

Міністерство освіти і науки України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Географічний факультет
Кафедра метеорології та кліматології

**Коригування чисельного прогнозу приземної швидкості вітру за
допомогою статистичного постпроцесингу на прикладі міста Бориспіль**

Галузь знань	10 – Природничі науки
Спеціальність	103 – Науки про Землю
Освітня програма	Метеорологія

Кваліфікаційна робота магістра
студента 2 курсу
освітнього рівня магістр
Козакевича Олексія Васильовича

Науковий керівник:
старший науковий співробітник відділу
фізики атмосфери УкрГМІ
Щеглов Олександр Андрійович

Київ – 2024

ЗМІСТ

ВСТУП	3
Розділ 1. Огляд літератури	5
1.1. Світовий та український досвід використання мезомасштабних чисельних моделей прогнозу погоди	5
1.2. Методи покращення точності прогнозів чисельних моделей прогнозу погоди (постпроцесінг).....	7
Розділ 2. Методологія роботи.....	13
Розділ 3. Результати роботи	23
3.1. Аналіз сезонного та добового ходу швидкості вітру на станції Бориспіль	23
3.2. Аналіз сезонного та добового ходу помилок прогнозу швидкості вітру	25
ВИСНОВКИ.....	30
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	32
ДОДАТКИ.....	34

ВСТУП

Актуальність дослідження. Прогнозування погоди є однією з найважливіших задач у метеорології, оскільки воно має значний вплив на різні аспекти життя суспільства, включаючи безпеку, економіку та управління природними ресурсами. Основу сучасного прогнозування погоди складають чисельні моделі, які дозволяють передбачати метеорологічні умови з високою точністю. Глобальні метеорологічні моделі, такі як ECMWF (Європейський центр середньострокових прогнозів погоди), GFS (Глобальна система прогнозування, США), та інші, використовуються для прогнозування погоди на великих територіях та надають загальний огляд метеорологічних умов на глобальному рівні. Ці моделі вирішують основні рівняння динаміки атмосфери на великих масштабах і важливі для розуміння широкомасштабних атмосферних процесів. Для більш детального аналізу та прогнозування метеорологічних умов на регіональному чи локальному рівнях застосовуються мезомасштабні моделі, такі як WRF (Weather Research and Forecasting Model). Ці моделі забезпечують високу просторову роздільність і здатні враховувати такі локальні фактори, як орографія, місцевість, та інші специфічні характеристики, що впливають на погоду в конкретному регіоні. Незважаючи на високий рівень розвитку та ефективності сучасних метеорологічних моделей, прогнози, засновані на цих моделях, часто вимагають корекції. Це пов'язано з обмеженнями моделей, що включають помилки у вхідних даних, недосконалість в описі фізичних процесів, та інші фактори. Використання статистичної постобробки, такої як методи корекції або ансамблеві прогнози, дозволяє підвищити точність прогнозів швидкості вітру на приземному рівні.

Мета роботи – оцінити точність прогнозів швидкості вітру за моделлю WRF4.0 та провести коригування прогнозів за допомогою врахування середніх помилок прогнозу.

Об'єкт дослідження – вітровий режим в районі метеорологічної станції Бориспіль.

Предмет дослідження – точність прогнозування вітрового режиму за моделлю WRF4.0 та ступінь покращення прогнозів за рахунок введення поправки на систематичну помилку моделі.

Задачі дослідження:

- Охарактеризувати вітровий режим на станції Бориспіль за наявними фактичними даними, зокрема в контексті сезонного, та добового ходу.
- Визначити статистичні параметри прогностичного та фактичного часових рядів, перевірити на наявність систематичного зсуву, провести корекцію прогнозів.
- Оцінити залежність помилки прогнозу швидкості вітру від абсолютного значення прогнозованої величини та визначити, чи змінюється залежність для прогнозів у різні строки (час доби) та із різною завчасністю.
- Вивести рівняння лінійної регресії окремо для прогнозів із різною завчасністю та отримати параметри значущості рівнянь.
- Оцінити ступінь покращення точності прогнозів за рахунок корекції систематичної похибки прогнозу та рівняння регресії.

Наукова новизна. В роботі проведено оцінку точності прогнозів швидкості вітру за моделлю WRF4.0 та вперше для цієї версії моделі визначено сезонні (місячні) поправки прогнозів для метеостанції Бориспіль, що може бути використано у прогностичній практиці.

Розділ 1. Огляд літератури

У сучасному світі зв'язок між технологіями та прогнозуванням стану навколишнього середовища став надзвичайно важливим. Модель дослідження та прогнозування погоди є ключовим гравцем на цьому перетині, надаючи цінну допомогу в аналізі та прогнозуванні погодних явищ. У цьому вступному розділі описано, як використовується модель WRF, її важливість та потенційні можливості застосування в рамках зусиль України щодо адаптації до глобальної та національної модернізації, а також до цифрових економічних процесів. [7]

1.1. Світовий та український досвід використання мезомасштабних чисельних моделей прогнозу погоди

Модель WRF була розроблена спільними зусиллями більше ніж десяти американських наукових організацій, включаючи Національне Управління океанічних і атмосферних досліджень (NOAA) і Національний науковий фонд (NSF). Її розробка почалася у 1990-х роках з метою створення гнучкої, наступного покоління мезомасштабної чисельної погодної моделі, що може бути використана як для оперативних прогнозів, так і для наукових досліджень атмосферних явищ.

Модель WRF відрізняється високою роздільною здатністю, що дозволяє точно відтворювати локальні метеорологічні умови і атмосферні явища. Вона підтримує різноманітні метеорологічні процеси, включаючи турбулентність, облік тепла та вологи, випадіння опадів, та інші важливі атмосферні процеси. Модель може використовуватися для симуляції широкого спектра метеорологічних умов від великих до дуже дрібних масштабів, а її гнучка архітектура дозволяє налаштування під конкретні потреби користувача.

WRF широко використовується не тільки в Сполучених Штатах, але й в інших країнах по всьому світу. Вона служить основою для національних метеорологічних служб у країнах Європи, Азії та інших регіонів для проведення як рутинних погодних прогнозів, так і для досліджень зміни клімату та інших атмосферних досліджень.

Через свою здатність моделювати різні атмосферні умови і процеси, WRF стала незамінним інструментом в галузі метеорології і кліматології.

Використання моделі дослідження та прогнозування погоди (WRF) відіграло важливу роль у розвитку метеорологічного прогнозування в Україні. Модель була інтегрована в різні системи та дослідження, продемонструвавши свою універсальність та ефективність у вирішенні регіональних проблем прогнозування погоди.

Український гідрометеорологічний інститут (УГМІ) активно впроваджує моделі чисельного прогнозування погоди (NWP) в оперативне прогнозування. Шпиг та ін. (2013) [9] обговорюють застосування цих моделей, підкреслюючи перехід від старих моделей, таких як MM5, до більш сучасної моделі WRF. Зокрема, модель WRF-ARW використовується з лютого 2008 року, надаючи детальні прогнози, які підтримують широкий спектр застосувань, від авіації до реагування на стихійні лиха.

Гузій та ін. (2008) [1] описують розвиток системи WRF-Україна, яка слугує комплексним програмним забезпеченням для чисельного прогнозування погоди, пристосованим до конкретних метеорологічних потреб України. Система інтегрує автоматизовані засоби візуалізації, статистичну постобробку та корекцію на основі нейронних мереж для підвищення точності прогнозу. Такий підхід гарантує, що результати моделі є не тільки точними, але й зручними для користувача, що дозволяє легко інтерпретувати та застосовувати їх у різних галузях.

Ковалець та ін. (2015) [6] провели пілотне дослідження з використанням ланцюжка моделей WRF/DHSVM для моделювання екстремальних паводків у басейні річки Уж в Українських Карпатах. Дослідження продемонструвало здатність моделі точно відтворювати статистику екстремальних опадів та паводків, що є критично важливим для оцінки ризиків паводків та планування стратегій пом'якшення їх наслідків. Успішне моделювання значної повені в липні 2008 року підкреслило надійність моделі та її застосовність у гірських регіонах, схильних до екстремальних погодних умов.

У роботі [2] розглядається розробка інформаційної веб-технології, яка дозволяє користувачам прогнозувати метеорологічні умови на будь-якій обраній території з високою роздільною здатністю. Це досягається шляхом адаптації сучасних метеорологічних моделей та веб-технологій для введення даних, отримання та візуалізації результатів. Основна увага в роботі приділена інтеграції цих технологій для забезпечення детального та індивідуального прогнозування погоди

Інтеграція моделі WRF в інфраструктуру метеорологічного прогнозування України значно підвищила точність і надійність прогнозів погоди. Дослідження та системи, розроблені на основі моделі WRF, такі як WRF-Україна, продемонстрували її здатність враховувати складні метеорологічні явища та надавати критичні дані для різних застосувань, від прогнозування повеней до щоденних прогнозів погоди. Подальший розвиток і вдосконалення цих моделей, ймовірно, підвищить їхню ефективність, сприяючи кращій готовності та реагуванню на погодні виклики в Україні.

1.2. Методи покращення точності прогнозів чисельних моделей прогнозу погоди (постпроцесінг)

Для підвищення точності чисельних прогнозів швидкості приземного вітру можна використовувати методи статистичної постобробки. Однією з найпоширеніших методик статистичної постобробки є використання корекції зсуву. Корекція зсуву передбачає аналіз розбіжностей між числовим прогнозом і фактично спостережуваною швидкістю вітру, а потім внесення поправок до прогнозу, щоб врахувати ці розбіжності.

Іншим підходом є використання квантильного картографування, яке передбачає зіставлення квантилів прогнозованої швидкості вітру з квантилями спостережуваної швидкості вітру. Це допомагає виправити будь-які систематичні помилки в прогнозі і наблизити його до даних спостережень.

Застосовуючи ці статистичні методи постобробки до чисельних прогнозів швидкості приземного вітру для міста Бориспіль, можна отримати більш точні та

надійні прогнози. Це може бути особливо важливим для різних секторів, таких як авіація, відновлювана енергетика та сільське господарство, де точність прогнозів швидкості вітру є важливою для процесів прийняття рішень.

Перспективним методом для покращення точності прогнозів є використання алгоритму Gradient Boosting Decision Tree для прогнозування швидкості вітру, який згідно досліджень [11] дозволяє отримати більш точні результати у порівнянні з оригінальними результатами моделі дослідження та прогнозування погоди та іншими моделями постобробки, такими як регресія на основі дерева рішень та багатосарова перцептронна регресія. Зокрема, алгоритм GBDT дозволив зменшити середньоквадратичну похибку швидкості вітру з 2,7-3,5 м/с в оригінальному результаті WRF на 1-1,5 м/с. Крім того, індекс згоди покращився на 0,10-0,20, коефіцієнт кореляції - на 0,10-0,18, а коефіцієнт ефективності Неша-Саткліффа - на -0,06-0,6. Характеристикою, яка найбільше вплинула на результати GBDT, була швидкість приземного вітру, а інші змінні, такі як місяць прогнозу, час прогнозу і температура, також впливали на результати.

Уніфікована система постобробки (UPP) NCEP для WRF була розроблена в Національному центрі екологічного прогнозування (NCEP) і використовується в оперативному режимі для моделей, що підтримуються NCEP. UPP має можливість постобробки результатів різних моделей NWP, включаючи WRF-NMM, WRF-ARW, негідростатичну великомасштабну модель на сітці B (NMMB), Глобальну систему прогнозування (GFS), Систему прогнозування клімату (CFS).

