

УДК 539.3

DOI: <https://doi.org/10.17721/1812-5409.2024/1.16>

Ігор СЕНЧЕНКОВ, д-р фіз.-мат. наук, голов. наук. співроб.

ORCID ID: 0009-0001-2289-5066

e-mail: term@inmech.kiev.ua

Інститут механіки ім. С. П.Тимошенка Національної академії наук України, Київ, Україна

Василь ЧЕКУРІН, д-р фіз.-мат. наук, проф.

ORCID ID: 000-0003-4973-3670

e-mail: adm@iapmm.lviv.ua

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів, Україна

Ольга ЧЕРВІНКО, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб.

ORCID ID: 0000-0002-1234-5678

e-mail: term@inmech.kiev.ua

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка Національної академії наук України, Київ, Україна

В'ЯЗКОПРУЖНИЙ ШАРУВАТИЙ ЦИЛІНДР ЗА ВЕРТИКАЛЬНОГО ЗБЕРІГАННЯ

Розглянуто задачу про повзучість ракетного двигуна на твердому паливі під дією власної ваги у разі зберігання у вертикальному положенні. Мета роботи полягає в дослідженні напружено-деформованого стану двигуна, визначенні областей локалізації напружень і деформацій, зокрема радіальних відірвних і дотичних напружень на границі циліндр – оболонка. Двигун моделюється порожнистим циліндром із круговим отвором, що виготовлений із лінійного ізотропного термореологічно простого в'язкопружного матеріалу, підкріпленням по бічній поверхні тришаровою пружною оболонкою. Функцію релаксації матеріалу циліндра при одновісному розтягненні представлено сумою експонент, а об'ємне деформування вважаємо пружним. Для розв'язання задачі використовуємо підхід Шепері, за допомогою якого задача в'язкопружності зводиться до задачі пружності зі змінними за часом модулями. Трансформовану таким способом задачу розв'язуємо методом скінченних елементів. Використовуємо чотирикутний ізопараметричний елемент. У пропонуваній роботі досліджено розподіли поточних й усталених за часом напружень і деформацій повзучості у визначених точках в об'ємі двигуна. Встановлено, що максимальні напруження в циліндрі локалізовані в околі кутових точок границі циліндр – оболонка, у яких у лінійній постановці наявна сингулярність напружень. У цих же областях досягаються і максимальні значення розтягувальних радіальних і дотичних напружень, які є небезпечними з позиції відірву заряду від корпусу. Суттєві значення осьового стискувального напруження фіксуємо в нижній опорній частині оболонки. Найбільшими є зсувні деформації циліндра вздовж границі контакту з оболонкою. Побудовано криві повзучості в точках циліндра за кімнатної температури. Подано оцінку характерного часу усталення повзучості.

Ключові слова: двигун на твердому паливі, в'язкопружний циліндр, повзучість під вагою, концентрація напружень.

Вступ

Однією з основних проблем проектування ракет із двигуном на твердому паливі (РДТП) є забезпечення міцності та цілісності елементів ракети (Москвитин, 1972; Синюков та ін., 1972; Schapery, 1972). Мета статті – аналіз напружено-деформованого стану ракетного двигуна, який виникає при вертикальному зберіганні під дією власної ваги. Подано оцінку радіальних і зсувних напружень на границі контакту палива й оболонки. Розглянуто місця їхньої концентрації. Побудовано криві повзучості в точках циліндра за кімнатної температури. Пропонована стаття є розширеною версією доповіді на конференції (Сенченков, Червінко, & Чекурін, 2023).

У дослідженні РДТП моделюється шаруватим циліндром. Меридіональний і поперечний перерізи демонстраційного (розрахункового) варіанту показано на рис. 1 а, б. Заряд 0,1085 м < r < 0,447 м вважають виконаним із ізотропного термореологічно простого лінійно-в'язкопружного матеріалу. Заряд поміщений у тришаровий корпус, що складається із двох шарів теплоізоляції 0,434 м < r < 0,437 м і 0,447 м < r < 0,450 м та несучої оболонки 0,437 м < r < 0,447 м. Матеріали корпусу і теплоізоляції приймаємо як ізотропні і лінійно пружні. Температура навколишнього середовища може змінюватися.

На рис. 1 в показано поздовжні перерізи, для яких нижче будуть подані розподіли напружень і деформацій.

