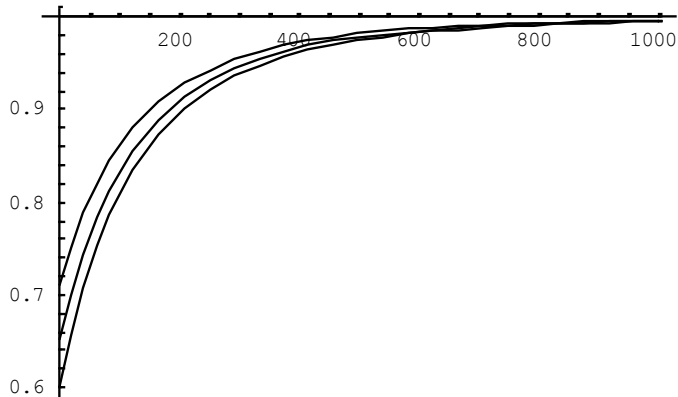


Рис. 3.2. Графік трьох ітераційних наближень ймовірності небанкрутства  $\varphi_i^1(u), i=1,2,3$ .

*Джерело: Складено автором самостійно.*

З рис. 3.2. видно, що при збільшенні кількості ітерацій, дані наближення асимптотично збігаються до істинного значення ймовірності небанкрутства.

Функціональний вигляд ітерацій, наявність подвійних інтегралів й нескінченних границь інтегрування, а також можливо велика кількість ітерацій потребує економної чисельної реалізації процесу послідовних наближень й урахування помилок заокруглень.

Якщо  $\varphi_i^0 = \bar{\varphi}_i^0 \equiv 1$ , то згідно з лемою 1 [59] послідовність наближень Пікара монотонно спадає й збігається згори до розв'язку відповідної системи рівнянь [59].

Якщо  $\varphi_i^0 = \underline{\varphi}_i^0 \equiv 1 - e^{-Lu}$ , де  $L$  - загальна константа Лундберга, то відповідно до леми 2 послідовність монотонно зростає і збігається до розв'язку тієї ж системи [59].

Метод Пікара має певні переваги й недоліки порівняно з методом Лапласа.

На відміну від методу Лапласа, метод Пікара можна застосовувати при будь-якому випадковому розподілі виплат, який задається функціонально

(наприклад, Гама-розподілі, для якого метод Лапласа непридатний), але він потребує значних витрат машинного часу і пам'яті. При значній кількості ітерацій результати обох методів співпадатимуть. Тому вибір методу потрібно робити в залежності від припущень й цілей дослідження.

### **3.3. Аналіз діяльності страхової компанії методами імітаційного моделювання. Моделі перестраховання**

#### **3.3.1. Аналіз ризиків за допомогою імітаційного моделювання**

Імітаційне моделювання є одним з найбільш потужних засобів аналізу будь-яких стохастичних моделей. На відміну від аналітичних, чисельних та наближених методів імітаційне моделювання придатне практично до будь-якої стохастичної системи. При цьому опис поведінки цієї системи часто безпосередньо дає алгоритм моделювання. Придатний цей метод і для аналізу ризиків у страхуванні [76, с.110].

Більшість сучасних мов програмування та програмних продуктів містять засоби для генерування випадкової величини  $Z$ , рівномірно розподіленої на інтервалі  $(0;1)$ . Нижче буде розглянуто, яким чином із цієї величини можна згенерувати як неперервну, так і дискретну випадкову величину фактично з будь-якою функцією розподілу.

#### *Моделювання дискретних випадкових величин.*

Розглянемо приклад страхування життя на один рік, коли страхова компанія сплачує певну суму  $b_1$  у випадку загибелі застрахованої особи протягом року від нещасного випадку (нехай  $q_1$  – ймовірність цієї події) і суму  $b_2$  у випадку смерті застрахованої особи протягом року від „природних” причин. (нехай  $q_2$  – ймовірність цієї події). Компанія не сплачує нічого, якщо застрахована особа доживе до кінця року (ймовірність цієї події дорівнює  $p=1-q_1-q_2$ ). Відповідно, індивідуальний позов  $X$ , породжений такою

угодою, приймає три значення: 0,  $b_1$  та  $b_2$  з ймовірностями  $p$ ,  $q_1$  та  $q_2$  відповідно.

Для того, щоб змоделювати величину цього позову, розіб'ємо відрізок  $[0;1]$  на три частини:

$$\Delta_0 = [0, p), \Delta_1 = [p, p + q_1), \Delta_2 = [p + q_1, 1],$$

довжиною  $p$ ,  $q_1$  та  $q_2$  відповідно, та згенеруємо рівномірно розподілену величину  $Z$ .

Визначимо нову випадкову величину  $Y$ , поклавши

$$Y = \begin{cases} 0, & \text{якщо } Z \in \Delta_0, \\ b_1, & \text{якщо } Z \in \Delta_1, \\ b_2, & \text{якщо } Z \in \Delta_2. \end{cases}$$

Оскільки подія  $\{Y=0\}$  рівносильна події  $Z \in \Delta_0$ , її ймовірність дорівнює довжині проміжку  $\Delta_0$ , тобто  $p$ . Подібним чином,  $P(Y = b_1) = q_1$ ,  $P(Y = b_2) = q_2$ . Отже, величина  $Y$  має той самий розподіл, що й величина  $X$ , тобто може розглядатись як її стохастична копія.

Припустимо тепер, що випадкова величина  $X$ , яку ми маємо змоделювати, приймає довільну кількість дискретних значень  $b_0, b_1, b_2, \dots$  із відповідними ймовірностями  $p_0, p_1, p_2, \dots$ . Розіб'ємо відрізок  $[0;1]$  на частини

$$\Delta_0 = [0, p_0), \Delta_1 = [p_0, p_0 + p_1), \dots, \Delta_n = [p_0 + \dots + p_{n-1}, p_0 + \dots + p_n], \dots \quad (3.15)$$

довжиною  $p_0, p_1, \dots, p_n, \dots$  відповідно та згенеруємо рівномірно розподілену випадкову величину  $Z$ .

Аналогічно до попереднього випадку, можна показати, що величина  $Y$  є реалізацією випадковою величини  $X$ .

Подібний алгоритм можна застосовувати як для моделювання дискретних індивідуальних позовів, так і для моделювання кількості позовів  $\nu$  за певний проміжок часу. В останньому випадку найбільший інтерес являють два види розподілів – пуасонівський та від'ємний біноміальний.

Розглянемо спочатку пуассонівську випадкову величину  $\nu$  з параметром  $\lambda$ . Як відомо,  $P(\nu = i) = \pi_i = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}$ . Ймовірності  $\pi_i$  зручно обчислювати за рекурентною формулою  $\pi_i = \pi_{i-1} \cdot \frac{\lambda}{i}$ ,  $i \geq 1$  з початковою умовою  $\pi_0 = e^{-\lambda}$ . Згенерувавши за допомогою комп'ютерної програми відповідні ймовірності  $\pi_i$ , можна повторити процедуру (3.15) розбиття відрізка  $[0;1]$  на частини та отримати випадкову величину, що має розподіл Пуасона.

Якщо ж випадкова величина  $\nu$  має від'ємний біноміальний розподіл з параметрами  $p$  та  $\alpha$ , тобто  $P(\nu = i) = \pi_i = \frac{\alpha \cdot (\alpha + 1) \cdot \dots \cdot (\alpha + i)}{i!} p^\alpha q^i$ , то ймовірності  $\pi_i$  зручно обчислювати за рекурентною формулою  $\pi_i = \pi_{i-1} \cdot \frac{\alpha + i - 1}{i} \cdot q$ ,  $i \geq 1$  з початковою умовою  $\pi_0 = p^\alpha$ .

#### *Моделювання неперервних випадкових величин.*

Моделювання неперервних випадкових величин базується на наступному факті. Нехай  $y = F(x)$  - монотонно зростаюча неперервна функція розподілу, так що на проміжку  $0 < y < 1$  визначена обернена функція  $x = F^{-1}(y)$ . Тоді випадкова величина  $F^{-1}(Z)$ , де  $Z$  - випадкова величина, рівномірно розподілена на  $(0;1)$ , має розподіл  $F(x)$ .

Дійсно,  $P(F^{-1}(Z) \leq x) = P(Z \leq F(x)) = F(x)$ .

Обернена функція  $F^{-1}(y)$  може бути явно обчислена для більшості неперервних розподілів, так що відповідні випадкові величини часто моделюються простими операторами. Розглянемо декілька найпоширеніших таких розподілів.

**Експоненціальний розподіл.** Функція розподілу відповідної випадкової величини задається формулою  $y = 1 - e^{-\lambda x}$ . Обернена функція є  $x = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - y)$ . Тому випадкова величина  $-\frac{1}{\lambda} \ln(1 - Z)$ , де  $Z$  - рівномірно

розподілена на  $(0;1)$ , має експоненціальний розподіл з параметром  $\lambda$ . Втім, оскільки величина  $1-Z$  також рівномірно розподілена на  $(0;1)$ , експоненціальну величину можна отримати за формулою  $-\frac{1}{\lambda} \ln Z$ .

**Розподіл Парето.** Функція розподілу випадкової величини, що має розподіл Парето з параметрами  $\lambda$  та  $\alpha$ , задається формулою  $y = 1 - \left(\frac{\lambda}{x + \lambda}\right)^\alpha$ . Оберненою функцією є  $x = \lambda \cdot (1 - y)^{-1/\alpha} - \lambda$ . Тому випадкова величина  $\lambda \cdot (1 - Z)^{-1/\alpha} - \lambda$ , де  $Z$  – рівномірно розподілена на  $(0;1)$ , має розподіл Парето з параметрами  $\lambda$  та  $\alpha$ . Оскільки величина  $1-Z$  також рівномірно розподілена на  $(0;1)$ , можна використати більш просте перетворення  $\lambda \cdot Z^{-1/\alpha} - \lambda$ .

*Аналіз моделі індивідуального ризику.*

Якщо нам задані кількість угод страхування  $N$  та розподіл випадкових величин  $X_1, K, X_N$ , які описують індивідуальні ризики від угод, то ми можемо змодельовати ці величини та, таким чином, змодельовати величину сумарного позову до компанії  $S = X_1 + K + X_N$ .

Якщо ми маємо фіксовану величину резервного фонду  $u$ , то з кожним окремим циклом моделювання сукупності позовів пов'язана випадкова величина  $\rho$ , що дорівнює 0 або 1 у відповідності з тим,  $S > u$  або  $S \leq u$  (тобто у відповідності з тим, збанкрутувала компанія після чергового позову чи ні).

Проведемо велику кількість  $K$  циклів імітаційного моделювання. Вони призведуть до певних значень  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_K$  індикатора події „компанія збанкрутувала”. Для кожної випадкової величини  $\rho_i$  ми маємо такі значення математичного сподівання та дисперсії:

$$M \rho_i = P(\rho_i = 1) = \psi, \quad D \rho_i = P(\rho_i = 1) \cdot P(\rho_i = 0) = \psi(1 - \psi).$$

Тому сумарна кількість «успіхів»  $\rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_K$  має середнє значення

$K \cdot M\rho = K\psi$  та дисперсію  $K \cdot D\rho = K\psi(1-\psi)$ . Відповідно, середнє арифметичне  $\bar{\psi} = \frac{1}{K} \rho_1 + K + \rho_K$  має математичне сподівання  $\psi$  та дисперсію  $\psi(1-\psi)/K$ . При великих значеннях  $K$  дисперсія буде малою. Тому випадкова величина  $\bar{\psi}$  мало відрізнятиметься від свого середнього значення  $\psi$ , а отже, величину  $\bar{\psi}$  можна розглядати як наближене значення невідомої ймовірності банкрутства  $\psi$ .

Здійснивши декілька практичних розрахунків ймовірності банкрутства для різних значень параметрів індивідуальних позовів, можна переконатись, що після приблизно 10000 циклів відносна похибка оцінки ймовірності банкрутства не перевищує 5%. Наприклад, для портфелю з чотирьох однакових угод страхування життя, за якими у випадку смерті застрахованої особи протягом року від нещасного випадку виплачується 50 000 грн., а у випадку смерті від „природних” причин – 25 000 грн. (відповідні ймовірності цих подій рівні по 0,1, а отже ймовірність не померти рівна 0,8), точне значення ймовірності банкрутства при стартовому капіталі компанії 100 000 грн. дорівнює 0,0143. Проаналізувавши наближені показники ймовірності банкрутства, обчислені описаним методом імітаційного моделювання, можна помітити, що по мірі зростання кількості циклів моделювання, оцінка  $\bar{\psi}$  приймає значення навколо точного показника із затухаючою амплітудою (після 100 000 циклів відносна похибка лежала в межах 2%).

Застосувавши центральну граничну теорему, можна показати, що для невідомого значення  $\psi$  існує надійний інтервал

$$\left( \bar{\psi} - C_\alpha \sqrt{\frac{\psi(1-\psi)}{K}}, \bar{\psi} + C_\alpha \sqrt{\frac{\psi(1-\psi)}{K}} \right).$$

Межі цього інтервалу залежать від невідомої ймовірності  $\psi$ , але на практиці тут можна замінити  $\psi$  на її оцінку  $\bar{\psi}$ . З останньої формули

впливає, що для зменшення відносної похибки (довжини надійного інтервалу) в 10 разів необхідно збільшити кількість циклів моделювання в 100 разів.

Аналогічні імітаційні моделі можна також побудувати для моделі колективного ризику, що була розглянута у підрозділі 2.2 цієї роботи. Побудова подібних моделей для динамічних моделей банкрутства, зокрема для класичної моделі ризику, розглянутої у підрозділі 2.3, є більш складною процедурою. Тим не менш, можливість застосування імітаційних моделей в різноманітних реальних ситуаціях для обчислення ймовірності банкрутства страхових компаній відкривають широкі можливості для подальших досліджень цієї проблеми.

### 3.3.2. Зменшення ризику за допомогою перестраховування

Фізичні і юридичні особи укладають угоди страхування зі страховими компаніями для того, щоб позбутися від фінансових втрат, пов'язаних з невизначеністю настання тих або інших випадкових подій. До укладання договору страхування клієнт мав деякий ризик, що міг привести до випадкових втрат  $X$  (а міг і не привести до них). Після укладання договору страхування, клієнт позбувся від цього ризику (за невипадкову плату  $p = \theta + \theta \cdot MX$ , де  $\theta$  – відносна страхова надбавка, встановлена страховою компанією). Іншими словами, клієнт іде на невеликі детерміновані витрати для того, щоб позбутися від випадкових втрат, які хоч і мало ймовірні, але можуть бути дуже великими для нього. Однак, сам ризик не зник – його прийняла на себе страхова компанія. Інша справа, що маючи великий портфель угод, страхова компанія забезпечує собі вкрай малу ймовірність банкрутства. Тим не менш, можливі дуже великі позови, які приведуть до банкрутства компанії. Із цієї точки зору страхова компанія попадає в ту ж ситуацію, у якій спочатку (до підписання договорів страхування) перебували

її клієнти – існує небезпека фінансових втрат, пов'язана з невизначеністю пред'явлення дуже великих позовів [71, с.829].

