

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ  
ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

Факультет комп'ютерних наук та кібернетики  
Кафедра моделювання складних систем

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**  
на здобуття ступеня бакалавра  
за спеціальністю 113 «Прикладна математика»

на тему:

**НЕЧІТКІ МЕТОДИ РОЗПОДІЛУ ДЛЯ ЕКОЛОГІЧНИХ  
ІНВЕСТИЦІЙ УКРАЇНИ ТА ЄВРОПИ В УМОВАХ ДІЇ  
ПАРИЗЬКОЇ УГОДИ**

Виконавець:

бакалавр четвертого курсу

Разумна Поліна Антонівна

---

Науковий керівник:

доцент, кандидат фіз.-мат. наук

Коробова Марина Віталіївна

---

Роботу заслухано на засіданні кафедри моделювання складних систем та  
рекомендовано до захисту, протокол № 18 від 10 червня 2022р.

Завідувач кафедри МСС

д.т.н., доцент Дмитро ЧЕРНІЙ

**Київ – 2022**

## ЗМІСТ

|  |    |
|--|----|
| ВСТУП .....  | 4  |
| РОЗДІЛ I ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОНЯТТЯ.....                           | 7  |
| 1.1 Основні поняття теорії нечіткої множини .....                  | 7  |
| 1.1.1 Операції над нечіткими множинами .....                       | 9  |
| 1.1.2 Арифметичні операції над нечіткими числами .....             | 10 |
| 1.2 Нечіткі методи розподілу .....                                 | 11 |
| РОЗДІЛ II РОЗПОДІЛ ЕКОЛОГІЧНИХ ІНВЕСТИЦІЙ .....                    | 15 |
| УКРАЇНИ .....  | 15 |
| 2.1 Методи розподілу з чіткими даними .....                        | 15 |
| 2.2 Використання методів розподілу з нечіткими числами .....       | 21 |
| РОЗДІЛ III Програмна реалізація нечітких методів розподілу .....   | 34 |
| ВИСНОВКИ.....  | 37 |
| ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ .....                                     | 39 |
| ДОДАТОК А Код програми підрахунку нечітких методів розподілу ..... | 41 |

## АНОТАЦІЯ

В даній роботі представлено визначення ефективності нечітких методів розподілу грошових інвестицій для зменшення кількості викидів діоксиду вуглецю в атмосферу від роботи п'яти економічних діяльностей, таких як: переробна промисловість, металургійне виробництво, постачання електроенергії, виробництво неметалевої мінеральної продукції та добувна промисловість. Серед розглянутих методів пропорційний, подушний, рівневий, талмудичний, обернений талмудичний, метод Пініла та їх програмна реалізація.

## ВСТУП

Глобальне потепління – це тривале підвищення температури кліматичної системи Землі, що почалось ще з доіндустріального періоду. Це відбувається через дію людини, що призводить до підвищення рівня парникових газів у атмосфері Землі, які затримують тепло та піднімають температуру на планеті. Фраза «глобальне потепління» пов'язана із терміном «зміни клімату», хоча останній стосується потепління, який може бути спричинений людиною чи природнім шляхом. Глобальне потепління підраховується підвищенням температури на поверхні Землі. Так, починаючи з доіндустріального періоду, цей показник зріс приблизно на 1°C та продовжує зростати на 0.2°C кожне десятиліття. Наприкінці ХХ століття це питання набуло значної актуальності, що зацікавило в цій проблемі Організацію Об'єднаних Націй (ООН).

У 1988 році спільно Світовою метеорологічною організацією і Програмою ООН з навколишнього середовища для оцінки наукової інформації, що стосується зміни клімату, і формулювання реальних стратегій реагування на ці зміни було створено Міжурядову групу експертів зі зміни клімату.

Аби зменшити антропогенний вплив, що спричиняє зміну клімату, під егідою ООН було прийнято два першочергові міжнародно-правові акти у цій сфері: Рамкову конвенцію ООН (РКЗК ООН) про зміну клімату та Кіотський Протокол.

Кіотський Протокол – перший міжнародний договір, який був створений для охорони навколишнього середовища, на ринковому механізмі регулювання, тобто на механізмі світової торгівлі квотами на викиди діоксиду вуглецю. Перше здійснення протоколу відбулося 1 січня 2008 року і продовжувалося 5 років до 31 грудня 2012 року, друге здійснення було узгоджено у 2012 році.

Країни Протоколу самостійно визначили кількісні обов'язки щодо обмеження або зменшення викидів на період дії Протоколу. Мета обмежень – зменшити середнє значення кількості викидів 6 типів газів (вуглекислий газ, метан, фторвуглеводороди, фторвуглеводи, закис азоту, гексафторид сірки) на 5.2% порівнюючи з 1990 роком.

Станом на 2016 рік 66 країн прийняли поправку, тоді як набування чинності потребує прийняття 144 країн. З 37 держав із зобов'язаннями 7 затвердилися. Переговори відбувалися щорічно на конференціях, порушуючи питання про зміну клімату РКЗК ООН та про заходи, які мають бути прийняті після другого періоду дії Протоколу, який припинив свою дію у 2020 році. Це призвело до прийняття Паризької угоди у 2015 році, яку підписали 195 країн та затвердили станом на листопад 2019 року вже 187. Цією угодою країни-підписанти погодилися втримувати глобальне потепління на рівні, нижчому 2°C від середини ХХ ст. Також вони зобов'язалися докласти усіх зусиль для обмеження підняття температури до 1.5°C до кінця століття.

Відповідно до Паризької угоди, кожна країна визначає для себе об'єми скорочення викидів й обіцяють виконувати очікуваний національно визначений внесок (ОНВВ).

Україна підписала Паризьку угоду 22 квітня 2016 року і ратифікувала її 14 липня 2016 року. Україна входить до 7 країн, які разом з країнами Європейського союзу до 2030 року зобов'язалися скоротити свої викиди щонайменше на 40% у порівнянні з 1990 роком.

Україна займає 17 місце з 61 за ефективністю боротьби із глобальним потеплінням, згідно із рейтингом Climate Change Performance Index 2019 року. Але такі високі рейтинги Україна отримала не через дієву кліматичну політику, а через вплив політичної та економічної кризи попередніх років.

Кожен рік держава виділяє окрему суму грошей для зменшення кількості викидів діоксиду вуглецю для кожної економічної діяльності, щоб досягти встановлених Паризькою угодою цілей.

Щоб дізнатися, на скільки раціональним є розподіл цих коштів, в цій роботі буде розглянуто різні методи розподілу капітальних інвестицій, що виділяються Україною на охорону навколишнього середовища, поміж п'ятих основних видів економічної діяльності, які викидають найбільшу кількість забруднюючих речовин за 2019 рік. Оскільки немає чітко зазначеного обсягу капітальних інвестицій, які надаються на зменшення забруднення навколишнього середовища, будуть розглянуті «нечітко» задані інвестиції. Методи, які будуть розглянуті, це: пропорційний метод, метод обмеженого вирівнювання винагород, метод обмеженого вирівнювання втрат, талмудичний метод, обернений талмудичний метод, метод Пініла. Також буде визначено, за яким методом розподіл коштів буде найбільш ефективним.

## РОЗДІЛ I ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОНЯТТЯ

### 1.1 Основні поняття теорії нечіткої множини

Нечітка множина представляє собою сукупність елементів, які складають дану множину та мають деяку спільну властивість, яка визначає ступінь приналежності елемента до цієї множини. Отже, відмінність нечіткої множини від звичайної в тому, що постає питання не «Чи належить елемент множині?», а «З яким ступенем даний елемент належить множині?».

Один зі способів опису нечіткої множини є визначення ступеня належності елемента до інтервалу  $[0, 1]$ . Нехай є універсальна множина  $X$ , нечіткою множиною  $C$  на множині  $X$  називається сукупність пар  $(x, \mu_C(x))$ , де  $x \in X$ , а функція належності нечіткої множини  $C$ :

$$\mu_C(x): X \rightarrow [0, 1].$$

Її значення називається ступенем належності.

Нехай є деяка множина  $X$  та її підмножина  $C$ . Щоб виразити, що елемент  $x$  множини  $X$  також належить множині  $C$ , використовують характеристичну функцію  $\mu_C(x)$ , значення якої вказують, чи є  $x$  елементом  $C$ :

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x \in C, \\ 0, & \text{якщо } x \notin C. \end{cases}$$

Тут при  $\mu_C(x) = 1$  елемент  $x$  множини  $X$  є елементом множини  $C$ , при  $\mu_C(x) = 0$  не належить множині  $C$ , елемент  $x$  є елементом  $C$  невеликою мірою (значення  $\mu_C(x)$  близьке до 0) та є елементом  $C$  значною мірою ( $\mu_C(x)$  близьке до 1).

Множиною рівняння  $\lambda$  ( $\lambda$ -перерізом) нечіткої множини  $C$  називається нечітка підмножина універсальної множини  $X$ , яка визначається за формулою:

$$C_\lambda = \{x \mid \mu_C(x) \geq \lambda\}, \text{ де } \lambda \in [0, 1].$$

На практиці застосовуються ті функції належності, які допускають аналітичне представлення у вигляді деякої простої математичної функції. Одні з них – це кусково-лінійні функції належності. Вони складаються з відрізків прямих ліній. Найбільш характерним прикладом є «трикутна» та «трапецієвидна» функції належності.