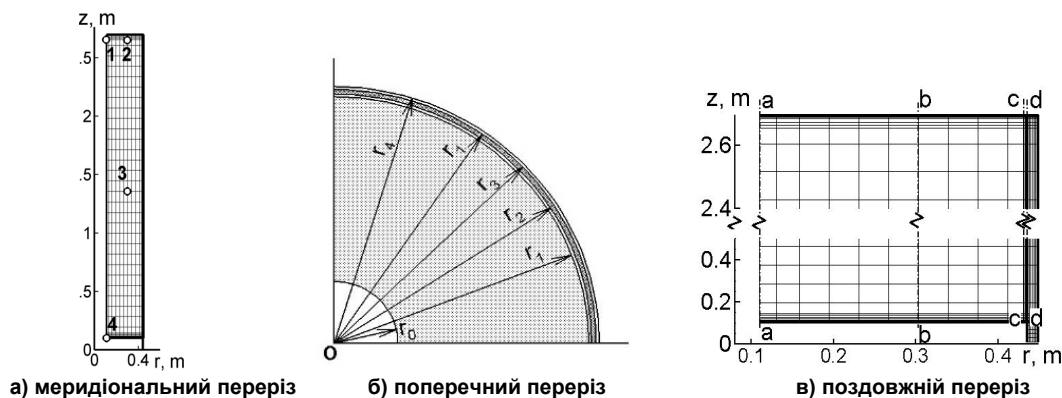


Рис. 1. Об'єкт дослідження

1. Постановка задачі

Система рівнянь квазістатичної термомеханіки містить:

– кінематичні рівняння, рівняння теплопровідності і рівноваги

$$c\dot{\theta} = \text{div}(k \text{ grad}\theta); \text{div}\sigma + P = 0; \quad (1)$$

© Сенченков Ігор, Чекурін Василь, Червінко Ольга, 2024

– визначальні рівняння для матеріалу заряду

$$s_{ij}(x_i, \tau) = 2 \int_{-\infty}^{\tau} G(\xi - \xi') [\partial e_{ij}(x_i, \tau) / \partial \tau] d\tau, \quad (2)$$

$$\sigma_{kk}(x_i, \tau) = 3 \int_{-\infty}^{\tau} K(\xi - \xi') [\partial \varepsilon_{kk}(x_i, \tau) / \partial \tau - \partial \varepsilon_{kk}^T(x_i, \tau) / \partial \tau] d\tau, \quad (3)$$

де ξ і ξ' – наведені часи, $\xi = \int_0^{\tau} \frac{d\zeta}{a_T T(x_i, \zeta)}$, $\xi' = \int_0^{\lambda} \frac{d\zeta}{a_T T(x_i, \zeta)}$; $a_T(T)$ – функція зсуву, $\log a_T(T) = -C_1(T - T_{ref}) / [C_2 + (T - T_{ref})]$; θ – температура, $T = \theta + 273^\circ\text{C}$; c – об'ємна теплоємність; k – коефіцієнт теплопровідності; s_{ij} , e_{ij} , σ_{kk} , ε_{kk} – девіатори і шарові частини тензорів напруження й деформації; $G(\xi)$ і $K(\xi)$ – функції релаксації в разі зсуву і всебічного стискання; C_1 , C_2 і T_{ref} – параметри моделі, $\varepsilon_{kk}^T = 3\alpha(\theta - \theta_0)$, α – коефіцієнт лінійного теплового розширення.

На поверхні циліндра наявний конвективний теплообмін. На границях шарів виконуються умови ідеального термо-механічного контакту. Зовнішня і внутрішня циліндричні поверхні циліндра вільні від навантаження. Двигун спирається торцем корпусу на гладку жорстку поверхню. Початкова температура, а також температура навколишнього середовища і поверхні опору задані умовою $\theta = \theta_0$.

Для спрощення задачі об'ємну деформацію заряду вважаємо лінійно пружною $K = \text{const}$. Для елементів корпусу маємо закон Гука

$$s_{ij} = 2G_{\beta} e_{ij}, \quad \sigma_{kk} = 3K_{\beta} (\varepsilon_{kk} - 3\alpha_{\beta} (\theta - \theta_0)), \quad (4)$$

де $\beta = q$ для теплоізоляції, $\beta = c$ для оболонки.

Функцію релаксації за одновісного розтягнення $E_{rel}(t)$ для палива приймаємо у вигляді Проні

$$E_{rel}(t) = E_{\infty} + \sum_1^n A_k \exp(-t / 2a_T \tau_k), \quad (5)$$

де E_{∞} – рівноважний модуль, τ_k – часи релаксації, A_k – матеріальні константи.