Центр тестування розробок (DTC) підтримує версію коду UPP для спільноти, яка узгоджується з тим, що використовується в NCEP. Функції та розробки NCEP постійно повертаються до пакету UPP спільноти, і так само члени спільноти заохочуються надавати нові функції до DTC для включення в операційний ко. [10] Ці дослідження висвітлюють широкий спектр методів, які можуть бути використані для постобробки результатів WRF-моделі з метою підвищення їх надійності та точності.

Кожен метод має свої сильні сторони, зосереджуючись на різних аспектах поліпшення прогнозу, від статистичного уточнення до передових програм машинного навчання.

Дослідження, проведене в статті [4] демонструє ефективність згорткових нейронних мереж для зменшення масштабу приземних прогнозів вітру. Підхід використовує можливості CNN для вивчення просторових особливостей на основі багатовимірних даних, що є особливо корисним для виявлення складних закономірностей, пов'язаних з атмосферними явищами. Методика зменшення масштабу задовольнила потребу в прогнозах вітру з більш високою роздільною здатністю, що є критично важливим для різних застосувань, таких як прогнозування виробництва енергії для наземних вітрових електростанцій. Результати свідчать про суттєве покращення просторової роздільної здатності та точності прогнозів вітру порівняно з традиційними методами інтерполяції. Таке покращення пояснюється здатністю CNN асимілювати та обробляти великі обсяги даних, надаючи більш детальні та локально релевантні прогнози швидкості вітру. Крім того, дослідження підкреслює потенціал CNN для трансформації галузі метеорологічного прогнозування, пропонуючи потужний інструмент для підвищення якості прогнозів швидкості вітру як у просторовому, так і в часовому вимірах. Цей прогрес може призвести до більш ефективних і надійних прогнозів виробництва вітрової енергії, кращого інформування управління електромережами та операцій з технічного обслуговування вітрових електростанцій.

У цілому, стаття сприяє більш широкому розумінню використання передових методів машинного навчання, таких як згорткові нейронні мережі, у сфері прогнозування погоди і є значним кроком на шляху до більш точного і детального прогнозування швидкості вітру.

У дослідженні [8] використовувався метод діагностики моделі WRF для прогнозування неконвективних поривів вітру, доповнений штучними нейронними мережами (ШНМ) для підвищення точності. Тестування різних алгоритмів ШНМ показало, що багат шаровий персептронний ШНМ зі специфічними конфігураціями

найефективніше підвищує точність прогнозування. Застосування цього ШНМ значно зменшило середньоквадратичну похибку і продемонструвало значне покращення середньої абсолютної похибки, середньоквадратичної похибки та R-квадрата на основі даних 32 синоптичних станцій в Ірані протягом 2014-2018 рр.

У дослідженні було проаналізовано кілька методів статистичної постобробки для підвищення точності прогнозів швидкості вітру в Пхьончхані, місті, що приймало зимові Олімпійські ігри 2018 року. Оцінювалися такі методи:

- Середній прогноз з виправленим упередженням: Коригує середнє значення прогнозу для зменшення зсуву.
- Прогноз з корекцією середнього значення та дисперсії: Коригує як середнє значення, так і дисперсію прогнозу.
- Прогноз із затухаючим усередненням: Використовує середньозважене значення, яке зменшується з часом.
- Прогноз з корекцією середнього абсолютного відхилення: Зосереджується на виправленні середнього абсолютного відхилення в прогнозах.
- Моделі статистики вихідних даних ансамблю (EMOS) і моделі усереднення байєсівської моделі (ВМА): Включають стандартні версії та спрощені версії, що припускають заміну членів ансамблю.

У дослідженні були використані спостереження з 26 станцій у Пхьончхані та 51 прогноз членів ансамблю від Європейського центру середньострокових прогнозів погоди (ECMWF), зібрані з травня 2013 року по березень 2016 року. Для оцінки статистичної узгодженості між прогнозами ансамблю та фактичними спостереженнями було проведено аналіз надійності за допомогою рангових гістограм.

Результати дослідження в роботі [5] показали, що ймовірнісні прогнози, отримані за допомогою моделей EMOS та ВМА, загалом перевершують прості прогнози, скориговані на зсув, у детермінованих прогнозах. Зокрема, моделі ВМА продемонстрували кращі навички ймовірнісного прогнозування порівняно з моделями EMOS. Серед оцінених методів спрощена версія моделі ВМА показала

найвищу якість прогнозування, хоча відмінності в якості прогнозування між різними реалізаціями EMOS і BMA були незначними, що свідчить про те, що обидва підходи є порівняно ефективними в підвищенні точності прогнозування за схожих умов.

Основною метою дослідження Брондера та Фудала [3] було оцінити статистичні похибки прогнозованих метеорологічних параметрів шляхом порівняння прогнозів моделі WRF з фактичними вимірюваннями синоптичних станцій та станцій METAR. Ця оцінка мала вирішальне значення для розуміння того, як помилки в метеорологічних прогнозах впливають на прогнози якості повітря. Дослідження охоплювало три обчислювальні області: Польща (D1), Сілезьке воєводство (D2) і Верхньосілезький столичний регіон (D3), кожна з яких має різну роздільну здатність сітки. Було створено шість сценаріїв для порівняння змодельованих даних з урахуванням і без урахування коригувань для кожної області та для оцінки впливу роздільної здатності сітки на точність прогнозу. Просторова протяжність та роздільна здатність сітки для областей була наступною: Польща (D1) з сіткою 10 км x 10 км, Сілезьке воєводство (D2) з сіткою 2 км x 2 км і Верхньосілезький столичний регіон (D3) з сіткою 1 км x 1 км. У дослідженні було використано шість оцінок помилок для оцінки ефективності моделі: Середня помилка (ME), середня абсолютна помилка (MAE), середня квадратична помилка (MSE), середньоквадратична помилка (RMSE), відсоткове зміщення (PBIAS) та ефективність Неша-Саткліффа (NSE). Ці оцінки дають повне уявлення про точність моделі, вказуючи на тенденції в даних, величину помилок і відповідність між спостережуваними і змодельованими даними. Аналіз виявив сезонні коливання точності прогнозу. Оцінки помилок для температури та швидкості вітру були найбільш сприятливими протягом літнього та осіннього сезонів і найменш сприятливими протягом весняного та зимового сезонів. Ця закономірність була послідовною для всіх сценаріїв. Для прогнозів температури агреговані похибки (MEA, MSE та RMSE) показали незначні відмінності між областями D2 та D3, що вказує на те, що збільшення роздільної здатності сітки не призвело до суттєвого покращення точності прогнозу. Сценарій 6, в якому порівнювалися змодельовані дані

з виміряними на станції Планетарій, показав помірний рівень розбіжності для температури з NSE 0,9385, що вказує на добрий збіг. На противагу цьому, помилки для прогнозу швидкості вітру зростали з підвищенням роздільної здатності сітки. Середні агреговані помилки для швидкості вітру були найвищими для області D3, що вказує на те, що більш висока роздільна здатність сітки не покращує точність прогнозу. Сценарій 6 показав значну розбіжність між змодельованими та виміряними даними швидкості вітру, з NSE приблизно -16,2, що свідчить про низьку продуктивність. Дослідження показало, що прогнози моделі WRF для температури повітря та швидкості вітру є достатньо точними для проектів InfoSMOG-MED та SMART, особливо в літній та осінній сезони. Однак, в зимовий та весняний сезони продуктивність моделі є менш сприятливою, особливо для прогнозу швидкості вітру. Отримані результати свідчать про те, що зменшення розміру комірки розрахункової сітки моделі не обов'язково призводить до зменшення помилок прогнозу. Рекомендується провести подальші дослідження для покращення даних прогнозу швидкості вітру в осінньо-зимовий період та для конкретних місцевостей. Крім того, дослідження підкреслило необхідність корекції модельних даних з даними вимірювань на синоптичних станціях та станціях METAR для більш точних прогнозів у Сілезькому воєводстві та Верхньосілезькому столичному регіоні.

Розділ 2. Методологія роботи

WRF (Weather Research and Forecasting) - це універсальна чисельна модель прогнозування погоди, призначена як для атмосферних досліджень, так і для оперативного прогнозування. Ось основні методології та компоненти, що використовуються у WRF:

- Advanced Research WRF (ARW): Це ядро використовує повністю стисливу негідростатичну модель, придатну для широкого спектру метеорологічних застосувань від метрів до тисяч кілометрів.

- Негідростатична мезомасштабна модель (NMM): Спочатку використовувалася для оперативного застосування, зокрема, Національними центрами прогнозування навколишнього середовища (NCEP).

- Асиміляція даних: WRF включає систему асиміляції даних WRF (WRFDA), яка інтегрує дані спостережень в модель для покращення початкових умов. Цей процес включає складні методи, такі як варіаційні методи та асиміляція ансамблевих даних.

- Параметризація фізики: мікрофізика, ця схема має справу з хмарами та процесами опадів. WRF надає декілька варіантів мікрофізики, що дозволяє моделювати утворення, ріст і випадання опадів.

Параметризація купчастості: Важлива для представлення конвективних процесів у масштабах сітки, які не можуть вирішити окремі конвективні комірки.

- Планетарний граничний шар (PBL): Різні схеми представляють турбулентні потоки тепла, імпульсу і вологи в прикордонному шарі.

Випромінювання: Як короткохвильові, так і довгохвильові процеси випромінювання обробляються різними схемами параметризації в рамках WRF.

Ініціалізація моделі та граничні умови: WRF можна ініціалізувати за допомогою даних глобальних моделей, таких як Глобальна система прогнозування (GFS) і реаналіз ERA5. Граничні умови забезпечують динамічну відповідність моделювання великомасштабним атмосферним умовам. WRF підтримує декілька рівнів вкладених сіток, що дозволяє проводити моделювання з високою роздільною здатністю в межах

більшої, грубої області. Це особливо корисно для моделювання дрібномасштабних метеорологічних явищ, таких як локальні шторми або міські погодні умови.

Модель розроблена для високопродуктивних обчислювальних середовищ, що підтримують паралельну обробку для виконання великих обчислень, необхідних для детального прогнозування погоди.

Використані дані: Архів прогнозів моделі WRF4.0 відділу фізики атмосфери УкрГМІ ДСНС та НАН України та фактичні дані на метеорологічній станції Бориспіль, надані Українським гідрометеорологічним центром. Архів даних містить в собі прогнози із завчасністю 24,48,72 та 96 годин за період з 2021 по 2023 рр.

WRF широко використовується і підтримується великою світовою спільнотою. У контексті національного гідрометеорологічного забезпечення, оперативні прогнози погоди обчислюються за допомогою моделі WRF ARW версії 4.0. Ці обчислення проводяться двічі на день, о 00:00 та 12:00 за гринвіцьким часом, використовуючи дані з глобальної моделі прогнозування погоди GFS. Горизонтальний крок сітки моделі становить 12 км, при цьому розміри сітки налічують 192 вузли з заходу на схід та 150 вузлів із півдня на північ.

