

УДК 531.43+539.3/.612+62-4

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2020/1-2.8>

Валєєва І. К.¹, к.ф.-м.н., ст. наук. співр.

I. K. Valeeva¹, Ph.D. (Phys.-Math.)

Адгезійний контакт пружних тіл зі стохастичною шершавістю

Adhesive contact of elastic solids with stochastic roughness

¹ Інститут проблем матеріалознавства
ім. І. М. Францевича НАН України, 03142,
м.Київ, вул. Кржижановського, 3

¹ Frantsevich Institute for Problems in Materials
Science NAS of Ukraine, Krzhizhanovsky str., 3,
Ukraine, 03142, Kyiv

Модель нормального адгезійного контакту між пружними тілами із стохастичною поверхневою шершавістю під розглядом. Шершавість симулюється нелінійним шаром Вінклера-Фусса, який може чинити опір до стискаючого і розтягуючого (у разі адгезії) контактної тиску. Механічні властивості шару визначаються статистичними теоріями адгезійного контакту між номінально плоскими шершавими поверхнями. Контакт твердих тіл описується нелінійними граничними інтегральними рівняннями з немонотонними операторами. Їх розв'язки визначають зменшення ефективної товщини шершавого шару, контактний тиск, область контакту, силу адгезії. Представлено формулу для обчислення сили адгезії для випадку, коли контакти окремих нерівностей описуються DMT-теорією та зазор між тілами у контакті параболічний.

Ключові слова: адгезійна взаємодія, контакт шершавих тіл, сила адгезії.

Model of normal adhesive contact between elastic bodies with stochastic surface roughness is under consideration. Roughness is simulated by Winkler-Fuss nonlinear layer, which can resist to compressive and tensile (in the case of adhesion) contact stresses. Mechanical properties of the layer are determined by statistical theories of adhesive contact between nominally flat rough surfaces. The contact of solids is described by nonlinear boundary integral equations with non-monotonic operators. Their solutions determine reduction of effective thickness of rough layer, contact stresses, contact region, adhesion force. Formulas for adhesion force calculation are presented for the most frequent nominal gap between solids in contact for DMT-theory of contact.

Key Words: adhesive interaction, contact of rough solids, adhesion force.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Жук Я.О.

1. Вступ

Врахування адгезійної взаємодії особливо важливо при необхідності маніпулювати об'єктами малих розмірів, використовуючи малі сили. Тому потрібне дослідження, що дозволяє оцінювати і прогнозувати адгезійну взаємодію, вивчати фактори, що впливають на адгезійний контакт, виробляти рекомендації для створення поверхонь з контрольованою адгезією. Роботи, присвячені теоретичним і експериментальним підходам до фізики адгезії, представлені в огляді [1], а огляди обчислювальних методів, які застосовуються для дослідження адгезійних контактів, представлені в роботах [2–4]. Адгезійним контактам присвячений і збірник [5].

Метою цього дослідження є вивчення адгезійного контакту між шершавими тілами з викривленою номінальною геометрією

поверхонь. Контакт тіл моделюється нелінійними граничними інтегральними рівняннями (ГІУ), розв'язання яких визначають розподіл номінального контактної тиску, номінальні області контакту, залежність нормальній сили P , що здавлює контактуючі тіла від їх зближення δ і силу адгезії. Запропоновано чисельний метод розв'язання ГІУ, дана його реалізація на прикладах нормального контакту. Залежність $P(\delta)$ не монотонна при наявності сил адгезійної взаємодії, і сила адгезії визначається як мінімум цієї залежності. Найчастіше зустрічається випадок номінальної геометрії контактуючих тіл, що відповідає параболічному зазору між тілами, які створюють пару тертя. Тому інтерес представляє оцінка величини сили адгезії при контакті тіл, що мають таку геометрію зазору,

за допомогою простих формул і визначення чинників, що впливають на величину сили адгезії, яку також називають силою відриву.

2. Рівняння моделі контакту шершавих пружних тіл

Шершавість моделюється пружним нелінійним шаром Вінклера-Фусса, що сприймає як стискання, так і розтягування. Механічні властивості цього шару визначаються статистичними теоріями адгезійного контакту між плоскими шершавими поверхнями [6–7] і у напрямі нормалі до них описуються функцією

$$p = p(\Delta) = \begin{cases} p_f(d = t_a - \Delta), & \Delta > 0 \\ 0, & \Delta \leq 0 \end{cases}, \quad (1)$$

