Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Факультет комп'ютерних наук та кібернетики
Кафедра моделювання складних систем

ВИПУСКНА КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на здобуття ступеня магістра
за спеціальністю 113 «Прикладна математика»

на тему:

Оцінка інформативних параметрів моделі пружних коливань

студентки другого курсу

Земляної Владислави Олександрівни

____

____

Науковий керівник:

Доктор фізико-математичних наук

Мостовий Василь Сергійович

____

____

Робота заслухана на засіданні кафедри моделювання складних систем та рекомендована до захисту, протокол №10 від 08 травня 2020р.

Завідувач кафедри МСС канд. фіз.-мат., доц. Черній Д.І.

Київ – 2020

ЗМІСТ

ВСТУП

Коливаннями називаються процеси, які багаторазово точно, або наближено повторюються у часі. Приклади таких процесів легко знайти і в природі, і в техніці. Коливальні процеси можуть мати різне фізичне походження. Зокрема, важливими типами коливань, які часто спостерігаються в природі і використовуються в техніці, є механічні та електромагнітні коливання. Механічними коливаннями, зокрема, зумовлений звук, а електромагнітними – світло. Як приклади коливань можна навести також добові чи сезонні зміни температури повітря, зміни видимої площі освітленої поверхні Місяця тощо. Але незалежно від природи коливальні процеси мають спільні загальні властивості, які описуються однаковим математичними рівняннями і співвідношеннями. Тому теорія коливальних і хвильових процесів різної природи становить єдиний самостійний розділ фізики – фізику коливань. Коливання різної природи класифікують за умовами їх виникнення та існування, а також за характером зміни відповідних величин у часі. При цьому всі коливання поділяють на вільні та вимушені. Вільні коливання виникають після одноразового виведення системи із рівноважного стану і далі існують самостійно. Вільні коливання можливі тільки в так званих коливальних системах або осциляторах, в яких при відхиленні від рівноваги виникають внутрішні процеси, що спричинюють періодичні зміни фізичних характеристик системи. Натомість вимушені коливання створюються постійно діючим зовнішнім впливом і тому можливі в будь-якій системі. За законом зміни відповідних величин із часом вирізняють періодичні коливання, в яких зміни визначальних для процесу величин повторюються через рівні проміжки часу. В свою чергу серед періодичних коливань і для науки, і для практики найважливішими є гармонічні коливання та хвилі, які описуються гармонічними функціями – синуса чи косинуса − і мають прості властивості. Важливість саме таких процесів зумовлена двома обставинами.

По-перше, реальні коливання і хвилі, з якими доводиться мати справу, часто є близькими до гармонічних. По-друге, будь-який складний коливальний процес, як це доведено в математиці, можна розглядати як суперпозицію певної кількості гармонічних коливань із відповідними характеристиками.

РОЗДІЛ 1

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ПРУЖНІ КОЛИВАННЯ

1.1 Пружні коливання.

Теорія коливань є великим розділом фізики, який охоплює радіотехніку, електродинаміку, механіку і оптику. Суттєве значення зазначена гіпотеза має для прикладних задач стабільності і міцності матеріальних речовин. Відомо, що конструкції, розраховані з достатнім запасом на статичну стійкість, руйнувалися і деформувалися від систематично діючих сил навколишнього середовища. Всі тверді реальні тіла володіють сильним опором до подальшого стиску і розтягування. На практиці подібні випадки у вигляді здавлювання суцільних тіл дуже малі. Переміщення точок матеріальних частинок при деформаціях, порівнянних з їх обсягами, можна вивчити на прикладі пружин з жорстким опором (Q), який пропорційний їх спотворенням х (х), тобто Q = kx, де k - постійна величина, що називається пружністю пружини.

Подібні коливальні переміщення розрізняють за кількістю ступенів свободи. Коефіцієнт ступенів свободи - це число самокерованих координат, які визначають положення системи. Виділяють вимушені і вільні вібрації. Вільні коливання - це рух, скоєний елементами того чи іншого середовища, звільненого від впливів зовнішніх факторів.

Частота коливань мають такий запис: $v = \frac{1}{T},\ \omega = 2\pi v = 2\pi \frac{1}{T}$. Період Т зазначених вібрацій є проміжком часу між двома сусідніми максимальними деформаціями від положення початкової рівноваги. При розрахунку на стабільність динамічних споруд принципам резонансу приділяється особлива увага. Стрімке збільшення амплітуди коливання автоматично призводить до руйнування конструкцій навіть при несуттєвою руйнує силі.

Для того щоб уникнути несприятливих наслідків, можна задіяти два конструктивних підходи:

1) При проектуванні споруд необхідно домагатися значної відмінності частоти вібрацій системи від повторень змін змушувальної сили.
2) Зменшити або стабілізувати коливання при резонансі можливо за допомогою збільшення параметра загасання, тобто за рахунок поступового розсіювання внутрішньої енергії.

Якщо будь-яку пружну систему вивести з положення статичного балансу, а потім залишити, то всі частинки її прийдуть в коливальний рух завдяки дії внутрішніх пружних сил. Такі вібрації, як раніше вже згадувалося, називаються власними або вільними.

У теорії пружних коливань збурююча сила є відцентровим елементом інерції, яка виникає в результаті циклічного обертання неврівноважених обсягів ексцентриків. Зазначений компонент в коливальній системі являє собою періодичну частину, що змінюється за законом косинуса або синуса в часі. Частота вимушених вібраційних процесів в цьому випадку дорівнює діапазону вимушених коливань.

Пружні хвилі - стабільні збурення, які поширюються в рідкому, твердому і газоподібному просторах, наприклад, що виникають у твердій земній оболонці при землетрусах процеси, ультразвукові та звукові ефекти.

При розподілі таких хвиль в навколишньому середовищі формуються різні механічні деформації зсуву і стиснення, що переносяться коливальними рухами з однієї точки простору в іншу. При цьому наголошується неконтрольоване перенесення внутрішньої енергії пружних спотворень під час відсутності загального потоку речовини. Будь-яка гармонійна еластична хвиля визначається:

- амплітудою вібраційного зміщення компонентів середовища і їх напрямками;
- коливальним темпом частинок;
- мінливої механічної інтенсивністю і деформацією (які в основному є тензорними параметрами);
- амплітудою вібрацій елементів середовища;
- довжиною і довжиною хвилі;
- групової та фазової швидкостями;
- принципами розподілу зрушень і напруг по хвильовому фронту.

У газах і рідинах, що володіють пружністю об'єму, але не мають стабільність форми, можуть виникати тільки поздовжні хвилі стиснення і розтягування, де вібрації частинок простору відбуваються в сторону поширення хвильових процесів.