Для обробки використовувався архів прогнозів моделі WRF4.0 відділу фізики атмосфери УкрГМІ ДСНС та НАН України та фактичні дані на метеорологічній станції Бориспіль, надані Українським гідрометеорологічним центром. Архів даних містить в собі прогнози із завчасністю 24,48,72 та 96 годин за період з 2021 по 2023 рр..

Для зчитування даних WRF було використано середовище Jupyter Notebook версії 6.5.4, використаний код представлено на рисунку 1. Для можливих уточнень було автоматизовано збір прогнозів погоди, код на рисунку 2.

```

1 import cartopy.feature as cfeature
2 import cartopy.crs as ccrs
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import xarray as xr
5
6 from metpy.cbook import get_test_data
7
8 ds = xr.open_dataset("Boryspil_WRF_ARW_v4.0_WS10m_202")
9 data_var = ds.metpy.parse_cf('WIND')
10 ds
11
12 y = data_var.XLAT
13 x = data_var.XLONG
14 im_data = data_var.isel(Time=0)
15 im_data
16
17 fig = plt.figure(figsize=(16, 16))
18 ax = fig.add_subplot(1, 1, 1, projection=ccrs.PlateCarree())
19 mp = ax.imshow(im_data, extent=(x.min(), x.max(), y.min(), y.max()), cmap='jet', origin='lower')
20 plt.title('WIND', fontsize=12)
21
22 states_provinces = cfeature.NaturalEarthFeature(
23     category='cultural',
24     name='admin_1_states_provinces_lines',
25     scale='10m',
26     facecolor='none')
27 ax.add_feature(cfeature.BORDERS, edgecolor='blue')
28 ax.add_feature(states_provinces, edgecolor='blue')
29
30 cbar = fig.colorbar(mp, shrink=0.3)
31 cbar.minorticks_on()
32
33 gl = ax.gridlines(draw_labels=True, alpha=0.1)
34 gl.top_labels = False
35 gl.right_labels = False
36
37 nlt.savefig("WRF test.png", dpi=330)

```

Рисунок 1. Код для зчитування файлу WRF

```

#!/usr/bin/env python
import requests
from bs4 import BeautifulSoup
import time

def save_webpage_text(url, output_file):
    response = requests.get(url)
    response.raise_for_status()
    soup = BeautifulSoup(response.text, 'html.parser')
    text = soup.get_text()
    with open(output_file, 'w', encoding='utf-8') as file:
        file.write(text)

months = ['01', '02', '03', '04', '05', '06', '07', '08', '09', '10', '11', '12']
year = str(2021)
for i in range(len(months)-1):
    m = months[i]
    m2 = months[i+1]
    url = 'https://www.ogimet.com/display_synops2.php?lang=en&lugar=33345&tipo=ALL&ord=DIR&nil=SI&fmt=\
txt&ano='+ year + '&mes='+ m + '&day=15&hora=06&anof='+ year + '&mesf='+ m2 + '&dayf=14&horaf=06&send=send'
    save_webpage_text(url, 'output' + m + '.txt')
    time.sleep(5) #перевірити, чи впливає наявність паузи на кількість заблокованих запитів
    print(m)

```

Рисунок 2. Код для збору прогнозів погоди

У роботі використано статистичні методи для корекції результатів моделі, зокрема:

Корекція зсуву – Коригування результатів моделі для більш точного узгодження з історичними даними спостережень.

Регресійний аналіз – Використання методів статистичної регресії для виявлення взаємозв'язків – між спостережуваними даними і результатами моделі, коригування прогнозу на основі цих взаємозв'язків.

Аналіз помилок – статистичні інструменти для аналізу та кількісної оцінки характеристик похибки прогнозів швидкості вітру. Поширені метрики: середню похибку (ME), середню абсолютну похибку (MAE), середньоквадратичну похибку (RMSE) та інші (PBIAS, NSE)

Mean Error (ME): Середня помилка. Це просто середнє значення всіх помилок. Якщо помилки від'ємні та додатні, вони можуть компенсувати одна одну, тому цей показник може не завжди вказувати на точність моделі.

Середня помилка розраховується наступним чином:

$$ME = \frac{\sum_{i=1}^n O_i - P_i}{n} \quad (1)$$

Mean Absolute Error (MAE): Середня абсолютна помилка. Вона вимірює середнє значення абсолютних відхилень між прогнозованими та спостережуваними значеннями. MAE не враховує напрям помилок, тобто всі помилки вважаються однаково важливими.

Середня абсолютна помилка розраховується наступним чином:

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |O_i - P_i|}{n} \quad (2)$$

де O – прогнозне значення, P – фактичне значення швидкості вітру, i – індекс, що вказує на порядковий номер прогнозу, n – загальна кількість прогнозів.

Mean Square Error (MSE): Середня квадратична помилка. Це середнє значення квадратів всіх помилок. Він часто використовується через свою математичну зручність, але великі помилки можуть зробити його значення великим.

Середня квадратична помилка розраховується наступним чином:

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{n} \quad (3)$$

де O – прогнозне значення, P – фактичне значення швидкості вітру, i – індекс, що вказує на порядковий номер прогнозу, n – загальна кількість прогнозів.

Root Mean Square Error (RMSE): Корінь середньої квадратичної помилки. Він бере квадратний корінь від MSE і перетворює його на ті самі одиниці, що й вихідні дані, що робить його легше інтерпретувати.

Корінь середньої квадратичної помилки наступним чином:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{n}} \quad (4)$$

де O – прогнозне значення, P – фактичне значення швидкості вітру, i – індекс, що вказує на порядковий номер прогнозу, n – загальна кількість прогнозів.

Percent Bias (PBIAS): Відсоткове зміщення. Цей показник визначає відсоток на який прогнози зміщені в порівнянні зі спостережуваними значеннями. Позитивне значення вказує на переоцінку, а негативне на недооцінку. Позитивне значення вказує на тенденцію до переоцінки моделі. Негативне значення вказує на тенденцію до недооцінки моделі. Ідеальне значення PBIAS дорівнює 0, що означає відсутність зміщення.

Відсоткове зміщення розраховується наступним чином:

$$PBIAS = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i) * 100}{\sum_{i=1}^n (O_i)} \right] \quad (5)$$

де O – прогнозне значення, P – фактичне значення швидкості вітру, i – індекс, що вказує на порядковий номер прогнозу, n – загальна кількість прогнозів.

Nash-Sutcliffe Efficiency (NSE): Ефективність Неша-Суткліфа. Цей показник вимірює ефективність моделі порівняно з простою середньою. Він варіюється від від'ємної нескінченності (дуже погана модель) до 1 (ідеальна модель). Зазвичай використовується для моделей, які прогнозують значення часових рядів або гідрологічних процесів:

- $0 < NSE < 1$: Прогноз моделі краще за середнє значення спостережень.
- $NSE = 0$: Прогноз моделі так само точний, як і середнє значення спостережень.
- $NSE < 0$: Прогноз моделі гірший за середнє значення спостережень.

Ефективність Неша-Суткліфа розраховується наступним чином:

$$NSE = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - O_{mean})^2} \right] \quad (6)$$

де O – прогнозне значення, P – фактичне значення швидкості вітру, i – індекс, що вказує на порядковий номер прогнозу, n – загальна кількість прогнозів.

Для оцінки систематичного зсуву дані були перетворені в ранжовані ряди, результати подані на прикладі 24-годинної завчасності прогнозу на рисунку 3. Виведення рівняння лінійної регресії подані на прикладі 24-годинної завчасності прогнозу на рисунку 4. За допомогою Excel були створені зведені таблиці для оцінки фактичного вітрового режиму. Для оцінки ступеня покращення прогнозованих даних після врахування похибки потрібно було додати цю похибку до кожного спостереження, що було автоматизовано макросами на рисунку 5. Всі похибки розраховано за період 2021-2022 рр. Валідація проводилася шляхом порівняння результатів скоригованих прогнозів моделі з фактичними даними з незалежної вибірки за 2023 рік.

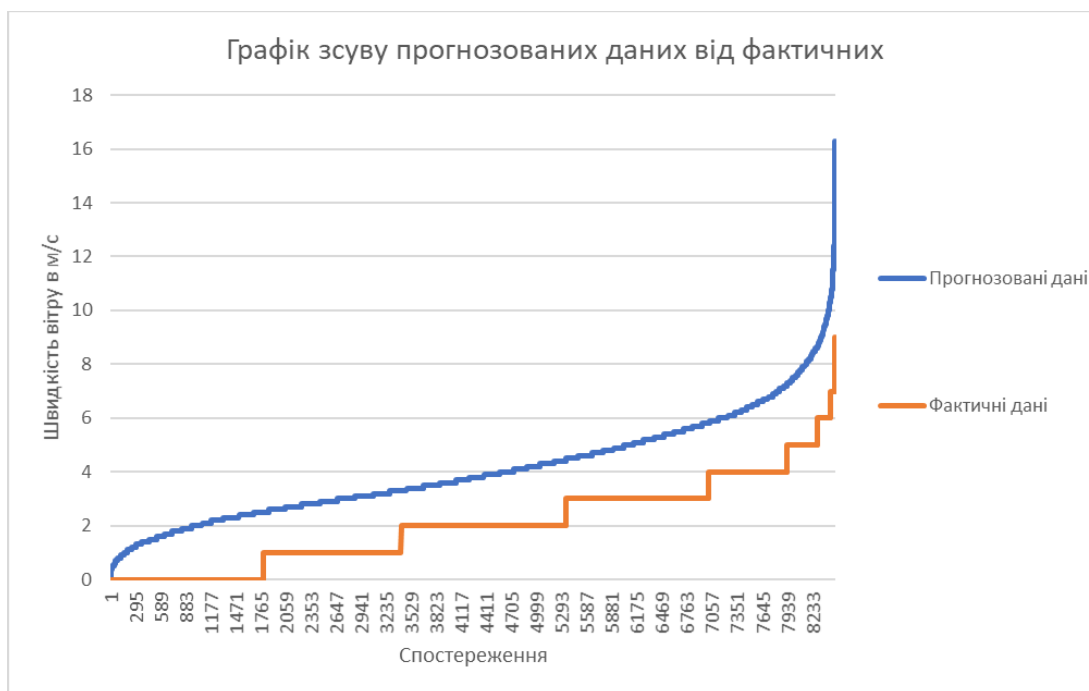


Рисунок 3. Графік ранжованих фактичних та прогнозованих рядів швидкості вітру на МС Бориспіль