Трикутна функція належності може бути задана аналітично:

$$f_{\Delta}(x; a; b; c) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ \frac{x - a}{b - a}, & a \leq x \leq b, \\ \frac{c - x}{c - b}, & b \leq x \leq c, \\ 0, & c \leq x, \end{cases}$$

де  $a, b, c$  – деякі числові параметри, які приймають довільні дійсні значення і впорядковані за відношенням  $a \leq b \leq c$ . Графік такої функції для деякої нечіткої множини  $C$  та універсальної множини  $X \in [0, 10]$ , де  $a = 2$ ,  $b = 4$ ,  $c = 7$ , представлено на рис. 1.1.

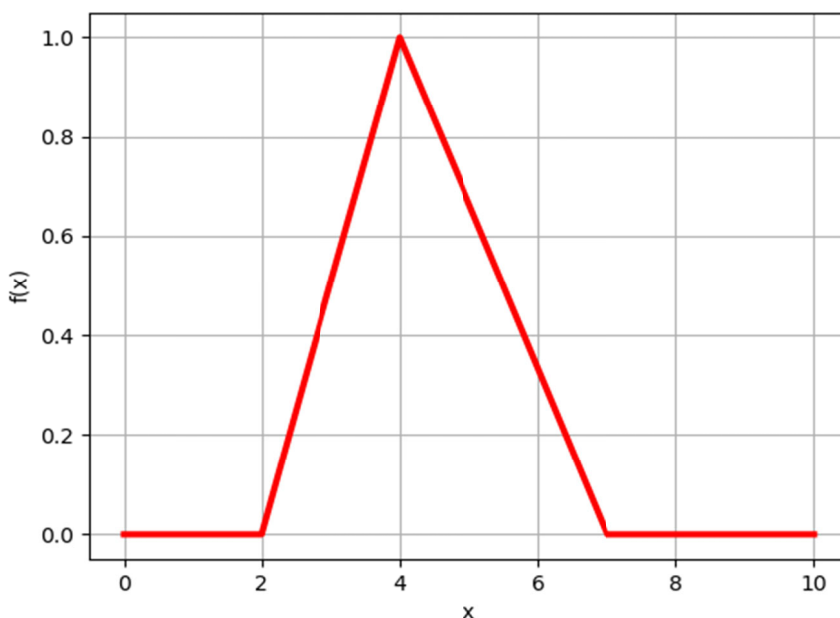


Рисунок 1.1 Графік функції належності трикутної форми

Трапецієвидна функція належності може бути задана аналітично так:

$$f_T(x; a; b; c; d) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ \frac{x - a}{b - a}, & a \leq x \leq b, \\ 1, & b \leq x \leq c, \\ \frac{d - x}{d - c}, & c \leq x \leq d, \\ 0, & d \leq x, \end{cases}$$

де  $a, b, c, d$  – деякі числові параметри, які приймають довільні дійсні значення і впорядковані за співвідношенням  $a \leq b \leq c \leq d$ . Дана функція належності використовується, коли відомий діапазон зміни нечітко заданого параметра і діапазон можливої зміни середнього значення. Графік такої функції для деякої нечіткої множини  $C$  та універсальної множини  $X \in [0, 10]$ , де  $a = 1$ ,  $b = 3$ ,  $c = 5$ ,  $d = 8$ , представлено на рисунку 1.2.

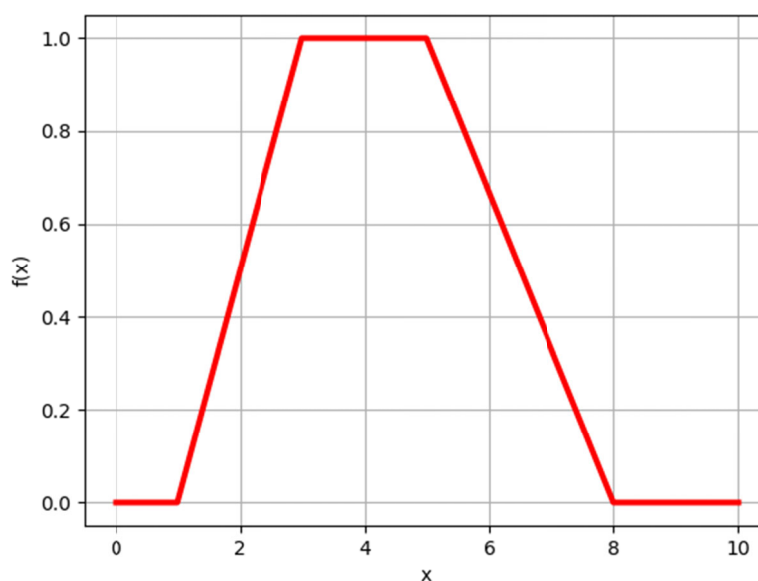


Рисунок 1.2 Графік функції належності трапецієвидної форми

### 1.1.1 Операції над нечіткими множинами

Так як нечіткі множини є узагальненням звичайних множин, для них також існують відповідно визначені операції доповнення, перетину, об'єднання та інші. Розглянемо деякі з них.

Доповнення  $\widetilde{A}^c$  нечіткої множини  $\widetilde{A}$  – це множина, яка задовольняє наступну умову:  $\mu_{\widetilde{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\widetilde{A}}(x), \forall x \in X$ .

Перетин нечітких множин  $\widetilde{C} = \widetilde{A} \cap \widetilde{B}$  в  $X$  є нечітка множина з функцією належності  $\mu_{\widetilde{C}}(x) = \mu_{\widetilde{A} \cap \widetilde{B}}(x) = \mu_{\widetilde{A}}(x) \cdot \mu_{\widetilde{B}}(x)$ .

Об'єднання нечітких множин  $\widetilde{C} = \widetilde{A} \cup \widetilde{B}$  в  $X$  називається нечітка множина з функцією належності  $\mu_{\widetilde{C}}(x) = \mu_{\widetilde{A} \cup \widetilde{B}}(x) = \max\{\mu_{\widetilde{A}}(x); \mu_{\widetilde{B}}(x)\}$ .

### 1.1.2 Арифметичні операції над нечіткими числами

Арифметичні операції над нечіткими числами розглянемо на нечіткому числі трапецієвидного типу  $\widetilde{C} = (a, b, c, d)$ . Нечітке число  $\widetilde{C}$  називається невід'ємним (неодатнім),  $\widetilde{C} \geq 0$  ( $\widetilde{C} \leq 0$ ), тоді і тільки тоді, коли  $a \geq 0$  ( $c \leq 0$ ). Нечітке число трапецієвидного типу  $\widetilde{C} = (a, b, c, d)$  називається додатнім (від'ємним),  $\widetilde{C} > 0$  ( $\widetilde{C} < 0$ ), тоді і тільки тоді, коли  $a > 0$  ( $c < 0$ ).

Два нечітких числа трапецієвидного типу  $\widetilde{A}_1 = (a, b, c, d)$  і  $\widetilde{B}_2 = (e, f, g, h)$  називається еквівалентними, якщо  $a = e, b = f, c = g, d = h$ .

Задається два невід'ємних нечітких числа трапецієвидного типу,  $\widetilde{A}_1 = (a, b, c, d)$  та  $\widetilde{B}_2 = (e, f, g, h)$ . Тоді

1.  $\widetilde{A}_1 \oplus \widetilde{B}_2 = (a, b, c, d) \oplus (e, f, g, h) = (a + e, b + f, c + g, d + h)$ ;
2.  $\widetilde{A}_1 - \widetilde{B}_2 = (a, b, c, d) - (e, f, g, h) = (a - h, b - g, c - f, d - e)$ ;
3.  $-\widetilde{A}_1 = -(a, b, c, d) = (-d, -c, -b, -a)$ ;
4.  $\widetilde{A}_1 \otimes \widetilde{B}_2 = (a, b, c, d) \otimes (e, f, g, h) \cong (ae, df, cg, dh)$ ;
5.  $\frac{1}{\widetilde{A}_1} \cong \left(\frac{1}{d}, \frac{1}{c}, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}\right)$ .

## 1.2 Нечіткі методи розподілу

Однією із важливих проблем, потреба у вирішенні якої виникає практично у всіх сферах практичної діяльності людини, є задача розподілу.

Проблемою розподілу називається трійка  $(N, c, b)$ , де  $N$  – скінченна множина агентів, невід'ємне дійсне число  $c$  визначається як кількість ресурсів, яку необхідно розподілити, вектор  $b = (b_i)_{i \in N}$  визначає для кожного агента  $i$  його заявку, причому ці числа такі, що

$$0 \leq b_i, \quad \forall i \in N: \quad 0 \leq c \leq \sum_{i \in N} b_i.$$

Розв'язком проблеми розподілу є вектор  $x = (x_i)_{i \in N}$ , який ставить у відповідність кожному агенту  $i$  його частку  $x_i$ , причому

$$0 \leq x_i \leq b_i, \quad \forall i \in N: \quad 0 \leq c \leq \sum_{i \in N} x_i = c. \quad (1)$$

Розглянемо довільну задачу розподілу  $(b, c) \in C^N$ .

