

УДК 534+531.7+53.082.5+539.3 <https://doi.org/10.17721/1812-5409.2019/3.9>

Отто Г.К., асп.¹

Інтерферометрія зворотного зв'язку в лазерному резонаторі. Параметрична модель.

¹ІПММС, Київ, Україна,
e-mail: ottogk@gmail.com

G. K. Otto¹, PhD stud.

Interferometry feedback in the laser resonator. Parametric model.

¹IPMMS, Kyiv, Ukraine,
e-mail: ottogk@gmail.com

Стаття присвячена альтернативному погляду на пояснення механізму дії приладів, побудованих на інтерферометрії зворотного зв'язку (LFI- модель), який викликаний протиріччями між теорією існуючих моделей та практичними результатами. Пропонується відмінна від моделі Ленга - Кобаяси (LK- модель), параметрична модель LFI (P- модель). На базі теорії, яка ґрунтується на параметричних властивостях LFI- моделі, кількісно обґрунтовується рівень переваги технології LFI над традиційними технологіями. В статті наведений приклад розрахунку потужності корисного сигналу. Розраховано, що на відстані 500 метрів, сигнал згідно P- модель на 34 дБ вищий ніж сигнал, розрахований традиційними моделями. Так, із традиційних моделей випливає зворотно квадратична залежність відношення сигнал/шум (S/N ratio, надалі – SNR) від відстані до мішені - l_t , тобто $SNR \sim l_t^{-2}$. На практиці, SNR значно вищий. У рамках P - моделі, теоретично доводиться та експериментально підтверджується інша залежність SNR від l_t , а саме: $SNR \sim (l_t * \ln l_t^2)^{-1/2}$. Традиційні моделі не розглядають наявність корисного сигналу в струмі накачки, тоді як, фактично, його потужність в більш ніж 10 разів перевищує потужність випромінювання в резонаторі. P - модель усуває протиріччя між теоретичними моделями та практичними результатами.

Ключові слова: інтерферометрія, параметрична LFI-модель, струм накачки.

The article is devoted to an alternative view on the explanation of the mechanism of action of devices based on laser feedback interferometry (LFI-model), which is caused by contradictions between the theory of existing models and practical results. A view other than the Lang-Kobayashi model (LK model) and the parametric LFI model (P model) are proposed. Due to the theory, which is based on the parametric properties of the LFI-model, the level of advantage of LFI technology over traditional technologies is quantitatively substantiated. The article gives an example of calculating the useful signal power. It is calculated that at a distance of 500 meters, the signal according to the P-model is 34 dB higher than the signal calculated by traditional models. Thus, from the traditional models follows the inverse square dependence of the signal-to-noise ratio (S/N ratio, hereinafter - SNR) on the distance to the target l_t , viz.: $SNR \sim l_t^{-2}$. In practice, the SNR is much higher. Within the P-model, another dependence of SNR on l_t , is theoretically proved and experimentally confirmed, viz.: $SNR \sim (l_t * \ln l_t^2)^{-1/2}$. Traditional models do not consider the presence of a useful signal in the pump current, while, in fact, its power is more than 10 times greater than the radiation power in the resonator. The P-model eliminates contradictions between theoretical models and practical results.

Key Words: interferometry, LFI model, pump current..

Статтю представив к.ф.-м.н. Розора І.В.

Вступ

Неавтономні моделі лазерів вивчаються вже більше 50-ти років. Інтерес до них був викликаний головним чином прагненням вивчити вплив випромінювання, повернутого зовнішніми поверхнями всередину резонатору, бо воно погіршувало якість лазерного променя.

© Отто Г.К., 2020

З часом звернули увагу на корисні властивості цього ефекту. Так виникла технологія self-mixing, яка використовувала інтерферометрію зворотного зв'язку Laser Feedback Interferometry (LFI). Роботи по LFI носять як теоретичний так і (головним чином) прикладний характер і присвячені вимірам параметрів руху: відстані, швидкості, параметрам

вібрацій. Всі вони засновуються на LK- або 3-дзеркальній моделі [1], [2].