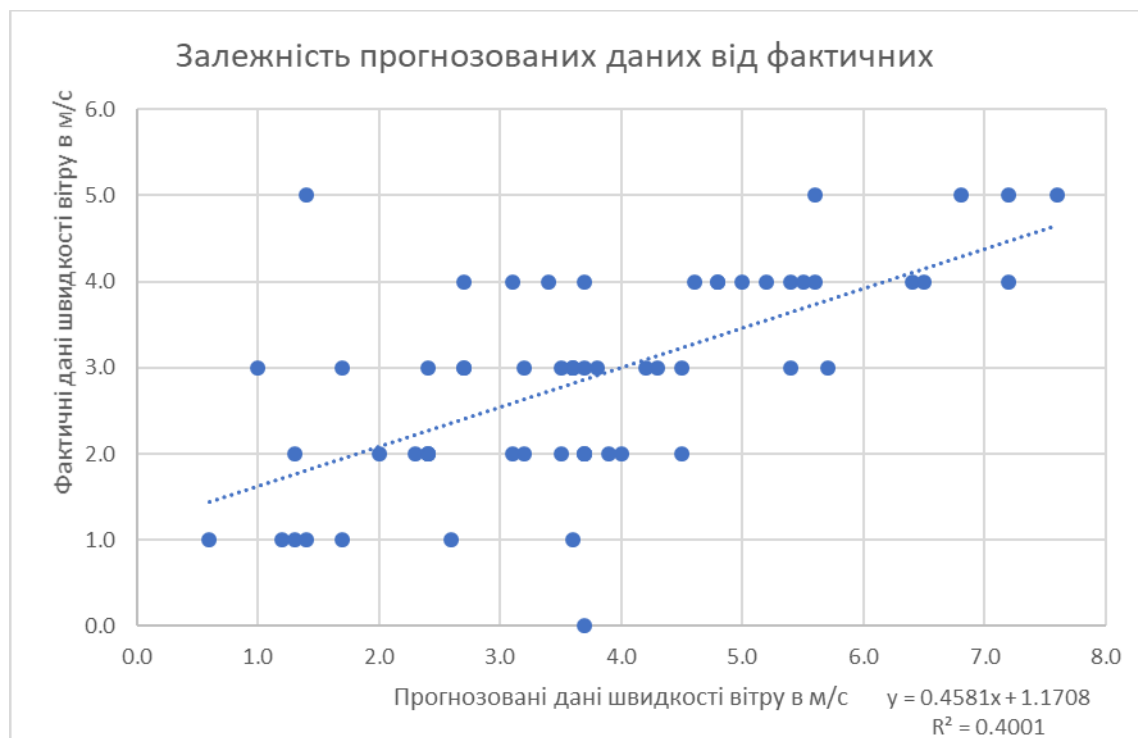


Рисунок 4. Залежність прогнозованих даних від фактичних

```

Dim r, c, tc, tr, resk As Long
Dim mon As Integer
Dim time As String
r = 2
Do While Cells(r, 1) <> ""
    mon = Cells(r, 7)
    time = Cells(r, 2)
    For tr = 1 + 2 To 12 + 2
        For tc = 1 + 13 To 8 + 13
            If mon = Cells(tr, 12) And time = Cells(2, tc) Then
                Cells(r, 9) = Cells(r, 3) - Cells(tr, tc)
                Cells(r, 10) = Cells(r, 9) - Cells(r, 4)
            Else
            End If
        Next tc
    Next tr
    r = r + 1
Loop
Cells(1, 9) = "Fcst(corrected)"
Cells(1, 10) = "d(Fcor-obs)"
End Sub

```

Рисунок 5. Макрос для врахування похибки у прогнозовані дані в середовищі VBA Excel

Лінійна регресія є одним з основних методів у статистиці, який використовується для моделювання залежності між однією залежною змінною (цільовою змінною) та однією або більше незалежними змінними (пояснюючими змінними). Лінійна регресія дозволяє передбачити значення залежної змінної на основі значень незалежних змінних.

Модель лінійної регресії виражається у вигляді лінійного рівняння:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon \quad (7)$$

де:

y - залежна змінна (цільова змінна).

x - незалежна змінна (пояснююча змінна).

β_0 - константа (вільний член) регресійної лінії, яке представляє значення y , коли $x=0$.

β_1 - коефіцієнт нахилу регресійної лінії, який показує, наскільки змінюється y при зміні x на одну одиницю.

ϵ - залишковий термін, який представляє собою похибки або шуми в моделі.

Обчислення лінійної регресії включає знаходження коефіцієнтів β_0 і β_1 , які мінімізують суму квадратів залишків (різницю між фактичними та передбаченими значеннями). Цей метод відомий як метод найменших квадратів.

Коефіцієнти обчислюються за допомогою наступних формул:

Коефіцієнт нахилу (β_1):

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (8)$$

Константа (β_0):

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x} \quad (9)$$

де:

x_i і y_i - значення незалежної та залежної змінних для i -го спостереження.

\bar{x} і \bar{y} - середні значення незалежної та залежної змінних.

n - кількість спостережень.

Трактування результатів:

Коефіцієнт нахилу (β_1):

Якщо $\beta_1 > 0$, то між x і y існує пряма залежність - зі збільшенням x у також збільшується.

Якщо $\beta_1 < 0$, то між x і y існує обернена залежність - зі збільшенням x у зменшується.

Константа (β_0):

Показує значення y , коли $x=0$. Це точка перетину регресійної лінії x віссю y .

Коефіцієнт детермінації (R^2):

Показує частку варіації залежної змінної y , яка пояснюється незалежною змінною x .

R^2 варіюється від 0 до 1. Чим ближче значення R^2 до 1, тим краще модель пояснює варіацію даних.

Лінійна регресія є потужним інструментом для аналізу залежностей між змінними і прогнозування значень залежної змінної. Вона широко використовується в різних галузях, таких як економіка, біологія, інженерія, зокрема і в метеорології. Результати лінійної регресії допомагають робити обґрунтовані висновки і приймати рішення на основі аналізу даних.

Для кожної години доби було побудовано окреме рівняння регресії, яке моделює залежність помилки прогнозу від абсолютного значення прогнозованої величини. Для кожної години було використано лінійну регресію для визначення коефіцієнтів нахилу (β_1) та константи (β_0).

Рівняння регресії має вигляд:

$$\text{Error} = \beta_1 \times \text{Absolute Forecast} + \beta_0 \quad (10)$$

Використовуючи отримані рівняння регресії, було скориговано вихідні прогнозовані значення. Для кожного спостереження обчислювалася помилка прогнозу за допомогою відповідного рівняння регресії для даної години доби і місяця. Скориговане значення прогнозу обчислювалося шляхом віднімання оціненої помилки від абсолютного значення прогнозу:

$$\text{Corrected Forecast} = \text{Absolute Forecast} - (\beta_1 \times \text{Absolute Forecast} + \beta_0) \quad (11)$$

Розділ 3. Результати роботи

3.1. Аналіз сезонного та добового ходу швидкості вітру на станції Бориспіль

Аналіз добового ходу вітру показує, що середня швидкість вітру має тенденцію до зростання вранці та досягає свого максимуму у денні години. Це може бути пов'язано з підвищенням температури та зміною атмосферного тиску протягом дня, що викликає більш інтенсивні вітрові потоки. Після піку в денні години, швидкість вітру знижується ввечері та досягає мінімуму у нічні години. Це зниження ввечері може бути зумовлене стабілізацією атмосферних умов та зниженням температурного градієнта.

Сезонний аналіз показує, що найвищі середні швидкості вітру спостерігаються у весняні місяці, особливо в квітні та травні, що може бути зумовлено активізацією атмосферних процесів після зимового періоду. Влітку швидкість вітру знижується, що відповідає загальному затишшю цього сезону, коли антициклони частіше стабілізують погоду. Наприкінці року, восени та на початку зими, швидкість вітру знову зростає, що може бути пов'язано з частими переходами фронтальних систем та збільшенням температурної варіабельності.

На рисунку 6 показано середній добовий хід швидкості вітру. Графік демонструє, що швидкість вітру має тенденцію до зростання вранці, досягає свого максимуму в денний час (близько 12:00 - 15:00), а потім знижується в вечірні і нічні години. Це може бути пояснено денним прогріванням поверхні землі, що сприяє утворенню термічних потоків і підвищенню швидкості вітру.

Рисунок 7 ілюструє середній сезонний хід швидкості вітру. Графік демонструє, що найвищі середні швидкості вітру спостерігаються у весняні місяці (квітень та травень), а також у перехідні сезони (осінь та рання зима). Літні місяці характеризуються нижчими швидкостями вітру, що може бути пов'язано з більш стабільними атмосферними умовами і меншою активністю циклонічних процесів.

Зимові місяці показують змішаний характер швидкості вітру з підвищенням швидкості через проходження фронтальних систем.

Ця характеристика дозволяє зробити висновок, що вітровий режим станції Бориспіль значно варіюється протягом дня та року, що пов'язано з загальними атмосферними процесами та зміною стану атмосфери у різні сезони. Знання цих особливостей допоможе в плануванні та реалізації заходів, залежних від вітрових умов, на даній території.

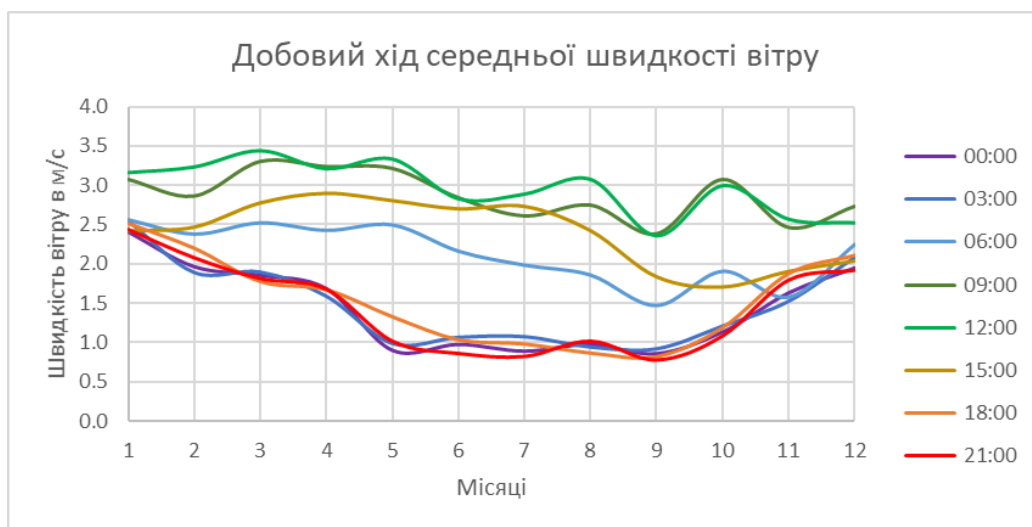


Рисунок 6. Добовий хід швидкості вітру на метеостанції Бориспіль

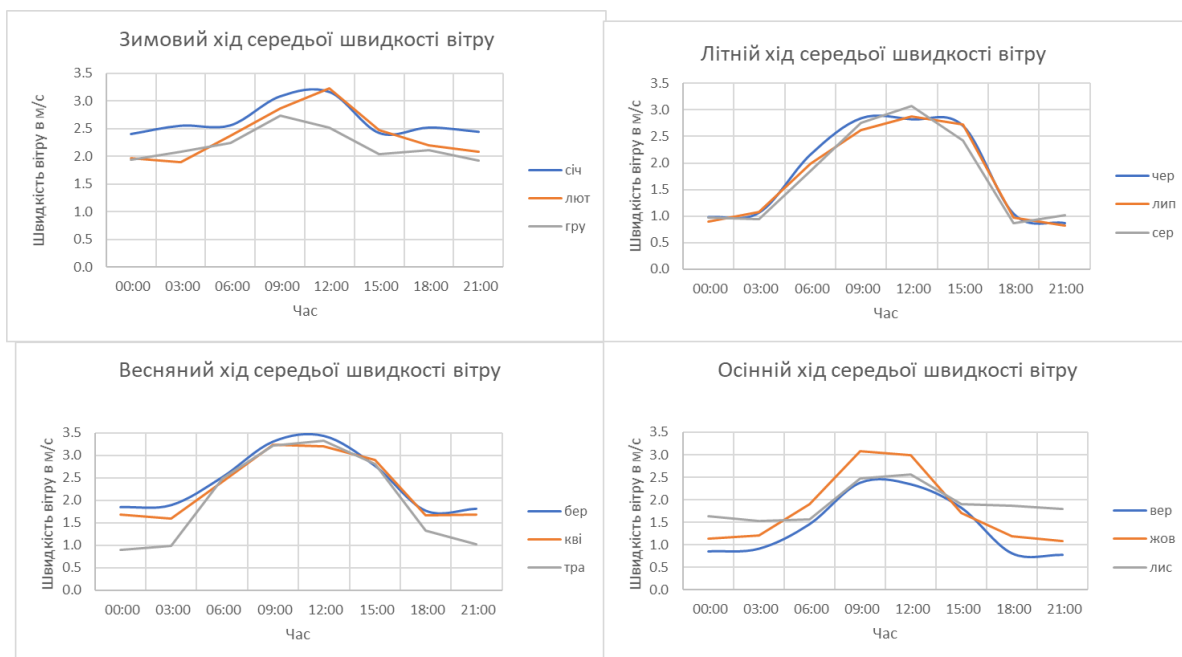


Рисунок 7. Добовий хід швидкості вітру на метеостанції Бориспіль

3.2. Аналіз сезонного та добового ходу помилок прогнозу швидкості вітру

Нижче наведені таблиці середнього зсуву для різної завчасності зроблені на основі даних 2021-2022 року подані в табл.1 – табл.4.

