

УДК 629.7.076.6

Васильєв І.Ю.¹, к.ф.-м.н., ст.наук.співр.,
Ткаченко Я.В.², к.ф.-м.н., ст.наук.співр.

Порівняльна ефективність дросельованих і релейних ракетних двигунів для навколоземних перельотів з малою тягою

¹Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, пр-т. Акад.
Глушкова, 4-е,

e-mail: igor_v@univ.kiev.ua

²Інститут механіки ім.С.П.Тимошенка НАНУ,
252680, м.Київ, вул. Нестерова, 3

e-mail: yaroslavvt@ukr.net

I.Yu. Vasiliev¹, PhD, Sr. Sci. Researcher
Ya.V. Tkachenko², PhD, Sr. Sci. Researcher

Comparative effectiveness of throttled and relay rocket engines for low-gravity near- Earth flights

¹Taras Shevchenko National University of Kyiv,
03680, Kyiv, Acad. Glushkova av., 4-e,

e-mail: igor_v@univ.kiev.ua

²SP Timoshenko Institute of Mechanics, Nesterov str,
3, 252680 Kyiv

e-mail: yaroslavvt@ukr.net

В рамках розв'язання задачі Майєра оптимального управління про перельот з витягнутої еліптичної орбіти на геостационарну з максимальним корисним навантаженням при заданій початковій масі космічного апарату малої тяги та фіксованої тривалості виконання динамічного маневру проведено порівняльний аналіз ефективності дросельованого і релейного режимів тяги. Чисельні результати підтвердили адекватність побудованої мат.моделі релейного ракетного двигуна постійної потужності і дозволили виявити ряд якісних особливостей керуючих функцій уздовж оптимальних перехідних траєкторій.

Ключові слова: оптимальне управління космічним апаратом, двигун малої тяги, міжорбітальні перельоти.

Within the framework of solving the Mayer problem of optimal control of a flight from an elongated elliptical orbit to a geostationary one with a maximum payload at a given initial mass of the low-thrust spacecraft and a fixed duration of the dynamic maneuver, a comparative analysis was made of the efficiency of throttled and relay thrust modes. Based on the data of the numerical solution of the corresponding two-point boundary value problem, the expected gain was confirmed of the throttling mode over the relay mode in the case of practically interesting low-thrust near-Earth maneuvers. Also the numerical results confirmed the adequacy of the constructed fixed-power relay rocket engine mathematical model and made it possible to reveal a number of qualitative features of the control functions along the optimal transition trajectories.

Keywords: optimal control of a spacevehicle, low thrust rocket engine, orbit-to-orbit transfers.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Жук Я.О.

1. Вступ

Стрімкий розвиток ракетно-космічної техніки вже в 70-х роках минулого століття поставив перед вченими і конструкторами проблему створення регульованих в широкому діапазоні по модулю тяги рідинних ракетних двигунів (РРД) космічних апаратів (КА). У літературі такі двигуни зазвичай називаються дросельованими ЖРД (ДЖРД) [1]. Як зазначається в [1], використання ДЖРД істотно розширює експлуатаційні можливості двигунів цього класу, знижує масу рухової установки і необхідний запас палива для вирішення таких

актуальних завдань космічного польоту, як стикування і причалювання космічних апаратів, їх маневрування на орбіті і посадка на безатмосферних планети, орієнтація і стабілізація в космічному просторі, а також при вході в атмосферу планет. Вказується, що деякі нові завдання космічних польотів, зокрема, орієнтація і стабілізація космічних апаратів з аеродинамічними поверхнями при вході в верхні шари атмосфери, взагалі не можуть бути вирішені без плавної зміни тяги двигуна, так як імпульсне включення призводить до неприпустимих відхилень в їх орієнтації і вимагає більш потужної теплової захисту, а отже

істотного обважнення. Таким чином, область застосування ДЖРД досить широка, при цьому значення середньої тяги і діапазон її зміни визначаються конкретним завданням.