Можливими є такі два принципи розподілу витрат:

- вирівнювання витрат  $(x_i = \frac{c}{n}, \forall i \in N)$ ;
- вирівнювання прибутків  $(x_i = b_i - \frac{(\sum_{i \in N} b_i - c)}{n}, \forall i \in N)$ .

Якщо порушується умова (1), то при вирівнюванні прибутків може виникнути ситуація, коли деякий агент повинен буде заплатити більше свого запасу грошей. Тоді він може відмовитися від кооперації. У випадку чіткого виконання умови (1), принцип вирівнювання витрат узагальнюється на подушний податок, а принцип вирівнювання прибутків – на рівневий.

Для методу обмеженого вирівнювання винагород (подушного податку), *CEA* (Constrained Equal Awards), винагорода  $i$ -го агента шукається через фіксацію заявки агента і поступового збільшення розміру блага, яке потрібно розподілити від 0 до  $\sum b_i$ ; спершу винагороди діляться порівну, поки кожен агент не отримає винагороду, рівну найменшій заявці; агент із найменшою

заявкою вибуває і надалі винагороди діляться порівну між агентами, що залишилися, і т.д.

Для методу обмеженого вирівнювання втрат (рівневого податку), *CEL* (Constrained Equal Losses), винагороди агентів визначаються так: кількість блага, яке необхідно розподілити, поступово зменшується від  $\sum b_i$  до 0. Вирівнювання втрат на початку застосовується до всіх агентів, поки їхня загальна втрата не стане рівною найменшій заявці. Агент із найменшою заявкою отримує 0 і вибуває із розподілу. Процес продовжується, доки сукупна втрата не стане рівною другій найменшій заявці, тоді відповідний агент вибуває із розподілу і т.д.

За пропорційним методом (пропорційним податком) для кожного  $i \in N$  винагорода  $i$ -го агента становить  $\lambda b_i$ . Параметр  $\lambda$ , який визначає пропорційну частку  $i$ -го агента, для даного методу вибирається так, щоб сума винагород становила  $c$ .

При використанні Талмудичного методу, поєднуються методи обмеженого вирівнювання втрат та обмеженого вирівнювання винагород: цей метод присуджує агентам  $CEA(\frac{b}{2}, c)$ , якщо  $c \leq \frac{\sum b_i}{2}$  і, в протилежному випадку,  $\frac{b}{2} + CEL(\frac{b}{2}, c)$ . Алгоритм, що розподіляє витрати за даним методом, полягає у послідовному застосуванні рівневого та подушного податків, але з використанням не самих, а половинних заявок агентів.

Обернений талмудичний метод отримується з талмудичного методу перестановкою методів *CEL* і *CEA*.

За методом Пініла подвійно застосовується метод обмеженого вирівнювання винагород, використовуючи половинні заявки агентів. Даний метод обирає  $CEA(\frac{b}{2}, c)$ , якщо  $c \leq \frac{\sum b_i}{2}$  і, в протилежному випадку,  $\frac{b}{2} + CEL(\frac{b}{2}, c - \frac{\sum b_i}{2})$ .

Нехай маємо  $n$  агентів, які впорядковані за зростанням «потенційних доходів»:  $b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_n$ . Розглянемо задачу розподілу витрат в

інтерпретації розподілу квот на викиди парникових газів. Загальний ліміт викидів дорівнює  $c$  тонн  $CO_2$  – еквівалентний ( $c > 0$ ). Квоти агентів  $x_i$  – нечіткі числа з функціями належності  $\mu_i(x_i), i = \overline{1, n}$ .

Для всіх  $i$  функція належності агента  $i$  визначається наступною формулою та має трапецієвидний тип:

$$\mu_i(x_i) = \begin{cases} 1, & x_i \leq \alpha_i, \\ \frac{\beta_i - x_i}{\beta_i - \alpha_i}, & \alpha_i < x_i \leq \beta_i, \\ 0, & \beta_i < x_i, \end{cases}$$

де  $\alpha_i$  та  $\beta_i$  визначаються в залежності від  $b_i$  (рис. 2.1). Даний вигляд функції належності можна інтерпретувати наступним чином: поки агент  $i$  не перевищує деякий рівень викидів  $\alpha_i$ , на нього не накладаються ніякі санкції та він має право продавати свої квоти; проміжок між  $\alpha_i$  та  $\beta_i$  представляє значення викидів, які перевищують квоту. Тоді рівень перевищення є задовільним і задається значенням:

$$r_i = 1 - \mu_i(x_i).$$

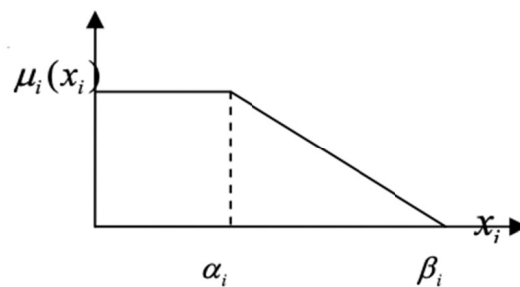


Рисунок 2.1 Графік функції належності квот

Якщо значення викидів перевищує значення  $\beta_i$ , на агента накладаються санкції та штрафи.

Допустимо, що агенти розділені на три групи в залежності від рівня доходів – на «бідних» ( $i = \overline{1, n_1}$ ), «середніх» ( $i = \overline{n_1 + 1, n_2}$ ) та «заможних» ( $i = \overline{n_2 + 1, n}$ ), де  $1 \leq n_1 \leq n_2 \leq n$ .

Тоді

$$\alpha_i = \begin{cases} \gamma_1 b_i, & i = \overline{1, n_1}, \\ \gamma_2 b_i, & i = \overline{n_1 + 1, n_2}, \\ \gamma_3 b_i, & i = \overline{n_2 + 1, n}, \end{cases}$$

$$\beta_i = \begin{cases} \delta_1 b_i, & i = \overline{1, n_1}, \\ \delta_2 b_i, & i = \overline{n_1 + 1, n_2}, \\ \delta_3 b_i, & i = \overline{n_2 + 1, n}, \end{cases}$$

де  $0 \leq \gamma_i \leq 1 (i = \overline{1,3})$ ,  $\gamma_1 \leq \gamma_2 \leq \gamma_3$ ,  $0 \leq \delta_j \leq 1 (j = \overline{1,3})$ ,  $\delta_1 \leq \delta_2 \leq \delta_3$  – деякі коефіцієнти. Виникає питання: яким чином розподілити квоти на викид парникових газів, враховуючи при цьому нечіткий вигляд  $x_i$ . Вирішенням задачі передбачається вважати вектор  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , який задовольняє наступним двом умовам:

- 1)  $\sum_{i=1}^n x_i = c$ ;
- 2)  $\min\{\mu_1(x_1), \mu_2(x_2), \dots, \mu_n(x_n)\} \rightarrow \max$ .

Введемо «індикатор» виконання балансу – функцію  $v(x_1, x_2, \dots, x_n)$ :

$$v = 1, \quad \sum_{i=1}^n x_i = c;$$

$$v = 0, \quad \sum_{i=1}^n x_i \neq c.$$

Функція приналежності шуканого вектора  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  буде визначатися як:

$$\mu_c(x_1, x_2, \dots, x_n) = \min\{\mu_1(x_1), \mu_2(x_2), \dots, \mu_n(x_n), v(x_1, x_2, \dots, x_n)\}.$$

Вирішенням задачі буде вважатися вектор, який максимізує  $\mu_c(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Тобто, щоб знайти  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  потрібно вирішити наступну задачу оптимізації:

$$\lambda \rightarrow \max, \quad \sum_{i=1}^n x_i = c, \quad \mu_c(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq \lambda.$$

Враховуючи  $\mu_c(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , отримаємо

$$\lambda \rightarrow \max, \quad \sum_{i=1}^n x_i = c, \quad \mu_i(x_i) \geq \lambda, \quad i = \overline{1, n}.$$

Таку задачу можна розв'язувати через задачу лінійного програмування.

## РОЗДІЛ II РОЗПОДІЛ ЕКОЛОГІЧНИХ ІНВЕСТИЦІЙ УКРАЇНИ

### 2.1 Методи розподілу з чіткими даними

Використовуючи методи розподілу витрат, розглянемо розподілення капітальних інвестицій, які були вкладені в охорону навколишнього природного середовища за видами економічної діяльності, які викидають найбільшу кількість діоксиду вуглецю в атмосферу повітря по Україні у 2019 році (таблиця 1).

**Таблиця 1**

| Економічна діяльність  | Капітальні інвестиції | Кількість викидів<br>у тонах |
|--|-----------------------|------------------------------|
| Переробна промисловість  | 704 179,40 ₴          | 9 432,6 т                    |
| Металургійне виробництво   | 3 480 314,60 ₴        | 32 068,9 т                   |
| Постачання електроенергії,<br>газу, пари та<br>кондиційованого повітря | 7 780 151,70 ₴        | 63 274,0 т                   |
| Виробництво неметалевої<br>мінеральної продукції                       | 116 683,70 ₴          | 7 280,8 т                    |
| Добувна промисловість і<br>розроблення кар'єрів                        | 2 136 228,60 ₴        | 3 105,0 т                    |

Будемо розглядати п'ять вище наведених видів економічної діяльності, які викидають найбільшу кількість діоксиду вуглецю за 2019 рік.