Таблиця 1. Середній зсув вітру для 24-годинної завчасності прогнозів

Місяці	00:00	03:00	06:00	09:00	12:00	15:00	18:00	21:00
Січень	2.7	2.6	2.7	2.5	2.1	2.6	2.7	2.5
Лютий	2.8	2.7	2.5	2.4	2.0	2.2	2.6	2.7
Березень	2.4	2.6	2.5	2.0	1.8	1.8	2.5	2.5
Квітень	2.0	2.1	1.7	1.3	1.5	1.3	2.0	2.0
Травень	2.3	2.3	1.2	1.0	1.1	1.3	1.9	2.4
Червень	2.0	2.0	1.2	0.8	0.9	0.7	1.8	2.1
Липень	2.2	1.7	1.0	0.7	0.7	0.8	1.9	2.3
Серпень	2.2	2.0	1.4	0.9	0.9	1.2	2.4	2.3
Вересень	2.2	2.1	1.7	1.2	1.3	1.6	2.6	2.3
Жовтень	2.6	2.7	2.8	1.9	2.2	2.1	2.7	2.8
Листопад	2.8	2.8	2.9	2.1	2.3	2.5	2.7	2.8
Грудень	2.7	2.5	2.5	2.3	2.3	2.6	2.7	2.8

Таблиця 2. Середній зсув вітру для 48-годинної завчасності прогнозів

Місяці	00:00	03:00	06:00	09:00	12:00	15:00	18:00	21:00
Січень	2.9	3.0	3.0	2.8	2.4	3.0	2.9	2.8
Лютий	2.9	3.0	3.0	2.8	2.4	2.4	2.7	2.9
Березень	2.6	2.6	2.5	2.2	2.1	2.1	2.5	2.3
Квітень	2.0	2.1	1.8	1.4	1.6	1.5	2.1	2.1
Травень	2.4	2.4	1.5	1.1	1.3	1.4	1.9	2.3
Червень	2.0	1.9	1.0	0.7	0.8	0.7	1.8	2.1
Липень	2.1	1.9	1.2	0.9	0.9	0.6	1.9	2.2
Серпень	2.0	1.8	1.3	1.0	0.7	1.2	2.4	2.0
Вересень	2.3	2.1	1.7	1.4	1.5	1.7	2.8	2.5
Жовтень	2.6	2.6	2.3	1.9	2.1	2.1	2.7	2.7
Листопад	2.4	2.6	2.8	2.0	2.2	2.3	2.5	2.5
Грудень	2.8	2.4	2.5	2.4	2.2	2.6	2.6	2.8

Таблиця 3. Середній зсув вітру для
72-годинної завчасності прогнозів

Місяці	00:00	03:00	06:00	09:00	12:00	15:00	18:00	21:00
Січень	2.7	2.8	3.0	2.8	2.4	2.8	2.7	2.5
Лютий	2.9	3.1	2.9	2.8	2.3	2.4	2.9	3.0
Березень	2.4	2.8	2.7	2.1	2.1	1.9	2.5	2.3
Квітень	2.2	2.4	2.1	1.8	1.7	1.4	2.3	2.2
Травень	2.3	2.4	1.3	1.0	1.0	1.2	1.8	2.3
Червень	2.1	2.1	1.2	1.0	1.0	0.7	1.9	2.3
Липень	2.1	2.1	1.3	1.2	0.9	0.8	1.8	2.0
Серпень	2.2	2.2	1.4	1.0	0.8	1.3	2.6	2.3
Вересень	2.2	2.2	1.7	1.4	1.4	1.6	2.6	2.4
Жовтень	2.5	2.5	2.4	2.0	2.1	2.1	2.6	2.5
Листопад	3.0	3.0	2.9	2.3	2.2	2.6	2.7	2.9
Грудень	2.6	2.5	2.5	2.5	2.6	2.7	2.5	2.6

Таблиця 4. Середній зсув вітру для
96-годинної завчасності прогнозів

Місяці	00:00	03:00	06:00	09:00	12:00	15:00	18:00	21:00
Січень	2.8	2.7	2.8	2.7	2.3	2.7	2.7	2.6
Лютий	2.7	3.0	2.8	2.6	2.4	2.6	3.0	2.9
Березень	2.6	2.6	2.5	2.0	2.0	2.0	2.6	2.6
Квітень	2.4	2.3	2.0	1.5	1.8	1.4	2.2	2.3
Травень	2.4	2.3	1.3	1.0	0.9	1.1	1.8	2.3
Червень	2.1	2.2	1.2	1.0	1.1	0.9	1.8	2.3
Липень	2.1	1.9	1.3	1.1	0.7	0.8	1.8	2.3
Серпень	2.2	2.2	1.3	1.0	0.6	1.3	2.5	2.3
Вересень	2.2	2.1	1.7	1.3	1.4	1.3	2.6	2.5
Жовтень	2.5	2.5	2.4	2.0	2.1	2.1	2.8	2.8
Листопад	2.7	3.0	3.1	2.5	2.5	2.8	2.8	2.8
Грудень	2.8	2.5	2.4	2.2	2.5	2.7	2.6	2.9

З результатів можна зробити висновок:

- середній зсув вітру має виражену сезонну змінність, яка значно варіюється в залежності від місяця. Наприклад, зсуви в зимові місяці більші, ніж в літні;
- середній зсув також варіюється протягом доби. Найбільші зсуви спостерігаються в нічні та ранкові години;

- зі збільшенням завчасності прогнозу зсуви мають тенденцію до збільшення. Це відображає природне зниження точності прогнозів при збільшенні періоду прогнозування.

Розрахунки статистичних показників для скоригованих прогнозів за 2023 рік подані в табл.5.

Таблиця 5. Порівняння статистичних показників між оригінальними і скоригованими прогнозами

	MAE				PBIAS				RMSE				HSE			
	24	48	72	96	24	48	72	96	24	48	72	96	24	48	72	96
Оригінал	2.1	2.2	2.2	2.3	102%	106%	105%	106%	2.5	2.6	2.7	2.8	-	-	-	-
Скориговані	0.9	1.0	1.0	1.2	4%	5%	2%	3%	1.2	1.3	1.4	1.6	0,429	0.308	0.227	0.026

Корекція прогнозів значно покращує всі статистичні показники.

Найбільше покращення спостерігається у зменшенні ME, MAE, PBIAS та RMSE. NSE для скоригованих прогнозів значно покращився, що вказує на те, що скориговані прогнози більш точно передбачають спостереження.

У таблиці нижче (табл. 6) наведено порівняння результатів регресійного аналізу і корекції по середньому зсуву: зокрема середню абсолютну помилку (MAE), відсоткове зміщення (PBIAS), середньоквадратичну помилку (RMSE) і ефективність Неша-Саткліффа (NSE).

Таблиця 6. Регресія

	MAE				PBIAS				RMSE				HSE			
	24	48	72	96	24	48	72	96	24	48	72	96	24	48	72	96
Врахування зсуву (по середньому)	0.9	1.0	1.0	1.2	4%	5%	2%	3%	1.2	1.3	1.4	1.6	0,429	0.308	0.227	0.026
Регресія	1.2	1.2	1.3	1.3	0.8%	-0.06%	2%	6%	1.4	1.4	1.5	1.6	0.133	0.139	0.080	-0.053

Можна зробити висновок, що корекція зсуву та регресійна корекція значно покращують всі статистичні показники. При цьому корекція зсуву на основі середніх значень показує значно кращі результати у порівнянні з регресійною корекцією для всіх завчасностей прогнозу. І якщо показник MAE ще не настільки критичний, так як в усіх результатах скореговане значення демонструє більшу точність, тоді як показник NSE беззаперечно кращий для першого аналізу. Для 96-годинної завчасності методом лінійної регресії показник взагалі виявився від'ємним.

Результати розрахунків середньої абсолютної помилки (MAE), середньоквадратичної помилки (RMSE) та ефективності Неша-Саткліффа (NSE) для прогнозів швидкості вітру в різні сезони (весна, літо, осінь, зима) і для різних завчасностей прогнозу (24, 48, 72, 96 годин) представлені у таблиці 7.

Таблиця 7. Результати розрахунків сезонної похибки у лінійній регресії для швидкості вітру

Завчасність	Похибка	Весна	Літо	Осінь	Зима
24	MAE	1.3091	1.5044	1.2686	0.8512
24	RMSE	1.5629	1.7301	1.4691	1.0662
24	NSE	0.047	-0.3726	0.26	0.4338
48	MAE	1.2687	1.4814	1.2671	0.8903
48	RMSE	1.5105	1.7193	1.4923	1.1098
48	NSE	0.1167	-0.3555	0.2365	0.3964
72	MAE	1.3108	1.5057	1.2866	0.9306
72	RMSE	1.5679	1.7619	1.5097	1.1788
72	NSE	0.0415	-0.4235	0.2185	0.3017
96	MAE	1.3922	1.5092	1.4041	0.9970
96	RMSE	1.7210	1.7992	1.6568	1.2651
96	NSE	-0.155	-0.4845	0.0589	0.1764

Показники помилок вказують на те, що модель прогнозує швидкість вітру з досить високою точністю у весняні місяці. Значення NSE показують задовільну точність.

У літні місяці спостерігається деяке зниження точності прогнозів, що може бути пов'язане зі стабільнішими атмосферними умовами.

Похибки в осінні місяці дещо зростають, що може бути зумовлено частими змінами погоди.

У зимові місяці лінійна регресія демонструє найменші значення похибок і найвищі значення NSE, що свідчить про високу точність прогнозів в цей період.

Усі використані рівняння лінійної регресії для корекції прогностичних даних подані в табл.8 – табл. 11 (додаток А). Коефіцієнти детермінації (R^2) свідчать про те, що найкращі результати досягаються при завчасності 24 години, тоді як при завчасності 96 годин точність значно знижується. Це підкреслює важливість використання методів корекції для покращення прогнозів із значною завчасністю.