де t_a – така відстань d між шершавими площинами, що при $d \geq t_a$ взаємодією між ними можна знехтувати; величина $\Delta > 0$ розглядається як зменшення шершавого шару, якому відповідає номінальний тиск p . Прийнято, що $p > 0$ відповідає стисканню, $p < 0$ – розтягуванню. Номінальний контактний тиск між поверхнями залежить від відстані між ними і визначається функцією [6]

$$p_f(d) = \frac{\eta_s P_c}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{d-\delta_p}^{\infty} g\left(\frac{\delta}{\delta_c}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) dz, \quad (2)$$

$$\delta = z - d$$

де $P_c = 1,5\pi wR$, $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ (rms), σ_1, σ_2 – стандартні відхилення висот нерівностей шершавих поверхонь, що мають розподіл Гауса; $R = (1/R_1 + 1/R_2)^{-1}$ – радіус кривизни умовних нерівностей; w – питома робота адгезії; $\eta_s = N/A_0$ – кількість висот нерівностей, що доводиться на одиницю площі; функціональна залежність $g(\delta/\delta_c)$ визначається теорією адгезії гладких пружних тіл, відповідно до якої взаємодіють окремі нерівності (наприклад, у разі DMT теорії $g(\delta/\delta_c) = 3^{-1/2} (\delta/\delta_c)^{3/2} - 4/3$ [6]), δ_p – абсолютна величина мінімального переміщення нерівності для конкретної теорії адгезії гладких пружних тіл: $\delta_p = 0$ в DMT-теорії; $\delta_p = \delta_c = (3\pi^2 w^2 R / (4K^2))^{1/3}$, $K = 4E^*/3$ в JKR-теорії контакту,

$E^* = ((1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2)^{-1}$ – приведений модуль Юнга контактуючих тіл, де E_1, E_2 і ν_1, ν_2 , відповідно, модулем Юнга і коефіцієнтом Пуассона матеріалів тіл. Параметри P_c і δ_c можна розглядати як характерні масштаби сил і зближень для окремих нерівностей при малих їх величинах.

Для тіл з викривленою поверхнею нормальний і ковзний контакт моделюється нелінійними граничними інтегральними рівняннями. Контактне завдання зводиться до дослідження одного рівняння типу Гаммерштейна [9–10] з параметром δ

$$u(\mathbf{x}) + \theta \int_{\Omega} K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) p(u(\mathbf{y})) d\mathbf{y} = \delta - f(\mathbf{x}), \quad (3)$$

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2), \quad \mathbf{y} = (y_1, y_2) \in \Omega,$$

де $u(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \Omega$, – невідома функція і невідоме зближення δ , Ω – довільна область, яка містить номінальну область контакту S , $\theta = (\pi E^*)^{-1}$, f – зазор між тілом і умовною межею адгезійної взаємодії, $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left[(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 \right]^{-1/2}$

У разі, коли $f(\mathbf{x}) = A|\mathbf{x}|^k$, $k \geq 1$ можна перейти до безрозмірних величин $\mathbf{x}_0 = (x_{01}, x_{02})$, $\mathbf{y}_0 = (y_{01}, y_{02})$, $U, \delta_0, p_0, \tilde{p}_0, \Omega_0$:

$$\mathbf{x}_0 = (A/\delta)^{1/k} \mathbf{x}; \quad \mathbf{y}_0 = (A/\delta)^{1/k} \mathbf{y};$$

$$U(\mathbf{x}_0) = u(\mathbf{x}_0 (\delta/A)^{1/k}) \delta^{-1}; \quad \delta_0 = \delta/\delta_c;$$

$$p_0(\delta_0 U(\mathbf{x}_0)) = \theta \delta_c^{(1-k)/k} A^{-1/k} p(\delta_0 U(\mathbf{x}_0)) =$$

$$= \kappa p^*(\delta_0 U(\mathbf{x}_0)) \quad (4);$$

рівняння ковзного контакту (3) приймає вигляд:

$$U(\mathbf{x}_0) + \delta_0^{(1-k)/k} \int_{\Omega_0} K(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) p_0(\delta_0 U(\mathbf{y}_0)) d\mathbf{y}_0 =$$

$$= 1 - |\mathbf{x}_0|^k; \quad \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0 \in \Omega_0 \quad (5)$$

де $U(\mathbf{x}_0)$, $\mathbf{x}_0 \in \Omega_0$ – невідома безрозмірна функція, $\Omega_0 = (|x_{01}| \leq 1 + \varepsilon; |x_{02}| \leq 1 + \varepsilon)$, і число $\varepsilon > 0$ вибирається так, щоб виконувалося включення $S_0 = \{\mathbf{x}_0 : U(\mathbf{x}_0) > 0\} \subseteq \Omega_0$, де S_0 – безрозмірна область контакту; функція $p^*(\cdot)$ визначаються формулою (3). Для дискретизації рівняння (5) застосовується метод колокації, і дискретне рівняння розв'язується модифікованим методом Ньютона, аналогічно тому як це зроблено в роботі [10]. Сила P ,