Для вирішення цієї проблеми страхові компанії прибігають до єдиного можливого засобу – страхуванню свого ризику в іншій компанії. Такий вид страхування називається перестраховуванням (reinsurance).

Компанія, що безпосередньо укладає угоду страхування й бажає перестрахувати частину свого ризику, називається *передаючою компанією* (ceding company), а компанія, що страхує початкову страхову компанію називається *перестраховуючою компанією* (reinsurance company) [71, с. 830].

При перестраховуванні можуть перестраховуватися як надмірно великі індивідуальні позови, так і сумарний позов за певний період, скажімо, один рік. Деякі види страхування, економічно і юридично відрізняються від перестраховування, але з погляду математичних розрахунків у край близькі до перестраховування. Це, наприклад співстрахування (co-insurance), коли декілька страхових компаній укладають колективну угоду страхування із клієнтом, і групове страхування (group insurance), коли страхування групи клієнтів (наприклад, працівників підприємства) здійснюється однією особою (скажімо, їхнім роботодавцем) у формі єдиної угоди.

Розглянемо два типи перестраховування: пропорційне та ексцедентне.

Якщо передаюча компанія самостійно задовольняє деяку частку  $\alpha$ ,  $0 \leq \alpha \leq 1$ , від кожного позову, а перестраховуюча компанія – частку, що залишилася,  $1 - \alpha$ , то такий вид перестраховування називається *пропорційним* (proportional reinsurance). Параметр  $\alpha$  називається часткою утримання (retention limit).

Отже, при пропорційному перестраховуванні кожний позов величиною  $X$  тягне додатковий позов до перестраховуючої компанії величиною  $X^* = (1 - \alpha)X$ , таким чином, що реальні втрати передаючої компанії становлять суму  $X_{\text{реальні}} = X - X^* = \alpha X$ .

Припустимо тепер, що передаюча компанія самостійно сплачує всі

позови аж до деякої межі  $r$  грн., а для позовів, що перевищують  $r$  грн. сплачує суму  $r$  самостійно й пред'являє позов на суму, що залишилася, до перестраховуючої компанії. Якщо це правило застосовується до кожного індивідуального позову, то такий вид перестраховування називається *перестраховуванням перевищення втрат* або *ексцедентним перестраховуванням* (excess of loss reinsurance). Параметр  $r$  називається *границею утримання* [71, с.830-831]. Якщо ж це правило застосовується до загального позову за деякий період, то такий вид перестраховування називається перестраховуванням, що зупиняє втрати, або перестраховуванням на базі ексцедента збитковості (stop-loss reinsurance). Параметр  $r$  у цьому випадку називається *франшизою*, або що франшизою, що віднімається (deductible).

Отже, при перестраховуванні перевищення втрат кожен позов величиною  $X$  тягне додатковий позов до перестраховуючої компанії величиною  $X^* = (X - r)_+$ , так що реальні втрати передаючої компанії становлять суму  $X^{\leftarrow} = X - X^* = \min(X, r)$ . Як і раніше, ми використали позначення

$$(X - r)_+ = \begin{cases} X - r, & \text{якщо } X - r \geq 0, \\ 0, & \text{якщо } X - r < 0. \end{cases}$$

Слід зазначити, що випадкова величина  $X^*$  дорівнює нулю, якщо  $X = 0$ , тобто якщо позов до передавальної компанії не пред'являвся, або  $0 < X < r$ , тобто якщо позов до передаючої компанії не перевершує межі утримання.

Різноманітні типи договорів перестраховування можуть бути описані з єдиної точки зору за допомогою функції  $H(x)$ , що описує суму, яку сплачує перестраховуюча компанією при виникненні позову величиною  $x$ . Наприклад, для пропорційного перестраховування  $H(x) = \alpha x$ , а для перестраховування перевищення втрат  $H(x) = (x - r)_+$ .

Перестраховуюча компанія приймає на себе ризик від передаючої компанії за певну плату. По суті, для перестрахової компанії ця операція

виглядає як звичайне страхування. Тому плата за перестраховування встановлюється на тих же принципах, що й премії для звичайного страхування, тобто плата за перестраховування ризику дорівнює  $(1 + \theta^*) MN$ , де  $MN$  – очікуваний позов до перестраховуючої компанії а  $\theta^*$  – відносна страхова надбавка, встановлена перестраховуючою компанією.

Надалі будемо розглядати угоди перестраховування тільки з погляду передаючої компанії. При цьому будемо вважати, що відносна страхова надбавка, установа перестраховуючою компанією фіксована. Тому передаюча компанія повинна вибрати тип перестраховування і відповідно визначити або частку утримання  $\alpha$ , або границю утримання  $r$ .

*Перестраховування у моделі індивідуального ризику.*

У підрозділі 2.2. цієї роботи зазначено, що модель індивідуального ризику – це найпростіша модель функціонування страхової компанії призначена для розрахунку ймовірності банкрутства.

У рамках цієї моделі банкрутство визначається сумарним позовом  $S = X_1 + \dots + X_N$  до страхової компанії, де  $X_i$  – позов від  $i$ -ї угоди. Якщо цей сумарний позов більше, ніж резерви компанії, то компанія не зможе виконати всі свої зобов'язання і збанкрутує. Тому ймовірність банкрутства компанії дорівнює  $R = P(X_1 + \dots + X_N > u)$ .

**Пропорційне перестраховування.** Нагадаємо, що договір пропорційного перестраховування полягає в наступному. Установлюється деяка межа утримання  $\alpha$ ,  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Якщо індивідуальний позов становить  $X$  грн., то суму  $\alpha X$  грн. сплачує передаюча компанія, а суму  $(1 - \alpha) X$  сплачує перестраховуюча компанія [71, с.832].

Тоді після перестраховування сумарний позов до передаючої компанії стає рівним  $\alpha S = \alpha X_1 + \dots + \alpha X_N$ . Однак одночасно зменшується й капітал передаючої компанії. До укладання угоди перестраховування він був  $u + (1 + \theta) MS$ , де  $u$  – початковий резервний фонд, а  $\theta$  – відносна страхова

надбавка. Укладання угоди перестраховування призводить до виплати перестраховуючій компанії суми  $(1 + \theta^*) \cdot (1 - \alpha) MS$ , де  $(1 - \alpha) MS$  – очікуваний сумарний позов до перестраховуючої компанії, а  $\theta^*$  – відносна страхова надбавка встановлена перестраховою компанією. Тому після укладання угоди перестраховування резервний фонд компанії стає наступним

$$u + (1 + \theta) MS - (1 + \theta^*) \cdot (1 - \alpha) MS = u + \theta - \theta^* + (1 + \theta^*) \alpha MS.$$

Відповідно, імовірність банкрутства буде дорівнювати

$$P(\alpha S > u + [\theta - \theta^* + (1 + \theta^*) \alpha] \cdot MS) = P(S > [1 + \theta^* + (u/MS + \theta - \theta^*)/\alpha] \cdot MS).$$

Якщо  $\theta^* < \theta + u/MS$ , то при зменшенні частки утримання  $\alpha$  від 1 (відсутність перестраховування) до 0 (повне перестраховування) імовірність банкрутства зменшується від початкового значення  $P(S > [1 + \theta + u/MS] \cdot MS)$  до нуля. Проте, одночасно зменшується і очікуваний дохід передаючої компанії  $D = (1 + \theta)MS - (1 + \theta^*)(1 - \alpha)MS - \alpha MS = [\theta - \theta^* + \alpha \theta^*] \cdot MS$ .

У випадку, коли  $\theta^* > \theta$  і при повному перестраховуванні компанія буде мати збиток у розмірі  $(\theta^* - \theta)MS$ . Тоді, очевидно, параметр  $\alpha$  не може бути меншим за  $(\theta^* - \theta)/\theta^*$  (при цьому значенні  $\alpha$  очікуваний дохід дорівнює нулю).

Отже, якщо  $\theta^* < \theta + u/MS$ , то за рахунок перестраховування можна зменшити імовірність банкрутства (з одночасним зменшенням очікуваного доходу).

Якщо  $\theta^* > \theta + u/MS$ , то при зменшенні границі утримання, імовірність банкрутства зростає, і тому від перестраховування необхідно відмовитися.

І, нарешті, якщо  $\theta^* = \theta + u/MS$ , то ймовірність банкрутства взагалі не залежить від границі утримання. Проте, оскільки очікуваний дохід

зменшується разом зі зменшенням частки утримання, у даному випадку від перестраховування також необхідно відмовитися.

**Перестраховування перевищення втрат.** Нагадаємо, що угода перестраховування перевищення втрат полягає у наступному. Встановлюється певна границя утримання  $r$  гривень. Якщо величина індивідуального позову  $X$  не перевищує  $r$ , то передаюча компанія сплачує їх самостійно. Якщо ж індивідуальне звернення перевищує  $r$ , то передаюча компанія сплачує суму  $r$  гривень самостійно, а залишок  $X - r$  гривень сплачує перестраховуюча компанія. Таким чином, позов  $X$  перетворюється на позов  $X^{(r)} = \min(X, r)$  для передаючої компанії і в позов  $\max(X - r, 0) = X - X^{(r)}$  для перестраховуючої компанії.

Нехай, передаюча компанія перестраховувала  $N$  однотипових угод, тобто позови  $X_1, \dots, X_N$  по ним є незалежними і однаково розподіленими випадковими величинами.

Тоді сумарний позов передаючої компанії, що дорівнював  $S = X_1 + \dots + X_N$ , зменшиться і стане рівним  $S^{(r)} = X_1^{(r)} + \dots + X_N^{(r)}$ .

Проте, одночасно зменшується і капітал передаючої компанії. До укладення угоди перестраховування він був рівний (ми враховуємо для спрощення лише плату за страхування)  $Np = N(1 + \theta)p_0$ , де  $p_0 = MX$  – нетто-премія, а  $\theta$  – відносна страхова надбавка. Укладення угоди перестраховування призводить до виплати перестраховуючій компанії суми  $N(1 + \theta^*) \cdot (MX - MX^{(r)})$ , де  $MX - MX^{(r)}$  – очікуваний індивідуальний позов до перестраховуючої компанії, а  $\theta^*$  – відносна страхова надбавка, встановлена перестраховуючою компанією. Тому, після укладення договору перестраховування, капітал передаючої компанії стає

$$N(1 + \theta) \cdot MX - N(1 + \theta^*) \cdot (MX - MX^{(r)}) = N(\theta - \theta^*) \cdot MX + N(1 + \theta^*) \cdot MX^{(r)}$$

Відповідно, імовірність банкрутства дорівнює

$$P(S^{(r)} > N(\theta - \theta^*)MX + N(1 + \theta^*)MX^{(r)}).$$

Використовуючи нормальне (гаусівське) наближення, можемо записати імовірність банкрутства після перестраховування як

$$P\left(\frac{S^{(r)} - N \cdot MX^{(r)}}{\sqrt{NDX^{(r)}}} > \frac{N(\theta - \theta^*)MX + N\theta^*MX^{(r)}}{\sqrt{NDX^{(r)}}}\right) \approx 1 - \Phi\left(\sqrt{N} \frac{(\theta - \theta^*)MX + \theta^*MX^{(r)}}{\sqrt{DX^{(r)}}}\right)$$

Очевидно, що мінімізація імовірності банкрутства означає мінімізацію аргумента функції  $\Phi$ . Таким чином, щоб вирішити питання щодо доцільності перестраховування, і у випадку позитивної відповіді обрати оптимальну границю утримання  $r$ , ми маємо вивчити поведінку наступної функції від  $r$ :

$$\varphi(r) = \frac{[(\theta - \theta^*)MX + \theta^* \cdot M \min(X, r)]^2}{D(\min(X, r))}$$

і визначити її глобальний максимум при  $0 \leq r \leq \infty$ . Відзначимо, що якщо цей максимум досягається при  $r = +\infty$ , то перестраховування не є доцільним, а якщо ж  $r=0$ , то необхідно перестраховувати все.

Якщо портфель компанії складається з різнорідних угод, можна написати аналогічні формули, проте, як і у найпростішому випадку, отримати остаточні аналітичні висновки не вдається.

Зазначимо, що аналіз перестраховування для моделі колективного ризику практично не відрізняється від проведеного вище аналізу для моделі індивідуального ризику.

#### *Перестраховування у динамічній моделі банкрутства.*

Нагадаємо, що динамічна модель банкрутства характеризується наступними основними припущеннями [71, с.838]:

1. Моменти  $T_1, T_2, \dots$  пред'явлення позовів утворюють пуасонівський процес інтенсивності  $\lambda$ .

2. Позови, що надходять, незалежні, не залежать від моментів  $T_1, T_2, \dots$  і однаково розподілені за законом  $F(x)$  із середнім  $\mu$ .

3. Премії надходять неперервно зі швидкістю  $c = (1 + \theta) \lambda \mu$ .

Банкрутство настає, якщо в момент пред'явлення деякого позову його величина більше резервного фонду компанії.

Маючи на увазі нерівність Лундберга (2.39) і асимптотику Крамера-Лундберга (2.37), ми будемо як основну характеристику моделі розглядати характеристичний коефіцієнт  $R$  і прагнути його максимізувати.