ВИСНОВКИ

У даній роботі проведено детальний аналіз точності прогнозів швидкості вітру на метеостанції Бориспіль з використанням чисельної моделі WRF4.0 та методів статистичної корекції.

Аналіз даних показав, що швидкість вітру має чітко виражену сезонну і добову варіабельність. Найбільші швидкості вітру спостерігаються в весняні місяці, а найменші – влітку. Добовий хід швидкості вітру характеризується зростанням в ранкові години та максимальними значеннями вдень.

Точність прогнозів швидкості вітру знижується зі збільшенням завчасності. Середні абсолютні помилки (MAE) та середньоквадратичні помилки (RMSE) зростають при переході від 24 до 96 годин завчасності. Найбільша похибка спостерігається при завчасності 96 годин.

Використання методів статистичної постобробки, таких як корекція зсуву та регресійний аналіз, значно покращує точність прогнозів. Показники MAE, PBIAS, RMSE та NSE вказують на те, що скориговані прогнози є більш точними порівняно з оригінальними.

Регресійний аналіз показав помірну ефективність при корекції прогнозів швидкості вітру. Коефіцієнти детермінації (R^2) вказують на те, що регресійні моделі частково пояснюють змінність швидкості вітру залежно від місяця та години доби.

Сезонний аналіз показав, що точність прогнозів залежить від пори року. Найменші похибки спостерігаються взимку, що може суперечити іншим дослідженням. У літні місяці точність прогнозів знижується.

Отримані результати можуть бути використані для покращення прогнозів швидкості вітру на метеостанції Бориспіль та інших подібних станціях. Це особливо важливо для галузей, де точність прогнозів має критичне значення, таких як авіація та енергетика.

Узагальнюючи, можна сказати, що застосування методів статистичної корекції дозволяє значно підвищити точність прогнозів швидкості вітру, що є важливим кроком до покращення метеорологічного обслуговування. Проведений аналіз підтверджує доцільність використання корекційних методів для різних завчасностей прогнозу та в різних сезонних умовах. І його можна ускладнювати задля отримання кращих результатів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Гузий А. М., Ковалец И. В., Кущан А. А., Железняк М. И. Система численного прогноза погоды WRF-Украина // Математические машины и системы. — 2008. — Т. 1, № 4. — С. 123-131.
2. Ковалець І.В., Майстренко С.Н., Донцов-Загреба Т.О., Халченков О.В., Ануліч С.М., Полонський О.О., Хурцилава К.В. Веб-система прогнозування метеорологічних умов для довільної території на детальних сітках // Математичні машини та системи. — 2018. — № 1. — С. 78–89.
3. Bronder J., Fudała J. Verification of the Weather Research and Forecasting Model (WRF) for the Domain of Silesian Voivodeship and Upper Silesia Metropolitan Region // ACEE. — 2023. — Т. 16, № 1. — С. 103-112. URL: <https://doi.org/10.2478/acee-2023-0008>
4. Dupuy F., Durand P., Hedde T. Downscaling of surface wind forecasts using convolutional neural networks // Nonlin. Processes Geophys. — 2023. — Т. 30, С. 553–570. URL: <https://doi.org/10.5194/npg-30-553-2023>
5. Han K., Choi J., Kim C. Comparison of Statistical Post-Processing Methods for Probabilistic Wind Speed Forecasting // Springer Science+Business Media. — 2018. — Т. 54, № 1. — С. 91-101. URL: <https://doi.org/10.1007/s13143-017-0062-z>
6. Kovalets I. V., Kivva S., Udovenko O. Usage of the WRF/DHSVM model chain for simulation of extreme floods in mountainous areas: a pilot study for the Uzh River Basin in the Ukrainian Carpathians // Springer Science+Business Media. — 2014. — Т. 75, № 2. — С. 2049-2063. URL: <https://doi.org/10.1007/s11069-014-1412-0>
7. Kvasniy L., Tatomyr I. Ukraine in the context of global and national modern servisation processes and digital economy // 2020, September 9. URL: <https://doi.org/10.46489/uitcog0909>
8. Mohammadi M. M., Meshkatee A. H., Ghader S., Azadi M. Wind gust forecasting by post-processing the WRF model outputs using ANN // Elsevier BV. — 2024. — Т. 105. — С. 101425-101425. URL: <https://doi.org/10.1016/j.dynatmoce.2023.101425>

9. Shpyg V., Budak I., Pishniak D., Poperechnyi P. The Application of Regional NWP Models to Operational Weather Forecasting in Ukraine // 2013.
10. UPP V10.1.0 Release. URL: <https://dtcenter.org/community-code/unified-post-processor-upp/upp-v10-1-0-release>
11. Xu W., Ning L., Luo Y. Wind Speed Forecast Based on Post-Processing of Numerical Weather Predictions Using a Gradient Boosting Decision Tree Algorithm // 2020, July 12. URL: <https://doi.org/10.3390/atmos11070738>

ДОДАТКИ

Таблиця 8. Результати регресійного аналізу
для завчасності 24 години

Місяць	Година	Коефіцієнт детермінації	Рівняння
1	0	0.6395256472784318	$y = 0.6854x + -1.1789$
1	3	0.7895893104604396	$y = 0.6815x + -1.0384$
1	6	0.744887091856696	$y = 0.663x + -0.9305$
1	9	0.6878327775513782	$y = 0.5536x + -0.0397$
1	12	0.6812851251109497	$y = 0.5332x + 0.3652$
1	15	0.6563461830016912	$y = 0.513x + -0.3344$
1	18	0.7142553332517316	$y = 0.7246x + -1.3792$
1	21	0.7572786558091013	$y = 0.7478x + -1.3068$
2	0	0.6065797687931622	$y = 0.5145x + -0.5511$
2	3	0.6714901285139869	$y = 0.6408x + -1.0943$
2	6	0.6141156406846706	$y = 0.5997x + -0.6999$
2	9	0.6499712502248776	$y = 0.5847x + -0.2802$
2	12	0.537035694192661	$y = 0.4563x + 0.7696$
2	15	0.5544575330214331	$y = 0.5238x + -0.1149$
2	18	0.7425018849184228	$y = 0.6664x + -1.0196$
2	21	0.6621553320712028	$y = 0.5372x + -0.6182$
3	0	0.5558091793959916	$y = 0.5507x + -0.5978$
3	3	0.8222584903193669	$y = 0.6965x + -1.1239$
3	6	0.6970099736363198	$y = 0.5763x + -0.3501$
3	9	0.6942587650418557	$y = 0.5177x + 0.5031$
3	12	0.6565876089260603	$y = 0.5244x + 0.645$
3	15	0.6575450466308291	$y = 0.62x + -0.0739$
3	18	0.5701409268242659	$y = 0.5647x + -0.7476$
3	21	0.41745012852096197	$y = 0.5117x + -0.4668$
4	0	0.3933405191639392	$y = 0.5995x + -0.4254$
4	3	0.670933952215326	$y = 0.6848x + -0.956$
4	6	0.6394166734026243	$y = 0.5995x + -0.0456$
4	9	0.6630531104200861	$y = 0.6648x + 0.322$
4	12	0.5964558594478916	$y = 0.6503x + 0.2065$
4	15	0.5925707116913355	$y = 0.6574x + 0.1646$
4	18	0.5627824684285827	$y = 0.7745x + -1.2125$
4	21	0.516209713854124	$y = 0.6546x + -0.6663$
5	0	0.3844363967505746	$y = 0.6188x + -1.0075$
5	3	0.5659317869848142	$y = 0.7071x + -1.3592$
5	6	0.6207078951352514	$y = 0.5973x + 0.3414$
5	9	0.48970196918360265	$y = 0.5393x + 1.0161$
5	12	0.5806696826356619	$y = 0.6158x + 0.5397$
5	15	0.5259477477580627	$y = 0.661x + 0.0956$
5	18	0.44274120038952525	$y = 0.6659x + -0.761$

Продовження табл. 8

5	21	0.39155032320788274	$y = 0.6354x + -1.1552$
6	0	0.44092289116200545	$y = 0.7276x + -1.1349$
6	3	0.7031850712741354	$y = 0.8133x + -1.4523$
6	6	0.5266125859771684	$y = 0.5761x + 0.2929$
6	9	0.6389669633030024	$y = 0.5845x + 0.7718$
6	12	0.40009111071619086	$y = 0.4581x + 1.1708$
6	15	0.23535344404670477	$y = 0.3954x + 1.5109$
6	18	0.30087891637382247	$y = 0.6921x + -0.9743$
6	21	0.22370598244826867	$y = 0.4344x + -0.4026$
7	0	0.5674475359191892	$y = 0.752x + -1.4157$
7	3	0.5567228751701101	$y = 0.5845x + -0.612$
7	6	0.6977316099635342	$y = 0.6163x + 0.116$
7	9	0.5923870997865289	$y = 0.6137x + 0.6684$
7	12	0.49291821457058504	$y = 0.5638x + 0.8752$
7	15	0.395364420543559	$y = 0.4517x + 1.3298$
7	18	0.24201041984139093	$y = 0.6272x + -0.7221$
7	21	0.19842576520954536	$y = 0.4277x + -0.586$
8	0	0.24425260135660098	$y = 0.5246x + -0.5437$
8	3	0.5298608064299419	$y = 0.7409x + -1.0835$
8	6	0.4457221996398735	$y = 0.531x + 0.1647$
8	9	0.40593175171544793	$y = 0.42x + 1.232$
8	12	0.2724680980029597	$y = 0.3274x + 1.8897$
8	15	0.14741236708738836	$y = 0.2254x + 1.7868$
8	18	0.14901740102879224	$y = 0.3549x + -0.1869$
8	21	0.23876877180852674	$y = 0.5283x + -0.4639$
9	0	0.5560663839776181	$y = 0.5919x + -0.7843$
9	3	0.7000062869049488	$y = 0.6989x + -1.1343$
9	6	0.6826312351098214	$y = 0.5545x + -0.2984$
9	9	0.4754787365073123	$y = 0.4966x + 0.5461$
9	12	0.2973589754282542	$y = 0.3684x + 0.921$
9	15	0.5135170317466502	$y = 0.5836x + -0.0977$
9	18	0.5759982644444293	$y = 0.5917x + -1.0892$
9	21	0.6856989862131395	$y = 0.6461x + -1.0404$
10	0	0.5497794547933941	$y = 0.5719x + -0.9831$
10	3	0.7086263240707724	$y = 0.6423x + -1.3273$
10	6	0.5416496076603925	$y = 0.5607x + -0.7425$
10	9	0.6939573621213677	$y = 0.5753x + 0.2222$
10	12	0.6993305192861357	$y = 0.6295x + -0.2474$
10	15	0.6792520373542876	$y = 0.7516x + -1.1451$
10	18	0.6870927824767904	$y = 0.6963x + -1.4597$
10	21	0.6495094085261703	$y = 0.6621x + -1.503$
11	0	0.6179206008966289	$y = 0.6485x + -1.0664$
11	3	0.5572006697367609	$y = 0.5938x + -1.0037$
11	6	0.6016621527027173	$y = 0.5952x + -0.9848$