Дана робота з'явилась в наслідок експериментів, пов'язаних із дистанційними вимірами віддалених вібрацій.

Для експериментів були використані лазерні діоди #LD-1060-0200-AR-2 виробництва ToppticaPhotonics з анти-рефлекторним покриттям (AR-coating) передньої поверхні кристала. Довжина активного елемента становить ≈ 300 μ . Зовнішній резонатор довжиною ~ 320 мм з дифракційним виводом випромінювання. Діаметр пучка в резонаторі 30 мм, діаметр головного дзеркала 0.3 мм. Коефіцієнт відбиття становить ~ 0.99 по інтенсивності.

Під час експериментів були виявлені факти, які не пояснювались відомими моделями: Ленга-Кобаясі (LK – модель) [1] та її різновидом – 3-дзеркальною моделлю [2], хоча до цього часу всі дослідження, які ґрунтуються на LFI користуються цими моделями.

Ось ці факти:

- Виявлено набагато слабкіше зменшення відношення сигнал/шум (S/N) при збільшенні відстані (l_t) до мішені ніж зворотно квадратичне: $S/N \propto l_t^{-2}$, як це впливає із розрахунків, виконаних згідно з прийнятими на сьогодні, вище

зазначеними моделями.

- Під час експериментів спостерігалось значно більше (>10 разів) відношення сигнал/шум (S/N) при виділенні корисного сигналу із струму накачки лазера, ніж із випромінювання резонатора, яке зазвичай використовується.
- Вище згадані моделі не передвіщають навіть наявності корисного сигналу в струмі накачки, не кажучи вже про його потужність.

З ціллю усунення зазначених недоліків загальноприйнятих моделей та пояснення експериментально виявлених фактів була запропонована інша, параметрична (Parametric) [7] модель LFI (в подальшому P- модель).

Аналізу причин значного збільшення чутливості, тобто першому з наведених та не з'ясованих фактів, присвячена ця робота¹.

Теоретична частина

Наведемо теоретичне обґрунтування та експериментальне підтвердження P-моделі.

Схема загальноприйнятих LK- та 3-дзеркальної моделі [3] виглядає наступним чином:

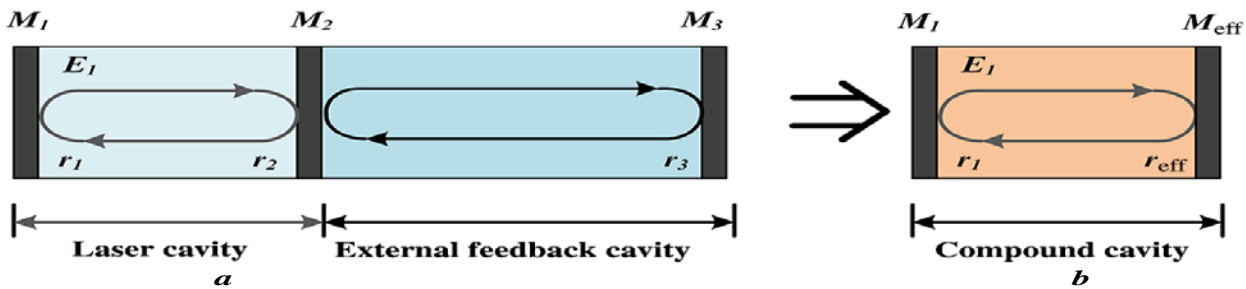


Рис. 1. Схема LK- та 3-дзеркальної моделі

The schematic diagram of three-mirror model in the laser feedback system (a). The standard three-mirror model (b). The simplified model of the compound cavity. M1, M2, mirrors of the resonant cavity; M3, the equivalent reflective mirror of the target; Meff, the compound reflective mirror of M2 and M3

¹З'ясуванню причин наявності та кількісного визначення корисного сигналу в струмі накачки буде присвячена наступна робота.