Незважаючи на те, що публікації, присвячені ДЖРД, носять до теперішнього часу фрагментарний характер і відображають рішення лише деяких приватних питань, проведені вже на початковому етапі дослідження [1] показали, що плавна зміна тяги маршових двигунів носіїв, які здійснюють вихід космічних апаратів на навколоремні орбіти, дозволяє істотно, на 7-12%, збільшити корисне навантаження і знизити витрату компонентів палива шляхом оптимізації прискорення носія під час набору їм висоти. Актуальність в науковому та практичному плані створення ракетного двигуна, здатного працювати на режимах глибокого дроселювання підкреслюється також і в ряді сучасних публікацій. Зокрема, вказується на необхідність наявності ДЖРД на борту таких космічних апаратів як проєктований космічний сміттєзбирач, особливістю якого є багаторазовість включення ракетної рухової установки і регульована по величині в широкому діапазоні тяга.

У статті [2] представлений аналіз ефективності використання режиму дроселювання тяги на прикладі виконання класичного навколоремного маневру КА малої тяги, а саме, перельоту зі стартовою низької навколоремної орбіти на геостационарну орбіту з максимальним корисним навантаженням. При цьому дросельований двигун порівнювався з так званим ідеальним двигуном постійної потужності [3], концепція якого апріорі передбачає отримання верхньої оцінки зазначеної ефективності. Отримані в [2] результати дозволили зробити висновок про адекватність побудованої математичної моделі дросельованого двигуна і виявити ряд якісних особливостей оптимальних управлінь уздовж перехідних траєкторій КА.

У продовження дослідження, проведеного в статті [2], в даній роботі режим дроселювання тяги, тобто можливість плавної зміни її величини від нульового до максимального значення, порівнюється з релейним режимом, що передбачає уздовж перехідної траєкторії чергування кінцевого числа ділянок нульовий і максимальної тяги і забезпечує таким чином отримання нижньої оцінки ефективності режиму дроселювання.

2. Постановка задачі. Аналіз оптимального управління.

Розглядаючи КА як матеріальну точку змінної маси, запишемо систему диференціальних рівнянь, що описують рух центру мас апарату в поле дії центральної ньютонівської сили, у вигляді [4]

$$\begin{aligned} \frac{dx_j}{dt} &= \exp(\chi) F_{jk} w e_k, \quad j = \overline{1,5}, \quad k = \overline{1,3} \\ \frac{dF}{dt} &= F_{60} + \exp(\chi) F_{6k} w e_k \\ \frac{dm}{dt} &= -q \end{aligned} \quad (1)$$

Тут $\vec{x} = (\chi, h, k, p, q)$ - вектор рівноденних змінних, що описують параметри оскулюючих орбіт апарату, F - величина ексцентричної аномалії, m - поточна маса апарату, w - величина реактивного прискорення, $e_k, k = \overline{1,3}$ - напрямляючі косинуси вектора тяги двигуна щодо радіального, трансверсального і нормального до площини оскулюючого еліпса спрямування відповідно, q - секундна масова витрата робочого тіла ракетного двигуна. Функціональні залежності $F_{jk}(\vec{x}, F)$, $F_{60}(\vec{x}, F)$ вважаються заданими аналогічно тому, як це зроблено в роботі [4]. Систему (1) обізрозмірено у традиційний в механіці космічного польоту з малою тягою спосіб [3].

Релейний режим управління ракетним двигуном означає, що поточна величина тяги $P(t)$ приймає або нульове, або фіксоване максимальне значення P_0 . Таким чином, ввівши скалярну керуючу функцію $\sigma(t)$ зі значеннями з множини $\{0,1\}$, можемо записати вирази для тяги релейного двигуна, реактивного прискорення $w(t)$ і витрати робочого тіла двигуна $q(t)$ у вигляді

$$\begin{aligned} P(t) &= P_0 \sigma(t), \quad w(t) = p_0 \sigma(t) / m, \\ q(t) &= q_0 \sigma(t), \quad P_0 = p_0 P_*, \quad q_0 = P_0 / V_0 \end{aligned} \quad (2)$$

Тут P_* - максимальна величина тяги, V_0 - швидкість виділення реактивного струменя двигуна, що є фіксованою величиною згідно з припущенням про сталість потужності ракетного двигуна N_0 .