Метод Шепері зводить задачу в'язкопружності до задачі пружності із залежними від часу механічними характеристиками (Scharery, 1972). Для розв'язування задачі використовуємо скінченно-елементну методику, розвинену в роботі (Мотовиловець, & Козлов, 1987). За чисельної реалізації використано фізико-механічні властивості елементів двигуна, наведені в роботах (Renganathan, Nageswara Rao, & Jana, 2006; Сенченков, Червінко, & Доля, 2019).

2. Результати розрахунків

Загальну картину розподілу компонент напружень наведено на рис. 2. Область ізоляція – оболонка, розтягнута в 10 разів за радіусом. Видно, що найбільші напруження локалізовані в околі кутових точок на торцях циліндра. Аналогічний вигляд має картина розподілу деформацій. Це зумовлено ефектом сингулярності, що наявна в лінійній теорії.

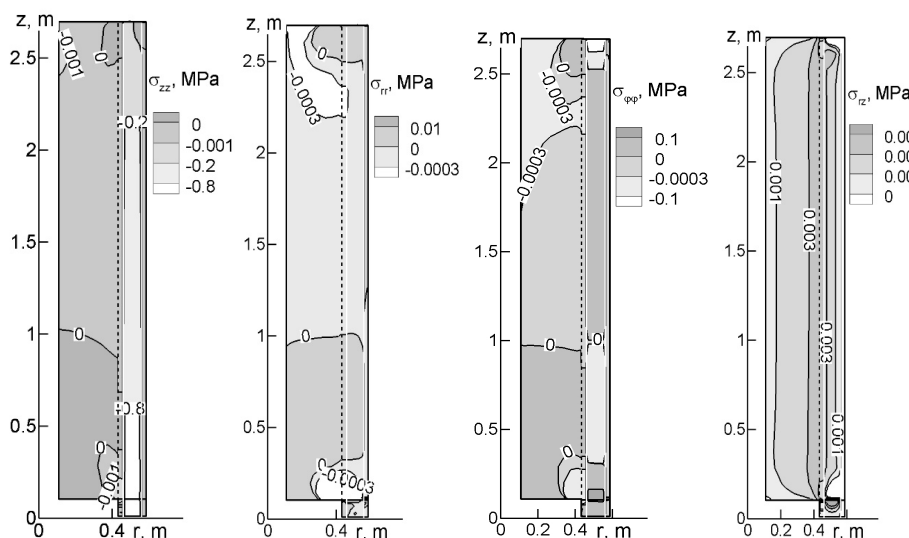


Рис. 2. Усталені напруження у процесі повзучості

На рис. 3 та 4 подано розподіли напружень і деформацій у перерізах, показаних на рис. 1 в. На рис. 3 а подано локалізацію радіальних напружень у перерізах с і d. Позитивні, небезпечні з позиції відриву заряду від корпусу, значення досягаються в околі кутових точок верхнього торця. У середній зоні перерізів а і b σ_{rr} незначні. Дотичне напруження σ_{rz} (рис. 3 б) також різко зростає в околі кутових точок торців. Водночас в основному об'ємі воно збільшується в разі наближення до поверхні контакту з корпусом. Аналогічна поведінка і компонент деформації ε_{rr} і ε_{rz} (рис. 4).

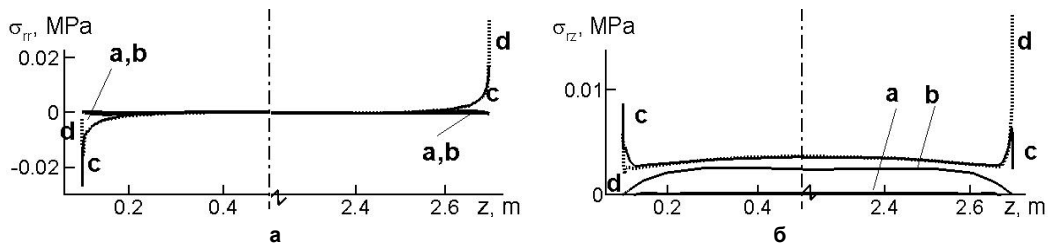


Рис. 3. Розподіли усталених напружень σ_{rr} і σ_{tz} уздовж перерізів (рис. 1 в)

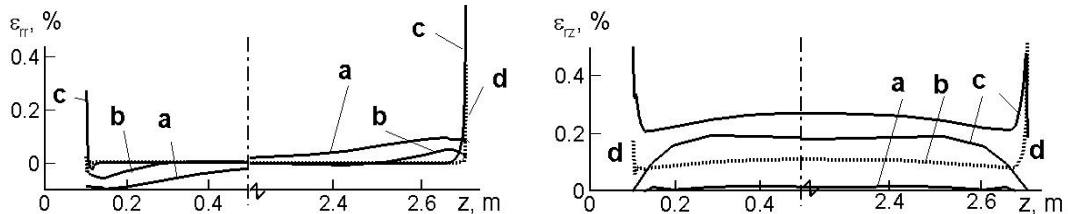


Рис. 4. Розподіли усталених деформацій уздовж перерізів (рис. 1 в)