Для розподілення усього інвестиційного капіталу (16 255 671,80₴), переведемо кількість викидів у тонах в гривні, за умови, що 1т = 400 грн, та відсортуємо у порядку зростання (таблиця 2).

Таблиця 2

| Економічна діяльність  | Капітальні інвестиції | Кількість викидів у тонах | Кількість викидів у грн (1т = 400 грн) |
|--|-----------------------|---------------------------|--|
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 2 136 228,60 ₴        | 3 105,0 т                 | 1 242 000,00 ₴                         |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 116 683,70 ₴          | 7 280,8 т                 | 2 912 320,00 ₴                         |
| Переробна промисловість  | 704 179,40 ₴          | 9 432,6 т                 | 3 773 040,00 ₴                         |
| Металургійне виробництво   | 3 480 314,60 ₴        | 32 068,9 т                | 12 827 560,00 ₴                        |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 7 780 151,70 ₴        | 63 274,0 т                | 25 309 600,00 ₴                        |
| <b>Усього</b>  | <b>16 255 671,8 ₴</b> | <b>121282,9 т</b>         | <b>46 064 520,00 ₴</b>                 |

Далі розглянемо подушний метод розподілу. Загальна сума інвестицій, які можуть бути надані галузям економіки  $\sum c_5 = 16\,255\,671,80$ . Розділимо суму інвестицій на кількість галузей. Порівнявши суму всіх порівну поділених інвестицій з очікуваним значенням грошей для першого виду економічної діяльності:

$$\frac{16\,255\,671,80}{5} = 3\,251\,134,36 > 1\,242\,000,00.$$

Отже, інвестиції присвоєні цьому виду діяльності, будуть рівні 1 242 000,00 ₴. Величина інвестицій, яку залишилося розподілити

$$16\,255\,671,80 - 1\,242\,000,00 = 15\,013\,671,80.$$

Дану величину потрібно поділити вже між чотирма агентами. Кількість грошей для другого виду економічної діяльності

$$\frac{15\,013\,671,80}{4} = 3\,753\,417,95 > 2\,912\,320,00.$$

Отже, інвестиції для другого виду діяльності буде 2 912 320,00 ₴. Для третього виду економічної діяльності також отримуємо величину, меншу за суму залишку коштів, поділених порівну:

$$\frac{12\,101\,351,80}{3} = 4\,033\,783,93 > 3\,773\,040,00.$$

Отже, інвестиції для третього виду діяльності буде 3 773 040,00 ₴. Оскільки залишок інвестицій, поділений порівну, менший за очікувану кількість грошей, то

$$\frac{8\,328\,311,8}{2} = 4\,164\,155,9.$$

Результати обчислень містяться в таблиці 3.

**Таблиця 3**

| Економічна діяльність  | Кількість викидів у грн (1т = 400 грн) | Подушний розподіл |
|--|--|-------------------|
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 1 242 000,00 ₴                         | 1 242 000,00 ₴    |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 2 912 320,00 ₴                         | 2 912 320,00 ₴    |
| Переробна промисловість  | 3 773 040,00 ₴                         | 3 773 040,00 ₴    |
| Металургійне виробництво   | 12 827 560,00 ₴                        | 4 164 155,9 ₴     |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 25 309 600,00 ₴                        | 4 164 155,9 ₴     |

Порівняємо процентне співвідношення наявного державного розподілу капітальних інвестицій на зменшення викидів по видам економічної

діяльності з подушним розподілом суми тих самих інвестицій, а також порівняємо з кількістю викидів у процентах (таблиця 4). Бачимо, що більш ефективний для зменшення кількості викидів буде подушний розподіл, ніж державний.

Таблиця 4

| Економічна діяльність  | К-сть викидів | Державний розподіл | Подушний розподіл |
|--|---------------|--------------------|-------------------|
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 3%            | 13%                | 8%                |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 6%            | 1%                 | 18%               |
| Переробна промисловість  | 8%            | 4%                 | 23%               |
| Металургійне виробництво   | 26%           | 21%                | 26%               |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 52%           | 48%                | 26%               |

Далі розглянемо поділ інвестицій за принципом пропорційного розподілу. Найпростіший для обчислення метод буде виглядати так: кількість викидів у гривнях для окремої діяльності помножити на суму всіх інвестицій та поділити на суму всіх викидів у гривнях:

$$b_j * \frac{c}{\sum_{i=1}^5 b_i}, \quad j = \overline{1,5}.$$

Тоді одержуємо такий розподіл, який представлено в таблиці 5.

Таблиця 5

| Економічна діяльність  | Кількість викидів у грн (1т = 400 грн) | Пропорційний розподіл |
|--|--|-----------------------|
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 1 242 000,00 ₴                         | 438 288,39 ₴          |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 2 912 320,00 ₴                         | 1 027 726,29 ₴        |
| Переробна промисловість  | 3 773 040,00 ₴                         | 1 331 465,08 ₴        |
| Металургійне виробництво   | 12 827 560,00 ₴                        | 4 526 707,44 ₴        |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 25 309 600,00 ₴                        | 8 931 484,60 ₴        |

Порівняємо пропорційний метод розподілу в процентах з наявним державним розподілом та кількістю викидів у процентах (таблиця 6). Помічаємо, що пропорційний розподіл, очевидно, майже повністю відповідає кількості викидів.

Таблиця 6

| Економічна діяльність  | К-сть викидів | Державний розподіл | Пропорційний розподіл |
|--|---------------|--------------------|-----------------------|
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 3%            | 13%                | 3%                    |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 6%            | 1%                 | 6%                    |
| Переробна промисловість  | 8%            | 4%                 | 8%                    |
| Металургійне виробництво   | 26%           | 21%                | 28%                   |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 52%           | 48%                | 55%                   |

Наступним розглянемо розподіл, який називається  $N$ -ядро. Спочатку треба визначити, яким часткам витрат відповідає кожний конкретний випадок, визначений для розподілу згідно з цим принципом:

$$c \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 b_i: \quad \sum_{i=1}^5 \min \left\{ \alpha, \frac{b_i}{2} \right\} = c \rightarrow x_i = \min \left\{ \alpha, \frac{b_i}{2} \right\}, \quad i = \overline{1, n};$$

$$c \geq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 b_i: \quad \sum_{i=1}^5 \min \left\{ \alpha, \frac{b_i}{2} \right\} = \sum_{i=1}^5 b_i - c \rightarrow x_i = b_i - \min \left\{ \alpha, \frac{b_i}{2} \right\}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Оскільки  $16\,255\,671,8 \leq \frac{1}{2} 46\,064\,520,0 = 23\,032\,260,0$ , то використовується перший випадок і алгоритм розрахунку  $N$ -ядра буде схожим на подушний розподіл. Спочатку ділимо кількість викидів у гривнях для кожного виду діяльності навпіл, а потім порівнюємо це значення з сумою усіх інвестицій, поділених порівну між видами економічної діяльності. Тоді отримуємо розподіл, який подано у таблиці 7.

Таблиця 7

| Економічна діяльність  | Кількість викидів у грн (1т = 400 грн) | $\frac{b_i}{2}$ | $N$ -ядро      |
|--|--|-----------------|----------------|
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 1 242 000,00 ₴                         | 621 000,00 ₴    | 621 000,00 ₴   |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 2 912 320,00 ₴                         | 1 456 160,00 ₴  | 1 456 160,00 ₴ |
| Переробна промисловість  | 3 773 040,00 ₴                         | 1 886 520,00 ₴  | 1 886 520,00 ₴ |
| Металургійне виробництво   | 12 827 560,00 ₴                        | 6 413 780,00 ₴  | 6 145 995,90 ₴ |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 25 309 600,00 ₴                        | 12 654 800,00 ₴ | 6 145 995,90 ₴ |

Порівнявши розподіл інвестицій  $N$ -ядра з наявним державним розподілом та кількістю викидів у відсотках (таблиця 8), бачимо, що хоча розподіл  $N$ -ядра ближчий до кількості викидів для більшості видів економічної діяльності, державний розподіл надає більше необхідних коштів для галузі постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря – економічної діяльності, яка викидає найбільшу кількість діоксиду вуглецю.

Таблиця 8

| Економічна діяльність  | К-сть викидів | Державний розподіл | $N$ -ядро |
|--|---------------|--------------------|-----------|
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 3%            | 13%                | 4%        |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 6%            | 1%                 | 9%        |
| Переробна промисловість  | 8%            | 4%                 | 12%       |
| Металургійне виробництво   | 26%           | 21%                | 38%       |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 52%           | 48%                | 38%       |

## 2.2 Використання методів розподілу з нечіткими числами

Далі розглянемо методи розподілу для нечітких множин. Нехай капітальні інвестиції та кількість викидів у гривнях є нечіткими числами трапецієвидного типу, відповідно  $b_i = (b_i^{L1}; b_i^{L2}; b_i^{R1}; b_i^{R2})$  та

$c_i = (c_i^{L_1}; c_i^{L_2}; c_i^{R_1}; c_i^{R_2})$ . При даному підході випадок нечітких чисел трикутного типу та чітких дійсних чисел є частинними випадками. Тоді  $b_i^{L_2} = b_i^{R_1}$  та  $c_i^{L_2} = c_i^{R_1}$  для трапецієвидного типу (таблиця 9).