У рівномірному, ізотропному твердому середовищі можуть формуватися пружні хвилі тільки двох типів - зсувні і поздовжні. У поздовжніх - хаотичний рух елементів паралельний руху поширення хвилі, а деформація є комплексом всебічного зсуву або стиснення. В зсувних хвилях спостерігається переміщення частинок, які розподіляються перпендикулярно напрямку хвилі, а спотворення представляють собою розтягнення. У безмежному просторі циркулюють зазначені хвилі трьох видів - сферичні, плоскі і циліндричні. Їх відмінна характеристика - самостійність групової та фазової швидкостей від частоти і геометричних властивостей пружної хвилі.

У теорії пружних коливань все механічні напруги будуть пропорційні спотворень (Гука закон). Якщо діапазон деформації в твердому речовині перевершує кордон еластичності матеріалу, в хвилі виникають пластичні зрушення і її називають пружнопластичних елементом. Аналогом подібних хвиль в газах рідинах виступають частки, так званої, кінцевою частоти, швидкість поширення яких прямо залежить від розміру деформації.

1.2 Поширення коливань в однорідному пружному середовищі

Якщо тіло, що коливається, розташоване в пружному середовищі, то воно приводить в коливний рух частинки середовища, до яких воно дотикається. Внаслідок цього в елементах середовища, що прилягають до тіла, виникають періодичні деформації, а, отже це означає, що з’являються пружні сили, які намагаються повернути елементи середовища до початкових станів рівноваги. Завдяки взаємодії сусідніх елементів середовища пружні деформації будуть передаватись від одних ділянок середовища до інших, більш віддалених від тіла, що коливається.

Таким чином, періодичні деформації, викликані в якому-небудь місці пружного середовища, будуть поширюватись в середовищі з деякою швидкістю, що залежить від його фізичних властивостей. При цьому частинки середовища здійснюють коливний рух навколо положень рівноваги, від одних ділянок середовища до інших передається тільки стан деформації.

Процес поширення коливного руху в середовищі називається хвильовим процесом або просто хвилею.

В залежності від характеру деформації розрізняють хвилі поздовжні і поперечні. В поздовжніх хвилях частинки середовища коливаються вздовж лінії, що співпаде з напрямком поширення коливань. В поперечних хвилях частинки середовища коливаються перпендикулярно до напрямку поширення хвиль.

Поздовжні хвилі виникають в середовищі, що має об’ємну пружність, тобто в твердих, рідких і газоподібних тілах.

Поперечні хвилі виникають тільки в середовищі, що має пружність форми(яке зазнає деформації зсуву),тобто тільки в твердих тілах і на поверхні розділу рідких і газоподібних середовищ, що мають різну густину (наприклад, на поверхні води). В останньому випадку пружність форми забезпечується силами тяжіння і поверхневого натягу.

Нехай точкове джерело хвилі почало збуджувати коливання в момент часу $t=0$; через час τ це коливання пошириться в різних напрямках на відстань $r_i=c_i\tau$,де c_i – швидкість хвилі в даному напрямку.

Поверхня, до якої доходить коливання в деякий момент часу, називається фронтом хвилі. Форма фронту хвилі визначається конфігурацією джерела коливань і властивостями середовища. Середовище називають ізотропним, якщо швидкість поширення хвилі однакова в усіх напрямках, і анізотропним в противному разі.

При описанні хвильових процесів виділяють поверхні, в яких всі частинки коливаються в однаковій фазі; їх називають хвильовими або фазовими поверхнями.

Формою хвилі називають графік, що показує розподіл в середовищі величини, яка коливається, вздовж деякої вісі r в даній момент часу (моментальна фотографія хвилі) рис. 1.

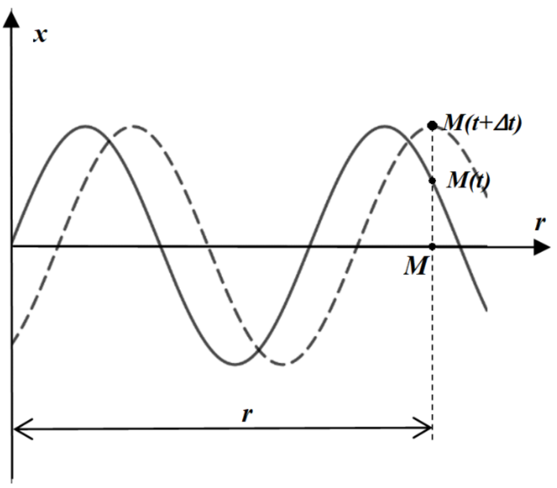


Рис. 1 Форма хвилі.

На рис. 1 штрихованою лінією показана форма хвилі через деякий проміжок часу Δt.

Кажуть що середовище має дисперсію якщо синусоїдальні хвилі рівних частот поширюються в ньому з різною швидкістю. В середовищі з дисперсією складні хвилі змінюють свою форму.

1.3 Хвильові процеси.

Коливання, які збуджуються в будь-якій точці пружного середовища (твердому, рідкому або газоподібному), передаються від однієї точки середовища до іншої з кінцевою швидкістю, яка залежить від властивостей цього середовища. Чим далі розташовані частинки середовища від джерела коливань, тим пізніше вони почнуть коливатися. Інакше кажучи, фази коливань частинок середовища і джерела тим більше відрізняються одна від одної, чим більша ця відстань. При вивченні поширення коливань в середовищі не враховується дискретний (молекулярний) характер будови самого середовища. В цьому випадку вважають що частинки середовища мають неперервне заповнення навколишнього простору і проявляють пружні властивості.

Процес поширення коливань у суцільному пружному середовищі називається хвильовим процесом (або хвилею). При поширенні хвилі частинки середовища не рухаються разом із хвилею, а коливаються біля своїх положень рівноваги. Разом із хвилею від частинки до частинки середовища передається лише стан коливального руху і його енергія. Тому основною властивістю усіх хвиль незалежно від їхньої природи є *перенос енергії без переносу речовини.*

1.4 Подовжні і поперечні хвилі

Серед різноманітних хвиль, які зустрічаються в природі й техніці, можна виділити такі їх типи: хвилі на поверхні рідини, пружні і електромагнітні хвилі. Пружні механічні хвилі виникають і поширюються лише в пружному середовищі. Пружні хвилі ще діляться на подовжні й поперечні. У продовжних хвилях частинки середовища коливаються в напрямку поширення хвилі, у поперечних – у площинах, перпендикулярних до напрямку поширення хвилі.