Співвідношення (2) перетворюють систему (1) до виду

$$\begin{cases} \frac{dx_j}{dt} = \exp(\chi) F_{jk} e_k p_0 \sigma / m, j = \overline{1,5}, k = \overline{1,3} \\ \frac{dF}{dt} = F_{60} + \exp(\chi) F_{6k} e_k p_0 \sigma / m, \\ \frac{dm}{dt} = -q_0 \sigma. \end{cases} \quad (3)$$

Будемо припускати, що поточна маса апарату $m(t)$ складається з маси корисного навантаження m_π , маси ракетного двигуна малої тяги m_χ , поточного запасу робочого тіла двигуна m_μ

$$m(t) = m_\mu(t) + m_\chi + m_\pi \quad (4),$$

і величина m_χ лінійно залежить від фіксованої при постановці величини максимальної потужності реактивного рушія n_0

$$m_\chi = \alpha n_0, N_0 = n_0 N_*, N_* = P_* V_* / 2 \quad (5)$$

Оптимізаційна задача типу Майєра про виконання заданого динамічного маневру КА, оснащеного релейним ракетним двигуном, формулюється так: необхідно визначити орт реактивної тяги апарату $\vec{e}(t)$ і керуючу функцію $\sigma(t)$, що забезпечують переліт між заданими еліптичними орбітами в центральному ньютонівському гравітаційному полі з максимальним значенням кінцевої маси апарату m_f при фіксованих величинах початкової маси m_0 , максимальної тяги і потужності ракетного двигуна p_0, n_0 , питомої ваги двигуна α і заданим часом виконання динамічного маневру T . Положення КА на початковій і кінцевій орбітах не фіксуються за припущенням.

$$\begin{aligned} t_0 = 0, x_j = x_{j0}, m(t_0) = m_0 = fix, \\ t_f = T = fix, x_j = x_{jf}, m_f \rightarrow \max \quad (6) \\ p_0 = fix, n_0 = fix, q_0 = p_0^2 / 2n_0 = fix \end{aligned}$$

Відзначимо, що вибір величини кінцевої маси КА в якості критерію якості в нашому випадку еквівалентний більш звичній вимоги забезпечення максимуму маси корисного навантаження m_π .

Дотримуючись процедури принципу максимуму запишемо функцію Понтрягіна задачі (3-6)

$$H = \exp(\chi) \frac{p_0 \sigma}{m} \lambda_{vk} e_k + \lambda_F F_{60} - \lambda_m q_0 \sigma \quad (7)$$

Тут $\lambda_{vk} = \lambda_j F_{jk} + \lambda_F F_{6k}$, $j = \overline{1,5}, k = \overline{1,3}$, $i = \lambda_j, \lambda_F, \lambda_m$ - приєднані функції системи (3).

Максимальне значення гамільтоніана (7) забезпечується виконанням наступних співвідношень для компонент орта реактивної тяги e_k

$$e_k^{opt} = \lambda_{vk} / \lambda_v, \lambda_v = \sqrt{\lambda_{v1}^2 + \lambda_{v2}^2 + \lambda_{v3}^2} \quad (8)$$

Неважко бачити, що релейне управління $\sigma(t)$ лінійно входить в вираз для гамільтоніана, перетвореного з урахуванням (8)

$$H = \sigma H_\sigma + \lambda_F F_{60}, H_\sigma = \exp(\chi) \frac{p_0}{m} \lambda_v - \lambda_m q_0, \quad (9)$$

тому вздовж регулярних траєкторій оптимальні значення $\sigma(t)$ необхідно підпорядковані наступним законом

$$\sigma_{opt}(t) = \begin{cases} 1, & H_\sigma > 0, \\ 0, & H_\sigma \leq 0 \end{cases} \quad (10)$$

Тут ми обмежувемося вивченням лише регулярних управлінь, залишаючи таким чином питання про можливість особливих управлінь за межами даного дослідження.

Співвідношення (8-10) дозволяють записати рівняння оптимального руху у вигляді

$$\begin{cases} \frac{dx_j}{dt} = \exp(\chi) \frac{p_0}{m} \sigma_{opt} \frac{1}{\lambda_v} \lambda_i f_{ji}, \\ \frac{dF}{dt} = F_{60} + \exp(\chi) \frac{p_0}{m} \sigma_{opt} \frac{1}{\lambda_v} \lambda_i f_{6i}, \\ \frac{dm}{dt} = -q_0 \sigma_{opt}, i = \overline{1,6}, j = \overline{1,5}, k = \overline{1,3} \end{cases} \quad (11)$$

Система диференціальних рівнянь, що описує динаміку зміни оптимальних преданих функцій задачі в нашому випадку записується аналогічно тому, як це зроблено в статті [2].

Крім того приєднані функції задачі підпорядковані також трьох перших інтегралів, наведених в роботі [5].