На рис. 5 наведено криві повзучості в точках, показаних на рис. 1 а. Видно, що для заданої температури $\theta = \theta_0 = 20^\circ\text{C}$ процес основної повзучості закінчується за $t \approx 10^3 + 10^4$ с. Оскільки матеріал заряду слабо стисливий $\nu(t) \approx 0.5$, то в кожній точці виконується умова $\epsilon_{kk} \approx 0$. Можемо зробити висновок, що за $t \geq 10^{3+4}$ с можна використовувати пружний розв'язок з рівноважним модулем.

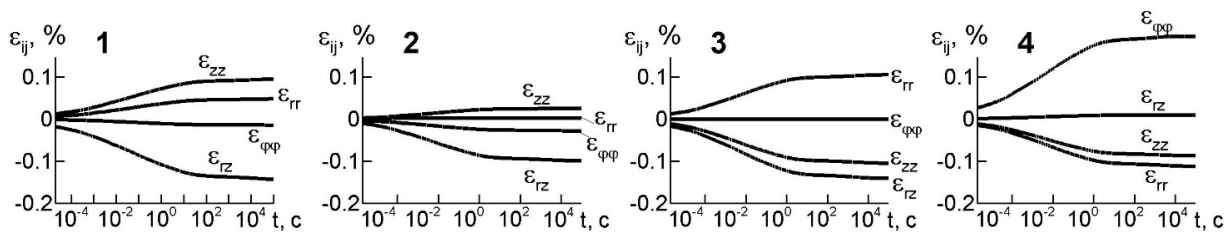


Рис. 5. Криві повзучості в точках 1–4 (рис. 1 а)

Отже, за вищих температур рівноважні значення деформації досягаються за короткий час.

Дискусія і висновки

У межах моделі лінійної вязкопружності вивчено повзучість ракетного двигуна на твердому паливі під дією власної ваги у вертикальному положенні. За допомогою метода Шепері і МСЕ розраховано напруження і деформації, подано оцінку нормальних і дотичних напружень, що локалізовані на границі паливо – корпус в околі верхнього торця двигуна. Згідно з кривими повзучості деформації за $\theta = \theta_0 = 20^\circ\text{C}$ суттєво змінюються до $t \approx 10^4$ с.

Внесок авторів: Ігор Сенченков – методика, аналіз результатів; Василь Чекурін – концептуалізація; Ольга Червінко – розрахунки.

Список використаних джерел

- Москвитин, В. В. (1972). *Сопротивление вязкоупругих материалов. Применительно к зарядам ракетных двигателей на твердом топливе*. Наука.
- Мотовиловец, И. А., & Козлов, В. И. (1987). *Механика связанных полей в элементах конструкций. Термоупругость*. Наукова думка.
- Сенченков, И. К., Червинко, О. П., & Доля, Е. В. (2019). Расчет температурного поля и квазистатического напряженно-деформированного состояния подкрепленного оболочкой вязкоупругого цилиндра при нестационарном термическом нагружении. *Вісник Запорізького університету*, 2, 158–165. <https://doi.org/10.26661/2413-6549-2019-2-18>.
- Сенченков, И. К., Червинко, О. П., & Чекурин, В. Ф. (28–29 септя, 2023). В'язкопружний шаруватий циліндр при вертикальному зберіганні. *Матеріали VII Міжнародної конференції "Сучасні проблеми механіки"* (с. 52). Київський національний університет імені Тараса Шевченка. http://tamd.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2023/08/ABSTRACTS_MPM_2023_UKR.pdf
- Синюков, А. М., Волков, Л. И., Львов, А. И., & Шишкевич, А. М. (1972). *Баллистическая ракета на твердом топливе*. Воениздат.
- Renganathan, K., Nageswara Rao, B., & Jana, M. K. (2006). Slump Estimation of Cylindrical Segment Grains of a Typical Rocket Motor under Vertical Storage Condition. *Trends in Applied Sciences Research*, 1(1), 97–104. <https://doi.org/10.3923/tasr.2006.97.104>
- Schapery, R. A. (Jun 1962). Approximate methods of transform inversion for viscoelastic stress analysis. *4th U.S. National Congress on Applied Mechanics*. University of California. <https://hal.science/hal-04197795>