Подовжні хвилі можуть поширюватися в середовищах, у яких виникають пружні сили *при деформаціях стиску і розтягу.* Це означає, що поздовжні хвилі поширюються у твердих, рідких і газоподібних середовищ.

Поперечні хвилі можуть поширюватися в середовищах, у яких виникають пружні сили *при деформаціях зсуву,* тобто фактично тільки у твердих тілах. У рідинах і газах виникають лише подовжні хвилі, а у твердих тілах — як подовжні, так і поперечні хвилі.

Пружна хвиля називається синусоїдальною або гармонічною, якщо відповідні їй коливання частинок середовища є гармонічними. На рис. 2 показана синусоїдальна поперечна хвиля, яка поширюється зі швидкістю υ уздовж осі x, тобто показана залежність між зміщенням $U_{(x,t)}$ частинок середовища, у хвильовому процесі, і відстанню x цих частинок від джерела коливань для будь-якого фіксованого моменту часу t.

Приведений графік функції $U_{(x,t)}$ не схожий на графік гармонічного коливання. Графік хвилі (рис.2) показує залежність зміщення *всіх частинок середовища* від відстані до джерела коливань у даний момент часу, а графік гармонічних коливань — залежність зміщення *даної частинки* від часу.

Відстань між найближчими частинками, які коливаються в одній фазі, називається довжиною хвилі λ (рис. 2). Довжина хвилі дорівнює відстані, на яку поширюється фаза коливань за час в один період.

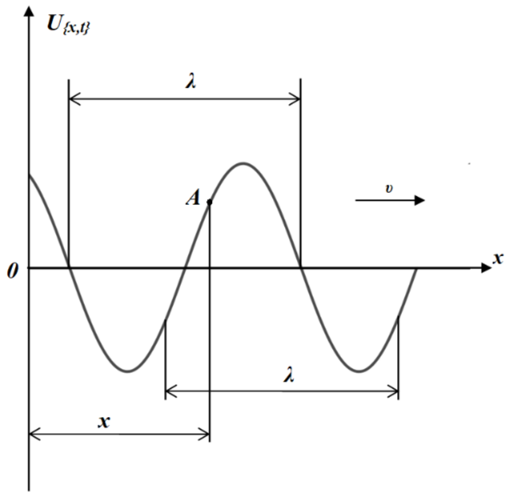


Рис. 2 Залежність зміщення всіх частинок середовища від відстані до джерела коливань у даний момент часу

Якщо розглянути хвильовий процес трохи докладніше, то стане ясно, що в хвильовому русі коливаються не лише частинки, розташовані уздовж осі *x,* а й сукупність частинок, розташованих у деякому об'ємі, тобто хвиля, поширюючись від джерела коливань, охоплює все нові і нові області простору. Геометричне місце точок, які коливаються в однаковій фазі, називається хвильовою поверхнею. Хвильових поверхонь можна провести безліч. Хвильова поверхня у будь який момент часу називається хвильовим фронтом. Для цього моменту часу хвильовий фронт може бути лише один.

Хвильові поверхні можуть мати довільну форму. В найпростішому випадку хвильові поверхні є сукупністю площин, або сукупністю концентричних сфер. Відповідно хвиля називається плоскою або сферичною.

РОЗДІЛ 2

СФЕРИЧНА ХВИЛЯ

2.1 Рівняння біжучої хвилі.

Якщо хвилі, поширюючись в пружному середовищі з кінцевою швидкістю, переносять енергію, то вони називаються *біжучими*. Перенос енергії в хвильовому русі кількісно характеризується вектором густини потоку енергії. Вектор потоку енергії вперше для механічних пружних хвиль був введений фізиком Умовим і називається вектором Умова. Напрямок вектора Умова збігається з напрямком переносу енергії, а його модуль дорівнює енергії, яка переноситься хвилею через одиничну площадку, розташовану перпендикулярно до напрямку поширення хвилі, за одиницю часу.

Для одержання рівняння біжучої хвилі ─ залежності зміщення коливної точки пружного середовища від координати і часу ─ розглянемо *плоску синусоїдальну хвилю,* допустивши, що вісь x збігається з напрямком поширення хвилі. У даному випадку хвильові поверхні, тобто поверхні однакової фази, перпендикулярні до осі x, а тому всі точки пружного середовища на цих поверхнях коливаються однаково. Зміщення будь якої точки пружного середовища від положення рівноваги в цьому випадку залежить лише від координати x і часу t, а його величина буде дорівнювати $U_{x,t} = f(x,t)$.

Розглянемо деяку точку *B,* яка перебуває на відстані x від джерела коливань. Якщо коливання точок пружного середовища, які лежать у площині $x = 0$, описуються функцією $U_{(0,t)} = A\cos\omega t$ то точка B пружного середовища теж буде коливатися за тим же законом, але її коливання будуть відставати за часом від коливань джерела на τ, тому що для проходження хвилею відстані x потрібен час $\tau = \frac{x}{\upsilon}$, де υ – швидкість поширення хвилі. Тоді рівняння коливань частинок, які лежать у площині *x,* буде мати вигляд

$$U_{x,t} = A\cos\omega(t - \frac{x}{\upsilon}), \quad (2.1)$$

де A – максимальне зміщення виділеної коливної точки В від положення рівноваги; ω – циклічна частота генератора коливань джерела.

Рівняння (2.1) є рівняння біжучої хвилі. Якщо плоска хвиля поширюється в протилежному напрямку, то

В загальному випадку рівняння плоскої синусоїдальної хвилі, яка поширюється без поглинання енергії уздовж позитивного напрямку осі *x*, має вигляд

$$U_{x,t} = A\cos\left[\omega(t - \frac{x}{\upsilon}) + \varphi_0\right], \quad (2.2)$$

де A – амплітуда хвилі; ω – циклічна частота хвилі; φ_0 – початкова фаза коливань, обумовлена вибором початкових значень x і t $\left[\omega(t - \frac{x}{\upsilon}) + \varphi_0\right]$ – фаза плоскої хвилі.

2.2 Фазова швидкість.

В рівнянні (2.2) синусоїдальний характер хвилі характеризують хвильовим числом, яке дорівнює

$$k = \frac{\omega}{\upsilon} = \frac{2\pi}{T\upsilon} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.3)$$

$$U_{(0,t)} = A\cos\omega t$$

З врахуванням (2.3) рівняння (2.2) матиме вигляд

$$U_{x,t} = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0) \quad (2.4)$$

Рівняння хвилі, яка поширюється в сторону менших значень осі *x,* відрізняється від (2.4) тільки знаком члена *kx.*

Розглянемо випадок, коли в процесі хвильового руху, фаза коливань не змінюється з часом, тобто

$$\omega(t - \frac{x}{\upsilon}) + \varphi_0 = \text{const} \quad (2.5)$$

Диференціюємо вираз (2.5) за часом, одержимо

$$dt - \frac{1}{\upsilon}dx = 0,$$

$$\upsilon = \frac{dx}{dt}.$$

Отже, швидкість υ поширення хвилі в рівнянні (2.5) є не що інше, як швидкість переміщення фази хвилі, а тому її називають *фазовою швидкістю*.