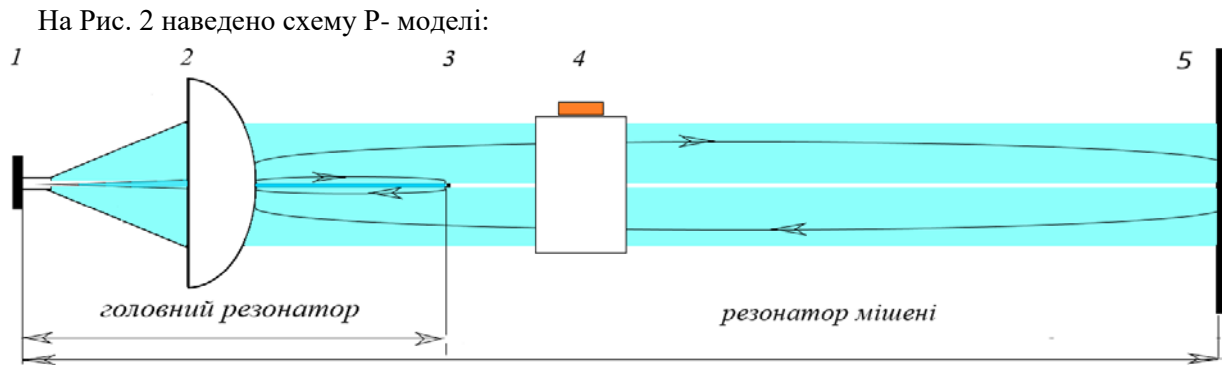


Рис. 2. Схема P- моделі системи LFI

1-лазерний діод із глухим заднім дзеркалом та просвітленою передньою гранню, 2-коліматорний об'єктив, 3-дзеркало головного резонатора, 4-акустооптичний модулятор, 5-поверхня мішені.

1↔3 - дзеркала головного резонатора, 1↔5 - дзеркала резонатору мішені.

В якості відправної будемо використовувати систему балансних рівнянь, яка описує роботу класичного одномодового лазера без LFI, [4]:

$$\frac{d}{dt}E^*(t) = i\omega(N) \cdot E^*(t) + \frac{1}{2} \left(G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right) \cdot E^*(t) \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}N(t) = J - \frac{N(t)}{\tau_s} - G(N) \cdot E^2(t)$$

$$E^*(t) = E(t) \cdot \exp(i\omega t)$$

де:

$i\omega(N)$ - різниця між резонансною частотою резонатора та частотою генерації;
 $E(t)$ - амплітуда електричного поля; $N(t)$ - концентрація електронів в резонаторі; $G(N)$ - підсилення; τ_p - тривалість життя фотонів у резонаторі; τ_s - тривалість життя електронів; J - змінна, пропорційна току інжекції.

Зазначимо, що складений резонаторна рис. 2 буде мати усереднений на своїй довжині коефіцієнт заломлення:

$$\mu = \frac{\mu_1 l_1 + \mu_2 l_2}{l_1 + l_2} \approx \mu_1 \cdot \frac{l_1}{l_2} + \mu_2,$$

де: μ_1, l_1 - коефіцієнт заломлення та довжина активного тіла, μ_2, l_2 - коефіцієнт заломлення та довжина повітряної частини резонатора. Зважаючи на те, що $\frac{l_1}{l_2} \approx 10^{-3}$ приймемо $\mu \approx \mu_2 = const$, так як це впливає із [4], стор. 29, формула (2.61). При цьому $i\omega(N) \cdot E^*(t) \approx 0$, тож цією змінною можна знехтувати. Таким чином рівняння (1) при наявності повітряної частини зовнішнього резонатору значно (в 1000 разів) довшому ніж активне середовище, можна дещо спростити²:

$$\frac{d}{dt}E^*(t) = \frac{1}{2} \left(G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right) \cdot E^*(t) \quad (2)$$

Порівнюючи моделі на рис.1 та рис.2, бачимо, що відмінність P- моделі від LK- та 3- дзеркальної в тому, що у P- моделі обидва резонатори - головного дзеркала та мішені працюють паралельно, тобто містять активне середовище та мають спільне «глухе» дзеркало.