Продовження табл. 8

11	9	0.6486484481494581	$y = 0.576x + -0.0935$
11	12	0.4024551168587456	$y = 0.4043x + 0.4373$
11	15	0.5638002274091864	$y = 0.7133x + -1.0942$
11	18	0.5732442222013184	$y = 0.6487x + -1.0626$
11	21	0.5390841883329569	$y = 0.674x + -1.2506$
12	0	0.40932918295443377	$y = 0.4886x + -0.4709$
12	3	0.6762750135167597	$y = 0.6282x + -0.7695$
12	6	0.5812750025475577	$y = 0.5827x + -0.5466$
12	9	0.6672756668290718	$y = 0.6679x + -0.5714$
12	12	0.5014160179571064	$y = 0.5321x + -0.0388$
12	15	0.42587447514904875	$y = 0.5064x + -0.3006$
12	18	0.6165616850152751	$y = 0.639x + -0.9656$
12	21	0.3295866618503356	$y = 0.4677x + -0.3087$

Таблиця 9. Результати регресійного аналізу
для завчасності 48 години

Місяць	Година	Коефіцієнт детермінації	Рівняння
1	0	0.48706353629470023	$y = 0.6181x + -0.815$
1	3	0.7843531920464901	$y = 0.7004x + -1.3284$
1	6	0.7055613129661291	$y = 0.6386x + -0.9712$
1	9	0.6950418585310497	$y = 0.5449x + -0.119$
1	12	0.6398306721598606	$y = 0.519x + 0.3508$
1	15	0.5545101596657038	$y = 0.4906x + -0.3069$
1	18	0.6393519717218312	$y = 0.6647x + -1.1195$
1	21	0.6757559184461274	$y = 0.7527x + -1.4894$
2	0	0.4708735012887355	$y = 0.4923x + -0.4821$
2	3	0.6345691663214641	$y = 0.6338x + -1.2575$
2	6	0.479927171487052	$y = 0.5155x + -0.482$
2	9	0.44022068529829017	$y = 0.4556x + 0.1817$
2	12	0.31704580285868456	$y = 0.3158x + 1.3655$
2	15	0.32512384842726405	$y = 0.3565x + 0.6321$
2	18	0.5721460022755961	$y = 0.5493x + -0.5227$
2	21	0.5610982615919113	$y = 0.4816x + -0.417$
3	0	0.5065051771903548	$y = 0.517x + -0.5133$
3	3	0.6500983150794903	$y = 0.6376x + -0.9961$
3	6	0.556433853766217	$y = 0.4895x + 0.0022$
3	9	0.6692369656997834	$y = 0.4912x + 0.5165$
3	12	0.6600824494500799	$y = 0.5354x + 0.4243$
3	15	0.5045265248050528	$y = 0.4913x + 0.4174$
3	18	0.4456821909587215	$y = 0.4745x + -0.3025$
3	21	0.47572369221256827	$y = 0.5092x + -0.3422$

Продовження табл. 9

4	0	0.2463260855535363	$y = 0.4028x + 0.2239$
4	3	0.5146173571529389	$y = 0.5808x + -0.5998$
4	6	0.5868324073010426	$y = 0.5311x + 0.1659$
4	9	0.5580353602583688	$y = 0.5816x + 0.5514$
4	12	0.49665256327422913	$y = 0.5803x + 0.4254$
4	15	0.5058876824444427	$y = 0.5984x + 0.2582$
4	18	0.5098993040986644	$y = 0.6019x + -0.6731$
4	21	0.28318790002973737	$y = 0.3981x + 0.1539$
5	0	0.34083201294301313	$y = 0.6413x + -1.1856$
5	3	0.42152650051331897	$y = 0.6132x + -1.0794$
5	6	0.4216271775803435	$y = 0.4296x + 0.8624$
5	9	0.4335709816253328	$y = 0.4521x + 1.3431$
5	12	0.5128979859521099	$y = 0.5819x + 0.685$
5	15	0.45258405804378343	$y = 0.5521x + 0.5493$
5	18	0.4704519143386	$y = 0.6921x + -0.872$
5	21	0.3014832524645651	$y = 0.5833x + -0.916$
6	0	0.13315711612044334	$y = 0.3863x + -0.1346$
6	3	0.510024108030632	$y = 0.6301x + -0.7744$
6	6	0.5443635305839691	$y = 0.5322x + 0.5235$
6	9	0.6046920800879649	$y = 0.52x + 1.0479$
6	12	0.30655222055958564	$y = 0.3943x + 1.4185$
6	15	0.19708999249516335	$y = 0.3448x + 1.637$
6	18	0.10899921266182322	$y = 0.4109x + -0.1475$
6	21	0.13139222667978168	$y = 0.4447x + -0.4427$
7	0	0.5095760026100449	$y = 0.6651x + -1.132$
7	3	0.44946647839997134	$y = 0.5762x + -0.6581$
7	6	0.5646488201289769	$y = 0.5299x + 0.2854$
7	9	0.5187568944680654	$y = 0.5452x + 0.7184$
7	12	0.35004635625975866	$y = 0.4333x + 1.1803$
7	15	0.33836794577669016	$y = 0.3549x + 1.6139$
7	18	0.07769382625733989	$y = 0.2355x + 0.297$
7	21	0.19785756303187974	$y = 0.367x + -0.3242$
8	0	0.16650883239267167	$y = 0.4263x + -0.1698$
8	3	0.329511239381269	$y = 0.5437x + -0.4247$
8	6	0.4224851783574438	$y = 0.417x + 0.6187$
8	9	0.3234782389035419	$y = 0.3732x + 1.4101$
8	12	0.37318778576394673	$y = 0.3893x + 1.688$
8	15	0.32163537629125105	$y = 0.382x + 1.152$
8	18	0.11277100080955882	$y = 0.2398x + 0.1602$
8	21	0.2772665803283928	$y = 0.4892x + -0.3152$
9	0	0.5934808831460545	$y = 0.5617x + -0.8276$
9	3	0.5064333052968235	$y = 0.5604x + -0.7153$
9	6	0.47878493919549436	$y = 0.4648x + 0.0609$

9	9	0.46348381472772093	$y = 0.4826x + 0.5592$
---	---	---------------------	------------------------

Продовження табл. 9

9	12	0.2676829256139489	$y = 0.3111x + 1.222$
9	15	0.30726512600276157	$y = 0.442x + 0.4149$
9	18	0.5897892951132023	$y = 0.5181x + -0.9658$
9	21	0.6096188671461613	$y = 0.5416x + -0.8876$
10	0	0.6176658839453668	$y = 0.6658x + -1.3841$
10	3	0.6268803545150015	$y = 0.63x + -1.2248$
10	6	0.42600178486617324	$y = 0.5109x + -0.4047$
10	9	0.5543134757028039	$y = 0.4986x + 0.5043$
10	12	0.6506184700964543	$y = 0.6324x + -0.2929$
10	15	0.5938707229006367	$y = 0.6639x + -0.8336$
10	18	0.6361486067590867	$y = 0.7368x + -1.6587$
10	21	0.6444513899377746	$y = 0.7214x + -1.6824$
11	0	0.6064002261336716	$y = 0.6696x + -1.1538$
11	3	0.5230488879953441	$y = 0.5676x + -0.9156$
11	6	0.635228128455707	$y = 0.592x + -1.1158$
11	9	0.5985269665634698	$y = 0.5455x + -0.026$
11	12	0.4869175921628064	$y = 0.4585x + 0.242$
11	15	0.44022414442066415	$y = 0.6442x + -0.8708$
11	18	0.37568609482342463	$y = 0.5342x + -0.5798$
11	21	0.4059113300032138	$y = 0.5818x + -0.8479$
12	0	0.34420561426643903	$y = 0.4553x + -0.3801$
12	3	0.5340874756568794	$y = 0.5577x + -0.4733$
12	6	0.49096935305152856	$y = 0.5899x + -0.6117$
12	9	0.5169005867997452	$y = 0.5211x + 0.0136$
12	12	0.3187700499088487	$y = 0.4083x + 0.4928$
12	15	0.3547315166912034	$y = 0.5245x + -0.4866$
12	18	0.45501085947649433	$y = 0.5634x + -0.6204$
12	21	0.37689609040038674	$y = 0.5322x + -0.639$

Таблиця 10. Результати регресійного аналізу
для завчасності 72 години

Місяць	Година	Коефіцієнт детермінації	Рівняння
1	0	0.38610208359325926	$y = 0.503x + -0.0702$
1	3	0.6605270614826195	$y = 0.716x + -1.3365$
1	6	0.6220809207730051	$y = 0.6381x + -1.0335$
1	9	0.5567215830397663	$y = 0.5483x + -0.1445$
1	12	0.5538550963611641	$y = 0.5525x + 0.1037$
1	15	0.364843030394429	$y = 0.4219x + 0.1357$
1	18	0.45129652610040905	$y = 0.5899x + -0.6479$
1	21	0.5304920262853451	$y = 0.6081x + -0.646$
2	0	0.437829856465077	$y = 0.422x + -0.2208$

2	3	0.4513115702848711	$y = 0.5245x + -0.8293$
---	---	--------------------	-------------------------

Продовження табл. 10

2	6	0.4122359937316413	$y = 0.5317x + -0.6261$
2	9	0.34197179043190795	$y = 0.3995x + 0.4983$
2	12	0.3248092807146544	$y = 0.3237x + 1.359$
2	15	0.28673263199596466	$y = 0.3376x + 0.7069$
2	18	0.4942369339880688	$y = 0.4834x + -0.3085$
2	21	0.4513118925661114	$y = 0.4334x + -0.3361$
3	0	0.24470924021702567	$y = 0.3516x + 0.2482$
3	3	0.6040467748465872	$y = 0.61x + -0.8903$
3	6	0.6130557324045656	$y = 0.5022x + -0.1827$
3	9	0.6007531728927764	$y = 0.4628x + 0.6532$
3	12	0.5858121801908237	$y = 0.4663x + 0.824$
3	15	0.5444866428209431	$y = 0.4856x + 0.6135$
3	18	0.3664101224938383	$y = 0.3973x + 0.0442$
3	21	0.2814212970436204	$y = 0.3944x + 0.1159$
4	0	0.23547840000834197	$y = 0.4279x + 0.0697$
4	3	0.3603879384797467	$y = 0.4766x + -0.3808$
4	6	0.3886525555419109	$y = 0.4269x + 0.4096$
4	9	0.388532025357168	$y = 0.49x + 0.7697$
4	12	0.36686207005927274	$y = 0.4737x + 0.9138$
4	15	0.3829353458156797	$y = 0.4782x + 0.7221$
4	18	0.3510353265790547	$y = 0.5374x + -0.4944$
4	21	0.22870463320215395	$y = 0.3755x + 0.1939$
5	0	0.21683552524170202	$y = 0.4562x + -0.5155$
5	3	0.3915005510995996	$y = 0.56x + -1.0148$
5	6	0.37869572095430515	$y = 0.4416x + 0.8442$
5	9	0.3246034373356924	$y = 0.3958x + 1.659$
5	12	0.5076501821356811	$y = 0.5321x + 1.0639$
5	15	0.38335213233634047	$y = 0.5233x + 0.8389$
5	18	0.3964236770904557	$y = 0.6043x + -0.4943$
5	21	0.18484990624915687	$y = 0.3664x + -0.2001$
6	0	0.13790209663747266	$y = 0.3958x + -0.2241$
6	3	0.3735877135165958	$y = 0.6248x + -0.9243$
6	6	0.40910153225948787	$y = 0.5003x + 0.5291$
6	9	0.30547196209670424	$y = 0.3621x + 1.487$
6	12	0.31081249788407894	$y = 0.3825x + 1.3515$
6	15	0.17486492463758518	$y = 0.3222x + 1.7014$
6	18	0.3004707097312822	$y = 0.5819x + -0.7774$
6	21	0.13460935135176144	$y = 0.358x + -0.2766$
7	0	0.46792188284435254	$y = 0.6934x + -1.1967$
7	3	0.40767118993690343	$y = 0.4639x + -0.489$
7	6	0.45339340928452565	$y = 0.4474x + 0.4305$
7	9	0.46382043543360096	$y = 0.5239x + 0.7101$
7	12	0.3046136041591916	$y = 0.3934x + 1.3398$