Сферичні хвилі утворюються в однорідному і ізотропному середовищі від точкових джерел коливань. Якщо повторити хід міркувань для плоскої хвилі, можна показати, що рівняння сферичної синусоїдальної хвилі – хвилі, хвильові поверхні якої мають вигляд концентричних сфер, записується так

$$U_{x,t} = \frac{A_0}{r}\cos(\omega t - kr + \varphi_0), \quad (2.6)$$

де r – відстань від точкового джерела сферичних хвиль до виділеної точки пружного середовища.

У випадку сферичної хвилі навіть у середовищі, яке *не поглинає* енергії, амплітуда коливань не залишається постійною, а зменшується з відстанню за законом $\frac{1}{r}$. Рівняння (2.6) має місце лише для великих r, які значно перевищуючі розміри джерела коливань (джерело коливань тут можна вважати точковим).

З рівняння (2.2) можна одержати, що

$$\upsilon = \frac{\omega}{k},$$

тобто фазова швидкість синусоїдальних хвиль залежить від їхньої частоти. Це явище називають *дисперсією хвиль*, а середовище, у якому спостерігається дисперсія хвиль, називається *дисперсним середовищем*.

РОЗДІЛ 3

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В СИСТЕМАХ МОНІТОРИНГУ ХВИЛЬОВИХ ПРОЦЕСІВ.

3.1. Оптимальна оцінка параметрів сигналу

В загальному випадку модель пружного сигналу визначається вектором вільних параметрів моделі, а сама модель є гіпотезою дослідника про процес, що моделюється.

Якість згоди моделі з даними, що спостерігаються, визначатимемо значенням обраного критерію. В найпростішому випадку таким критерієм може бути відстань в обраній метриці між моделлю і даними, що спостерігаються.

$y(t,x) = M\left(\vec{h},t,x\right) + n(t,x)$ (3.1)

$n(t,x)$ – адитивна перешкода.

Якщо вона не перевищує встановлений дослідником поріг, то приймається рішення про адекватність гіпотетичної моделі.

Розмірність вектору в загальному випадку також підлягає визначенню.

Для обчислених оптимальних значень $\vec{h}$ H допустимих його значень оцінюється норма близькості моделі до спостережуваних даних.

$M(\vec{h},t,x)$ процесу $y(t,x)$

$\min\limits_{\alpha \in A}[(y(t,x) - M\left(\vec{h},t,x\right), y - M\left(\vec{h},t,x\right))]$ (3.2)

Таких підхід застосовується давно, але він є актуальним при обробці сигналу і в теперішній час. Мінімум в ці моделі досягається в точці $\vec{h}$, що задовольняє умовам рівняння:

$$\frac{\partial\left(y(t,x)-M(\vec{h},t,x),y(t,x)-M(\vec{h},t,x)\right)}{\partial\vec{h}}=0\ \Rightarrow$$

$$\left(\frac{\partial M(\vec{h},t,x)}{\partial\vec{h}},M(\vec{h},t,x)\right)-\left(\frac{\partial M(\vec{h},t,x)}{\partial\vec{h}},y(t,x)\right)=\ 0\qquad(3.3)$$

$\frac{\partial M(\vec{h},t,x)}{\partial\vec{h}}$ - вектор стовпчик, T – символ транспонування

$$(\frac{\partial M(\vec{h},t,x)}{\partial\vec{h}})^T=\{\frac{\partial M(\vec{h},t,x)}{\partial h_1},\dots,\frac{\partial M(\vec{h},t,x)}{\partial h_n}\}$$

В результаті ми отримуємо систему рівнянь для визначення вектора $\vec{h}$

$$\left(\frac{\partial M(\vec{h},t,x)}{\partial h_1},M(\vec{h},t,x)\right)=\left(\frac{\partial M(\vec{h},t,x)}{\partial h_1},y(t,x)\right);\quad i=\overline{1,n}\qquad(3.4)$$

3.2 Математична модель оптимальної оцінки параметрів сигналу.

Розглянемо наступну модель сигналу:

$$y(t)=\sum_{s=1}^{S}A_s\exp\{-\alpha_S t\}\sin(\omega_S\,t)+n(t)\qquad(4.1)$$

В цій моделі

$A_s,\alpha_S,\omega_S,\psi_S$ – вільні параметри моделі.

$n_k(t)$ – адитивний шум в вимірах.

S – множина розглянутих однотипних підмоделей, суперпозиція яких моделює процес $y(t)$.

Задача полягає в оптимальному визначенні вільних параметрів моделі. Критерієм оптимальності вибирається ступінь близькості моделі до спостережуваних даних в обраній метриці.

В метриці L_2 критерій являє собою функціонал для кожної з компонент.

$$F(\mathbf{\Pi}) = \left\| (\sum_{s=1}^{S} A_s \exp\{-\alpha_S t\} \sin(\omega_s (t - \psi_S)) + y(t) \right\|_{L_2}; \quad (4.2)$$

Тут вектор **П** – вектор вільних параметрів моделі,

$$\prod_s = \begin{Bmatrix} A_s \\ \alpha_s \\ \omega_s \\ \psi_s \end{Bmatrix}, s = \overline{1, S}$$

Результати розрахунків для моделі з чотирьох загасаючих гармонік зведені в вектори розмірності 3, які об'єднують одномірні параметри, тобто розглядається 12-ти параметрична модель.

Критерій в 12- вимірному просторі має складну топографію поверхні с безліччю локальних екстремумів. Такий вигляд критерію і зумовив підхід до пошуку глобального мінімуму прийнятого в цій роботі, а саме метод випадкового пошуку по апріорним розподілам.

3.3 Знаходження оптимальних параметрів пружного сигналу.

Оптимальна оцінка параметрів сигналу полягає у визначенні вектора вільних параметрів, які мінімізують значення критерію згоди моделі зі спостереженими даними. На користь такої моделі говорить та обставина, що вона дає добре узгодження у випадку моделювання лінійної системи осцилюючих об'єктів і, тим самим, враховує осцилюючий характер спостережених даних, а також її простота.