У P- моделі тривалість життя фотонів у складеному резонаторі буде залежати від тривалості життя та співвідношення кількості фотонів в парціальних резонаторах: $\tau_p = f(r_m, \tau_m; r_t, \tau_t)$, де τ_m, r_m - тривалість життя фотонів та коефіцієнт відбиття по інтенсивності в головному резонаторі, τ_t, r_t - тривалість життя фотонів та коефіцієнт відбиття по інтенсивності в резонаторі мішені. В загальному випадку τ_m, τ_t та r_t, r_m можуть бути функціями часу.

Загальноприйняті моделі передбачають, що відбите зовнішньою поверхнею випромінювання інтерферує із випромінюванням в середині резонатору, але при цьому ніякі параметри лазера не змінюються. Тобто моделі не є параметричні.

У P- моделі віддалена відбиваюча поверхня є частиною складеного резонатору. Його змінні коефіцієнт відбиття та довжина модулюють тривалість життя фотонів складеного резонатору, що є модуляцією втрат або добротності, які є енергоємними параметрами лазера. Тому P-

²Вивід рівняння (2) наведений в додатку 1.

модель є параметрична. Саме з цього впливають її властивості, про які піде мова далі.

P- модель ґрунтується на передумові, що на протязі спільної ділянки резонаторів мішені та головного дзеркала, зустрічатимуться фотони, відбиті мішенню та головним дзеркалом. Ймовірність того, що обраний навмання фотон (Ph) належить до множини Γ , відбитих головним дзеркалом чи M – мішенню, при тому, що $\Gamma \cap M = \emptyset$, зазначимо відповідно p_1 та p_2 . Події: «Ph \in Γ »

та «Ph \in M » складають повну систему, тобто: $p_1 + p_2 = 1$, де $\{p_1, p_2\}$ - щільність поділу ймовірностей випадкової змінної «приналежність фотону», яка приймає одне з двох можливих значень, наведених вище.

Середнє значення випадкової величини τ_p , розподіленою у відповідності із щільністю розподілення: $P\{\{\tau_i = \tau_m\} = p_1, \{\tau_i = \tau_t\} = p_2\}$, буде визначатися:

$$\overline{\tau_p} = \sum_i p_i \cdot \tau_i = p_1 \cdot \tau_m + p_2 \cdot \tau_t \quad (3)$$

Загальна кількість фотонів в резонаторі при сталому рівні накачки та з коефіцієнтом відбиття глухого дзеркала близького до одиниці,

$$r_m + (1 - r_m^2) \cdot r_t \quad (4)$$

Ймовірність p_1 є відношення коефіцієнта відбиття головного дзеркала r_m та сумарного коефіцієнту відбиття (4). Ймовірність p_2 є

пропорційна сумарному коефіцієнту відбиття дзеркал мішені та головного:

відношення коефіцієнта відбиття мішені r_t та сумарного коефіцієнту (4). Тож тривалість життя фотонів складеного резонатору у відповідності із (3)

$$\overline{\tau_p} = \frac{r_t}{r_m + (1 - r_m^2) \cdot r_t} \cdot \tau_t + \frac{r_m}{r_m + (1 - r_m^2) \cdot r_t} \cdot \tau_m \quad (5)$$

Враховуючи, що $r_m \gg r_t$, вираз (5) перепишемо у дещо іншому вигляді:

$$\overline{\tau_p}^{-1} = \left(\tau_m + \frac{r_t}{r_m} \cdot \tau_t \right)^{-1} = \tau_m^{-1} \cdot \left(1 + \frac{r_t}{r_m} \cdot \frac{\tau_t}{\tau_m} \right)^{-1}$$

Зазначимо:

$$\left| \frac{r_t}{r_m} \cdot \frac{\tau_t}{\tau_m} \right| = x, \quad x \ll 1$$