Розглянемо деякий вид перестраховування, що описується функцією  $H(x)$ , так що кожний позов величиною  $Y$  приводить до позову величиною  $H(Y)$  до перестраховучої компанії й зменшує реальні втрати передаючої компанії з  $Y$  до  $Y' = Y - H(Y)$ . Оскільки за одиницю часу пред'являється в середньому  $\lambda$  позовів, то у середньому за одиницю часу перестраховуюча компанія виплачує у вигляді страхових відшкодувань суму  $\lambda \cdot MH(Y)$ . Виходить, за цей проміжок часу вона повинна одержати у вигляді плати за перестраховування суму  $(1 + \theta^*) \lambda \cdot MH(Y)$ . Припустимо, що ця сума виплачується неперервно. Тоді для передаючої компанії це буде означати зменшення швидкості надходження премій з величини  $c = (1 + \theta) \lambda \cdot MY$  до величини  $(1 + \theta) \lambda \cdot MY - (1 + \theta^*) \lambda \cdot MH(Y)$ . Таким чином, після перестраховування функціонування передаючої компанії описується динамічною моделлю зі зміненими параметрами: швидкість надходження премій є  $c' = (1 + \theta) \lambda \cdot MY - (1 + \theta^*) \lambda \cdot MH(Y)$ , швидкість надходження позовів є  $\lambda' = \lambda$ , величини позовів є  $Y'_1 = Y_1 - H(Y_1), Y'_2 = Y_2 - H(Y_2), \dots$

Відносна страхова надбавка після перестраховування буде дорівнювати

$$\theta' = \frac{c'}{\lambda'\mu'} - 1 = \frac{\theta MY - \theta^* MH(Y)}{MY - MH(Y)}.$$

Оскільки параметр  $\theta'$  повинен бути додатнім, то маємо наступне загальне обмеження на функцію  $H(x)$ , що описує перестраховання:

$$\theta^* MH(Y) < \theta MY$$

Тому характеристичне рівняння (2.36) після перестраховання прийме вигляд

$$Me^{R(Y-H(Y))} - 1 = ((1 + \theta)MY - (1 + \theta^*)MH(Y))R'.$$

При конкретних припущеннях щодо вигляду перестраховання (тобто вигляду функції  $H(x)$ ) і розподілу величини позову можна розв'язати це рівняння (аналітично або чисельно), знайти  $R'$  і вивчити вплив перестраховання на величину характеристичного коефіцієнта й тим самим – на ймовірність банкрутства.

### Висновки до розділу 3

1. У цьому розділі здійснено точні розрахунки ймовірності банкрутства найбільших страхових компаній України у класичній моделі ризику у випадку, коли виплати компанії розподілені за експоненціальним законом. Розрахунки проведено для різних значень відносної страхової надбавки та середніх виплат компанії. Проаналізовано залежність ймовірності банкрутства від стартового капіталу компанії, розміру її середніх виплат та відносної страхової надбавки.

2. Проведено розрахунки наближених значень ймовірності банкрутства страхових компаній України, страхові виплати вважались такими, що мають гама-розподіл. Розрахунки було здійснено шістьма апроксимаційними формулами, теоретичне обґрунтування яких було наведено у розділі 2 цієї роботи. Здійснено порівняльний аналіз отриманих результатів.

3. Для найбільших страхових компаній України визначено мінімально необхідний розмір стартового капіталу для утримання ймовірності банкрутства на певному безпечному рівні. Розрахунки проведено як для точних показників ймовірності банкрутства, так і для шести вказаних вище наближених оцінок.

4. Запропоновано розвинення класичної моделі ризику до більш загальних випадків. Зокрема, теоретично обґрунтовано та проведено розрахунки ймовірностей банкрутства страхових компаній України у випадку змінної страхової надбавки. Здійснено як точні розрахунки ймовірностей банкрутства, так і їх чисельні наближення за допомогою методів Панжера та Сімпсона. Проведено порівняльний аналіз точних та наближених методів та показано високу точність наближених розрахунків.

5. Розглянуто ситуацію, коли страхова компанія знаходиться у випадковому (марковському) середовищі. Показано достатні умови для існування та єдиності розв'язку системи рівнянь, що визначає ймовірність банкрутства. Наведено два методи для обчислення ймовірності банкрутства у цій ситуації: метод Лапласа та метод послідовних наближень Пікара. Проведено розрахунок ймовірності банкрутства страхових компаній України цими методами, здійснено порівняльний аналіз цих методів та вказано доцільність застосування кожного із них в залежності від цілей та задач дослідження.

6. Розглянуто ряд імітаційних моделей для аналізу ризику страхової компанії, наведено способи імітаційного моделювання дискретних

та неперервних випадкових величин. Проведено аналіз імітаційної моделі індивідуального ризику. Показано можливість застосування імітаційного моделювання як альтернативу класичній моделі ризику та її узагальненням.

7. Проаналізовано ряд моделей зменшення ризику страхової компанії за допомогою перестраховування. Розглянуто можливість перестраховування у моделях індивідуального та колективного ризику (зокрема, пропорційне та ексцедентне перестраховування), а також перестраховування у динамічній моделі банкрутства.

Основні результати розділу відображено у публікаціях [71, с.829-842], [72, 37, 85, 94, 95, 97].

## ВИСНОВКИ

У дисертації наведено теоретичне узагальнення і запропоноване нове вирішення наукової задачі розробки економіко-математичних моделей оцінювання банкрутства страхових компаній України. Проведене дослідження дозволило зробити такі загальні висновки теоретичного та науково-практичного характеру, які відображають вирішення завдань відповідно до поставленої мети:

1. Проаналізовано сучасний стан страхового ринку України та тенденції його розвитку. Показано, що необхідність існування страхового ринку об'єктивно впливає із існування ризиків для економічних суб'єктів та необхідності у зниженні та диверсифікації цих ризиків. Зроблено висновок, що для кількісної оцінки ризику страхової компанії необхідно застосовувати сучасні економіко-математичні методи та моделі, зокрема, моделі економічного ризику та актуарної математики.

2. Проведено порівняльний аналіз основних видів розподілів розміру виплат страхової компанії (рівномірний, експоненціальний, Парето, гама-розподіл, пуассонівський розподіл, від'ємний біноміальний розподіл тощо). Показано доцільність використання гама-розподілу для розміру виплат компанії як такого, що найкраще відповідає реальним статистичним даним та у своїх частинних та граничних випадках містить інші різноманітні види розподілів.

3. Здійснено постановку класичної моделі ризику, сформульовано припущення, які мають виконуватись в цій моделі для страхових компаній. Уведено поняття ймовірності банкрутства страхової компанії у класичному процесі ризику. Зазначено, що точну формулу ймовірності банкрутства можна вказати лише у випадку, коли страхові виплати мають експоненціальний розподіл. Показано, що в інших випадках необхідно

користуватись наближеними оцінками ймовірності банкрутства. Виконано точні розрахунки ймовірності банкрутства страхових компаній України у класичній моделі ризику у випадку, коли виплати компанії мають експоненціальний розподіл. Показано залежність ймовірності банкрутства від стартового капіталу компанії та проаналізовано зміну ймовірності банкрутства страхової компанії при зміні таких параметрів моделі, як розмір середніх виплат компанії та відносна страхова надбавка.

4. Для деяких функцій розподілу, відмінних від експоненціального, виконано порівняльний аналіз шести найпопулярніших наближених оцінок ймовірності банкрутства. Показано, що апроксимація Де Вільдера, як правило, дає найточніші результати порівняно з іншими оцінками. За допомогою шести апроксимаційних формул було проведено розрахунки наближених значень ймовірності банкрутства страхових компаній України для різноманітних значень середніх виплат страхової компанії та відносної страхової надбавки. При цьому розглянуто випадки, коли виплати компанії мають стандартний гама-розподіл (математичне сподівання дорівнює дисперсії) та гама-розподіл із фіксованою дисперсією. Здійснено порівняльний аналіз отриманих результатів. Показано, що найвищий рівень ймовірності банкрутства дає апроксимація Беекмана-Боверса, а найнижчий рівень – апроксимація Лундберга.

5. Для страхових компаній України визначено мінімально необхідний розмір страхових резервів для утримання ймовірності банкрутства на певному безпечному рівні. Розрахунки виконано як для точних показників ймовірності банкрутства (виплати компанії мають експоненціальний розподіл), так і для шести вказаних вище наближених оцінок (виплати мають стандартний гама-розподіл та гама-розподіл із фіксованою дисперсією). Здійснено порівняльний аналіз отриманих значень розміру страхових резервів із використанням точних та наближених оцінок.

6. Показано можливість розвинення класичної моделі ризику до більш

загальних випадків, зокрема теоретично обґрунтовано та обчислено ймовірності банкрутства страхових компаній України у випадку змінної страхової надбавки. Проведено точні розрахунки ймовірностей банкрутства, а також чисельні наближення ймовірності за допомогою методів Панжера та Сімпсона. Виконано порівняльний аналіз точних та наближених методів та показано високу точність наближених розрахунків ймовірності.

7. Розглянуто модель, у якій страхова компанія знаходиться у випадковому (марковському) середовищі. Сформульовано достатні умови для існування та єдиності розв'язку системи рівнянь, яка визначає ймовірність банкрутства. Проаналізовано метод Лапласа та метод послідовних наближень Пікара для обчислення ймовірності банкрутства у цій ситуації. Проведено розрахунок ймовірності банкрутства страхових компаній України цими методами, здійснено порівняльний аналіз цих методів, показано переваги та недоліки кожного методу.

8. Для аналізу ризиків страхової компанії показано можливість застосування методів імітаційного моделювання, зокрема проаналізовано модель індивідуального ризику. Також досліджено умови, за яких існує можливість використання імітаційних моделей оцінювання ризику страхової компанії поряд із класичними моделями. Розглянуто ряд моделей зменшення ризику за допомогою перестраховування. Показано можливість зменшення ймовірності банкрутства страхової компанії у моделях індивідуального та колективного ризику, а також у динамічній моделі банкрутства.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Актуарная математика / [Бауэрс Н., Гербер Х., Джоге Д. и др.]: Пер. с англ.; под ред. В.К.Малиновского. – М.: Янус-К, 2001. – 401 с.
2. Александров А.А. Страхование / А.А. Александров. – М.: ПРИОР, 1998. – 186 с.
3. Анісімов В.В. Математична статистика / В.В. Анісімов, О.І. Черняк. – Київ: МП «Леся», 1995. – 104 с.
4. Базилевич В.Д. Антимонопольні заходи держави та створення конкурентного середовища на страховому ринку / В.Д. Базилевич // Фінанси України. – 1998. – № 8. – С.5–11.
5. Базилевич В.Д. Страховий ринок України. Монографія / В.Д. Базилевич – К.: Товариство «Знання», КОО, 1998. – 374 с.
6. Базилевич В.Д. Теорія страхування / В.Д. Базилевич // зб. «Наукові записки» Київського національного університету імені Тараса Шевченка – КПВД «Педагогіка», 2004. – с. 28-35.
7. Базилевич В.Д. Страхова справа / В.Д. Базилевич, К.С. Базилевич – 4-те вид., перероб. і доп. – К.: Знання, 2005. – 351 с.
8. Балабанов И.Т. Страхование: Учебник для вузов / И.Т. Балабанов, А.И.Балабанов. – СПб.: Питер, 2004. – 256 с.
9. Вітлінський В.В. Ризик у менеджменті / В.В. Вітлінський, С.І. Наконечний. – К.: Борисфен, 1996. – 336 с.
10. Вітлінський В.В. Аналіз, оцінка і моделювання економічного ризику / В.В.Вітлінський. – К.: ДЕМІУР, 1996. – 212 с.
11. Вітлінський В.В. Економічний ризик та методи його вимірювання / В.В. Вітлінський, С.І. Наконечний, О.Д. Шарапов. – К.: ІЗМН, 1996. – 400 с.

12. Вітлінський В.В. Комплексний підхід застосування методології Value-at-Risk / В.В. Вітлінський, А.Б. Камінський // Економічна кібернетика. – 2004. – № 5-6. – с. 4-14.
13. Власюк В.С. Прогнозування обсягів внутрішнього ринку готового прокату чорних металів в Україні / В.С. Власюк, В.В. Шпирко, І.О. Крехівський // Статистика України, 2005 – № 2. – С. 50-56.
14. Воблый К.Г. Основы экономики страхования / К.Г. Воблый. – М.: АНКІЛ, 1993. – 228 с.
15. Галицький І. Розрахунок тарифів з добровільного медичного страхування / І. Галицький // Страхова справа. – 2001. – № 2. – С. 62-63.
16. Галицкий И. Статистическая оценка вероятности разорения в классической модели риска / И. Галицкий // Финансовые услуги. – 1997. – № 3. – С. 20-22.
17. Гихман И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И.И. Гихман, А.В. Скороход, М.И. Ядренко – Київ: Вища школа, 1988. – 438 с.
18. Грушко В.І. Основи актуарних розрахунків/ В.І. Грушко – К: «Логос», 2004. – 305 с.
19. Грушко В.І. Управління фінансовими ризиками / В.І. Грушко – К.: «Крок», 2001. – 57 с.
20. Гусак Д.В. Граничні задачі для процесу з незалежними приростами на скінченних ланцюгах Маркова та для напівмарковських процесів / Д.В. Гусак. – Київ: Ін-т математики, 1998. – 320 с.
21. Дослідження операцій в економіці: Підручник / [І.К. Федоренко, О.І. Черняк, О.В. Горбунов та ін.] ; за ред. І.К. Федоренко, О.І. Черняка. – К.: Знання, 2007. – 558 с.
22. Економічна теорія: Політекономія. Підручник. / За ред. В.Д.Базилевича. 3-те видання, перероблене і доповнене. – К.: «Знання-Прес», 2004. – 615 с.

- 23.Ефимов С.Л. Деловая практика страхового агента и брокера: Учеб. Пособие / С.Л. Ефимов – М., 1996. – 416 с.
- 24.Ефимов С.Л. Энциклопедический словарь: Экономика и страхование / С.Л. Ефимов. – М.:Церих – ПЭЛ, 1996. – 528 с.
- 25.Журавлев Ю.М. Страхование во внешнеэкономических связях / Ю.М. Журавлев. – М.: Анкил, 1993. – 115 с.
- 26.Закон України «Про внесення змін до Закону України «Про страхування» / Відомості Верховної Ради України. – 2007, № 2, с.14.
- 27.Закон України №251-VI «Про внесення змін до Закону України «Про страхування» від 10 квітня 2008 року [Електронний ресурс] / Режим доступу [www.forinsurer.com](http://www.forinsurer.com).
- 28.Залетов А.Н. Страхование в Украине / А.Н. Залетов, под ред. О.А.Слюсаренко. – К.: МА «BeeZone», 2002. – 245 с.
- 29.Залетов А.Н. Страховые рынки Восточной Европы и СНГ: Справочное пособие / А.Н. Залетов. – К.: Знання, 2004. – 624 с.
- 30.Залетов О.М. Страхування: Навчальний посібник / О.М. Залетов. – К.: МА «BeeZone», 2003. – 307 с.
- 31.Заруба О.Д. Основи страхування. Посібник / О.Д. Заруба – К.: УФІМБ, 1995. – 42 с.
- 32.Заруба О.Д. Страхова справа: Підручник / О.Д. Заруба – К., Знання, 1998. – 319 с.
- 33.Збірник задач з актуарної математики для студентів механіко-математичного та економічного факультетів / Упорядник А.Я. Оленко. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2005. – 67 с.
- 34.Кагаловская Э.Г. Страхование жизни: тарифы и резервы взносов (Финансовые основы страхования жизни). Практическое пособие / Кагаловская Э.Г., Попова А.А. – М.: АНКИЛ, 2000. – 230 с.