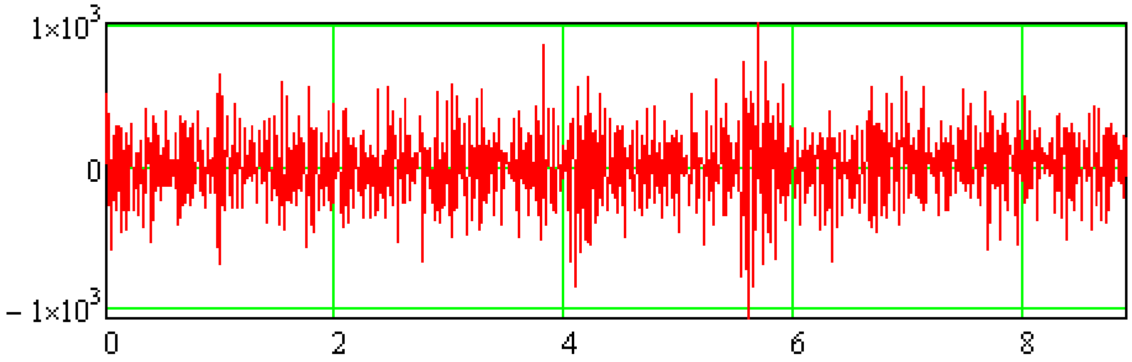


Рис 4.1 Фрагменти записів польових спостережень. По осі абсцис час в секундах. По осі ординат амплітуда у відносних одиницях.

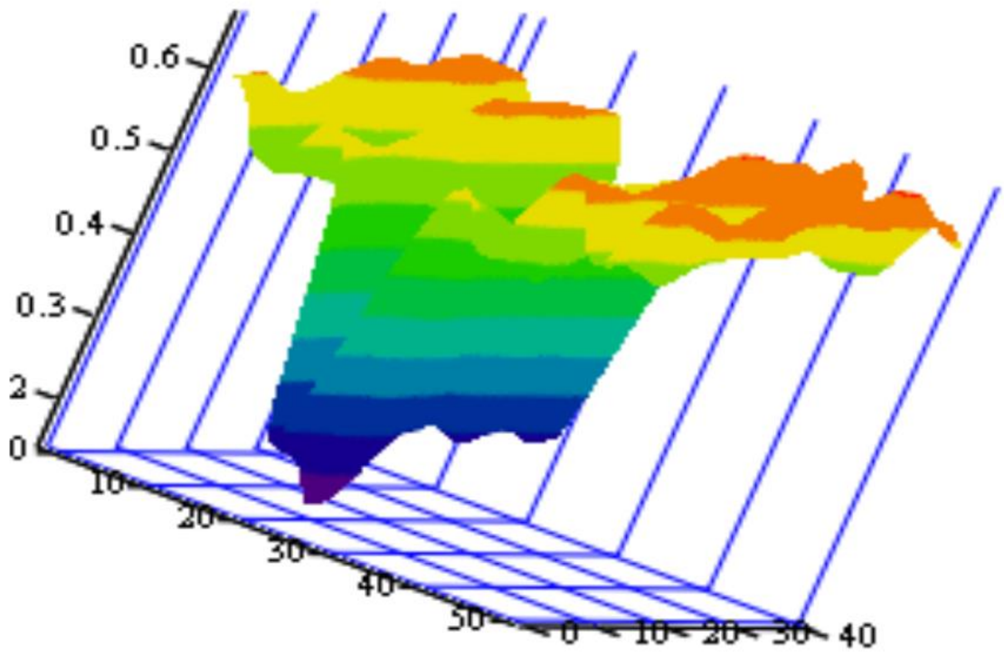


Рис 4.2 Залежність критерію згоди моделі від параметрів частот першої (по осі абсцис) і другий (по осі ординат) гармонік осциляцій об'єкта при фіксованих значеннях інших параметрів моделі (4.1)

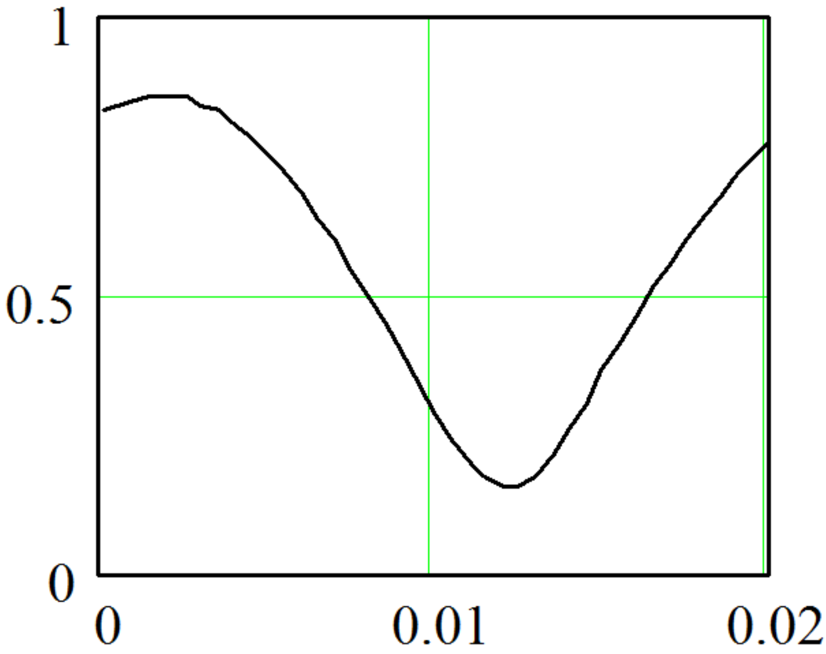


Рис. 4.3 Зріз критерію даного на рис 4.2 площиною, що проходить через його глобальний мінімум та паралельною осі X .