Скористаємось розкладенням:

$$(x + 1)^{-1} = 1 - x + x^2 - \dots \text{при } |x| < 1.$$

Відкинувши старші члени розкладення, отримаємо:

$$\frac{d}{dt} E^*(t) = \frac{1}{2} \cdot G(N)^{\frac{1}{2}} \cdot E^*(t) - \frac{1}{2} \cdot \left(\left(\frac{1}{\tau_m} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot E^*(t) + \left(\frac{r_t}{r_m} \cdot \frac{\tau_t}{\tau_m} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot E^*(t) \cdot e^{i\varphi} \right) \quad (8)$$

Доданки у скобках є членами рівняння, що інтерферують. Після врахування інтерференції рівняння (8) виглядатиме так:

$$\frac{d}{dt} E^*(t) = \frac{1}{2} \cdot G(N) \cdot E^*(t) - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\tau_m} \cdot \left(1 + \frac{r_t}{r_m} \cdot \frac{\tau_t}{\tau_m} + 2 \cdot \left(\frac{r_t}{r_m} \cdot \frac{\tau_t}{\tau_m} \right)^{1/2} \cdot e^{i\varphi} \right) \cdot E^*(t) \quad (9)$$

Помноживши (9) на $2 \cdot E^*(t)$, згідно Д1.2 отримаємо:

$$\frac{dS}{dt} = G(N) \cdot S - \frac{1}{\tau_m} \cdot \left(\left(1 + \frac{r_t}{r_m} \cdot \frac{\tau_t}{\tau_m} \right) + 2 \cdot \left(\frac{r_t}{r_m} \cdot \frac{\tau_t}{\tau_m} \right)^{1/2} \cdot e^{i\varphi} \right) \cdot S, \quad (10)$$

Зазначимо, що згідно із [4], стр. 137, з урахуванням фази відбиття:

$$r_t = |r_t| \cdot e^{-i\varphi} \quad (7)$$

де: $\varphi = \varphi(t)$ - фаза відбиття поверхні мішені, яка при відключеному АОМ, поз. 4 на Рис. 2, буде визначатись довжиною хвилі випромінювання та відстанню до мішені. В присутності накачки $\varphi(t) = \sin 2\omega t$.

Підставимо (6) та (7) у рівняння (2):

Де: $S = S(t)$ - кількість фотонів, яке помножене на $h\nu$ (ν - частота, h - постійна Планка) представляє енергією випромінювання; r_t, r_m - коефіцієнти відбиття по інтенсивності мішені та головного резонатору, відповідно.

Чи не найважливішим параметром будь якого приладу, який базується на аналізі відбитого випромінювання (локатор, лідар, віброметр) є характер залежності потужності прийнятого сигналу від відстані до об'єкту. У формулі (10) 3-й додатак обумовлює інтенсивність відбитого мішенню корисного сигналу, який складається із постійного множника та частини, залежної від відстані до об'єкту – $I(l_t) \sim (r_t \cdot \tau_t)^{1/2}$:

$$I(l_t) \propto 2 \cdot \sqrt{r_{t0} \cdot \left(\frac{l_{t0}}{l_t}\right)^2 \cdot \frac{2 \cdot l_t}{c \cdot \ln r_t^{-1}}} = 2 \cdot l_{t0} \left(\frac{r_{t0}}{c}\right)^{1/2} \cdot 1.41 \cdot (l_t \cdot \ln r_t^{-1})^{-1/2} = 2.82 \cdot l_{t0} \left(\frac{r_{t0}}{c}\right)^{1/2} \cdot \left(l_t \cdot \ln \left(r_{t0} \cdot \left(\frac{l_{t0}}{l_t}\right)^2\right)^{-1}\right)^{-1/2} \quad (13)$$

Де: $I(l_t)$ – інтенсивність змінної складової інтерференційного члена, який відображає інтенсивність корисного сигналу, повернутого мішенню.