35. Камінський А.Б. Економічний ризик та методи його вимірювання / А.Б. Камінський. – К. : Вид. дім «Козаки», 2002. – 115 с.
36. Камінський А.Б. Моделювання фінансових ризиків: Монографія / А.Б. Камінський. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2006. – 304 с.
37. Камінський А.Б. Моделювання величини додаткового капіталу для покриття непередбачуваних збитків страхової компанії // А.Б. Камінський, В.В. Шпирко // Теоретичні та прикладні питання економіки. Збірник наукових праць. – 2006. – Випуск 9. – С. 174-182.
38. Касимов Ю.Ф. Введение в актуарную математику (страхование жизни и пенсионных схем) / Ю. Ф. Касимов. – М.: АНКИЛ, 2001. – 172 с.
39. Клапків М.С. Страхування фінансових ризиків / М.С. Клапків. – Тернопіль: Екон. думка: Карт-бланш, 2002. – 570 с.
40. Клебанова Т.С. Математические модели трансформационной экономики: Учебное пособие / [Клебанова Т.С. и др.] – Х.: ИД «Инжек», 2004. – 279 с.
41. Клебанова Т.С. Теория экономического риска / Клебанова Т.С., Раевнева Е.В. – Х.: ИД «Инжек», 2003. – 279 с.
42. Козьменко О. В. Актуарні розрахунки : навчальний посібник / О. В. Козьменко, О. В. Кузьменко. – Суми, 2011. – 224 с.
43. Козьменко О. В. Використання структурного моделювання при дослідженні показників страхового ринку і ринку банківських послуг / О. В. Козьменко, О. В. Кузьменко // Актуальні проблеми економіки. – 2011. – № 5. – С. 284-292.
44. Козьменко О. В. Рейтингування страхових компаній і розрахунок страхових тарифів на базі використання економіко-математичних методів: монографія / О. В. Козьменко. – Суми : ДВНЗ «УАБС НБУ», 2008. – 95 с.
45. Козьменко О. В. Використання байєсівського аналізу при формуванні рейтингової оцінки страхових компаній / О. В. Козьменко,

- О. В. Меренкова // Проблеми і перспективи розвитку банківської системи України : зб. наук. пр. Т. 24. – Суми : УАБС НБУ. – 2009. – С. 62-66.
46. Концепція розвитку страхового ринку України до 2010 року. Схвалена розпорядженням Кабінету Міністрів України від 23 серпня 2005 р. № 369-р. [Електронний ресурс] / Режим доступу <http://zakon1.rada.gov.ua/laws/show/369-2005-%D1%80>
47. Королюк В.С. Граничные задачи для случайных блужданий / В. С. Королюк, Н. С. Братийчук, Б. Параджанов. – Ашхабад: Ылым, 1987. – 256 с.
48. Костіна Н.І. Фінансове прогнозування: методи та моделі: Навчальний посібник / Н. І. Костіна, А. А. Алексєєв, О. Д. Василик. – К.: Товариство «Знання», КОО, 1997. – 183 с.
49. Костіна Н.І. Моделювання фінансів: Монографія / Н. І. Костіна, А. А. Алексєєв, П. В. Мельник. – Ірпінь: Академія ДПС України, 2002. – 224 с.
50. Кутуков Б.В. Основы финансовой и страховой математики. Методы расчёта кредитных, инвестиционных, пенсионных и страховых схем / Б. В. Кутуков. – М.: Дело, 1998. – 302 с.
51. Лукинов А. Основные тенденции в развитии страхования в 3-м тысячелетии / А. Лукинов // Страховое дело № 3 – С. 54-55.
52. Матвійчук А. В. Штучний інтелект в економіці: нейронні мережі, нечітка логіка: Монографія / А.В. Матвійчук. – К.: КНЕУ, 2011.– 439 с.
53. Матвійчук А. В. Побудова моделі діагностики банкрутства страхової компанії / А.В. Матвійчук, О.Л. Ольховська // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. – 2010.– № 8 (150).– С. 165-170.
54. Матвійчук А. В. Моделювання фінансової стійкості підприємств на підґрунті теорій нечіткої логіки, нейронних мереж та дискримінантного аналізу / А.В. Матвійчук // Вісник НАН України. – 2010. – № 9. – С. 24-46.

- 55.Мертенс А.В. Инвестиции: Курс лекций по современной финансовой теории / А.В. Мертенс. – К.: Киевское инвестиционное агенство, 1997. – 416 с.
- 56.Методика формування резервів зі страхування життя // Україна-Business. – 1997. – № 30, 31, 32.
- 57.Ніколенко Ю.В. Про формування страхового ринку України / Ю.В.Ніколенко // Економіка України, 1998 – № 8 – С. 92-93.
- 58.Норкин Б.В. Система интегро-дифференциальных уравнений для вероятностей банкротства процесса риска в марковской среде / Б.В.Норкин // «Теория оптимальных решений». Киев, 2002. – №1. – С. 21-29.
- 59.Норкин Б.В. О методе последовательных приближений для вычисления вероятности банкротства классического процесса риска / Б.В. Норкин // Теория оптимальных решений. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины. – 2003, №1. – С. 21-29.
- 60.Норкин Б.В. Метод последовательных приближений для решения интегральных уравнений теории процессов риска / Б.В. Норкин // Кибернетика и системный анализ. Киев, 2004. – №4. – С. 61-73.
- 61.Оленко А.Я. Ймовірність та статистика / А.Я. Оленко – К.: НаУКМА. – 1999. – Ч.1. – 70 с.
- 62.Осадець С. Проблеми впровадження в Україні європейських стандартів страхової діяльності / С. Осадець // Проблеми економічної інтеграції України в Європейський Союз: теорія і практика. – Львів: Діло, 1996. – С. 188-190.
- 63.Осадець С.С. У третє тисячоліття – з чіткою програмою розвитку страхового ринку / С.С. Осадець // Фінанси України. – 2000. – № 9 (спецвипуск). – С. 79-85.
- 64.Основи актуарних розрахунків: Навч.-метод. посіб. / За ред. чл. Укр. т-ва актуаріїв І.О.Ковтуна. – К.: Алеута, 2004. – 328 с.

65. Проблеми, що стримують розвиток страхового ринку. Аналітичний звіт Українського центру економічних і політичних досліджень ім. Олександра Разумкова [Електронний ресурс] / Business Information Network, режим доступу <http://bin.com.ua>.
66. Показатели деятельности страховых компаний Украины за 1-е полугодие 2005 года // Страховой рейтинг Insurance Top, 2005 – № 3(11) – С.42-67.
67. Ротова Т.А. Страхування: Навчальний посібник / Т.А. Ротова – К.: КНТЕУ, 2006. – 251 с.
68. Сахирова Н.П. Страхование: Учеб. пособие / Н.П. Сахирова – М.: ТК «Велби»: Проспект, 2006. – 744 с.
69. Старостіна А.О. Ризик-менеджмент: теорія та практика: навч. посіб. / Старостіна А.О., Кравченко В.О. – К.: ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2004. – 200 с.
70. Страхове посередництво: теорія та практика. Навчальний посібник / За ред. О.М.Залєтова. – К.: МА «BeeZone», 2004. – 351 с.
71. Страхування: Підручник / [Базилевич В.Д., Базилевич К.С., Пікус Р.В. та ін.]; під ред. В.Д. Базилевича. – К.: Знання, 2008. – 1019 с.
72. Страхування: Практикум: Навч. посіб. / [Базилевич В.Д., Базилевич К.С., Пікус Р.В. та ін.]; під ред. В.Д. Базилевича. – [2-ге вид., переробл. і допов.]. – К.: Знання, 2011. – 607 с.
73. Страхування. Навч.-метод. посібник / За заг. ред. О.О.Гаманкової. – К.: КНЕУ, 2000. – 120 с.
74. Страхування : Підручник / Керівник авт. колективу і наук. ред. С.С. Осадець. – Вид. 2-ге, перероб. і доп. – К.: КНЕУ, 2002. – 599 с.
75. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці / [М.М. Леоненко, Ю.С. Мішура, В.М. Пархоменко, М.Й. Ядренко] – К.: Інформтехніка, 1995. – 380 с.

- 76.Фалин Г.И. Математический анализ рисков в страховании / Г.И. Фалин. – М.: Рос. юрид. издат. дом, 1994. – 130 с.
- 77.Фалин Г.И. Введение в актуарную математику. Математические модели в страховании / Фалин Г.И., Фалин А.И. – М.: Изд-во МГУ, 1994. – 110 с.
- 78.Фалин Г.И. Актуарная математика в задачах. – 2-е изд., перераб. и доп. / Фалин Г.И., Фалин А.И. – М.: Физматлит, 2003. – 192 с.
- 79.Хорин Л. Страхование финансовых рисков – от ремесленничества к искусству / Л. Хорин // Финансовые услуги. – 1998. – № 7-8. – С. 18-25.
- 80.Черваньов Д.М. Методичний посібник з курсу «Мікроекономічне моделювання» на тему «Теорія фірми» / [Д.М. Черваньов, О.О. Карагодова, В.В. Шпирко] – Київ, РВВ КІЕМБСС, 1999. – 35 с.
- 81.Черняк О.І. Техніка вибірових досліджень / О.І. Черняк. – К.: МІВВЦ, 2001. – 248 с.
- 82.Черняк О.І. Виявлення ознак неплатоспроможності підприємства та можливого його банкрутства / [Черняк О.І., Крехівський О.В., Монаков В.О., Ящук Д.В.] // Статистика України. – 2003. – № 4. – С. 87-94.
- 83.Черняк О.І. Теорія ймовірностей та математична статистика: Навч. посіб. – 2-ге вид., випр. / [О.І. Черняк, О.М. Обушна, А.В. Ставицький] – К.:Т-во «Знання», 2002. – 199 с.
- 84.Черняк О.І. Динамічна економетрика. / Черняк О.І., Ставицький А.В. – К.: КВЦ, 2000. – 120 с.
- 85.Черняк О.І. Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній методом послідовних наближень у марковському середовищі / О.І. Черняк, В.В. Шпирко, Д.О. Щур // Вісник Львівської державної фінансової академії. Економічні науки. – 2006. – № 10. – С. 358-365.
- 86.Черняк О.І. Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній методом послідовних наближень у марковському середовищі / О.І. Черняк, В.В.Шпирко, Д.О. Щур // Тези доповідей. X науково-методична конференція «Проблеми економічної кібернетики» з нагоди 40-ї річниці

- «Економічної кібернетики» в Україні, 15-17 вересня 2005 року, м.Київ. – Київ, 2005. – С. 239-241.
- 87.Четыркин Е.М. Финансовая математика / Е.М. Четыркин – М.: Дело, 2004. – 400 с.
- 88.Шахов В. В. Страхование. Учебник / В.В. Шахов – М.: ЮНИТИ, 2003. – 311 с.
- 89.Шахов В.В. Введение в страхование: Учеб. пособие. 2-е изд. / В.В. Шахов – М.: Финансы и статистика, 1999. – 288 с.
- 90.Шахов В.В. Страхование как самостоятельная экономическая категория / В.В. Шахов // Финансы. – 1995. – № 2. – С. 38-42.
- 91.Шелухов К.В. «Страховання». Навчальний посібник / Шелухов К.В., Бігдаш В.Д. – К.: МАУП, 1998. – 424 с.
- 92.Шелудько В.М. Фінансовий ринок: Навч. посіб. / В.М. Шелудько. – К.: Знання-Прес, 2002. – 535 с.
- 93.Шпирко В.В. Побудова оцінок ймовірності банкрутства страхових компаній у класичній моделі ризику / В.В. Шпирко // Банківська справа. – 2001. – № 5. – С. 57-61.
- 94.Шпирко В.В. Порівняльний аналіз наближених оцінок ймовірності банкрутства страхових компаній / В.В. Шпирко // Теоретичні та прикладні питання економіки. Збірник наукових праць. – 2004. – Випуск 5. – С. 281-288.
- 95.Шпирко В.В. Верхні оцінки ймовірності банкрутства страхових компаній для функцій розподілу з «важкими хвостами» / В.В. Шпирко, Ю.В. Рубаник // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Економіка. – 2007. – Випуск 93. – С. 48-51.
- 96.Шпирко В.В. Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній у класичній моделі ризику зі змінною страховою надбавкою / В.В. Шпирко

// Науково-практичний журнал «Держава і регіони». – 2011. - № 4. – С. 74-77.

97. Шпирко В.В. Методика прогнозування статистичних показників фондового ринку на основі аналітичної апроксимації із застосуванням коваріаційних функцій / В.В. Шпирко, Ю.В. Рубаник // Тези доповідей. Всеукраїнська науково-практична конференція «Сучасні моделі і методи прогнозування соціально-економічних процесів», 13-14 квітня 2006 р., м. Київ. – Київ, 2006. – С.204-206.
98. Шпирко В.В. Деякі аспекти динамічного фінансового аналізу пенсійних фондів / В.В. Шпирко, Д.О. Щур // Тези доповідей. Всеукраїнська науково-практична конференція «Сучасні моделі і методи прогнозування соціально-економічних процесів», 13-14 квітня 2006 р., м. Київ. – Київ, 2006. – С.207-210.
99. Шпырко В.В. Аппроксимационные оценки вероятности разорения страховых компаний в классической модели риска / В.В. Шпырко // Финансовые риски. – 2000. – № 4 (24). – С. 33-41.
100. Штрауб Э. Актуарная математика имущественного страхования / Штрауб Э. – М.: 1994 – 148 с.
101. Шумелда Я. Основи актуарних розрахунків. Навчальний посібник для студентів спеціальності «Фінанси» (спеціалізація «Страхова справа») / Я.Шумелда – Тернопіль: Підручники і посібники, 2003. – 160 с.
102. Шумелда Я. Страхування: Навч. посіб. – 2-ге вид., перероб. і доп. / Я.Шумелда – Т.: Джура, 2006. – 310 с.
103. Юрій С.І. Соціальне страхування: Підручник. / Юрій С.І., Шаварина М.П., Шаманська Н.В. – К.: Кондор, 2006. – 382 с.
104. Ястремський О.І. Моделирование економічного ризику / О.І.Ястремський – К.: Либідь, 1992. – 176 с.