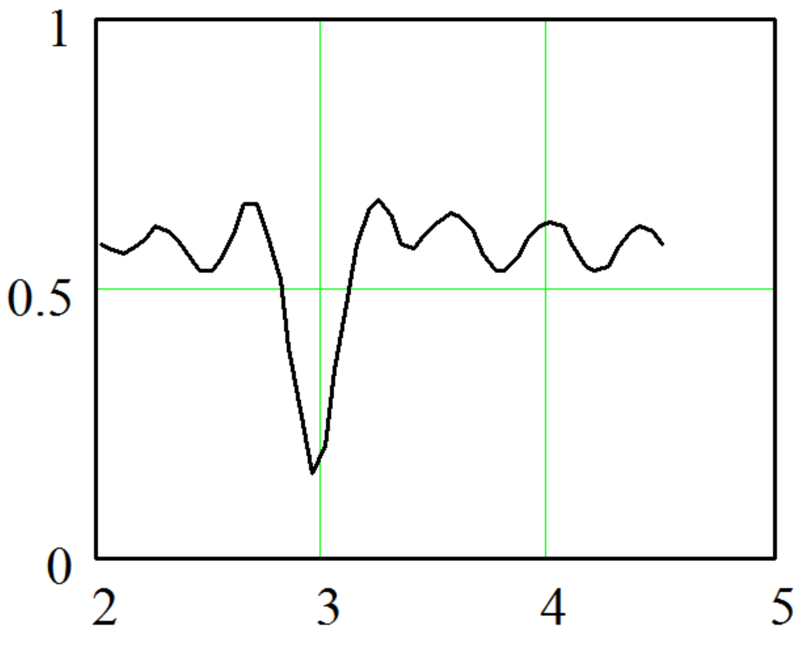
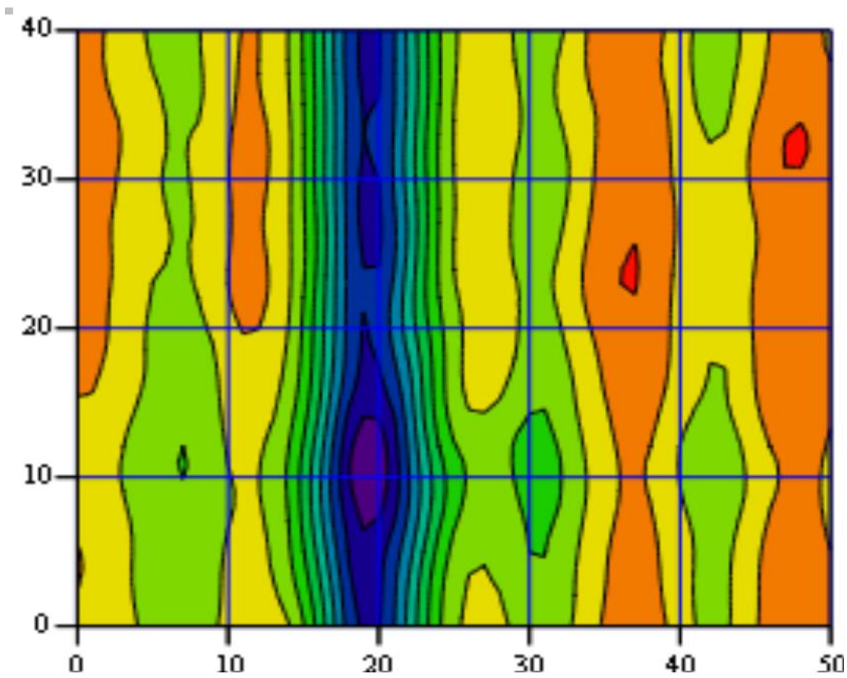
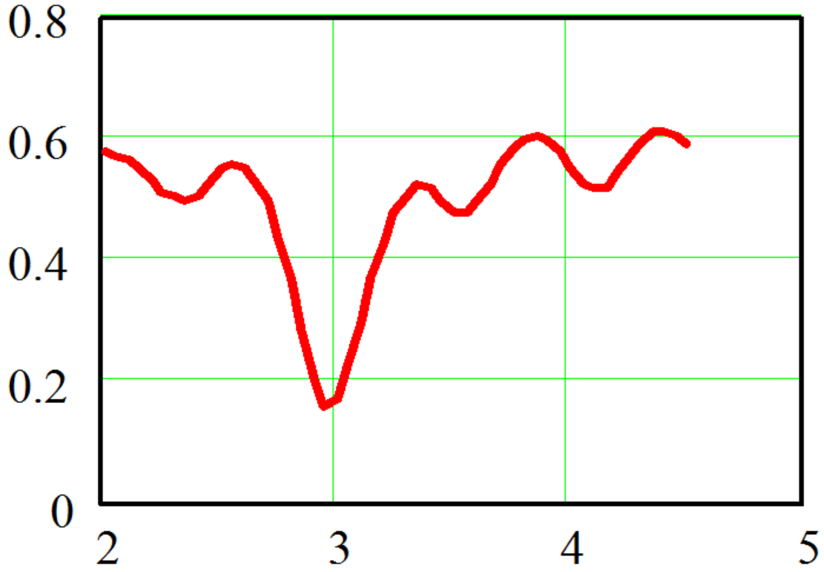


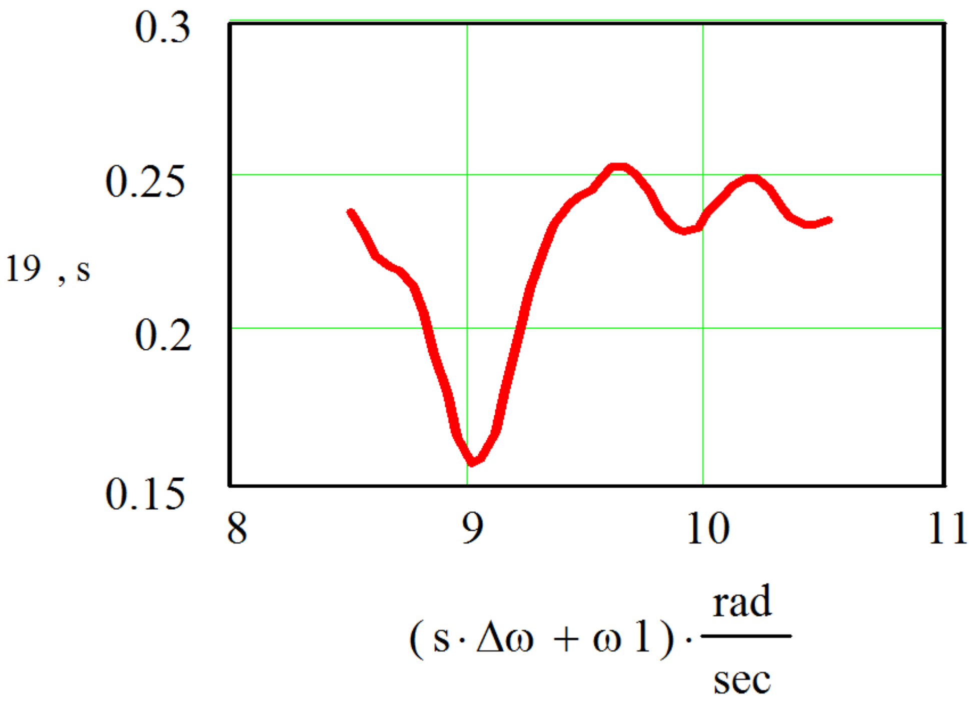
Рис 4.3 та 4.4 дають уявлення про те, як близько в просторі параметрів потрібно потрапити до точки глобального мінімуму в методі Монте-Карло, щоб не вийти на локальний мінімум і отримати не оптимальне рішення.