До необхідних умов оптимальності задачі (3-6) додаються також умови трансверсальності пов'язаних функцій λ_F, λ_m [6]

$$\lambda_F(0) = \lambda_F(T) = 0, \lambda_m(T) = 1 \quad (12)$$

3. Чисельні результати і обговорення

Порівняння ефективності релейних і дросельованих ракетних двигунів малої тяги проводилося на прикладі виконання практично цікавого навколосемного міжорбітального переходу КА з опорної еліптичної орбіти на геостационарну. При цьому стартова витягнута орбіта мала наступні параметри: радіус апогею - 60000 км, перигею - 30000 км, ексцентриситет - 1/3, нахил орбіти - 15° , при нульових значеннях аргументу перигея і довготи висхідного вузла. Радіус геостационарної орбіти передбачався рівним 42160 км. Як і в [2] параметри ракетної рухової установки малої тяги приймалися рівними: максимальна тяга $P_0=0.16Н$, швидкість виділення реактивного струменя $V_i=14,71$ км/сек, потужність двигуна $N_0 = P_0V_i/2=1,1768$ кВт. Початкова маса апарату M_0 приймалася рівною 750 кг, питома вага двигуна - 10 кг/кВт, при цьому маса рухової установки $m_x = M_x / M_0$ в разі дросельованої і релейного тяги є постійною величиною рівній 0,0157.

Для зазначеного динамічного маневру була чисельно вирішена задача про виконання перельоту КА з двигуном постійної тяги за мінімальний час. Час швидкодії T_f^{\min} при цьому виявився рівним 67,4145 діб., кінцева маса апарату m_f (в частках початкової маси) - 0.9155.

З метою порівняння ефективності режимів дросельованої і релейної тяги при виконанні навколосемних орбітальних маневрів використовувався набір фіксованих часів виконання заданого динамічного маневру, що перевищують T_f^{\min} , а саме, $T_f = \{67.42, 68, 70, 100, 150, 200, 300, 500\}$ діб. В ході чисельного рішення крайової задачі (6, 11, 12) були визначені величини оптимальних значень маси корисного навантаження і кінцевої маси апарату, оснащеного релейним ракетним двигуном постійної потужності. Відповідні дані для перельотів з дросельованим двигуном постійної потужності запозичені в [2]. Результати порівняльного аналізу ефективності двох розглянутих типів рухових систем наведені на рис. 1-2.

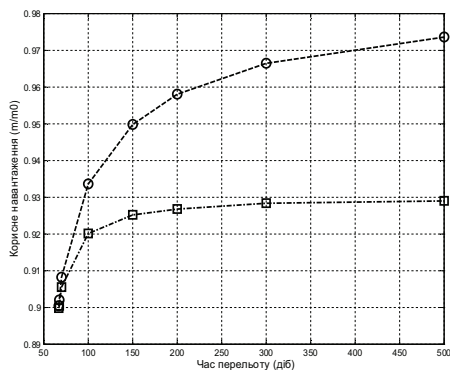


Рис. 1. Порівняння мас корисного навантаження для режиму дросельовання тяги (пунктір) і релейного режиму (штрих-пунктір)

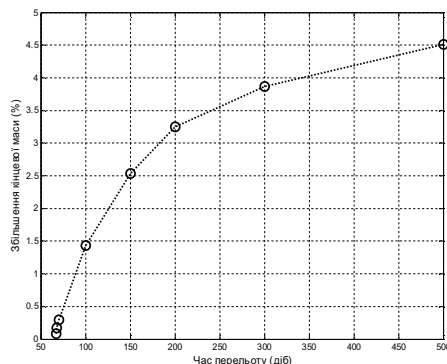


Рис. 2. Відносний вигрощ у величині кінцевої маси при дросельованні тяги

Наведені на рис. (1-2) залежності підтверджують цілком передбачувану ефективність плавного дросельовання тяги порівняно з релейним режимом для всього розглянутого діапазону заданих тривалостей навколосемного перельоту. Крім того, видно що зазначений вигрощ як у величині корисного навантаження маневру так і кінцевої маси КА монотонно зростає зі збільшенням часу виконання заданого перельоту T_f .