105. Ястремський О.І. Основи теорії економічного ризику: Навчальний посібник для студентів екон. спец. вищ. навч. закладів / О.І. Ястремський – К.: «АртЕк», 1997. – 248 с.
106. Actuarial Mathematics / [Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman D.A. and others] Society of Actuaries, Itasca, IL.
107. Andriy Matviychuk. Bankruptcy prediction in transformational economy: discriminant and fuzzy logic approaches / Andriy Matviychuk // Fuzzy economic review. – 2010. – May. – Vol. XV. – No. 1. – P. 21-38.
108. Asmussen S. Risk theory in Markovian environment / Asmussen S. // Scan. Act. J. – 1989. – P. 69-100.
109. Asmussen S. Ruin Probabilities / Asmussen S. – Singapore. World Scientific, 2000. – 385 p.
110. Asmussen S. Conditioned limit theorems relating a random walk to its associate, with applications to risk reserve processes and the GI/G/1 queue / Asmussen S. // Journal of Applied Probability – 1982 – № 14 – P.143-170.
111. Asmussen S. Large deviation results for subexponential tails, with applications to insurance risk / Asmussen S., Klüppelberg C. // Stochastic Processes and their Applications – 1996 – № 64 – P. 103-125.
112. Beekman J. A ruin function approximation / Beekman J. // Trans. of the Soc. of Actuaries. – 1969. – V.21. – P.41-48 and 275-279.
113. Beekman J.A. An approximation to the finite time ruin function / Beekman J.A., Bowers N.L., Jr. // Scand. Aktuar Tidskr. – 1972 – № 55 – P.41-56 and 128-137.
114. Jan Beirlant Modeling large claims in non-life insurance / Jan Beirlant, Jozef L. Teugels // Insurance: Mathematics and Economics, 1992 – № 11 – P.17-29.
115. Cramer H. Collective Risk Theory / Cramer H. // Skandia Jubilee Volume, Stockholm, 1955. In: Martin-Lof A. (Ed.), Harald Cramer Collected Works, Vol. II. Springer, Berlin, 1994, pp. 1028-1115.

116. Cramer H. *Mathematical Methods of Statistics* / Cramer H. // Almqvist&Wiksell / Princeton University Press, Stockholm/Princeton, 1945.
117. David C. M. Dickson. *Recursive calculation of the probability and severity of ruin* / David C. M. Dickson // *Insurance: Mathematics and Economics*, 1989 – № 8. – P. 145-149.
118. David C. M. Dickson. *The Probability of Ultimate Ruin with a Variable Premium Loading—a Special Case* / David C. M. Dickson // *Scand. Actuarial Journ.* – 1991 – № 1 – P.75-86.
119. David C. M. Dickson. *The joint distribution of the surplus prior to ruin and the deficit at ruin in some Sparre Andersen models* / David C. M. Dickson, Steve Drekić // *Insurance: Mathematics and Economics*, 2004 – № 34 – P. 97-107.
120. De Vilder F. *A practical solution to the problem of ultimate ruin probability* / De Vilder F. // *Scand. Actuarial Journ.* – 1978. – P.114-119.
121. De Vylder F.E. *Advanced Risk Theory A Self-Contained Introduction* / De Vylder F.E. Edition de l'Universite de Bruxelles and Swiss Assosiation of Actuaries, 1996.
122. De Vylder F.E. *The note on the solution of practical ruin problems* / De Vylder F.E., Goovaerets M.J. // *Insurance: Mathematics and Economic*, 1994 – № 15 – P.181-186.
123. De Vylder F.E. *Recursive calculation of finite time ruin probabilities* / De Vylder F.E., Goovaerets M.J. // *Insurance: Mathematics and Economic*, 1988 – № 7 – P.1-8.
124. De Vylder F.E. *Classical Numerical Ruin Probabilities* / De Vylder F.E., Marceau E. // *Scand. Actuarial Journ.* – 1996 – № 2. – P.109-123.
125. Dickson D. C. M. *Approximations to ruin probability in the presence of an upper absorbing barrier* / Dickson D. C. M., Gray J. R. // *Scand. Actuarial Journal*, 1994 – P.75-86.

126. Gerber H. An Introduction to Mathematical Risk Theory / Gerber H. – S.S. Heubner Foundation monograph series, 8, Philadelphia, 1979.
127. H.U.Gerber. Life Insurance Mathematics / H.U.Gerber. – Springer Verlag, 1990. – 131 p.
128. Gerber H. U. On the probability and severity of ruin / Gerber H. U. // Astin Bulletin, 1997 – №17 – P. 151-163.
129. Gerber H. U. On the numerical evaluation of the distributions of aggregate claims and its stop-loss premiums / Gerber H. U. // Insurance: Mathematics and Economics – 1982 – № 1 – P.13-18.
130. Gerber H.U. Mathematical fun with the compound binomial process / Gerber H. U. // Astin Bulletin – 1988 – № 18 – P.161-168.
131. Grandell J. Aspects of Risk Theory / Grandell J. – Springer Verlag, 1991.
132. Grandell J. Simple approximations of ruin probabilities / Grandell J. // Insurance: Mathematics and Economics 26 (2000). – P. 157-173.
133. Grandell J. A comparison of some approximations of ruin probabilities / Grandell J., Segerdahl C.-O. // Skand. AktuarTidskr – 1971 – P. 144-158.
134. Grandell J. Mixed Poisson Processes / Grandell J. – Chapman&Hall, London.
135. Grandell J. A class of approximations of ruin probabilities / Grandell J. // Scandinavian Actuarial Journal (Suppl.) – 1977 – P.38-52.
136. Grandell J. Approximate waiting times in thinned point processes / Grandell J. // Liet. Matem. Rink – 1980 – № 20 – P.29-47.
137. Gureev A.G. Bounds of Ruin Probabilities / Gureev A.G. // Scandinavian Actuarial Journal, 1998, №2, p.181-190.
138. Hadwiger H. Über die Wahrscheinlichkeit des Ruins bei einer großer Zahl von Geschäften / Hadwiger H. // Arkiv für mathematische Wirtschaft und Sozialforschung, 1940 – № 6 – P.131-135.

139. Jansen J. Some transient results on the M/SM/1 special semi-Marcov model in risk and queuing theories / Jansen J. // ASTIN Bulletin. – 1980. – 11. – P.41-51.
140. Jansen J. Probabilities de ruine pour une classe de modeles de risque semi-Markoviens / Jansen J., Reinhard J.M. // Ibid. – 1984. – 14. – P. 123-133.
141. Kalashnikov V. Geometric Sums: Bounds for Rare Events with Applications / Kalashnikov V. – Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997.
142. Kalashnikov V. Two-sided Bounds of Ruin probabilities / Kalashnikov V. // Scandinavian Actuarial Journal. – 1996, №1. – P. 1-18.
143. Kalashnikov V. Two-sided estimates o geometric convolutions / Kalashnikov V. // LN in Math. 1546. – 1993. – P. 76-88.
144. Kereksha D. Some generalization of the ruin probability problem in the classical risk theory / D. Kereksha // Theory of Stochastic Processes, 2001 – vol. 7 (23), № 1–2 – P. 189-195
145. Lundberg F. Försäkringsteknisk Riskutjämning / Lundberg F. – F.Englunds boktrzckeri A.B., Stockholm, 1926.
146. Lundberg O. On Random Processes and their Application to Sickness and Accident Statistics, 1<sup>st</sup> Edition / Lundberg O. – Almqvist&Wiksell, Uppsala, 1964.
147. Panjer H.H. Recursive evaluation of a family of compound distributions / Panjer H.H. // Astin Bulletin, 1982 – № 12 – P.22-26.
148. Panjer H. H.. Direct calculation of ruin probabilities / Panjer H.H. // The Journal of Risk and Insurance, 1986 – № 53 – P. 521-529.
149. Reinhard J.M. On a class of semi-Marcov classical risk models in a markovian environment / Reinhard J.M. // Ibid. – 1984. – 14 – P. 23-43.
150. Renyi A. A Poisson-folyamat egy jellemzise / Renyi A. // Magyar Tud. Akad., Mat. Kutato, Int. Kozl. 1, 519–527. English translation: A

- characterization of Poisson processes. In: Turan, P. (Ed.), Selected Papers of Alfred Renyi, Vol.1. Akademiai Kiado, Budapest, 1976 – P. 622-628.
151. Segerdahl C.-O. On some distributions in time connected with the collective theory / Segerdahl C.-O. // Annals of Mathematical Statistics, 1970 – № 32 – P.757-764.
152. Segerdahl C.-O. A survey of results in the collective theory of risk / Segerdahl C.-O. // Probability and statistics – the Harald Cramer volume (ed. Grenander), Almqvist&Wiksell, Stockholm, 1959. – P.279-299.
153. Shpyrko V. The approximations of the ruin probability in classical risk model / Viktor Shpyrko // Theory of Stochastic Processes. – 2001. – vol. 7 (23), № 1-2. – P. 278-291.
154. Straub E. Non-Life Insurance Mathematics / Straub E. – Springer Verlag, 1988. – 136 p.
155. Jozef L. Teugels. A stop-loss experience rating scheme for fleets of cars / Jozef L. Teugels, Bjørn Sundt // Insurance: Mathematics and Economics, 1991 – № 10, P.173-179.
156. Wikstad N. Exemplification of ruin probabilities / Wikstad N. // Astin Bulletin, 1971 – № 6 – P. 147-152.
157. Zinchenko N. Heavy-tailed models in finance and insurance: a survey / Zinchenko N. // Theory of Stochastic Processes. – 2001. – vol. 7 (23). – № 1-2. – P. 346-362.
158. Страховые резервы [Электронный ресурс]: Рейтинг страховых компаний Insurance Top / Режим доступа <http://insurancetop.com/top/uanonlife/2011/09/Rez>
159. Аналіз страхових ринків [Електронний ресурс]: сайт Ліги страхових організацій України / Режим доступу <http://uainsur.com/stats/analiz>
160. Страховий ринок [Електронний ресурс]: Державна комісія з регулювання фінансових послуг України / Режим доступу <http://dfp.gov.ua/734.html>

# ДОДАТКИ

## Додаток А

Таблиця А.1

Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України, виражена у %  
(експоненціальний розподіл, відносна страхова надбавка 30%)

№ п/ п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Середні виплати, тис. грн.			
			200	500	1000	2000
1	УНИКА	442357,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2	ПРОВІДНА	392095,2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3	ІНГО Україна	331303,6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
4	КРЕМІНЬ	300283,3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
5	АХА СТРАХУВАННЯ	287019,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
6	ЛЕММА	251069,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
7	ТАС СГ	246810,7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
8	ОРАНТА	244766,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
9	УПСК	233476,7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
10	ПЗУ Україна	201715,4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
11	УНІВЕРСАЛЬНА	194027,7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
12	АСКА	178526,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
13	ГАРАНТ-АВТО	174811,9	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
14	УКРАЇНСЬКА СТРАХОВА ГРУПА	148064,3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
15	ALLIANZ Україна	128074,6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
16	КНЯЖА	115946,2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
17	ДОБРОБУТ	90459,4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
18	ВУСО	88134,6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
19	ПРОСТО-СТРАХУВАННЯ	86086,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
20	АЛЬФА СТРАХУВАННЯ	82424,9	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%
21	АРСЕНАЛ СТРАХУВАННЯ	82275,8	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%
22	БРОКБІЗНЕС	67185,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,03%
23	КРАЇНА	66638,1	0,00%	0,00%	0,00%	0,04%
24	УКРАЇНСЬКА ЕКОЛОГІЧНА СК	66365,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,04%
25	QBE Україна	60834,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,07%
26	ІЛІЧІВСЬКЕ	58199,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,09%
27	ГАРАНТІЯ СОсДО	51637,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,20%
28	ОМЕГА	47913,3	0,00%	0,00%	0,00%	0,31%
29	ГОРОДСЬКА СК	45823,7	0,00%	0,00%	0,00%	0,39%
30	СТАТУС	44276,6	0,00%	0,00%	0,00%	0,46%
31	НОВА	42627,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,56%
32	ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	42130,4	0,00%	0,00%	0,00%	0,60%
33	ГЛОБУС	40476,8	0,00%	0,00%	0,01%	0,72%
34	НАСТА	35001,8	0,00%	0,00%	0,02%	1,36%
35	ПЕРША	34848,0	0,00%	0,00%	0,02%	1,38%
36	АСКО-ДОНБАС ПІВНІЧНИЙ	33482,2	0,00%	0,00%	0,03%	1,62%

## Продовження таблиці А.1

№ п/ п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Середні виплати, тис. грн.			
			200	500	1000	2000
37	ЕКСПРЕС СТРАХУВАННЯ	33440,5	0,00%	0,00%	0,03%	1,62%
38	СТРОЙПОЛІС	32965,2	0,00%	0,00%	0,04%	1,71%
39	ВІЙСЬКОВО-СТРАХОВА КОМПАНІЯ	31425,0	0,00%	0,00%	0,05%	2,05%
40	САЛАМАНДРА-Україна	31267,0	0,00%	0,00%	0,06%	2,09%
41	ХДІ СТРАХУВАННЯ	31140,1	0,00%	0,00%	0,06%	2,12%
42	АЛЬФА-ГАРАНТ	30704,1	0,00%	0,00%	0,06%	2,23%
43	ІНТЕРТРАНСПОЛІС	28911,3	0,00%	0,00%	0,10%	2,74%
44	БУСИН	27495,7	0,00%	0,00%	0,14%	3,22%
45	МЕГА-ПОЛІС	27180,1	0,00%	0,00%	0,15%	3,34%
46	УОСК	26069,5	0,00%	0,00%	0,19%	3,80%
47	ІНДИГО	25279,3	0,00%	0,00%	0,23%	4,16%
48	РАЙП	25030,4	0,00%	0,00%	0,24%	4,28%
49	АРМА	22860,0	0,00%	0,00%	0,39%	5,50%
50	ГАРАНТІЯ СО	22616,0	0,00%	0,00%	0,42%	5,66%
51	СКАЙД	22328,0	0,00%	0,00%	0,44%	5,85%
52	УТІСО	21656,0	0,00%	0,00%	0,52%	6,32%
53	РАРИТЕТ	18037,4	0,00%	0,02%	1,20%	9,60%
54	ЮНИВЕС	17618,9	0,00%	0,02%	1,32%	10,07%
55	НАФТОГАЗСТРАХ	15845,8	0,00%	0,05%	1,99%	12,36%
56	УКРАЇНСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СТАНДАРТ	15392,0	0,00%	0,06%	2,21%	13,02%
57	АКТИВ-СТРАХУВАННЯ	13826,9	0,00%	0,13%	3,16%	15,60%
58	ХАРКІВСЬКА МУНІЦИПАЛЬНА СК	12857,9	0,00%	0,20%	3,96%	17,45%
59	ПОІНТ	11974,8	0,00%	0,31%	4,85%	19,32%
60	ЄВРОПЕЙСЬКЕ ТУРИСТИЧНЕ СТРАХУВАННЯ	11358,2	0,00%	0,41%	5,59%	20,74%
61	ВіДі - СТРАХУВАННЯ	9499,6	0,00%	0,96%	8,59%	25,71%
62	ГАРАНТ-СИСТЕМА	9375,0	0,00%	1,02%	8,84%	26,08%
63	ДНІСТЕР	8830,4	0,00%	1,31%	10,02%	27,77%
64	МИР	8238,5	0,01%	1,72%	11,49%	29,73%
65	ПРОМИСЛОВО-СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	5178,5	0,20%	7,05%	23,28%	42,32%
66	ДОБРОБУТ ТА ЗАХИСТ	4464,1	0,45%	9,80%	27,46%	45,96%
67	ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СОЮЗ	4028,8	0,74%	11,98%	30,36%	48,32%
68	611 СК	3679,0	1,10%	14,08%	32,91%	50,32%
69	ІНТЕР ЕКСПРЕС	3605,8	1,20%	14,56%	33,47%	50,74%
70	ЛЕММА СІТІ СЕРВЕР	1187,0	19,55%	44,48%	58,49%	67,08%

Джерело: Розраховано автором за даними [160].