На рис 4.5 представлена топографія розглянутого критерію, даного на рис. 4.2. де легко простежити локальні екстремуми в області прийнятих для розрахунку можливих значень цих параметрів. На малюнку по осі абсцис відкладена перша, а по осі ординат друга гармоніки осциляцій об'єкта, при фіксованих значеннях всіх інших параметрів моделі .



На рис 4.6 зображено перетин розглянутого критерію, площиною перпендикулярній осі ординат і проходить через точку глобального мінімуму. Координата глобального мінімуму по осі абсцис - це оптимальне значення кругової частоти першої з гармонік моделі (4.1) в 2,962 rad / sec.



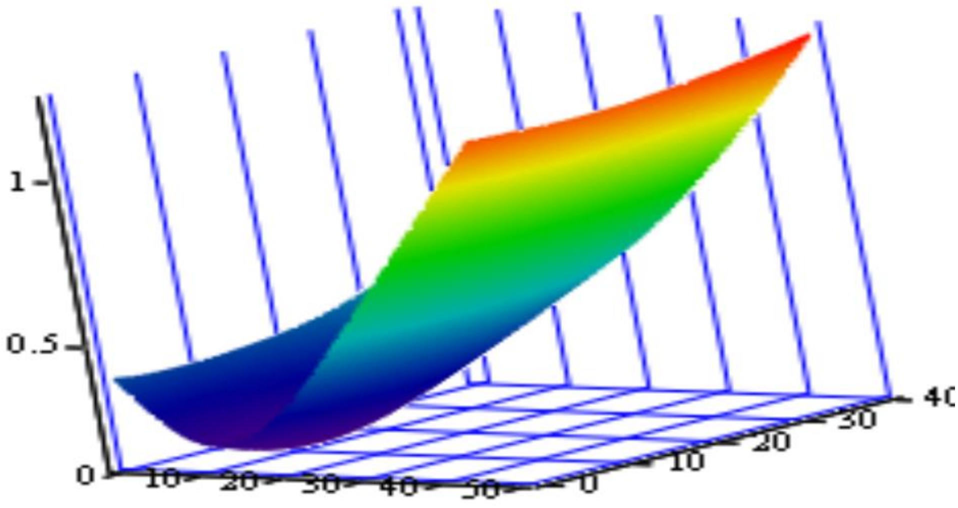
На рис 4.7 зображено перетин розглянутого критерію площиною перпендикулярній осі абсцис і проходить через точку глобального мінімуму. Глобальний мінімум дає оптимальне значення кругової частоти другої з гармоніки цієї моделі в 9,024 rad / sec.

Ці малюнки дають уявлення про те, як близько в просторі параметрів потрібно потрапити до точки глобального мінімуму в методі Монте-Карло, щоб не вийти на локальний мінімум і одержати не оптимальне рішення.

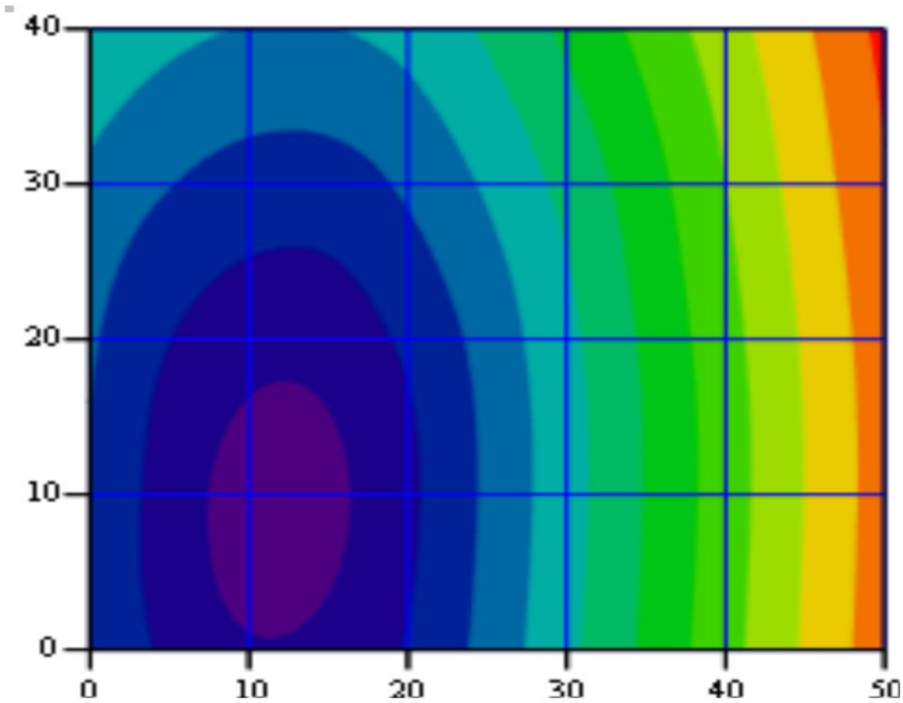
Для параметрів, що входять лінійно в модель ситуація значно простіше, оскільки для цих параметрів функціонал

$$F_k(\mathbf{П}_k); k = \overline{1, K}$$

(при фіксованих нелінійних параметрах) є увігнутим і струму екстремуму єдина.



На рис 4.8 дано залежність критерію згоди моделі від параметрів, що входять лінійно в модель: амплітуд першої (по осі абсцис) і другий (по осі ординат) гармонік осциляцій об'єкта, при фіксованих значеннях інших параметрах.



На рис. 4.9 зображена топографія критерію згоди моделі від параметрів, що входять лінійно в модель: амплітуд першої (по осі абсцис) і другий (по осі ординат) гармонік осциляцій об'єкта (при фіксованих інших параметрах).