Для більшої наочності введемо такі коефіцієнти:

$$k_1 = 2.82 \cdot l_{t0} \cdot \left((r_m \cdot \tau_m)^{-1} \cdot \frac{r_{t0}}{c}\right)^{1/2},$$

$$k_2 = r_{t0} \cdot l_{t0}^2$$

З урахуванням (10), k_1 , k_2 та (13), $I(l_t)$ виглядатиме наступним чином:

$$(l_t) = k_1 \cdot (l_t \cdot \ln(k_2 \cdot l_t^{-2}))^{-1/2} \quad (14)$$

$$r_t = r_{t0} \cdot \left(\frac{l_{t0}}{l_t}\right)^2 \quad (11)$$

Де: r_0 - коефіцієнт відбиття мішені на мінімально можливій відстані l_0 від приладу (альbedo мішені), l_t - відстань до мішені. Вираз (11) за умовою, що має місце Ламбертове відбиття, є однією з основних залежностей радіолокації – квадратичне зменшення інтенсивності відбитого сигналу при віддаленні від об'єкту [8].

$$\tau_t = 2 \cdot l_t / c \cdot \ln r_t^{-1} \quad (12)$$

Див. Додаток 2.

Таким чином:

Числові приклади

Із (10) та (14) випливає, що інтенсивність корисного сигналу не залежить від інтенсивності зондувального випромінювання, а залежить лише від співвідношення тривалості життя фотонів та коефіцієнтів відбиття головного дзеркала та мішені.

$r_m := 4 \cdot 10^{-2}$ – Коефіцієнт відбиття головного дзеркала

$c := 3 \cdot 10^8$ – Швидкість світла

$r_{t0} := 1 \cdot 10^{-2}$ – Коефіцієнт відбиття мішені на відстані l_{t0}

$l_{t0} := 2.0$ – значення відстані l_{t0}

$l_t := 10, 10.1, 50$ – відстань до мішені

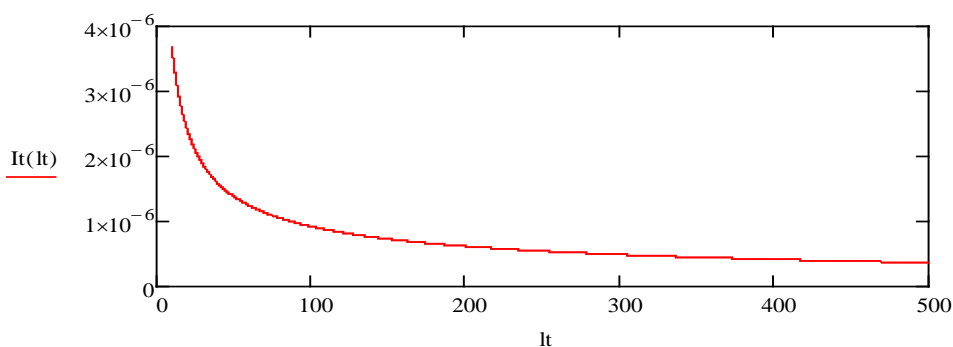


Рис. 3. Залежність інтенсивності змінної складової частини випромінювання, що циркулює в резонаторі, від відстані до мішені.

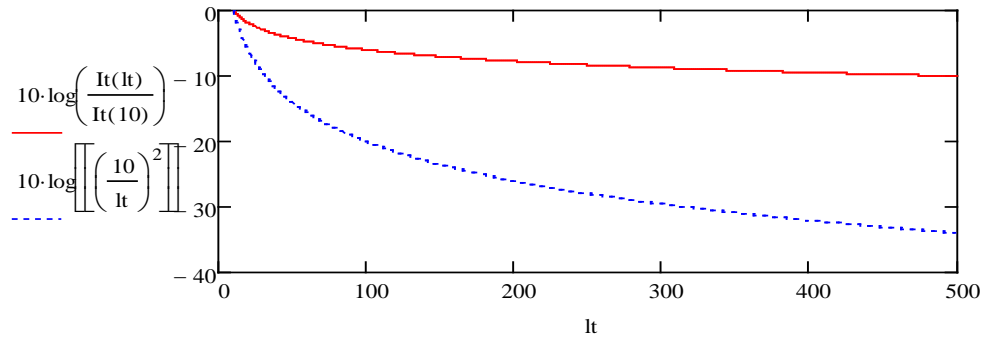


Рис. 4. Зменшення інтенсивності змінної складової (в дБ) при збільшенні відстані до мішені. Червона лінія - P- модель, синя – класична.