прикладена до тіл, представляється у вигляді [9–10]

$$P = \pi E^* \delta_c^{(1+k)/k} A^{-1/k} P_0, \quad (6)$$

$$P_0 = \delta_0^{2/k} \int_{\Omega_0} p_0(\delta_0 U(\mathbf{x}_0)) d\mathbf{x}_0.$$

3. Результати розрахунків та їх аналіз

Розглянемо вісесиметричну задачу, коли номінальний зазор між тілами до деформації визначається функцією $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}^2$. Аналізується випадок контакту шершавого напівпростору з твердим тілом, обмеженим сферичною шершавою поверхнею номінального радіуса R_S (т.е. $k = 2, A = (2R_S)^{-1}$), при безрозмірному параметрі $\kappa = 0,255$. Контакт окремих нерівностей описується DMT–теорією адгезійної взаємодії. У цьому разі механічні властивості шару Вінклера-Фусса описуються функцією (1)–(2). Контакт тіл моделюється нелінійними граничними інтегральними рівняннями (3) або в безрозмірному вигляді рівнянням (5). У рівнянні (5) використовуються безрозмірні залежності (4): $p_0(\Delta_0) = \kappa p^*(\Delta_0)$, де $\Delta_0 = \delta_0 U(\mathbf{x}_0)$. Графіки функцій $p^*(\Delta_0)$ представлені в роботах [9, 10]. Надавая величині δ_0 різні значення і розв'язуючи рівняння (5), чисельно будуються функціональні залежності $P_0(\delta_0)$ (Рис. 1). Залежності представлені для різних величин $\delta_c^* = \delta_c/\sigma$, які пов'язані з параметром адгезії Тейбора θ_a залежністю [11]: $\theta_a = 9\pi\delta_c^{*-3/2} / (8\sqrt{3})$. За наявності адгезії залежності $P_0(\delta_0)$ є немонотонними. Негативні значення навантаження при малих зближеннях обумовлені впливом адгезії. Силою адгезії є мінімум $F_0 = -\min_{\delta_0} P_0(\delta_0)$.

Розглядається випадок параболічного зазору між контактуючими тілами. Представлені рис. 2 графіки залежностей безрозмірної сили адгезії (сила відриву) F_0 від параметру κ при різних значеннях параметра шершавості δ_c^* основані на результатах комп'ютерного моделювання. На основі результатів великої кількості чисельних експериментів з моделювання адгезійного контакту при DMT–контактах окремих

нерівностей отримано формулу для оцінки безрозмірної сили адгезії

$$F_0 = 3.99\kappa^{0.982} 0.622^t, \quad t = (\sigma/\delta_c)^{1.78}.$$

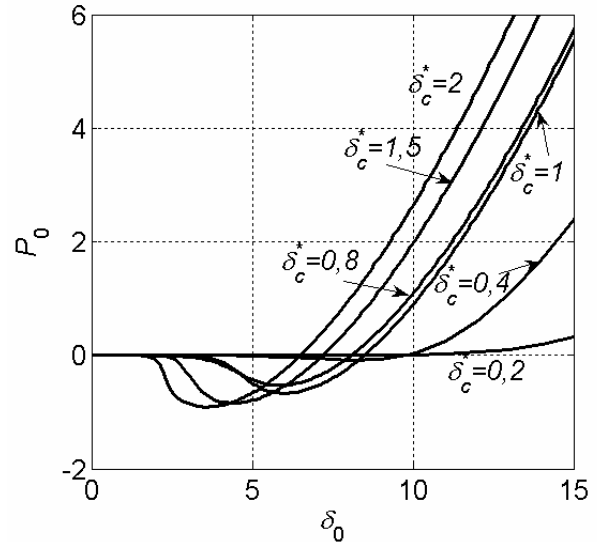


Рис. 1. Залежності нормованої сили, прикладеної до тіла від нормованого зближення

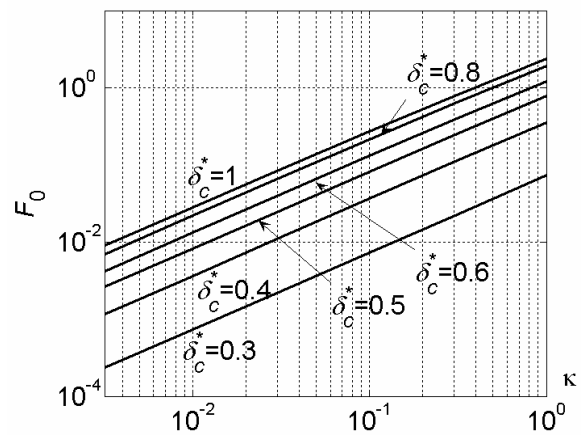


Рис. 2. Залежності нормованої сили адгезії від безрозмірного параметру κ

Формула отримана методом зважених найменших квадратів для параметрів з діапазону значень $\delta_c^* \geq 0.2$ і $0.3 \cdot 10^{-3} \leq \kappa \leq 3$. Перехід до розмірних змінних здійснюється за формулою (6), і силу адгезії при DMT–контактах можна визначати за формулою

$$F = 3.99\pi E^* \delta_c^{3/2} A^{-1/2} \kappa^{0.982} 0.622^t, \quad t = (1/\delta_c^*)^{1.78}.$$