References

- Moskvitin, V. V. (1972). *Resistance of viscoelastic materials. Applied to solid fuel rocket engine charges*. Science [in Russian].
- Motovylovets, Y. A., & Kozlov, V. Y. (1987). *Mechanics of coupled fields in structural elements. Thermoelasticity*. Naukova dumka [in Russian].
- Renganathan, K., Nageswara Rao, B., & Jana, M. K. (2006). Slump Estimation of Cylindrical Segment Grains of a Typical Rocket Motor under Vertical Storage Condition. *Trends in Applied Sciences Research*, 1(1), 97–104. <https://doi.org/10.3923/tasr.2006.97.104>
- Schapery, R. A. (June 1962). Approximate methods of transform inversion for viscoelastic stress analysis. *4th U.S. National Congress on Applied Mechanics*, University of California. <https://hal.science/hal-04197795>
- Senchenkov, I. K., Chekurin, V. F., & Chervinko, O. P. (28–29, August 2023). Viscoelastic layered cylinder in vertical storage. *VII Int. conf. "Modern problems of mechanics"* (p. 52). Taras Shevchenko National University of Kyiv [in Ukrainian]. http://tamd.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2023/08/ABSTRACTS_MPM_2023_UKR.pdf

Senchenkov, I., Chervinko, O., & Dolia, E. (2019). Calculation of temperature fields and quasistatic stress-strain state of stiffened by shell viscoelastic cylinder under unsteady thermal loading. *Visnyk of Zaporizhzhya National University. Physical and Mathematical Sciences*, 158–165 [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.26661/2413-6549-2019-2-18>

Syniukov, A. M., Syniukov, A. M., Volkov, L.I., Lvov, A.I., & Shyshkevich, A. M. (1972). *Solid fuel ballistic rocket*. Voenyzdat [in Russian].

Отримано редакцією журналу / Received: 11.03.24

Прорецензовано / Revised: 25.04.24

Схвалено до друку / Accepted: 20.05.24

Ihor SENCHENKOV, DSc (Phys. & Math.), Leading Researcher

ORCID ID: 0000-0002-1234-5678

e-mail: term@inmech.kiev.ua

S. P. Timoshenko Institute of Mechanics of National Academy of Science of Ukraine, Kyiv, Ukraine

Vasyl CHEKURIN, DSc (Phys. & Math.), Prof.

ORCID ID: 0000-0003-4973-3670

e-mail: adm@iapmm.lviv.ua

Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics NAS of Ukraine, L'viv, Ukraine

Oliha CHERVINKO, PhD. (Phys. & Math.), Senior Researcher

ORCID ID: 0000-0002-1234-5678

e-mail: term@inmech.kiev.ua

S. P. Timoshenko Institute of Mechanics of National Academy of Science of Ukraine, Kyiv, Ukraine

VISCOELASTIC LAYERED CYLINDER IN VERTICAL STORAGE

The problem of creep of a solid-fuel rocket engine under the action of its own weight when stored in a vertical position is considered. The purpose of the work is to study the stress-strain state of the engine, to determine the areas of localization of stresses and strains, in particular, radial tensile and tangential stresses at the cylinder-shell interface. The engine is modeled as a hollow cylinder with a circular cross-section made of a linear isotropic thermo-rheologically simple viscoelastic material supported on the lateral surface by a three-layer elastic shell. The relaxation function of the cylinder material under uniaxial tension is represented by the sum of exponents, and the volumetric deformation is assumed to be elastic. The problem is solved using the Schapery approach, which reduces the viscoelastic problem to an elastic problem with time-varying moduli. The problem transformed in this way is solved by the finite element method. A quadrilateral isoparametric element is used. The distributions of current and time-steady-state stresses and creep strains at certain points in the engine volume are investigated. It is established that the maximum stresses in the cylinder are localized in the vicinity of the corner points of the cylinder-shell boundary, where a singularity of stresses occurs in the linear formulation. In the same areas, the maximum values of tensile radial and tangential stresses are reached, which are dangerous from the point of view of charge detachment from the casing. Significant values of axial compressive stress occur in the lower support part of the cladding. The largest are the shear deformations of the cylinder along the contact boundary with the cladding. The creep curves at the cylinder points at room temperature are plotted. The estimation of the characteristic creep settling time is given.

Keywords: solid fuel engine, viscoelastic cylinder, creep under the weight, stress concentration.

Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів. Спонсори не брали участі в розробленні дослідження; у зборі, аналізі чи інтерпретації даних; у написанні рукопису; в рішенні про публікацію результатів.

The authors declare no conflicts of interest. The funders had no role in the design of the study; in the collection, analyses or interpretation of data; in the writing of the manuscript; in the decision to publish the results.