Таблиця А.2

**Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України, виражена у %  
(експоненціальний розподіл, відносна страхова надбавка 40%)**

№ п/п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Середні виплати, тис. грн.			
			200	500	1000	2000
37	ЕКСПРЕС СТРАХУВАННЯ	33440,5	0,00%	0,00%	0,01%	0,60%
38	СТРОЙПОЛІС	32965,2	0,00%	0,00%	0,01%	0,64%
39	ВІЙСЬКОВО-СТРАХОВА КОМПАНІЯ	31425,0	0,00%	0,00%	0,01%	0,80%
40	САЛАМАНДРА-Україна	31267,0	0,00%	0,00%	0,01%	0,82%
41	ХДІ СТРАХУВАННЯ	31140,1	0,00%	0,00%	0,01%	0,84%
42	АЛЬФА-ГАРАНТ	30704,1	0,00%	0,00%	0,01%	0,89%
43	ІНТЕРТРАНСПОЛІС	28911,3	0,00%	0,00%	0,02%	1,15%
44	БУСИН	27495,7	0,00%	0,00%	0,03%	1,41%
45	МЕГА-ПОЛІС	27180,1	0,00%	0,00%	0,03%	1,47%
46	УОСК	26069,5	0,00%	0,00%	0,04%	1,72%
47	ІНДИГО	25279,3	0,00%	0,00%	0,05%	1,93%
48	РАЙП	25030,4	0,00%	0,00%	0,06%	2,00%
49	АРМА	22860,0	0,00%	0,00%	0,10%	2,73%
50	ГАРАНТІЯ СО	22616,0	0,00%	0,00%	0,11%	2,82%
51	СКАЙД	22328,0	0,00%	0,00%	0,12%	2,94%
52	УТІСО	21656,0	0,00%	0,00%	0,15%	3,24%
53	РАРИТЕТ	18037,4	0,00%	0,00%	0,41%	5,43%
54	ЮНИВЕС	17618,9	0,00%	0,00%	0,47%	5,76%
55	НАФТОГАЗСТРАХ	15845,8	0,00%	0,01%	0,77%	7,43%
56	УКРАЇНСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СТАНДАРТ	15392,0	0,00%	0,01%	0,88%	7,92%
57	АКТИВ-СТРАХУВАННЯ	13826,9	0,00%	0,03%	1,37%	9,91%
58	ХАРКІВСЬКА МУНІЦИПАЛЬНА СК	12857,9	0,00%	0,05%	1,81%	11,38%
59	ПОІНТ	11974,8	0,00%	0,08%	2,33%	12,91%
60	ЄВРОПЕЙСЬКЕ ТУРИСТИЧНЕ СТРАХУВАННЯ	11358,2	0,00%	0,11%	2,78%	14,10%
61	Віді - СТРАХУВАННЯ	9499,6	0,00%	0,31%	4,73%	18,39%
62	ГАРАНТ-СИСТЕМА	9375,0	0,00%	0,34%	4,90%	18,72%
63	ДНІСТЕР	8830,4	0,00%	0,46%	5,73%	20,23%
64	МИР	8238,5	0,00%	0,64%	6,79%	22,02%
65	ПРОМИСЛОВО-СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	5178,5	0,04%	3,70%	16,27%	34,09%
66	ДОБРОБУТ ТА ЗАХИСТ	4464,1	0,12%	5,57%	19,95%	37,75%
67	ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СОЮЗ	4028,8	0,23%	7,15%	22,59%	40,17%
68	611 СК	3679,0	0,37%	8,73%	24,97%	42,23%
69	ІНТЕР ЕКСПРЕС	3605,8	0,41%	9,10%	25,49%	42,67%
70	ЛЕММА СІТІ СЕРВЕР	1187,0	13,10%	36,25%	50,88%	60,29%

*Джерело: Розраховано автором за даними [160].*

Таблиця А.3

**Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України, виражена у %  
(експоненціальний розподіл, відносна страхова надбавка 50%)**

№ п/ п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Середні виплати, тис. грн.			
			200	500	1000	2000
37	ЕКСПРЕС СТРАХУВАННЯ	33440,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,25%
38	СТРОЙПОЛІС	32965,2	0,00%	0,00%	0,00%	0,27%
39	ВІЙСЬКОВО-СТРАХОВА КОМПАНІЯ	31425,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,35%
40	САЛАМАНДРА-Україна	31267,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,36%
41	ХДІ СТРАХУВАННЯ	31140,1	0,00%	0,00%	0,00%	0,37%
42	АЛЬФА-ГАРАНТ	30704,1	0,00%	0,00%	0,00%	0,40%
43	ІНТЕРТРАНСПОЛІС	28911,3	0,00%	0,00%	0,00%	0,54%
44	БУСИН	27495,7	0,00%	0,00%	0,01%	0,68%
45	МЕГА-ПОЛІС	27180,1	0,00%	0,00%	0,01%	0,72%
46	УОСК	26069,5	0,00%	0,00%	0,01%	0,86%
47	ІНДИГО	25279,3	0,00%	0,00%	0,01%	0,99%
48	РАЙП	25030,4	0,00%	0,00%	0,02%	1,03%
49	АРМА	22860,0	0,00%	0,00%	0,03%	1,48%
50	ГАРАНТІЯ СО	22616,0	0,00%	0,00%	0,04%	1,54%
51	СКАЙД	22328,0	0,00%	0,00%	0,04%	1,61%
52	УТІСО	21656,0	0,00%	0,00%	0,05%	1,80%
53	РАРИТЕТ	18037,4	0,00%	0,00%	0,16%	3,30%
54	ЮНИВЕС	17618,9	0,00%	0,00%	0,19%	3,54%
55	НАФТОГАЗСТРАХ	15845,8	0,00%	0,00%	0,34%	4,75%
56	УКРАЇНСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СТАНДАРТ	15392,0	0,00%	0,00%	0,39%	5,13%
57	АКТИВ-СТРАХУВАННЯ	13826,9	0,00%	0,01%	0,66%	6,65%
58	ХАРКІВСЬКА МУНІЦИПАЛЬНА СК	12857,9	0,00%	0,01%	0,92%	7,82%
59	ПОІНТ	11974,8	0,00%	0,02%	1,23%	9,06%
60	ЄВРОПЕЙСЬКЕ ТУРИС- ТИЧНЕ СТРАХУВАННЯ	11358,2	0,00%	0,03%	1,51%	10,04%
61	ВіДі - СТРАХУВАННЯ	9499,6	0,00%	0,12%	2,81%	13,69%
62	ГАРАНТ-СИСТЕМА	9375,0	0,00%	0,13%	2,93%	13,97%
63	ДНІСТЕР	8830,4	0,00%	0,19%	3,51%	15,30%
64	МИР	8238,5	0,00%	0,27%	4,28%	16,89%
65	ПРОМИСЛОВО- СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	5178,5	0,01%	2,11%	11,86%	28,12%
66	ДОБРОБУТ ТА ЗАХИСТ	4464,1	0,04%	3,40%	15,05%	31,68%
67	ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СОЮЗ	4028,8	0,08%	4,54%	17,41%	34,06%
68	611 СК	3679,0	0,14%	5,74%	19,56%	36,11%
69	ІНТЕР ЕКСПРЕС	3605,8	0,16%	6,02%	20,04%	36,55%
70	ЛЕММА СІТІ СЕРВЕР	1187,0	9,22%	30,22%	44,88%	54,70%

*Джерело: Розраховано автором за даними [160].*

## Додаток Б

Таблиця Б.1

**Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України, виражена у %  
(стандартний гама-розподіл, відносна страхова надбавка 30%,  
середні виплати 1000 тис. грн.)**

№ п/п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації					
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.
37	ЕКСПРЕС СТРАХУВАННЯ	33440,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
38	СТРОЙПОЛІС	32965,2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
39	ВІЙСЬКОВО-СТРАХОВА КОМПАНІЯ	31425,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
40	САЛАМАНДРА-Україна	31267,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
41	ХДІ СТРАХУВАННЯ	31140,1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
42	АЛЬФА-ГАРАНТ	30704,1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
43	ІНТЕРТРАНСПОЛІС	28911,3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
44	БУСИН	27495,7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
45	МЕГА-ПОЛІС	27180,1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
46	УОСК	26069,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
47	ІНДИГО	25279,3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
48	РАЙП	25030,4	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
49	АРМА	22860,0	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
50	ГАРАНТІЯ СО	22616,0	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
51	СКАЙД	22328,0	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
52	УТІСО	21656,0	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
53	РАРИТЕТ	18037,4	0,07%	0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,00%
54	ЮНИВЕС	17618,9	0,08%	0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,00%
55	НАФТОГАЗСТРАХ	15845,8	0,15%	0,03%	0,01%	0,05%	0,03%	0,01%
56	УКРАЇНСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СТАНДАРТ	15392,0	0,18%	0,04%	0,01%	0,06%	0,03%	0,01%
57	АКТИВ-СТРАХУВАННЯ	13826,9	0,32%	0,08%	0,02%	0,13%	0,08%	0,02%
58	ХАРКІВСЬКА МУНІЦИПАЛЬНА СК	12857,9	0,46%	0,13%	0,04%	0,20%	0,13%	0,04%
59	ПОІНТ	11974,8	0,63%	0,21%	0,08%	0,31%	0,20%	0,06%
60	ЄВРОПЕЙСЬКЕ ТУРИСТИЧНЕ СТРАХУВАННЯ	11358,2	0,80%	0,28%	0,11%	0,41%	0,27%	0,09%
61	ВіДі - СТРАХУВАННЯ	9499,6	1,59%	0,72%	0,33%	0,96%	0,69%	0,27%
62	ГАРАНТ-СИСТЕМА	9375,0	1,66%	0,77%	0,36%	1,02%	0,74%	0,29%
63	ДНІСТЕР	8830,4	2,04%	1,01%	0,50%	1,31%	0,97%	0,40%
64	МИР	8238,5	2,55%	1,35%	0,71%	1,72%	1,31%	0,57%
65	ПРОМИСЛОВО-СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	5178,5	8,14%	6,26%	4,47%	7,05%	6,20%	3,58%
66	ДОБРОБУТ ТА ЗАХИСТ	4464,1	10,74%	8,94%	6,87%	9,80%	8,91%	5,50%
67	ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СОЮЗ	4028,8	12,73%	11,12%	8,92%	11,98%	11,10%	7,14%
68	611 СК	3679,0	14,61%	13,24%	11,00%	14,08%	13,26%	8,80%

*Джерело: Складено автором за даними [160].*

Таблиця Б.2

**Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України, виражена у %  
(стандартний гама-розподіл, відносна страхова надбавка 30%,  
середні виплати 2000 тис. грн.)**

№ п/п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації					
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.
37	ЕКСПРЕС СТРАХУВАННЯ	33440,5	0,11%	0,02%	0,00%	0,03%	0,02%	0,00%
38	СТРОЙПОЛІС	32965,2	0,12%	0,02%	0,01%	0,04%	0,02%	0,00%
39	ВІЙСЬКОВО-СТРАХОВА КОМПАНІЯ	31425,0	0,16%	0,03%	0,01%	0,05%	0,03%	0,01%
40	САЛАМАНДРА-Україна	31267,0	0,17%	0,03%	0,01%	0,06%	0,03%	0,01%
41	ХДІ СТРАХУВАННЯ	31140,1	0,17%	0,03%	0,01%	0,06%	0,03%	0,01%
42	АЛЬФА-ГАРАНТ	30704,1	0,18%	0,04%	0,01%	0,06%	0,04%	0,01%
43	ІНТЕРТРАНСПОЛІС	28911,3	0,25%	0,06%	0,02%	0,10%	0,06%	0,01%
44	БУСИН	27495,7	0,33%	0,09%	0,03%	0,14%	0,08%	0,02%
45	МЕГА-ПОЛІС	27180,1	0,35%	0,09%	0,03%	0,15%	0,09%	0,02%
46	УОСК	26069,5	0,43%	0,12%	0,04%	0,19%	0,12%	0,03%
47	ІНДИГО	25279,3	0,50%	0,15%	0,05%	0,23%	0,14%	0,04%
48	РАЙП	25030,4	0,52%	0,16%	0,05%	0,24%	0,15%	0,04%
49	АРМА	22860,0	0,78%	0,27%	0,11%	0,39%	0,26%	0,08%
50	ГАРАНТІЯ СО	22616,0	0,81%	0,29%	0,11%	0,42%	0,28%	0,09%
51	СКАЙД	22328,0	0,86%	0,31%	0,12%	0,44%	0,30%	0,10%
52	УТІСО	21656,0	0,97%	0,37%	0,15%	0,52%	0,35%	0,12%
53	РАРИТЕТ	18037,4	1,90%	0,92%	0,45%	1,20%	0,88%	0,36%
54	ЮНИВЕС	17618,9	2,06%	1,02%	0,51%	1,32%	0,98%	0,41%
55	НАФТОГАЗСТРАХ	15845,8	2,87%	1,59%	0,86%	1,99%	1,54%	0,69%
56	УКРАЇНСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СТАНДАРТ	15392,0	3,12%	1,78%	0,99%	2,21%	1,73%	0,79%
57	АКТИВ-СТРАХУВАННЯ	13826,9	4,20%	2,63%	1,58%	3,16%	2,57%	1,26%
58	ХАРКІВСЬКА МУНІЦИПАЛЬНА СК	12857,9	5,04%	3,35%	2,11%	3,96%	3,29%	1,69%
59	ПОІНТ	11974,8	5,97%	4,18%	2,75%	4,85%	4,11%	2,20%
60	ЄВРОПЕЙСЬКЕ ТУРИСТИЧНЕ СТРАХУВАННЯ	11358,2	6,72%	4,87%	3,31%	5,59%	4,81%	2,65%
61	ВіДі - СТРАХУВАННЯ	9499,6	9,61%	7,75%	5,79%	8,59%	7,70%	4,63%
62	ГАРАНТ-СИСТЕМА	9375,0	9,85%	8,00%	6,01%	8,84%	7,95%	4,81%
63	ДНІСТЕР	8830,4	10,95%	9,16%	7,07%	10,02%	9,13%	5,66%
64	МИР	8238,5	12,29%	10,63%	8,45%	11,49%	10,61%	6,76%