4. Висновки

Моделювання адгезійного контакту шершавих тіл з викривленою номінальною

геометрією проводиться методом граничних інтегральних рівнянь. Отримані розв'язки визначають обтискання ефективної товщини шершавого шару, контактний тиск, номінальну область контакту при різних зближеннях контактуючих тіл і параметрах шершавості. Сила адгезії визначається чисельно при різних параметрах шершавості поверхні і макропараметрах контактуючих тіл.

При параболічному зазорі між контактуючими тілами отримано апроксимаційну формулу для визначення сили адгезії при різних мікропараметрах шершавості і макрогеометричних параметрах контактуючих тіл.

Список використаних джерел

1. Gerberich, W. W., Cordill, M. J. Physics of adhesion. Rep. Prog. Phys., – 2006. – 69:2157–2203.
2. Bourago N.G., Kukudzhanov V.N. A review of contact algorithms / The Institute for problems in mechanics of RAS, Moscow, Izv. RAN, MTT, No. 1, pp. 45–87, 2005.
3. Sauer R.A. A Survey of Computational Models for Adhesion // The Journal of Adhesion – 2015. – 92, Issue 2, P. 1–43
4. Sauer R.A. Computational contact formulations for soft body adhesion Advances in soft Matter Mechanics (Chapter 2), Li, S., Sun, B. (Eds.), Springer – 2012. – 33 p.
5. Friction and Wear: From Elementary Mechanisms to Macroscopic Behavior. ed. by Popov V.L., Pohrt R. Front. Mech. Eng. 2019 doi:10.3389/fmech.2019.00047
6. Maugis D. Contact, Adhesion and Rupture of Elastic Solids. – Berlin: Springer-Verlag, 2000. – 414p.
7. Johnson K.L. Non-Hertzian contact of elastic spheres. In: The mechanics of the contact between deformable bodies, ed. by de Pater, Kalker. - Delft:University Press, 1975. - P. 26 - 40.
8. Fuller K.N.G., Tabor D. The effect of surface roughness on the adhesion of elastic solids // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1975. – 345. - P. 327-342.
9. Galanov B. A., Valeeva I. K. Sliding adhesive contact of elastic solids with stochastic roughness. Int. J. Eng. Sci. 101 (2016) 64–80.
10. Galanov B.A. Models of adhesive contact between rough elastic bodies. Int. J. Mech. Sci. 53. (2011) 968–977.
11. Tabor D. Surface forces and surface interactions // J. Colloids Interface Sci. 1997. V. 58. P. 2–13.

References

1. GERBERICH, W. W., CORDILL, M. J. (2006) Physics of adhesion. Rep. Prog. Phys., – 69. pp. 2157–2203.
2. BOURAGO N.G., KUKUDZHANOV V.N. (2005) A review of contact algorithms / The Institute for problems in mechanics of RAS, Moscow, Izv. RAN, MTT, No. 1. pp. 45–87.
3. SAUER R.A. (2015) A Survey of Computational Models for Adhesion // The Journal of Adhesion. 92, Issue 2. pp. 1–43
4. SAUER R.A. (2012) Computational contact formulations for soft body adhesion Advances in soft Matter Mechanics (Chapter 2), Li, S., Sun, B. (Eds.), Springer.
5. Friction and Wear: From Elementary Mechanisms to Macroscopic Behavior (2019) ed. by Popov V.L., Pohrt R. Front. Mech. Eng. doi:10.3389/fmech.2019.00047
6. MAUGIS D. (2000) Contact, Adhesion and Rupture of Elastic Solids. – Berlin: Springer-Verlag.
7. JOHNSON K.L. (1975) Non-Hertzian contact of elastic spheres. In: The mechanics of the contact between deformable bodies, ed. by de Pater, Kalker. - Delft:University Press. pp. 26–40.
8. FULLER K.N.G., TABOR D. (1975) The effect of surface roughness on the adhesion of elastic solids // Proc. R. Soc. Lond. A. – 345. pp. 327–342.
9. GALANOV B. A., VALEEVA I. K. (2016) Sliding adhesive contact of elastic solids with stochastic roughness. Int. J. Eng. Sci. 101. pp. 64–80.
10. GALANOV B.A. (2011) Models of adhesive contact between rough elastic bodies. Int. J. Mech. Sci. 53. pp. 968–977.
11. TABOR D. (1997) Surface forces and surface interactions // J. Colloids Interface Sci. V. 58. pp. 2–13.

Надійшла до редколегії 13.02.2020