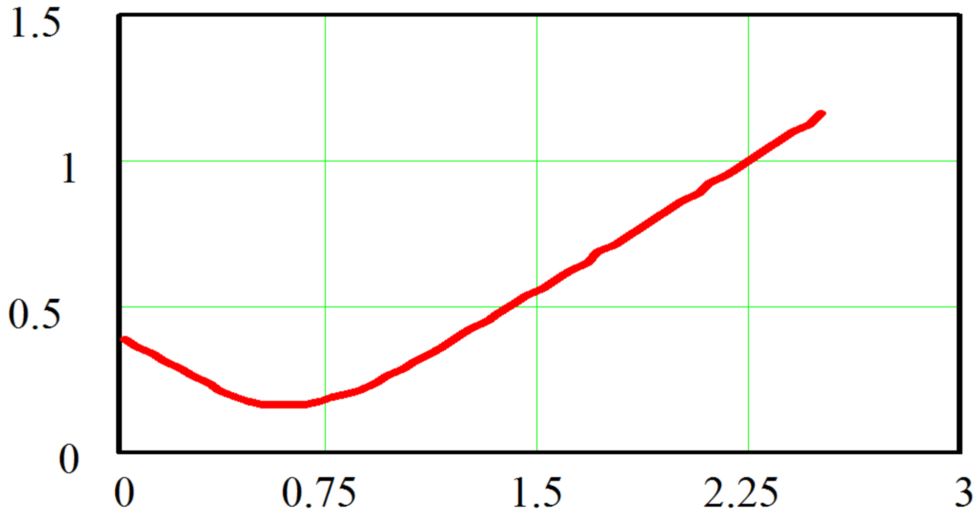


Рис 4.10 Перетин критерію, що представлений на попередньому малюнку площиною перпендикулярній осі ординат і проходить через точку глобального мінімуму.

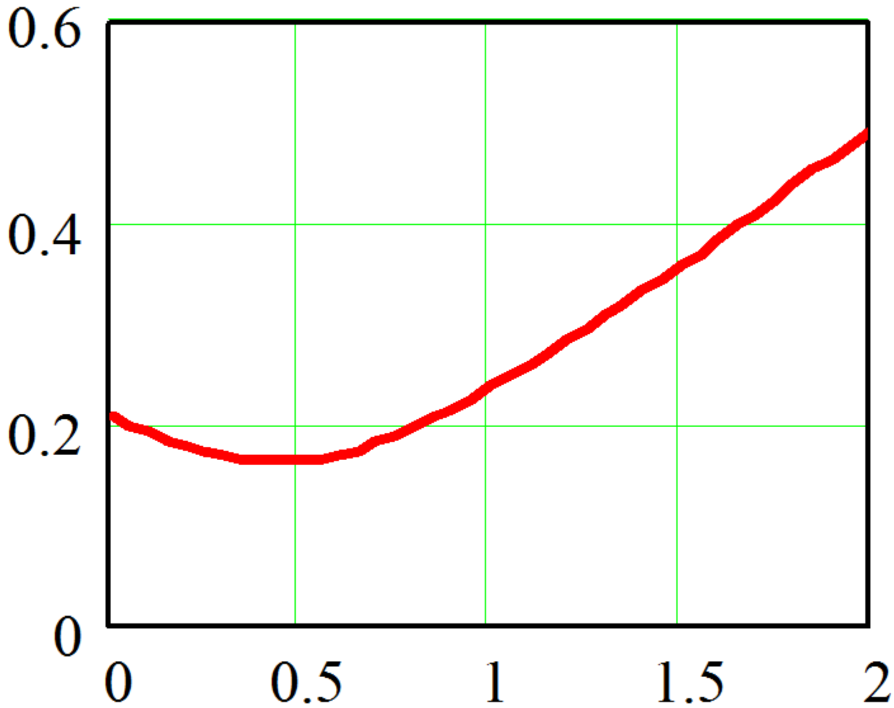


Рис. 4. 1 Перетин цього критерію площиною, що перпендикулярна осі абсцис і проходить через точку глобального мінімуму.

Координати мінімуму критерію, а це значення 0,698 і 0,452, дають оптимальні величини амплітуд першої і другої гармонік.

Таким чином знайдені оптимальні значення параметрів критерію 4.2.

Вектор оптимальних значень частот критерію 4.2:

$$\begin{pmatrix} 2.962 \\ 9.028 \\ 11.28 \end{pmatrix}$$

Вектор оптимальних значень амплітуд критерію 4.2:

$$\begin{pmatrix} 0.698 \\ 0.452 \\ 0.069 \end{pmatrix}$$

Вектор оптимальних значень фаз критерію 4.2:

$$\begin{pmatrix} 0.940 \\ -0.231 \\ 3.369 \end{pmatrix}$$

Вектор оптимальних значень декрементів критерію 4.2:

$$\begin{pmatrix} 7.327 \times 10^{-3} \\ 0.113 \\ -0.176 \end{pmatrix}$$

ВИСНОВКИ

Характеристики міцності будь-якого об'єкта залежать від його спектральних характеристик, тобто можливістю поширення пружних хвиль з різними параметрами. Структурна відмова матеріалу полягає у втраті несучої здатності елемента або безпосередньо всієї структури. Вона починається, коли напруги в матеріалі підходять до граничних, викликаючи надмірні деформації, коли матеріал в процесі повного циклу не повертається в початковий стан. Циклічні напруги повинні призводити до втоми матеріалу. Втома призводить до незворотних деформацій. Процес старіння в запропонованій моделі - це зміни параметрів матеріалу, які знаходять відображення в просторі ознак.

Постає проблема вибору простору ознак старіння і втоми. Оскільки ми маємо лише непряму інформацію про стан об'єкта у вигляді спектральних характеристик сигналів, то можемо здійснювати тільки непрямі вимірювання, пов'язані з поширенням хвиль зі своїми спектральними характеристиками. Це простір ґрунтується на параметрах функціонально пов'язаних з характеристиками об'єкта. У математичній моделі відображений процес формування форми флуктуючих сигналів. Стохастичні характеристики такого випадкового процесу і відображають процес зміни пружних характеристик матеріалу.

В даній роботі представлена параметрична математична модель інформативних спектральних ознак, що характеризують стан міцності об'єкта. Стаціонарна поведінка цих параметрів говорить про незмінну поведінку міцності досліджуваного об'єкта. Зміна стану цих ознак супроводжує зміна стану міцності досліджуваного об'єкта, що може привести до не бажає наслідків при його експлуатації.

Список використаної літератури

1. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Н.Арсенин // М.: Наука, 1979. - 284 с.

2. Белман Р. Динамическое программирование / Р. Белман // М.: Мир, 1960. - 459 с.

3. Plessix R.E. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications / R.E. Plessix // Geophys. J. Int., 2006, 167, - 495 p.

4. Соболь М.М. Численные методы Монте-Карло / М.М. Соболь // М.: Наука, 1973. - 311 с.

5. Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов / И.И. Гихман, А.В. Скороход // М.: Наука, 1965. – 654 с.

6. Крамер Г. Стационарные случайные процессы / Г. Крамер, М. Лидбетер //М.: Мир, 1969. - 398 с.

7. Мостовой В.С. Оптимальное обнаружение сигналов на фоне микросейсмического шума / Мостовой В.С. // Доп. НАН Украины. – 2008. – № 1. – С. 106-110.