В рамках даного дослідження був також проведений порівняльний аналіз оптимальних управлінь дросельованого і релейного ракетних двигунів, отриманих в ході чисельного рішення двохточечної крайової задачі, до якої початкова оптимізаційна задача була зведена з використанням принципу максимуму Понтрягіна. Малюнки 3-5 ілюструють деякі якісні

особливості динаміки зміни рівня тяги уздовж оптимальної траєкторії переходу з витягнутої еліптичної орбіти на геостационар.

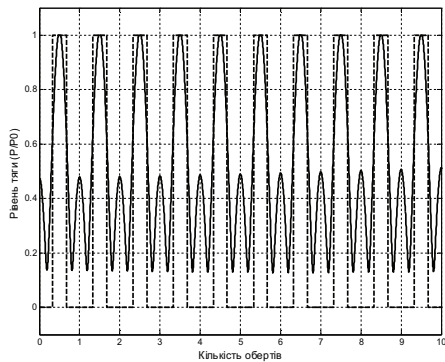


Рис.3. Рівень тяги для двох режимів управління.
 $T_f = 100$ діб. Перші 10 оборотів.

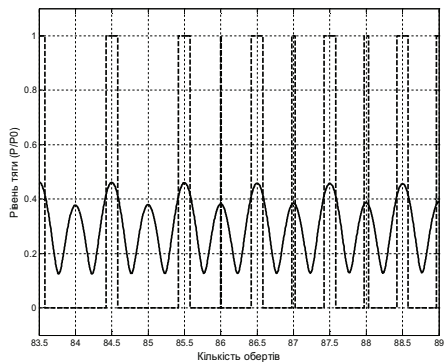


Рис.4. Рівень тяги для двох режимів управління.
 $T_f = 200$ діб. Обороти з 84 по 89.

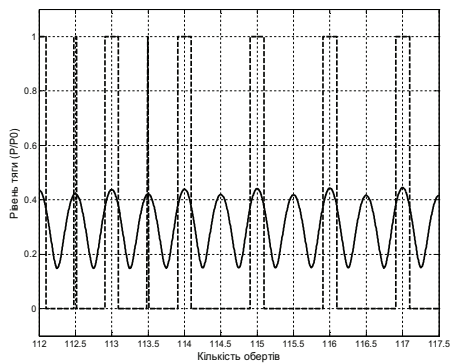


Рис.5. Рівень тяги для двох режимів управління.
 $T_f = 200$ діб. Обороти 112-117.

На рис.3 наведено порівняння рівня дросельованої (суцільна лінія) і релейної (пунктир) тяги на перших 10 оборотах уздовж оптимальної перехідної траєкторії при повній тривалості маневру, яка дорівнює 100 діб. На початку траєкторії очевидно переважає переважання перигейних ділянок тяги над апогейними для обох режимів, причому якщо в разі дроселювання мають місце як перигейний так і апогейний ділянки, то при релейному режимі апогейні ділянки відсутні повністю. У міру руху уздовж оптимальної траєкторії переважання апогейних ділянок над перигейними для дросельованого двигуна зменшується, а в разі релейного двигуна в середині траєкторії апогейні ділянки додатку тяги вперше з'являються (див. Рис.4). На останніх оборотах на відміну від початкових спостерігається вже деяке переважання апогейних ділянок тяги, при цьому для релейного двигуна перигейні ділянки відсутні (див. Рис.5). Крім того, наведені залежності вказують на зниження максимальних величин дросельованої тяги при збільшенні тривалості виконання навколосемного маневру КА (порів. Рис.3 і Рис.4,5), що в свою чергу пояснює зазначене вище зростання ефективності дроселювання тяги порівняно з релейним режимом.

4. Висновки

З метою отримання нижніх оцінок ефективності режиму дроселювання тяги КА, призначеного для виконання навколосемних міжорбітальних перельотів була побудована математична модель релейного ракетного двигуна постійної потужності. Тестування побудованої мат.моделі проводилося в рамках рішення оптимізаційної задачі про переліт з витягнутої еліптичної орбіти на геостационарну з максимальним корисним навантаженням при заданій початковій масі апарату та фіксованого тривалості виконання динамічного маневру. Порівняльний аналіз, заснований на даних чисельного рішення відповідної двухточечної крайової задачі, підтвердив очікуваний виграв режиму дроселювання над релейним режимом в збільшенні корисного навантаження КА при виконанні практично цікавих навколосемних маневрів з малою тягою. Крім того, отримані чисельні дані дозволили підтвердити адекватність побудованої мат. моделі релейного ракетного двигуна і провести порівняльний аналіз керуючих функцій розглянутих типів

двигунів уздовж оптимальних траєкторій міжорбітальних перельотів.