*Примітка: ББ – апроксимація Беекмана-Боверса, ДВ – апроксимація Де Вільдера, диф. – дифузійна апроксимація, Рені – апроксимація Рені, експ. – експоненційна апроксимація, Лунд. – апроксимація Лундберга.*

*Джерело: Складено автором за даними [160].*

**Додаток В**

*Таблиця В.1*

**Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України**

**(стандартний гама-розподіл, відносна страхова надбавка 20%, середні виплати 1000 тис. грн.)**

№ п/п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації						
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.	Середнє
37	ЕКСПРЕС СТРАХУВАННЯ	33440,5	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
38	СТРОЙПОЛІС	32965,2	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
39	ВІЙСЬКОВО-СТРАХОВА КОМПАНІЯ	31425,0	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
40	САЛАМАНДРА-Україна	31267,0	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
41	ХДІ СТРАХУВАННЯ	31140,1	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
42	АЛЬФА-ГАРАНТ	30704,1	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
43	ІНТЕРТРАНСПОЛІС	28911,3	0,02%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%
44	БУСИН	27495,7	0,03%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%
45	МЕГА-ПОЛІС	27180,1	0,03%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%
46	УОСК	26069,5	0,04%	0,01%	0,00%	0,01%	0,01%	0,00%	0,01%
47	ІНДИГО	25279,3	0,05%	0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,00%	0,02%
48	РАЙП	25030,4	0,05%	0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,00%	0,02%
49	АРМА	22860,0	0,10%	0,03%	0,01%	0,04%	0,03%	0,01%	0,04%
50	ГАРАНТІЯ СО	22616,0	0,11%	0,03%	0,01%	0,04%	0,03%	0,01%	0,04%
51	СКАЙД	22328,0	0,12%	0,03%	0,01%	0,05%	0,03%	0,01%	0,04%
52	УТІСО	21656,0	0,14%	0,04%	0,02%	0,06%	0,04%	0,02%	0,05%
53	РАРИТЕТ	18037,4	0,39%	0,15%	0,07%	0,20%	0,15%	0,06%	0,17%
54	ЮНИВЕС	17618,9	0,43%	0,18%	0,09%	0,23%	0,17%	0,08%	0,20%
55	НАФТОГАЗСТРАХ	15845,8	0,72%	0,33%	0,18%	0,42%	0,32%	0,15%	0,35%

Продовження таблиці В.1

№ п/ п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації						
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.	Середнє
56	УКРАЇНСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СТАНДАРТ	15392,0	0,81%	0,39%	0,21%	0,49%	0,38%	0,18%	0,41%
57	АКТИВ-СТРАХУВАННЯ	13826,9	1,27%	0,67%	0,40%	0,83%	0,66%	0,34%	0,69%
58	ХАРКІВСЬКА МУНІЦИПАЛЬНА СК	12857,9	1,67%	0,94%	0,58%	1,15%	0,93%	0,51%	0,96%
59	ПОІНТ	11974,8	2,15%	1,29%	0,83%	1,54%	1,27%	0,72%	1,30%
60	ЄВРОПЕЙСЬКЕ ТУРИСТИЧНЕ СТРАХУВАННЯ	11358,2	2,56%	1,60%	1,06%	1,89%	1,58%	0,92%	1,60%
61	ВіДі - СТРАХУВАННЯ	9499,6	4,36%	3,09%	2,24%	3,51%	3,06%	1,94%	3,03%
62	ГАРАНТ-СИСТЕМА	9375,0	4,51%	3,23%	2,35%	3,66%	3,20%	2,04%	3,16%
63	ДНІСТЕР	8830,4	5,28%	3,91%	2,92%	4,39%	3,88%	2,54%	3,82%
64	МИР	8238,5	6,27%	4,82%	3,71%	5,35%	4,79%	3,21%	4,69%
65	ПРОМИСЛОВО-СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	5178,5	15,33%	14,19%	12,60%	14,83%	14,20%	10,92%	13,68%
66	ДОБРОБУТ ТА ЗАХИСТ	4464,1	18,96%	18,26%	16,77%	18,82%	18,30%	14,54%	17,61%
67	ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СОЮЗ	4028,8	21,61%	21,29%	19,96%	21,76%	21,37%	17,30%	20,55%
68	611 СК	3679,0	24,01%	24,08%	22,96%	24,45%	24,19%	19,90%	23,27%
69	ІНТЕР ЕКСПРЕС	3605,8	24,55%	24,71%	23,64%	25,05%	24,83%	20,49%	23,88%

Примітки: ББ - апроксимація Беекмана-Боверса, ДВ - апроксимація Де Вільдера, диф. - дифузійна апроксимація, Рені - апроксимація Рені, експ. - експоненційна апроксимація, Лунд. - апроксимація Лундберга, середнє – середнє значення по шести апроксимаціях.

Джерело: Розраховано автором за даними [160]

Таблиця В.2

## Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України

(стандартний гама-розподіл, відносна страхова надбавка 20%, середні виплати 2000 тис. грн.)

№ п/ п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації						
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.	Середнє
37	ЕКСПРЕС СТРАХУВАННЯ	33440,5	0,56%	0,24%	0,12%	0,32%	0,23%	0,11%	0,26%
38	СТРОЙПОЛІС	32965,2	0,60%	0,26%	0,14%	0,34%	0,26%	0,12%	0,29%
39	ВІЙСЬКОВО-СТРАХОВА КОМПАНІЯ	31425,0	0,74%	0,34%	0,19%	0,44%	0,34%	0,16%	0,37%
40	САЛАМАНДРА-Україна	31267,0	0,76%	0,35%	0,19%	0,45%	0,35%	0,17%	0,38%
41	ХДІ СТРАХУВАННЯ	31140,1	0,77%	0,36%	0,20%	0,46%	0,35%	0,17%	0,39%
42	АЛЬФА-ГАРАНТ	30704,1	0,82%	0,39%	0,22%	0,50%	0,38%	0,19%	0,42%
43	ІНТЕРТРАНСПОЛІС	28911,3	1,06%	0,54%	0,31%	0,67%	0,53%	0,27%	0,56%
44	БУСИН	27495,7	1,30%	0,69%	0,41%	0,85%	0,68%	0,35%	0,71%
45	МЕГА-ПОЛІС	27180,1	1,36%	0,73%	0,44%	0,90%	0,71%	0,38%	0,75%
46	УОСК	26069,5	1,59%	0,89%	0,54%	1,08%	0,87%	0,47%	0,91%
47	ІНДИГО	25279,3	1,78%	1,02%	0,64%	1,23%	1,00%	0,55%	1,04%
48	РАЙП	25030,4	1,84%	1,06%	0,67%	1,29%	1,05%	0,58%	1,08%
49	АРМА	22860,0	2,51%	1,56%	1,03%	1,85%	1,54%	0,90%	1,56%
50	ГАРАНТІЯ СО	22616,0	2,59%	1,63%	1,09%	1,92%	1,61%	0,94%	1,63%
51	СКАЙД	22328,0	2,70%	1,72%	1,15%	2,02%	1,69%	1,00%	1,71%
52	УТІСО	21656,0	2,98%	1,93%	1,32%	2,26%	1,91%	1,14%	1,92%
53	РАРИТЕТ	18037,4	5,00%	3,66%	2,71%	4,12%	3,63%	2,35%	3,58%
54	ЮНИВЕС	17618,9	5,31%	3,94%	2,95%	4,42%	3,91%	2,56%	3,85%
55	НАФТОГАЗСТРАХ	15845,8	6,86%	5,39%	4,20%	5,94%	5,35%	3,65%	5,23%

Продовження таблиці В.2

№ п/ п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації						
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.	Середнє
56	УКРАЇНСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СТАНДАРТ	15392,0	7,33%	5,83%	4,60%	6,41%	5,80%	3,99%	5,66%
57	АКТИВ-СТРАХУВАННЯ	13826,9	9,21%	7,69%	6,30%	8,32%	7,66%	5,46%	7,44%
58	ХАРКІВСЬКА МУНІЦИПАЛЬНА СК	12857,9	10,61%	9,12%	7,64%	9,78%	9,10%	6,63%	8,81%
59	ПОІНТ	11974,8	12,07%	10,66%	9,12%	11,33%	10,65%	7,90%	10,29%
60	ЄВРОПЕЙСЬКЕ ТУРИСТИЧНЕ СТРАХУВАННЯ	11358,2	13,22%	11,89%	10,31%	12,55%	11,89%	8,94%	11,47%
61	ВіДі - СТРАХУВАННЯ	9499,6	17,41%	16,50%	14,96%	17,11%	16,54%	12,97%	15,91%
62	ГАРАНТ-СИСТЕМА	9375,0	17,74%	16,87%	15,34%	17,47%	16,91%	13,29%	16,27%
63	ДНІСТЕР	8830,4	19,24%	18,57%	17,10%	19,13%	18,62%	14,82%	17,91%
64	МИР	8238,5	21,03%	20,62%	19,25%	21,11%	20,69%	16,69%	19,90%
65	ПРОМИСЛОВО-СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	5178,5	33,55%	35,38%	35,50%	35,15%	35,64%	30,77%	34,33%
66	ДОБРОБУТ ТА ЗАХИСТ	4464,1	37,52%	40,13%	40,95%	39,60%	40,46%	35,49%	39,03%
67	ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СОЮЗ	4028,8	40,19%	43,34%	44,67%	42,58%	43,72%	38,72%	42,20%
68	611 СК	3679,0	42,50%	46,10%	47,91%	45,14%	46,52%	41,53%	44,95%
69	ІНТЕР ЕКСПРЕС	3605,8	43,01%	46,70%	48,62%	45,69%	47,13%	42,14%	45,55%

Примітки: ББ - апроксимація Беекмана-Боверса, ДВ - апроксимація Де Вільдера, диф. - дифузійна апроксимація, Рені - апроксимація Рені, експ. - експоненційна апроксимація, Лунд. - апроксимація Лундберга, середнє – середнє значення по шести апроксимаціях.

Джерело: Розраховано автором за даними [160].

Додаток Д

Таблиця Д.1

Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України

(стандартний гама-розподіл, відносна страхова надбавка 40%, середні виплати 2000 тис. грн.)

№ п/п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації						
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.	Середнє
37	ЕКСПРЕС СТРАХУВАННЯ	33440,5	0,03%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%
38	СТРОЙПОЛІС	32965,2	0,04%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%
39	ВІЙСЬКОВО-СТРАХОВА КОМПАНІЯ	31425,0	0,05%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%
40	САЛАМАНДРА-Україна	31267,0	0,05%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%
41	ХДІ СТРАХУВАННЯ	31140,1	0,05%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%
42	АЛЬФА-ГАРАНТ	30704,1	0,06%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%
43	ІНТЕРТРАНСПОЛІС	28911,3	0,08%	0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,00%	0,02%
44	БУСИН	27495,7	0,11%	0,01%	0,00%	0,03%	0,01%	0,00%	0,03%
45	МЕГА-ПОЛІС	27180,1	0,12%	0,01%	0,00%	0,03%	0,01%	0,00%	0,03%
46	УОСК	26069,5	0,15%	0,02%	0,00%	0,04%	0,02%	0,00%	0,04%
47	ІНДИГО	25279,3	0,18%	0,03%	0,00%	0,05%	0,02%	0,00%	0,05%
48	РАЙП	25030,4	0,19%	0,03%	0,00%	0,06%	0,03%	0,00%	0,05%
49	АРМА	22860,0	0,31%	0,06%	0,01%	0,10%	0,05%	0,01%	0,09%
50	ГАРАНТІЯ СО	22616,0	0,33%	0,06%	0,01%	0,11%	0,06%	0,01%	0,10%
51	СКАЙД	22328,0	0,35%	0,07%	0,01%	0,12%	0,06%	0,01%	0,10%
52	УТІСО	21656,0	0,40%	0,08%	0,02%	0,15%	0,08%	0,01%	0,12%
53	РАРИТЕТ	18037,4	0,89%	0,27%	0,07%	0,41%	0,24%	0,05%	0,32%
54	ЮНИВЕС	17618,9	0,97%	0,30%	0,09%	0,47%	0,28%	0,06%	0,36%
55	НАФТОГАЗСТРАХ	15845,8	1,44%	0,53%	0,18%	0,77%	0,49%	0,13%	0,59%

Продовження таблиці Д.1

№ п/ п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації						
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.	Середнє
56	УКРАЇНСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СТАНДАРТ	15392,0	1,59%	0,61%	0,21%	0,88%	0,57%	0,16%	0,67%
57	АКТИВ-СТРАХУВАННЯ	13826,9	2,25%	1,00%	0,40%	1,37%	0,95%	0,29%	1,04%
58	ХАРКІВСЬКА МУНІЦИПАЛЬНА СК	12857,9	2,80%	1,36%	0,58%	1,81%	1,30%	0,43%	1,38%
59	ПОІНТ	11974,8	3,41%	1,80%	0,83%	2,33%	1,72%	0,61%	1,78%
60	ЄВРОПЕЙСЬКЕ ТУРИСТИЧНЕ СТРАХУВАННЯ	11358,2	3,92%	2,19%	1,06%	2,78%	2,10%	0,78%	2,14%
61	ВіДі - СТРАХУВАННЯ	9499,6	5,97%	3,93%	2,24%	4,73%	3,83%	1,64%	3,72%
62	ГАРАНТ-СИСТЕМА	9375,0	6,14%	4,09%	2,35%	4,90%	3,99%	1,73%	3,87%
63	ДНІСТЕР	8830,4	6,96%	4,86%	2,92%	5,73%	4,76%	2,15%	4,56%
64	МИР	8238,5	7,97%	5,85%	3,71%	6,79%	5,76%	2,72%	5,47%
65	ПРОМИСЛОВО-СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	5178,5	16,37%	15,39%	12,60%	16,27%	15,49%	9,25%	14,23%
66	ДОБРОБУТ ТА ЗАХИСТ	4464,1	19,46%	19,28%	16,77%	19,95%	19,51%	12,31%	17,88%
67	ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СОЮЗ	4028,8	21,66%	22,12%	19,96%	22,59%	22,45%	14,64%	20,57%
68	611 СК	3679,0	23,62%	24,70%	22,96%	24,97%	25,14%	16,84%	23,04%
69	ІНТЕР ЕКСПРЕС	3605,8	24,06%	25,28%	23,64%	25,49%	25,74%	17,34%	23,59%

Примітки: ББ - апроксимація Беекмана-Боверса, ДВ - апроксимація Де Вільдера, диф. - дифузійна апроксимація, Рені - апроксимація Рені, експ. - експоненційна апроксимація, Лунд. - апроксимація Лундберга, середнє – середнє значення по шести апроксимаціях.