Із Рис. 4 випливає, що в порівнянні із класичною, P- модель має значну перевагу при роботі на далеких відстанях. Так, на відстані 500 метрів перевага становить близько 34 дБ.

Користуючись залежністю, наведеною на Рис.1, знаючи рівень струму порогу генерації та відстань до мішені, можна легко визначити потужність корисного сигналу - P_S у струмі накачки:

Приклад:

$$I_{\text{пор}} = 50 \text{ mA}, U_D = 2 \text{ V}, I_T(200) = 0.8 \cdot 10^{-6},$$

$$\text{тоді: } P_S = \frac{1}{2} \cdot I_{\text{пор}} \cdot U_D \cdot I_t(l_t) = 100 \cdot 0.8 \cdot 10^{-6} = 40 \mu\text{W}.$$

Тобто змінна складова потужності накачки лазера буде дорівнювати $40 \mu\text{W}$.

Із питання обґрунтування (інтуїтивно зрозумілого) коефіцієнту $\frac{1}{2}$ при підрахунку P_S , див. зноску на стр. 2.

Висновки

Виграш у інтенсивності повернутого корисного сигналу при збільшенні відстані x до мішені у схемі LFI, в порівнянні із класичними схемами пояснюється тим, що послаблення компенсується збільшенням часу життя фотонів τ_p . Послаблення в схемі LFI пропорційно $(x \ln x^2)^{1/2}$, а не x^2 , як у класичних схемах.

В схемі LFI має місце модуляція добротності резонатору – енергоємного елементу лазера. Як відомо із [7], модуляція енергоємних параметрів будь якої резонансної системи є параметричний вплив, який при сприятливих умовах приводить до розвитку параметричного резонансу.

У P- моделі параметричний резонанс грає виключно важливу позитивну роль. Дякуючи параметричному резонансу корисний сигнал може бути підсилений у Q разів, де Q - добротність резонансної системи. Практично важливим

вбачається аналіз умов виникнення, розвитку та ступінь впливу параметрів моделі на досягнення максимальної добротності резонансу.

Окремим науково-технічним завданням вбачається підтримка резонатора в режимі **стабільного** параметричного резонансу.

Додаток 1. Вивід рівняння балансу фотонів для електричного поля.

Будемо виходити разом з [8] із спрощеного рівняння для кількості фотонів $-S$, без члена, відповідального за спонтанне випромінювання:

$$dS/dt = S(G(t) - 1/\tau_{ph}) \quad (Д1.1)$$

Де:

dS/dt - швидкість виходу фотонів із резонатору;

$S \cdot G(t)$ - швидкість надходження фотонів в резонатор;

S/τ_{ph} - швидкість втрат фотонів на зворотний зв'язок.

Інтуїтивно рівняння Д1.1 віддзеркалює те, що інтенсивність корисного випромінювання дорівнює різниці між швидкістю надходження фотонів у резонатор (накачки резонатору) та швидкості витрат на підтримання рівня порогу генерації.

$$S(t) = |E(t)|^2; E(t) = \sqrt{S(t)} \cdot e^{j\omega t};$$

$$S(t) = E(t) \cdot e^{j\omega t} \cdot E(t) \cdot e^{-j\omega t}$$

Будемо вважати, що частота генерації ω дорівнює власній частоті резонатора Ω . В іншому випадку поле мало би більш складний вигляд.