Відзначимо, що успішність в отриманні чисельних рішень як для релейного, так і дросельованого ракетних двигунів малої тяги обумовлена перш за все використанням

аналітичних рішень зазначеної крайової задачі в усередненої постановці, теорія яких розробляється авторами в ряді попередніх публікацій [2, 4, 7].

Список використаних джерел

1. Михайлов В.В. Дросселируемые жидкостные ракетные двигатели / В.В. Михайлов, В.Г. Базаров.– Москва: Машиностроение, 1985. – 170 с.
2. Кифоренко Б.Н. Эффективность использования дросселируемых ракетных двигателей малой тяги при выполнении околоземных орбитальных перелетов / Б.Н. Кифоренко, И.Ю. Васильев, Я.В. Ткаченко // Проблемы управления и информатики. – 2018. – №4. – С. 128-136.
3. Гроздовский Г.Л. Механика космического полета. Проблемы оптимизации / Г.Л. Гроздовский, Ю.Н. Иванов, В.В. Токарев.– Москва: Наука, 1975. –700 с.
4. Кифоренко Б.Н. Усреднение уравнений движения в задаче оптимизации по быстродействию межорбитального перехода с постоянной по величине тягой в сильном центральном гравитационном поле / Б.Н. Кифоренко, З.В. Пасечник, И.Ю. Васильев, // Проблемы управления и информатики. – 2001. – №6. – С. 62-76.
5. Кифоренко Б.Н. Использование равноденственных орбитальных элементов как переменных в задаче быстродействия при межорбитальном переходе с постоянной по величине тягой в сильном гравитационном поле / Б.Н. Кифоренко, З.В. Пасечник, И.Ю. Васильев, // Проблемы управления и информатики. – 2003. – №4. – С. 102-114.
6. Летов А.М. Динамика полета и управление / А.М. Летов.– Москва: Наука, 1969. –360 с.
7. Кифоренко Б.Н. Аналитические решения усредненных уравнений оптимального межорбитального перехода с постоянной по величине тягой в сильном гравитационном поле / Б.Н. Кифоренко, З.В. Пасечник, И.Ю. Васильев, // Проблемы управления и информатики. – 2002. – №2. – С. 126-139.

References

1. MIKHAYLOV, V., BAZAROV, V. (1985) *Drosseliruyemye zhidkostnye dvigateli*. Moskva: Mashinostroyeniye.
2. KIFORENKO, B., VASILIEV, I. and TKACHENKO, Ya. (2018) Effektivnost ispolzovanya drosseliruemyyh raketnyh dvigateley maloy tyagi pri vypolnenii okolozemnyh orbitalnyh pereletov. *Problemy upravleniya i informatiki*. 4. p.128-136.
3. GROZDOVSKIY, G., IVANOV, Yu. and TOKAREV, V. (1975) *Mehanika kosmicheskogo polyota*. *Problemy optimizacii*. Moskva: Nauka.
4. KIFORENKO, B., PASECHNIK, Z. and VASILIEV, I. (2001) Usrednenie uravneniy dvizheniya v zadache optimizacii po bystrodeystviyu mezhorbitalnogo perehoda s postoyannoy po velichine tyagoy v silnom centralnom gravitacionnom pole. *Problemy upravleniya i informatiki*. 6. p.62-76.
5. KIFORENKO, B., PASECHNIK, Z. and VASILIEV, I. (2003) Ispolzovanie ravnodenstvennyh orbitalnyh elementov kak peremennuh v zadache bystrodeystviya pri mezhorbitalnom perehode s postoyannoy po velichine tyagoy v silnom gravitacionnom pole. *Problemy upravleniya i informatiki*. 4. p.102-114.
6. LETOV, A. (1969) *Dinamika polyota i upravlenie*. Moskva: Nauka.
7. KIFORENKO, B., PASECHNIK, Z. and VASILIEV, I. (2002) Analiticheskiye resheniya usrednennyh uravneniy optimalnogo mezhorbitalnogo perehoda s postoyannoy po velichine tyagoy v silnom gravitacionnom pole. *Problemy upravleniya i informatiki*. 2. p.126-139.

Надійшла до редколегії 25.10.2019