Джерело: Розраховано автором за даними [160].

Таблиця Д.2

## Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України

(стандартний гама-розподіл, відносна страхова надбавка 50%, середні виплати 2000 тис. грн.)

№ п/ п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації						
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.	Середнє
37	ЕКСПРЕС СТРАХУВАННЯ	33440,5	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
38	СТРОЙПОЛІС	32965,2	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
39	ВІЙСЬКОВО-СТРАХОВА КОМПАНІЯ	31425,0	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
40	САЛАМАНДРА-Україна	31267,0	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
41	ХДІ СТРАХУВАННЯ	31140,1	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
42	АЛЬФА-ГАРАНТ	30704,1	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
43	ІНТЕРТРАНСПОЛІС	28911,3	0,03%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%
44	БУСИН	27495,7	0,05%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%
45	МЕГА-ПОЛІС	27180,1	0,05%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%
46	УОСК	26069,5	0,07%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,01%
47	ІНДИГО	25279,3	0,08%	0,01%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	0,02%
48	РАЙП	25030,4	0,09%	0,01%	0,00%	0,02%	0,00%	0,00%	0,02%
49	АРМА	22860,0	0,15%	0,01%	0,00%	0,03%	0,01%	0,00%	0,03%
50	ГАРАНТІЯ СО	22616,0	0,16%	0,02%	0,00%	0,04%	0,01%	0,00%	0,04%
51	СКАЙД	22328,0	0,17%	0,02%	0,00%	0,04%	0,01%	0,00%	0,04%
52	УТІСО	21656,0	0,20%	0,02%	0,00%	0,05%	0,02%	0,00%	0,05%
53	РАРИТЕТ	18037,4	0,48%	0,09%	0,01%	0,16%	0,07%	0,01%	0,14%
54	ЮНИВЕС	17618,9	0,53%	0,10%	0,01%	0,19%	0,09%	0,01%	0,16%
55	НАФТОГАЗСТРАХ	15845,8	0,82%	0,20%	0,04%	0,34%	0,17%	0,02%	0,27%

Продовження таблиці Д.2

№ п/п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації						
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.	Середнє
56	УКРАЇНСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СТАНДАРТ	15392,0	0,92%	0,23%	0,05%	0,39%	0,21%	0,03%	0,31%
57	АКТИВ-СТРАХУВАННЯ	13826,9	1,36%	0,42%	0,10%	0,66%	0,38%	0,07%	0,50%
58	ХАРКІВСЬКА МУНІЦИПАЛЬНА СК	12857,9	1,73%	0,60%	0,16%	0,92%	0,55%	0,11%	0,68%
59	ПОІНТ	11974,8	2,16%	0,84%	0,25%	1,23%	0,77%	0,17%	0,90%
60	ЄВРОПЕЙСЬКЕ ТУРИСТИЧНЕ СТРАХУВАННЯ	11358,2	2,52%	1,06%	0,34%	1,51%	0,98%	0,23%	1,11%
61	ВіДі - СТРАХУВАННЯ	9499,6	4,04%	2,13%	0,87%	2,81%	2,01%	0,58%	2,07%
62	ГАРАНТ-СИСТЕМА	9375,0	4,17%	2,23%	0,92%	2,93%	2,11%	0,62%	2,16%
63	ДНІСТЕР	8830,4	4,79%	2,73%	1,21%	3,51%	2,61%	0,81%	2,61%
64	МИР	8238,5	5,58%	3,41%	1,63%	4,28%	3,28%	1,09%	3,21%
65	ПРОМИСЛОВО-СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	5178,5	12,48%	10,76%	7,51%	11,86%	10,74%	5,01%	9,73%
66	ДОБРОБУТ ТА ЗАХИСТ	4464,1	15,15%	14,06%	10,73%	15,05%	14,17%	7,16%	12,72%
67	ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СОЮЗ	4028,8	17,08%	16,56%	13,34%	17,41%	16,77%	8,90%	15,01%
68	611 СК	3679,0	18,83%	18,88%	15,89%	19,56%	19,20%	10,60%	17,16%
69	ІНТЕР ЕКСПРЕС	3605,8	19,22%	19,40%	16,48%	20,04%	19,75%	11,00%	17,65%

Примітки: ББ - апроксимація Беекмана-Боверса, ДВ - апроксимація Де Вільдера, диф. - дифузійна апроксимація, Рені - апроксимація Рені, експ. - експоненційна апроксимація, Лунд. - апроксимація Лундберга, середнє – середнє значення по шести апроксимаціях.

Джерело: Розраховано автором за даними [160].

**Додаток Е**

*Таблиця Е.1*

**Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України**

**(гама-розподіл, дисперсія=100000, відносна страхова надбавка 30%, середні виплати 1000 тис. грн.)**

№ п/п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації						
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.	Середнє
37	ЕКСПРЕС СТРАХУВАННЯ	33440,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
38	СТРОЙПОЛІС	32965,2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
39	ВІЙСЬКОВО-СТРАХОВА КОМПАНІЯ	31425,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
40	САЛАМАНДРА-Україна	31267,0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
41	ХДІ СТРАХУВАННЯ	31140,1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
42	АЛЬФА-ГАРАНТ	30704,1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
43	ІНТЕРТРАНСПОЛІС	28911,3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
44	БУСИН	27495,7	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
45	МЕГА-ПОЛІС	27180,1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
46	УОСК	26069,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
47	ІНДИГО	25279,3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
48	РАЙП	25030,4	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
49	АРМА	22860,0	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
50	ГАРАНТІЯ СО	22616,0	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
51	СКАЙД	22328,0	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
52	УТІСО	21656,0	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
53	РАРИТЕТ	18037,4	0,07%	0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%
54	ЮНИВЕС	17618,9	0,08%	0,01%	0,00%	0,02%	0,01%	0,01%	0,02%
55	НАФТОГАЗСТРАХ	15845,8	0,15%	0,03%	0,01%	0,05%	0,03%	0,02%	0,05%

Продовження таблиці Е.1

№ п/п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації						
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.	Середнє
56	УКРАЇНСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СТАНДАРТ	15392,0	0,18%	0,04%	0,01%	0,06%	0,03%	0,03%	0,06%
57	АКТИВ-СТРАХУВАННЯ	13826,9	0,32%	0,08%	0,02%	0,13%	0,08%	0,06%	0,12%
58	ХАРКІВСЬКА МУНІЦИПАЛЬНА СК	12857,9	0,46%	0,13%	0,04%	0,20%	0,13%	0,10%	0,18%
59	ПОІНТ	11974,8	0,63%	0,21%	0,08%	0,31%	0,20%	0,17%	0,27%
60	ЄВРОПЕЙСЬКЕ ТУРИСТИЧНЕ СТРАХУВАННЯ	11358,2	0,80%	0,28%	0,11%	0,41%	0,27%	0,24%	0,35%
61	ВіДі - СТРАХУВАННЯ	9499,6	1,59%	0,72%	0,33%	0,96%	0,69%	0,65%	0,82%
62	ГАРАНТ-СИСТЕМА	9375,0	1,66%	0,77%	0,36%	1,02%	0,74%	0,69%	0,87%
63	ДНІСТЕР	8830,4	2,04%	1,01%	0,50%	1,31%	0,97%	0,93%	1,13%
64	МИР	8238,5	2,55%	1,35%	0,71%	1,72%	1,31%	1,28%	1,49%
65	ПРОМИСЛОВО-СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	5178,5	8,14%	6,26%	4,47%	7,05%	6,20%	6,36%	6,41%
66	ДОБРОБУТ ТА ЗАХИСТ	4464,1	10,74%	8,94%	6,87%	9,80%	8,90%	9,17%	9,07%
67	ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СОЮЗ	4028,8	12,73%	11,12%	8,92%	11,98%	11,10%	11,44%	11,22%
68	611 СК	3679,0	14,61%	13,24%	11,00%	14,08%	13,26%	13,65%	13,31%
69	ІНТЕР ЕКСПРЕС	3605,8	15,04%	13,74%	11,49%	14,56%	13,76%	14,17%	13,79%

Примітки: ББ - апроксимація Беекмана-Боверса, ДВ - апроксимація Де Вільдера, диф. - дифузійна апроксимація, Рені - апроксимація Рені, експ. - експоненційна апроксимація, Лунд. - апроксимація Лундберга, середнє – середнє значення по шести апроксимаціях.

Джерело: Розраховано автором за даними [160].

Таблиця Е.2

## Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України

(гама-розподіл, дисперсія=100000, відносна страхова надбавка 30%, середні виплати 2000 тис. грн.)

№ п/ п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації						
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.	Середнє
37	ЕКСПРЕС СТРАХУВАННЯ	33440,5	0,11%	0,02%	0,00%	0,03%	0,02%	0,01%	0,03%
38	СТРОЙПОЛІС	32965,2	0,12%	0,02%	0,01%	0,04%	0,02%	0,01%	0,04%
39	ВІЙСЬКОВО-СТРАХОВА КОМПАНІЯ	31425,0	0,16%	0,03%	0,01%	0,05%	0,03%	0,02%	0,05%
40	САЛАМАНДРА-Україна	31267,0	0,17%	0,03%	0,01%	0,06%	0,03%	0,02%	0,05%
41	ХДІ СТРАХУВАННЯ	31140,1	0,17%	0,03%	0,01%	0,06%	0,03%	0,02%	0,05%
42	АЛЬФА-ГАРАНТ	30704,1	0,18%	0,04%	0,01%	0,06%	0,04%	0,03%	0,06%
43	ІНТЕРТРАНСПОЛІС	28911,3	0,25%	0,06%	0,02%	0,10%	0,06%	0,04%	0,09%
44	БУСИН	27495,7	0,33%	0,09%	0,03%	0,14%	0,08%	0,06%	0,12%
45	МЕГА-ПОЛІС	27180,1	0,35%	0,09%	0,03%	0,15%	0,09%	0,07%	0,13%
46	УОСК	26069,5	0,43%	0,12%	0,04%	0,19%	0,12%	0,09%	0,16%
47	ІНДИГО	25279,3	0,50%	0,15%	0,05%	0,23%	0,14%	0,12%	0,20%
48	РАЙП	25030,4	0,52%	0,16%	0,05%	0,24%	0,15%	0,13%	0,21%
49	АРМА	22860,0	0,78%	0,27%	0,11%	0,39%	0,26%	0,23%	0,34%
50	ГАРАНТІЯ СО	22616,0	0,81%	0,29%	0,11%	0,42%	0,28%	0,24%	0,36%
51	СКАЙД	22328,0	0,86%	0,31%	0,12%	0,44%	0,30%	0,26%	0,38%
52	УТІСО	21656,0	0,97%	0,37%	0,15%	0,52%	0,35%	0,32%	0,45%
53	РАРИТЕТ	18037,4	1,90%	0,92%	0,45%	1,20%	0,88%	0,84%	1,03%
54	ЮНИВЕС	17618,9	2,06%	1,02%	0,51%	1,32%	0,98%	0,94%	1,14%
55	НАФТОГАЗСТРАХ	15845,8	2,87%	1,59%	0,86%	1,99%	1,54%	1,51%	1,73%

Продовження таблиці Е.2

№ п/п	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 30.09.2011, тис.грн.	Апроксимації						
			ББ	ДВ	диф.	Рені	експ.	Лунд.	Середнє
56	УКРАЇНСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СТАНДАРТ	15392,0	3,12%	1,78%	0,99%	2,21%	1,73%	1,70%	1,92%
57	АКТИВ-СТРАХУВАННЯ	13826,9	4,20%	2,63%	1,58%	3,16%	2,57%	2,57%	2,79%
58	ХАРКІВСЬКА МУНІЦИПАЛЬНА СК	12857,9	5,04%	3,35%	2,11%	3,96%	3,29%	3,32%	3,51%
59	ПОІНТ	11974,8	5,97%	4,18%	2,75%	4,85%	4,11%	4,18%	4,34%
60	ЄВРОПЕЙСЬКЕ ТУРИСТИЧНЕ СТРАХУВАННЯ	11358,2	6,72%	4,87%	3,31%	5,59%	4,81%	4,91%	5,04%
61	ВіДі - СТРАХУВАННЯ	9499,6	9,61%	7,75%	5,79%	8,59%	7,70%	7,93%	7,89%
62	ГАРАНТ-СИСТЕМА	9375,0	9,85%	8,00%	6,01%	8,84%	7,95%	8,18%	8,14%
63	ДНІСТЕР	8830,4	10,95%	9,16%	7,07%	10,02%	9,13%	9,40%	9,29%
64	МИР	8238,5	12,29%	10,63%	8,45%	11,49%	10,61%	10,93%	10,73%
65	ПРОМИСЛОВО-СТРАХОВИЙ АЛЬЯНС	5178,5	22,62%	22,83%	21,15%	23,28%	23,04%	23,49%	22,74%
66	ДОБРОБУТ ТА ЗАХИСТ	4464,1	26,19%	27,30%	26,20%	27,46%	27,62%	27,98%	27,12%
67	ЄВРОПЕЙСЬКИЙ СТРАХОВИЙ СОЮЗ	4028,8	28,67%	30,44%	29,86%	30,36%	30,84%	31,11%	30,21%
68	611 СК	3679,0	30,85%	33,22%	33,16%	32,91%	33,70%	33,85%	32,95%
69	ІНТЕР ЕКСПРЕС	3605,8	31,33%	33,83%	33,90%	33,47%	34,33%	34,45%	33,55%

Примітки: ББ - апроксимація Беекмана-Боверса, ДВ - апроксимація Де Вільдера, диф. - дифузійна апроксимація, Рені - апроксимація Рені, експ. - експоненційна апроксимація, Лунд. - апроксимація Лундберга, середнє – середнє значення по шести апроксимаціях.

Джерело: Розраховано автором за даними [160].