Таблиця 9

| Капітальні інвестиції |                 |                         |                 |
|-----------------------|-----------------|-------------------------|-----------------|
| Економічна діяльність | $c_1^{L_1}$     | $c_2^{L_2} = c_3^{R_1}$ | $c_4^{R_2}$     |
| <b>Усього</b>         | 15 255 671,80 ₴ | 16 255 671,80 ₴         | 17 255 671,80 ₴ |

Розглянемо подушний метод розподіл для нечітких чисел. Ділимо порівну інвестиції між п'ятьма видами економічної діяльності, тоді частка витрат окремої діяльності буде: (3 051 134,36 ; 3 251 134,36; 3 251 134,36; 3 451 134,36). Очікуване значення для першого виду економічної діяльності:

$$\frac{1}{4}(3\,051\,134,36 + 3\,251\,134,36 * 2 + 3\,451\,134,36) = 3\,251\,134,36.$$

Порівняємо його з очікуваним значенням кількості викидів у гривнях тієї ж діяльності:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}(242\,000,0 + 1\,242\,000,0 * 2 + 2\,242\,000,0) = \\ = 1\,242\,000,0 < 3\,251\,134,36. \end{aligned}$$

Отже, перший вид економічної діяльності отримає:

$$(242\,000,0; 1\,242\,000,0; 1\,242\,000,0; 2\,242\,000,0).$$

Величина інвестицій, яку залишилося розподілити, рівна:

$$\begin{aligned} (15\,255\,671,80; 16\,255\,671,80; 16\,255\,671,80; 17\,255\,671,80) - \\ - (242\,000,0; 1\,242\,000,0; 1\,242\,000,0; 2\,242\,000,0) = \\ = (15\,013\,671,8; 15\,013\,671,8; 15\,013\,671,8; 15\,013\,671,8). \end{aligned}$$

Дану величину вже треба поділити між чотирма видами економічної діяльності. При цьому інвестиції для кожної з них визначаються нечітким числом :

$$(3\ 753\ 417,95; 3\ 753\ 417,95; 3\ 753\ 417,95; 3\ 753\ 417,95).$$

Очікуване значення кількості викидів у гривнях для другого виду економічної діяльності:

$$2\ 912\ 320,0 < 3\ 753\ 417,95.$$

Отже, частка інвестицій для неї буде рівною:

$$(1\ 912\ 320,0; 2\ 912\ 320,0; 2\ 912\ 320,0; 3\ 912\ 320,0).$$

Часта інвестицій для третьої діяльності теж буде рівною кількості викидів у гривнях:

$$(2\ 773\ 040,0; 3\ 773\ 040,0; 3\ 773\ 040,0; 4\ 773\ 040,0).$$

А ось частки для четвертої та п'ятої видів економічної діяльності рівні для обох, бо залишок інвестиції, поділений порівну, менший за кількість викидів у гривнях:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} (10\ 328\ 311,8 + 2 * 8\ 328\ 311,8 + 6\ 328\ 311,8) = \\ = 4\ 164\ 155,9 < 12\ 827\ 560. \end{aligned}$$

Перейшовши до нечітких чисел трикутного вигляду, в таблиці 10 покажемо результат подушного методу розподілу:

**Таблиця 10**

| Економічна діяльність  | Подушний метод |                |                |
|--|----------------|----------------|----------------|
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 242 000,0 ₴    | 1 242 000,0 ₴  | 2 242 000,0 ₴  |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 1 912 320,0 ₴  | 2 912 320,0 ₴  | 3 912 320,0 ₴  |
| Переробна промисловість  | 2 773 040,0 ₴  | 3 773 040,0 ₴  | 4 773 040,0 ₴  |
| Металургійне виробництво   | 5 154 155,90 ₴ | 4 164 155,90 ₴ | 3 164 155,90 ₴ |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 5 154 155,90 ₴ | 4 164 155,90 ₴ | 3 164 155,90 ₴ |

Припустимо, що поріг викидів діоксиду вуглецю для всіх видів економічної діяльності буде рівний 10 000 тон, який у гривнях буде дорівнювати 4 млн грн. Якщо, за розподілом, кількість коштів перевищує ліміт, то вид економічної діяльності повинен оплатити це перевищення: тобто, екологічні капіталовкладення проводити за рахунок власних коштів. Перевіримо, чи не перевищують ліміт компоненти нечітких чисел для видів економічної діяльності при подушному методі розподілу. За даними таблиці 10 бачимо, що перші два види економічних діяльностей не перевищують ліміт, а ось інші мають оплатити штраф. Результати відповідних розрахунків наведено в таблиці 11.

Таблиця 11

| Економічна діяльність  | Штрафи за подушним методом |            |            |
|--|----------------------------|------------|------------|
| Переробна промисловість  | 0₴                         | 0₴         | 773 040,0₴ |
| Металургійне виробництво   | 1 164 155,9₴               | 164 155,9₴ | 0₴         |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 1 164 155,9₴               | 164 155,9₴ | 0₴         |

Наступним розглянемо пропорційний податок. Оскільки для знаходження «чіткого пропорційного» податку ми використовуємо аналітичну формулу, то, змінивши всі арифметичні операції на їхні нечіткі відповідники, отримаємо аналогічну формулу для нечіткого випадку:

$$x_i = \left( \frac{b_i^{L_1}}{\sum_{i=1}^n b_i^{R_2}} c^{L_1}, \quad \frac{b_i^{L_2}}{\sum_{i=1}^n b_i^{R_1}} c^{L_2}, \quad \frac{b_i^{R_1}}{\sum_{i=1}^n b_i^{L_2}} c^{R_1}, \quad \frac{b_i^{R_2}}{\sum_{i=1}^n b_i^{L_1}} c^{R_2} \right)$$

для інвестицій, які потрібно розподілити

$$c = (15\,255\,671,80; 16\,255\,671,80; 16\,255\,671,80; 17\,255\,671,80).$$

«Нечітку» кількість викидів у гривнях для п'яти видів економічної діяльності наведено в таблиці 12.

Таблиця 12

| Економічна діяльність  | Кількість викидів у грн |               |               |               |
|--|-------------------------|---------------|---------------|---------------|
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 242 000,0 ₴             | 1 242 000,0 ₴ | 1 242 000,0 ₴ | 2 242 000,0 ₴ |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 1 912 320,0 ₴           | 2 912 320,0 ₴ | 2 912 320,0 ₴ | 3 912 320,0 ₴ |
| Переробна промисловість  | 2 773 040,0 ₴           | 3 773 040,0 ₴ | 3 773 040,0 ₴ | 4 773 040,0 ₴ |
| Металургійне виробництво   | 11 827 560,0₴           | 12 827 560,0₴ | 12 827 560,0₴ | 13 827 560,0₴ |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 24 309 600,0₴           | 25 309 600,0₴ | 25 309 600,0₴ | 26 309 600,0₴ |

Підставимо відповідні значення у попередню формулу і отримаємо:

$$x_1 = (72\,298,19; 438\,288,39; 438\,288,39; 942\,108,08) ;$$

$$x_2 = (571\,311,08; 1\,027\,726,29; 1\,027\,726,29; 1\,643\,991,21) ;$$

$$x_3 = (828\,453,65; 1\,331\,465,08; 1\,331\,465,08; 2\,005\,673,31) ;$$

$$x_4 = (3\,533\,517,47; 4\,526\,707,44; 4\,526\,707,44; 5\,810\,462,10) ;$$

$$x_5 = (7\,262\,562,72; 8\,931\,484,60; 8\,931\,484,60; 11\,055\,524,89) .$$

Повернемося до нечітких чисел трикутного типу і запишемо відповідний результат в таблицю 13.

Таблиця 13

| Економічна діяльність  | Пропорційний метод |               |                |
|--|--------------------|---------------|----------------|
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 72 298,19₴         | 438 288,39₴   | 942 108,08₴    |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 571 311,08₴        | 1 027 726,29₴ | 1 643 991,21₴  |
| Переробна промисловість  | 828 453,65₴        | 1 331 465,08₴ | 2 005 673,31₴  |
| Металургійне виробництво   | 3 533 517,47₴      | 4 526 707,44₴ | 5 810 462,10₴  |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 7 262 562,72₴      | 8 931 484,60₴ | 11 055 524,89₴ |

Перевіримо на перевищення ліміту розподіл коштів за пропорційним методом. Результати порівняння представлені в таблиці 14.

Таблиця 14

| Економічна діяльність  | Штрафи за пропорційним методом |              |               |
|--|--------------------------------|--------------|---------------|
| Переробна промисловість  | 0₴                             | 0₴           | 773 040,0₴    |
| Металургійне виробництво   | 0₴                             | 526 707,44₴  | 1 810 462,10₴ |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 3 262 562,72₴                  | 4 931 484,6₴ | 7 055 524,89₴ |

Далі розглянемо метод розподілу, який називається обернений талмудичний. Цей метод відповідає двом частинним випадкам:

$$c > \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 b_i : CEA \left( \frac{b}{2}, c \right); \quad (1)$$

$$c \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 b_i : \frac{b}{2} + CEL \left( \frac{b}{2}, c \right). \quad (2)$$

Спочатку розділимо навпіл кількість викидів у гривнях. Відповідні значення подано в таблиці 15.