7	15	0.34920659669519327	$y = 0.3572x + 1.5775$
---	----	---------------------	------------------------

Продовження табл. 10

7	18	0.3160826954966256	$y = 0.6207x + -0.784$
7	21	0.16430521897294825	$y = 0.3855x + -0.3716$
8	0	0.0505153696494145	$y = 0.2357x + 0.4237$
8	3	0.208273153589992	$y = 0.3414x + 0.0669$
8	6	0.30569839001678123	$y = 0.3807x + 0.6817$
8	9	0.26531335235147124	$y = 0.3225x + 1.6069$
8	12	0.3055962308429837	$y = 0.3539x + 1.8425$
8	15	0.16134501930563128	$y = 0.295x + 1.5939$
8	18	0.1282978817195516	$y = 0.2879x + -0.0099$
8	21	0.05555694810920675	$y = 0.1974x + 0.6383$
9	0	0.4250085920654243	$y = 0.4683x + -0.4839$
9	3	0.593315958936301	$y = 0.6145x + -0.9427$
9	6	0.48604763628581926	$y = 0.4744x + -0.0197$
9	9	0.37260409528947414	$y = 0.4214x + 0.6838$
9	12	0.11839805210164689	$y = 0.2208x + 1.4723$
9	15	0.4415791579062226	$y = 0.4981x + 0.2003$
9	18	0.4781813371955709	$y = 0.4583x + -0.6765$
9	21	0.5069976385456282	$y = 0.4544x + -0.4673$
10	0	0.35341605103232854	$y = 0.6524x + -1.168$
10	3	0.5483569448259089	$y = 0.6419x + -1.2253$
10	6	0.3114807069404858	$y = 0.4373x + -0.1139$
10	9	0.4492311992514102	$y = 0.4752x + 0.717$
10	12	0.6477908913398351	$y = 0.6694x + -0.3381$
10	15	0.40607624131051223	$y = 0.5658x + -0.4421$
10	18	0.4170025119036863	$y = 0.557x + -0.9217$
10	21	0.4444255235711728	$y = 0.6764x + -1.3739$
11	0	0.4095802346364642	$y = 0.5813x + -0.9366$
11	3	0.47079513428141495	$y = 0.5503x + -0.9215$
11	6	0.5388313815595285	$y = 0.5287x + -0.8225$
11	9	0.5147484255878807	$y = 0.4905x + 0.2583$
11	12	0.27644137835027294	$y = 0.3569x + 0.6838$
11	15	0.2647982294286403	$y = 0.4661x + -0.1644$
11	18	0.39862436380572064	$y = 0.4891x + -0.3753$
11	21	0.5070901370239964	$y = 0.6047x + -0.9959$
12	0	0.17795363133997455	$y = 0.3234x + 0.2818$
12	3	0.4115178722252868	$y = 0.6101x + -0.727$
12	6	0.4657056430302373	$y = 0.6146x + -0.7236$
12	9	0.46698267472862587	$y = 0.5345x + -0.0503$
12	12	0.24934645132066247	$y = 0.3707x + 0.6416$
12	15	0.2282091570608078	$y = 0.3714x + 0.2948$
12	18	0.35614050728061153	$y = 0.4469x + 0.105$
12	21	0.22106516515635566	$y = 0.4198x + -0.0057$

Таблиця 11. Результати регресійного аналізу

для завчасності 96 години

Місяць	Година	Коефіцієнт детермінації	Рівняння
1	0	0.44163974932950734	$y = 0.5189x + -0.2556$
1	3	0.5939278737087127	$y = 0.6927x + -1.072$
1	6	0.5859167589651673	$y = 0.6638x + -1.0686$
1	9	0.3989560198771043	$y = 0.4955x + 0.1558$
1	12	0.479108238248135	$y = 0.521x + 0.305$
1	15	0.2467958607535936	$y = 0.3557x + 0.4875$
1	18	0.2728171690216571	$y = 0.4049x + 0.258$
1	21	0.22388668141559676	$y = 0.3591x + 0.5828$
2	0	0.3252832268856447	$y = 0.365x + 0.2375$
2	3	0.40560013042535836	$y = 0.406x + -0.2155$
2	6	0.2696900769651769	$y = 0.3306x + 0.484$
2	9	0.3684873711805995	$y = 0.3229x + 0.9943$
2	12	0.22939479242404492	$y = 0.2436x + 1.7363$
2	15	0.24459224048063133	$y = 0.3069x + 0.747$
2	18	0.3062976822710908	$y = 0.4163x + 0.0142$
2	21	0.23876195467878092	$y = 0.3075x + 0.4395$
3	0	0.28241473236021797	$y = 0.3615x + 0.0982$
3	3	0.48266327679232546	$y = 0.5393x + -0.4798$
3	6	0.4951828480415761	$y = 0.4752x + 0.0779$
3	9	0.49272881612459407	$y = 0.4223x + 1.0152$
3	12	0.569579611362599	$y = 0.4774x + 0.8631$
3	15	0.29869904139303194	$y = 0.3611x + 1.1351$
3	18	0.2997164940003615	$y = 0.3628x + 0.1421$
3	21	0.3128640381257394	$y = 0.3913x + -0.0151$
4	0	0.29934922191970725	$y = 0.3826x + 0.1514$
4	3	0.3339843117488591	$y = 0.4916x + -0.3861$
4	6	0.2836762400827071	$y = 0.3778x + 0.7753$
4	9	0.2581733445182004	$y = 0.4069x + 1.3344$
4	12	0.15453107767874985	$y = 0.2829x + 1.7598$
4	15	0.09364004049790342	$y = 0.2179x + 1.8646$
4	18	0.2587496867798895	$y = 0.3885x + 0.0378$
4	21	0.27750032916103506	$y = 0.3613x + 0.1965$
5	0	0.22727609216255107	$y = 0.4839x + -0.6862$
5	3	0.28459009348550635	$y = 0.4856x + -0.699$
5	6	0.3210535487425604	$y = 0.4546x + 0.7987$
5	9	0.42435891600557063	$y = 0.4798x + 1.2987$
5	12	0.43130644827244324	$y = 0.5299x + 1.1063$
5	15	0.28862666330207454	$y = 0.4266x + 1.2289$
5	18	0.19190719001198453	$y = 0.3979x + 0.2292$
5	21	0.08964201551918138	$y = 0.2745x + 0.145$
6	0	0.19849369785598714	$y = 0.3571x + -0.1219$

Продовження табл. 11

6	3	0.18071992483539778	$y = 0.4384x + -0.3664$
6	6	0.24784029950678044	$y = 0.3875x + 0.9283$
6	9	0.34680254728664595	$y = 0.4288x + 1.2644$
6	12	0.31247452957985866	$y = 0.4649x + 0.9952$
6	15	0.06294550835363011	$y = 0.21x + 2.0783$
6	18	0.013217499686439482	$y = 0.1299x + 0.635$
6	21	0.1501168282997315	$y = 0.3092x + -0.1454$
7	0	0.48394739022167643	$y = 0.7497x + -1.3676$
7	3	0.4009435092780942	$y = 0.5492x + -0.56$
7	6	0.45577733890428995	$y = 0.4268x + 0.592$
7	9	0.44446422879715497	$y = 0.4632x + 1.0232$
7	12	0.3462488457634749	$y = 0.4537x + 1.1959$
7	15	0.27559995224745004	$y = 0.3341x + 1.6908$
7	18	0.24838472406405032	$y = 0.51x + -0.4306$
7	21	0.17715772332164081	$y = 0.3419x + -0.3013$
8	0	0.04470801990953466	$y = 0.1743x + 0.5992$
8	3	0.24484571933006882	$y = 0.4586x + -0.2463$
8	6	0.284701625305953	$y = 0.3849x + 0.7704$
8	9	0.1274875231101481	$y = 0.2035x + 2.1103$
8	12	0.23310525615509858	$y = 0.3077x + 2.1327$
8	15	0.157458126917988	$y = 0.3021x + 1.6139$
8	18	0.08685799814704687	$y = 0.2321x + 0.1653$
8	21	0.04270961588236433	$y = 0.2151x + 0.5791$
9	0	0.3695245034308746	$y = 0.4368x + -0.3435$
9	3	0.4105796690273402	$y = 0.4659x + -0.4468$
9	6	0.31816543149160015	$y = 0.375x + 0.2954$
9	9	0.364809639389546	$y = 0.389x + 0.8751$
9	12	0.13082660704287064	$y = 0.2174x + 1.5129$
9	15	0.24023145228163412	$y = 0.3804x + 0.7502$
9	18	0.45506404608121487	$y = 0.6354x + -1.2801$
9	21	0.3999783709388012	$y = 0.432x + -0.4727$
10	0	0.1863794568483934	$y = 0.4735x + -0.6223$
10	3	0.372622773240076	$y = 0.7248x + -1.4238$
10	6	0.4202866545239301	$y = 0.6033x + -0.6373$
10	9	0.3267000082213618	$y = 0.49x + 0.6315$
10	12	0.5189579746514981	$y = 0.6809x + -0.4471$
10	15	0.45705871256703157	$y = 0.6125x + -0.6067$
10	18	0.423079218205372	$y = 0.5064x + -0.8664$
10	21	0.37983527080280266	$y = 0.6042x + -1.2175$
11	0	0.3561469512706654	$y = 0.5344x + -0.6611$
11	3	0.47373506008038446	$y = 0.5518x + -0.9403$
11	6	0.4047558761765111	$y = 0.4558x + -0.5548$
11	9	0.3335480083518938	$y = 0.4352x + 0.3715$
11	12	0.21345726237816787	$y = 0.3234x + 0.7426$

11	15	0.2051629808542056	$y = 0.3437x + 0.1549$
11	18	0.2241958154675464	$y = 0.3632x + 0.0167$
11	21	0.2827549774929202	$y = 0.4251x + -0.3022$
12	0	0.23705227737560175	$y = 0.3631x + 0.0183$
12	3	0.3667396369664865	$y = 0.436x + 0.049$
12	6	0.4276543545191086	$y = 0.485x + 0.0248$
12	9	0.4181971311871938	$y = 0.5596x + 0.0215$
12	12	0.321315318314605	$y = 0.4925x + 0.1047$
12	15	0.1856172612468362	$y = 0.3826x + 0.1573$
12	18	0.28143719191465266	$y = 0.3833x + 0.2668$
12	21	0.07338883497406334	$y = 0.2109x + 0.787$