Таблиця 15

| Економічна діяльність  | Кількість викидів у грн / 2 |               |               |               |
|--|-----------------------------|---------------|---------------|---------------|
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 121 000,0₴                  | 621 000,0₴    | 621 000,0₴    | 1 121 000,0₴  |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 965 160,0₴                  | 1 456 160,0₴  | 1 456 160,0₴  | 1 956 160,0₴  |
| Переробна промисловість  | 1 586 520,0₴                | 1 886 520,0₴  | 1 888 520,0₴  | 2 386 520,0₴  |
| Металургійне виробництво   | 5 913 780,0₴                | 6 413 780,0₴  | 6 413 780,0₴  | 6 913 780,0₴  |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 12 154 800,0₴               | 12 654 800,0₴ | 12 654 800,0₴ | 13 154 800,0₴ |

Потім порівняємо  $\sum_{i=1}^5 b_i = (b_i^{L1}; b_i^{L2}; b_i^{R1}; b_i^{R2})$  з  $c_i = (c_i^{L1}; c_i^{L2}; c_i^{R1}; c_i^{R2})$  щоб визначити, який з випадків використати для підрахунку частки інвестицій за оберненим талмудичним методом:

$$\sum_{i=1}^5 b_i^{L1} = 121\,000 + 956\,160 + 1\,386\,520 + 5\,913\,780 + 12\,154\,800 =$$

$$= 20\,541\,260 > 15\,255\,671,8.$$

$$\sum_{i=1}^5 b_i^{L_2} = \sum_{i=1}^5 b_i^{R_1} = 621\,000 + 1\,456\,160 + 1\,886\,520 + 6\,413\,780 + \\ + 12\,654\,80 = 23\,032\,260 > 16\,255\,671,8.$$

$$\sum_{i=1}^5 b_i^{R_2} = 1\,121\,000 + 1\,956\,160 + 2\,386\,520 + 6\,913\,780 + 13\,154\,800 = \\ = 25\,532\,260 > 17\,255\,671,8.$$

Оскільки всі чотири суми компонентів нечітких чисел для кожної економічної діяльності більші за компоненти нечіткого числа для капітальних інвестицій, то підраховувати обернений талмудичний розподіл для кожної економічної діяльності будемо за першим випадком і алгоритм розрахунків буде схожий на розрахунок за методом подушного розподілу (1). Порівняємо середнє значення розділених компонентів нечітких чисел для кількості викидів у гривнях навпіл із середнім значенням компонентів нечіткого числа для інвестицій, розділених на п'ять видів економічної діяльності:

$$\frac{\sum_{i=1}^4 b_i}{4} = 621\,000,0 < \frac{\sum_{i=1}^4 c_i}{5} = 3\,251\,134,36.$$

Отже, компоненти нечіткого числа для першого виду економічної діяльності будуть таким ж, як і компонентів нечітких чисел для кількості викидів у гривнях навпіл. Тоді інвестиції, які залишилося розподілити, будуть дорівнювати:

$$c = (15\,134\,671,8; 15\,634\,671,8; 15\,634\,671,8; 16\,134\,671,8).$$

Далі, повторимо попередній крок для другого та третього видів економічної діяльності. Для четвертого та п'ятого видів економічної діяльності, оскільки середнє значення розділених компонентів нечітких чисел для кількості викидів у гривнях навпіл більше за середнє значення компонентів нечіткого числа для інвестицій, які залишилося розподілити, то компоненти для цих видів економічних діяльностей за оберненим талмудичним розподілом будуть дорівнювати компонентам нечіткого числа

для тих інвестицій, що залишилися, поділених навпіл. Тоді результат розподілу запишемо у нечітких числах трикутного виду (таблиця 16).

Таблиця 16

| Економічна діяльність  | Обернений Талмудичний метод |              |              |
|--|-----------------------------|--------------|--------------|
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 121 000,0₴                  | 621 000,0₴   | 1 121 000,0₴ |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 956 160,0₴                  | 1 456 160,0₴ | 1 956 160,0₴ |
| Переробна промисловість  | 1 386 520,0₴                | 1 886 520,0₴ | 2 386 520,0₴ |
| Металургійне виробництво   | 6 395 995,9₴                | 6 145 995,9₴ | 5 895 995,9₴ |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 6 395 995,9₴                | 6 145 995,9₴ | 5 895 995,9₴ |

Нарешті, перевіримо на перевищення ліміту кількість коштів, розподілених за оберненим талмудичним методом. Результат представлено в таблиці 17.

Як бачимо, штрафи мають оплатити тільки два останні види економічної діяльності, які викидають найбільшу кількість діоксиду вуглецю.

Таблиця 17

| Економічна діяльність  | Штрафи за оберненим талмудичним методом |              |              |
|--|---|--------------|--------------|
| Металургійне виробництво   | 2 395 995,9₴                            | 2 145 995,9₴ | 1 895 995,9₴ |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 2 395 995,9₴                            | 2 145 995,9₴ | 1 895 995,9₴ |

Наступним методом розглянемо талмудичний метод, який відповідає оберненим частинним випадкам до попереднього методу, тобто:

$$c \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 b_i: \quad CEA \left( \frac{b}{2}, c \right); \quad (3)$$

$$c > \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 b_i: \quad \frac{b}{2} + CEL \left( \frac{b}{2}, c \right). \quad (4)$$

Порівнявши  $\sum_{i=1}^5 b_i = (b_i^{L_1}; b_i^{L_2}; b_i^{R_1}; b_i^{R_2})$  з  $c_i = (c_i^{L_1}; c_i^{L_2}; c_i^{R_1}; c_i^{R_2})$ , визначаємо, що використовувати для підрахунку оберненого талмудичного розподілу будемо алгоритм рівневого розподілу (4).

Знайдемо нечітке число для першої економічної діяльності за формулою:

$$\frac{\sum_{i=1}^5 \frac{b_i}{2} - c}{n},$$

$$\frac{\sum_{i=1}^5 \frac{b_i^{L_1}}{2} - c}{n} = \frac{20\,541\,260 - 15\,255\,671,8}{5} = 1\,057\,117,64,$$

$$\frac{\sum_{i=1}^5 \frac{b_i^{L_2}}{2} - c}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 \frac{b_i^{R_1}}{2} - c}{n} = \frac{23\,032\,260 - 16\,255\,671,8}{5} = 1\,355\,317,64,$$

$$\frac{\sum_{i=1}^5 \frac{b_i^{R_2}}{2} - c}{n} = \frac{25\,532\,260 - 17\,255\,671,8}{5} = 1\,655\,317,64.$$

В результаті маємо нечітке число  
 (1 055 317,64; 1 355 317,64; 1 355 317,64; 1 655 317,64), очікуваним  
 значенням якого є 1 355 317,64. Порівняємо очікуване значення нечіткого  
 числа та очікуване значення запасу грошей першої економічної діяльності

$$1\,355\,317,64 > 621\,000.$$

Отже часткою витрат для першої економічної діяльності буде дорівнювати  
 (121 000; 621 000; 621 000; 1 121 000).

Після виключення першої економічної діяльності, зробимо підрахунок  
 для економічних діяльностей, що залишилися:

$$\frac{\sum_{i=2}^5 \frac{b_i}{2} - c}{n} = (1\,291\,147,05; 1\,538\,897,05; 1\,538\,897,05; 1\,788\,897,05).$$

Оскільки очікуване значення для другої економічної діяльності менше за  
 очікуване значення даного нечіткого числа  $1\,538\,897,05 > 1\,456\,160$ , то  
 частка витрат також буде дорівнювати  
 (956 160; 1 456 160; 1 456 160; 1 956 160). Далі виключимо і другу  
 економічну діяльність і перерахуємо економічні інвестиції для третьої.  
 Отримаємо:

$$\frac{\sum_{i=3}^5 \frac{b_i}{2} - c}{n} = (1\,399\,809,4; 1\,566\,476,07; 1\,566\,476,07; 1\,733\,142,73).$$

Очікуване значення даного нечіткого числа менше за очікуване  
 значення третьої економічної діяльності  $1\,566\,476,07 > 1\,886\,520$ , в цьому  
 випадку частка витрат для цієї економічної діяльності буде підрахована за  
 формулою:

$$\frac{b_3}{2} + \left( \frac{b_3}{2} - \frac{\sum_{i=3}^5 \frac{b_i}{2} - c}{3} \right) =$$

$$= (1\,773\,230,6; 2\,206\,563,93; 2\,206\,563,93; 3\,039\,897,27).$$

Залишок інвестицій для розподілу буде дорівнювати:

$$c - x_3 = (13\,482\,441,2; 14\,049\,107,9; 14\,049\,107,9; 14\,215\,774,5).$$

За таким же алгоритмом підрахуємо частки витрат для економічних діяльностей, що залишилися. Результат талмудичного розподілу запишемо у нечітких числах трикутного виду (таблиця 18).

Таблиця 18

| Економічна діяльність  | Талмудичний метод |               |               |
|--|-------------------|---------------|---------------|
|  |                   |               |               |
| Добувна промисловість і розроблення кар'єрів                     | 121 000₴          | 621 000₴      | 1 121 000₴    |
| Виробництво неметалевої мінеральної продукції                    | 965 160₴          | 1 456 160₴    | 1 956 160₴    |
| Переробна промисловість  | 1 773 230,6₴      | 2 206 563,93₴ | 3 039 897,27₴ |
| Металургійне виробництво   | 9 534 495,6₴      | 10 317 824,1₴ | 10 901 151,2₴ |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 16 102 745,6₴     | 16 386 083,9₴ | 16 469 423,3₴ |

Далі перевіримо, чи не перевищує ліміт кількості коштів, розподілених за талмудичним методом. Результат представлено в таблиці 19.

Таблиця 19

| Економічна діяльність  | Штрафи за талмудичним методом |               |               |
|--|-------------------------------|---------------|---------------|
|  |                               |               |               |
| Металургійне виробництво   | 5 534 495,6₴                  | 6 317 824,1₴  | 6 901 151,2₴  |
| Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря | 12 102 745,6₴                 | 12 386 083,9₴ | 12 469 423,3₴ |

Останнім методом будемо розглядати метод Пініла. Як і методи талмудичний та обернено талмудичний, метод Пініла відповідає двом частинним випадкам:

$$c \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 b_i : CEA \left( \frac{b}{2}, c \right) ; \quad (5)$$

$$c > \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 b_i : \frac{b}{2} + CEA \left( \frac{b}{2}, c - \frac{\sum b_i}{2} \right). \quad (6)$$

Оскільки, порівнявши  $\sum_{i=1}^5 b_i = (b_i^{L_1}; b_i^{L_2}; b_i^{R_1}; b_i^{R_2})$  з  $c_i = (c_i^{L_1}; c_i^{L_2}; c_i^{R_1}; c_i^{R_2})$ , визначаємо, що:

$$c \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 b_i ,$$

то тоді підрахунки через метод Пініла будуть дорівнювати підрахункам за методом обернено талмудичним.

## РОЗДІЛ III Програмна реалізація нечітких методів розподілу

Для програмної реалізації методів нечіткого розподілу побудовано web-сторінку з використанням бібліотеки мови програмування JavaScript React.js, побудова сторінки створена за допомогою HTML5, CSS3, CSS фреймворком Bootstrap 4, CSS препроцесором SASS та менеджером пакунків npm.

Початкова сторінка складається з назви програми, короткого пояснення роботи програми, окремої форми для введення користувачем своїх даних щодо запасів коштів, окремої форма даних для витрат, вибірка методів, якими можна зробити підрахунки, та дві кнопки: одна для виводу підрахунків на екран, інша – для перезапуску програми (рис. 3.1).

**Нечіткі методи розподілу**

Введіть запаси грошей та кількість витрат в трикутному типі (всі підрахунки будуть виконані в трапецевидному типі). Потім оберіть метод, яким ви хочете підрахувати розподіл та натисніть кнопку Count. Щоб зробити нові підрахунки треба написати кнопку Recount або оновити сторінку.

Запаси:

Витрати:

Метод:

Рисунок 3.1 Старт програми підрахунку методів розподілу

Для кожного агента користувач вводить запаси грошей у трикутному типі (рис. 3.2).

|                |                                 |                                 |                                 |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| <b>Запаси:</b> | <input type="text" value="3"/>  | <input type="text" value="4"/>  | <input type="text" value="5"/>  |
|                | <input type="text" value="11"/> | <input type="text" value="12"/> | <input type="text" value="13"/> |
|                | <input type="text" value="19"/> | <input type="text" value="20"/> | <input type="text" value="21"/> |
|                | <input type="text" value="23"/> | <input type="text" value="24"/> | <input type="text" value="25"/> |
|                | <input type="text" value="29"/> | <input type="text" value="30"/> | <input type="text" value="31"/> |

Рисунок 3.2 Введення користувачем даних по кожному агенту

Далі користувач вводить дані по витратам, також у трикутному типі (рис. 3.3).

|                 |                                 |                                 |                                 |
|-----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| <b>Витрати:</b> | <input type="text" value="29"/> | <input type="text" value="30"/> | <input type="text" value="31"/> |
|-----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|

Рисунок 3.3 Введення користувачем даних по витратам

Наступним кроком треба обрати, яким методом будуть зроблені підрахунки (рис. 3.4). Обране значення за замовчуванням – це пропорційний метод.

|               |  |
|---------------|--|
| <b>Метод:</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Пропорційний</li> <li>Подушний</li> <li>Рівневий</li> <li>Талмудичний</li> <li>Обернений Талмудичний</li> <li>Пініла</li> </ul> |
|---------------|--|

Рисунок 3.4 Перелік доступних методів підрахунку

Останнім кроком, користувач має натиснути на кнопку Count, щоб вивести на екран результат роботи програми у виді таблиці (рис. 3.5).

### Нечіткі методи розподілу

Введіть запаси грошей та кількість витрат в трикутному типі (всі підрахунки будуть виконані в трапецевидному типі). Потім оберіть метод, яким ви хочете підрахувати розподіл та натисніть кнопку Count. Щоб зробити нові підрахунки треба написати кнопку Recount або оновити сторінку.

**Запаси:**

|                                 |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| <input type="text" value="3"/>  | <input type="text" value="4"/>  | <input type="text" value="5"/>  |
| <input type="text" value="11"/> | <input type="text" value="12"/> | <input type="text" value="13"/> |
| <input type="text" value="19"/> | <input type="text" value="20"/> | <input type="text" value="21"/> |
| <input type="text" value="23"/> | <input type="text" value="24"/> | <input type="text" value="25"/> |
| <input type="text" value="29"/> | <input type="text" value="30"/> | <input type="text" value="31"/> |

**Витрати:**

|                                 |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| <input type="text" value="29"/> | <input type="text" value="30"/> | <input type="text" value="31"/> |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|

Метод: Пропорційний

|                |      |      |       |
|----------------|------|------|-------|
| <b>Агент 1</b> | 0.92 | 1.33 | 1.82  |
| <b>Агент 2</b> | 3.36 | 4    | 4.47  |
| <b>Агент 3</b> | 5.8  | 6.67 | 7.66  |
| <b>Агент 4</b> | 7.02 | 8    | 9.12  |
| <b>Агент 5</b> | 8.85 | 10   | 11.31 |

Count
Recount

Рисунок 3.5 Виведення результатів підрахунку на екран

У момент натиску кнопки Count, сама кнопка буде де активована і повернеться в режим роботи тільки після натиску кнопки Recount. Ця кнопка повертає програму на початковий рівень для можливості повторних підрахунків (рис. 3.1).

## ВИСНОВКИ

Розглянувши шість методів розподілу (подушний, пропорційний, рівневий, талмудичний, обернений талмудичний та метод Пініла) з використанням чітких чисел, бачимо, що найбільш ефективний розподіл капітальних інвестицій між п'ятьма видами економічної діяльності України буде за методом пропорційного розподілу, який, очевидно, найбільше відповідає кількості викидів діоксиду вуглецю, а отже буде найбільш раціональним способом витрати інвестиційних коштів для досягнення поставлених цілей по зменшенню кількості забруднюючих речовин у повітрі.

Що стосується розподілу інвестицій з нечіткими даними, то підсумовуючи результати, отримані різними методами розподілу, відмітимо, що найбільш ефективним методом розподілу коштів буде подушний метод, оскільки штрафи мають бути сплачені тільки трьома видами економічної діяльності та вони не значні. За пропорційним методом штрафи мають сплатити теж тільки три діяльності, але самі штрафи відчутніші. Розглядаючи обернений талмудичний метод, бачимо, що цей метод також може бути актуальним для розподілу коштів, оскільки тільки дві економічні діяльності мають сплатити штрафи. Розподіл за талмудичним методом та методом Пініла є не дуже ефективним, так як штрафи надто великі.

Розробивши програму, яка здійснює підрахунки за кожним методом, відмітимо, що всі обчислення, які зроблені в другому розділі, збігаються з обчисленнями через програму. Окрім цього, програма значно зменшує час обрахунку методів нечіткого розподілу та дозволяє швидко робити обчислення для великих значень кількості запасів грошей агентів та витрат.

Отже, беручи до уваги усю отриману при розрахунках інформацію, приходимо до висновку, що екологічні інвестиції, розподілені державою між видами економічної діяльності з метою зменшення парникових газів в атмосфері, на даний момент не раціонально поділені між останніми. Це наводить на думку, що метод розподілу інвестицій має бути підданий

перегляду, аби якомога скоріше досягнути поставлених Паризькою угодою цілей.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. О.Ф. Волошин, С.О. Мащенко. Моделі та методи прийняття рішень – Київський Університет, 2010. – 330 с.
2. В.О. Лавер. Нечіткі узагальнення класичних методів розподілу – Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: Фізико-математичні науки. – 2015. - Вип. 3. – с. 94-99.
3. О.Ф. Волошин, В.О. Лавер. Нечіткі узагальнення моделей розподілу витрат – Information Models of Knowledge, ITHEA Sofia-Kiev – 2010. – с. 215-219.
4. В.О. Лавер. Нечіткі моделі розподілу витрат на виробництво колективного продукту – Схід – 2010 – с. 60-63.
5. О.Ф. Волошин, В.О. Лавер. Нечіткі методи розподілу витрат Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка – 2012 – с. 12 - 17.
6. Voloshyn O., Laver V. Generalisation of distributing methods for fuzzy problems – Problems of Computer Intellectualization, ITHEA Sofia-Kiev – 2012 – с. 219-226.
7. А.І. Дубовіч, Г.М. Булгакова. Теоретико-методологічні та практичні еколого-економічні й правові засади розв’язання глобальних проблем зі зміни клімату – Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія: Міжнародні економічні відносини та світове господарство. – 2016 – Вип. 8(1). – с. 67-70.
8. О.О. Глуздєєв. Кіотський протокол і його імплементація у європейському союзі. – Київський національний університет імені Тараса Шевченка. – 2010. – с. 273-274.
9. Капітальні інвестиції на охорону навколишнього природного середовища за видами природоохоронних заходів (ukrstat.gov.ua) [Електронний ресурс]. – Режим доступу до статті:  
[http://www.ukrstat.gov.ua/operativ/operativ2020/ns/kap\\_in/kionps\\_ek\\_u19.htm](http://www.ukrstat.gov.ua/operativ/operativ2020/ns/kap_in/kionps_ek_u19.htm)
10. Викиди забруднюючих речовин і парникових газів у атмосферне повітря від стаціонарних джерел забруднення у 2019 році [Електронний ресурс]. – Режим доступу до статті:  
<http://www.ukrstat.gov.ua/>

11. Політика VS. Зміна клімату [Електронний ресурс]. – Режим доступу до статті:  
<https://ecoaction.org.ua/polityka-vs-zmina-klimatu.html>
12. Кіотський протокол [Електронний ресурс]. – Режим доступу до статті:  
<https://eco.aep.kiev.ua/novini/shho-take-kiotskij-protokol/>
13. Паризька угода [Електронний ресурс]. – Режим доступу до статті:  
[https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/995\\_161#Text](https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/995_161#Text)
14. Методи теорії нечітких множин і нечіткої логіки [Електронний ресурс]. – Режим доступу до статті:  
[https://pidru4niki.com/72425/ekologiya/metodi\\_teoriyi\\_nechitkih\\_mnozhin\\_nechitkoyi\\_logiki](https://pidru4niki.com/72425/ekologiya/metodi_teoriyi_nechitkih_mnozhin_nechitkoyi_logiki)
15. Паризька кліматична угода [Електронний ресурс]. – Режим доступу до статті:  
<https://www.epravda.com.ua/publications/2016/03/18/585855/>
16. Що являє собою Кіотський протокол і його роль в збереженні нашої планети [Електронний ресурс]. – Режим доступу до статті:  
<http://eco.sii.org.ua/що-являє-собой-кіотський-протокол-і-його-роль-в-збереженні-нашої-планети>
17. Топ-3 екологічні проблеми в Україні [Електронний ресурс]. – Режим доступу до статті:  
<https://www.kmu.gov.ua/news/u-derzhekoinspekciyi-nazvali-top-3-ekologichni-problemi-v-ukrayini>
18. Бібліотека React.js [Електронний ресурс]. – Режим доступу до статті:  
<https://reactjs.org/>
19. Bootstrap 4 [Електронний ресурс]. – Режим доступу до статті:  
<https://getbootstrap.com/docs/4.0/getting-started/introduction/>
20. npm [Електронний ресурс]. – Режим доступу до статті:  
<https://www.npmjs.com/>

## ДОДАТОК А Код програми підрахунку нечітких методів розподілу

### Файл NumberOfAgents.js

```

import React from "react";
import SelectMethod from "./SelectMethod";
import { Proportional } from "./methods/Proportional";
import "../styles/AgentElem.scss";

export const NumberOfAgents = () => {
  const [agents, setAgents] = React.useState({});
  const [sum, setSum] = React.useState({});
  const [method, setMethod] = React.useState("Proportional");
  const [show, setShow] = React.useState(false);

  const childCompRef = React.useRef(null);

  const onChange = (event) => {
    setAgents({
      ...agents,
      [event.target.name]: event.target.value,
    });
  };

  const onChangeSum = (event) => {
    setSum({
      ...sum,
      [event.target.name]: event.target.value,
    });
  };

  const onSave = (event) => {
    event.preventDefault();
    console.log(agents);
    console.log(sum);
    setMethod(childCompRef.current.getMethod());
    setShow(true);
  };

  const onAgain = () => {
    setShow(false);
    setAgents({});
    setSum({});
    setMethod("Proportional");
  };

  const getAllAgents = () => {
    return [...Array(5)].fill().map((el, j) => {
      return (
        <div className="Row" key={j + 1}>
          {new Array(3).fill().map((x, i) => (
            <input

```

```

        key={i}
        className="AgentElem"
        placeholder="0"
        name={`$j + 1}.${i + 1}`}
        type="number"
        onChange={onChange}
        value={agents.value}
      />
    )))
  </div>
);
});
};

const methodChosen = (method) => {
  switch (method) {
    case "Proportional":
      return (
        <div>
          <Proportional sum={sum} agents={agents} />
        </div>
      );
    case "UniformGains":
      return (
        <div>
          <UniformGains sum={sum} agents={agents} />
        </div>
      );
    case "UniformLosses":
      return (
        <div>
          <UniformLosses sum={sum} agents={agents} />
        </div>
      );
    case "Talmudic":
      return (
        <div>
          <Talmudic sum={sum} agents={agents} />
        </div>
      );
    case "ReverseTalmudic":
      return (
        <div>
          <ReverseTalmudic sum={sum} agents={agents} />
        </div>
      );
    case "Pinile":
      return (
        <div>
          <Pinile sum={sum} agents={agents} />
        </div>
      );
    default:

```

```

return (
  <div>
    <Proportional sum={sum} agents={agents} />
  </div>
);
}
};

return (
  <>
    <h1>Нечіткі методи розподілу</h1>
    <p className="Descr">
      Введіть запаси грошей та кількість витрат в трикутному типі (всі
      підрахунки будуть виконані в трапецевидному типі). Потім оберіть метод,
      яким ви хочете підрахувати розподіл та натисніть кнопку Count. Щоб
      зробити нові підрахунки треба написати кнопку Recount або оновити
      сторінку.
    </p>
    <div className="Div">
      <div className="Div1">
        <div className="Agents">
          <h5>Запаси:</h5>
          <div className="AgentsElems">{getAllAgents()}</div>
        </div>
        <div className="Summ">
          <h5>Витрати:</h5>
          <div className="SummElems">
            {new Array(3).fill().map((x, i) => (
              <input
                key={i}
                className="SumElem"
                placeholder="0"
                name={` ${i + 1} `}
                type="number"
                onChange={onChangeSum}
                value={sum.value}
              />
            ))}
          </div>
        </div>
        <div className="Methods">
          <h5>Метод:</h5>
          <SelectMethod ref={childCompRef} />
        </div>
      </div>
    </div>
    <div className="DivButton">
      <button className="Button" onClick={onSave} disabled={show}>
        Count
      </button>
      <button className="Button" onClick={onAgain}>
        Recount
      </button>
    </div>
  </>
);

```

```

    </div>
    {methodChosen(method)}
  </>
);
};

```

## Файл App.js

```

import React from "react";
import './App.scss';

import { NumberOfAgents } from './components/NumberOfAgents';

class App extends React.Component {
  state = {
    value: "",
  };

  render() {
    return (
      <div className="App">
        <NumberOfAgents />
      </div>
    );
  };
};

export default App;

```

## Файл AgentElem.scss

```

h1 {
  margin-top: 30px;
  margin-bottom: 30px;
  text-align: center;
}

.Div {
  margin-top: 30px;
  display: flex;
  flex-wrap: wrap;
  gap: 40px;
}

.AgentElem,
.SumElem {
  width: 150px;
  margin-right: 10px;
}

```

```
.Row {
  display: block;
  margin-bottom: 10px;
}

.Agents {
  display: flex;
  gap: 20px;
  border: 1px solid orange;
  border-radius: 10px;
  padding: 20px;
  width: max-content;

  h5 {
    margin-bottom: 20px;
  }
}

.Summ {
  border: 1px solid orange;
  border-radius: 10px;
  padding: 20px;
  width: max-content;
  margin-top: 30px;
  display: flex;
  gap: 20px;
}

.Methods {
  display: flex;
  gap: 20px;
  margin-top: 30px;
}

.DivButton {
  margin-top: 30px;
  display: flex;
  justify-content: center;
  gap: 20px;
}

.Button {
  width: 200px;
  border-color: red;
  border-radius: 10px;
  background-color: white;

  &:hover {
    box-shadow: 0 0 11px rgba(33, 33, 33, 0.2);
  }
}
```

```
.Output {  
  
  tr {  
    border-bottom: 1px solid lightgrey;  
  }  
  
  th, td {  
    padding: 10px 0;  
  }  
  
  td {  
    width: 140px;  
    text-align: center;  
  }  
}
```