$$\begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} &= \frac{d}{dt}(E(t) \cdot e^{j\omega t}) \cdot E(t) \cdot e^{-j\omega t} + \frac{d}{dt}(E(t) \cdot e^{-j\omega t}) \cdot E(t) \cdot e^{j\omega t} \\ &= \left(\frac{dE(t)}{dt} \cdot e^{j\omega t} + j\omega \cdot e^{j\omega t} \cdot E(t) \right) \cdot E(t) \cdot e^{-j\omega t} + \left(\frac{dE(t)}{dt} \cdot e^{-j\omega t} - j\omega \cdot e^{-j\omega t} \cdot E(t) \right) \\ &\quad * E(t) \cdot e^{j\omega t} \\ &= \left(\frac{dE(t)}{dt} \cdot e^{j\omega t} + j\omega \cdot e^{j\omega t} \cdot E(t) \right) \cdot E(t) \cdot e^{-j\omega t} + \left(\frac{dE(t)}{dt} \cdot e^{-j\omega t} - j\omega \cdot e^{-j\omega t} \cdot E(t) \right) \\ &\quad \cdot E(t) \cdot e^{j\omega t} = (G(t) - 1/\tau_{ph}) \cdot E(t) \cdot e^{j\omega t} \cdot E(t) \cdot e^{-j\omega t} \end{aligned}$$

Скоротимо на $E(t) \cdot e^{-j\omega t}$ та приведемо подібні члени:

$$\frac{dE(t)}{dt} \cdot e^{j\omega t} = \frac{1}{2} ((G(t))^{1/2} - (1/\tau_{ph})^{1/2}) \cdot E(t) \cdot e^{j\omega t} \quad (Д1.2)$$

(Д1.2) є рівняння балансу фотонів для електричного поля.

Додаток 2. Вивід співвідношення для часу життя фотонів - τ_p .

Будемо вважати, що коефіцієнт відбиття глухого дзеркала дорівнює 1.

Кількість фотонів в момент часу t_i , тобто післяодногоциклувідбиття:

$$S(t_i) = R \cdot S(t_{i-1}) \quad (Д2.1)$$

Кількість фотонів в момент часу t_m , після m цикліввідбиття:

$$S(t_m) = R^m \cdot S(t_0) \quad (Д2.2)$$

$$t_m = \frac{2 \cdot L}{c} \cdot m \quad (Д2.3)$$

Де:

$S(t_0)$ – кількість фотонів в резонаторі в початковий момент часу;

m – кількість циклів відбиття в резонаторі;

R – коефіцієнт відбиття по інтенсивності, $R < 1$;

L – довжина резонатору;

c – швидкість світла в резонаторі.

Вирази (Д2.1), (Д2.2) задають процес, якому підкорюються багато інших процесів: природних, соціальних, фінансових, медичних і т. д. Принцип формулюється:

«Швидкість зростання пропорційна величині, що зростає», тобто:

$$\frac{dS(t)}{dt} \propto S(t)$$

З цього випливає диференціальне рівняння, яке після розділення змінних інтегрується:

$$\int \frac{dS(t)}{S(t)} = \int k \cdot dt \quad (Д2.4)$$

Після інтегрування отримаємо:

$$\ln S(t_m) = k \cdot t_m + C \quad (Д2.5)$$

Визначимо C , враховуючи початкові умови:

при $m = 0$;

$S(t_m) = S(t_0)$ та $t_m = 0$.

З Д2.5 випливає:

$$C = \ln S(t_0) \quad (Д2.6)$$

Підставляючи Д2.3 та Д2.6 в Д2.5, отримаємо:

$$k = \frac{c \cdot \ln R}{2 \cdot L} \quad (Д2.7)$$

Враховуючи те, що k повинен мати розмірність 1/сек та бути від'ємним, як це випливає з Д2.1:

$$-k = \frac{1}{\tau_p} \quad (Д2.8)$$

Ми отримали співвідношення для часу життя фотонів - τ_p :

$$\tau_p = -\frac{2 \cdot L}{c \cdot \ln R} = \frac{2 \cdot L}{c \cdot \ln R^{-1}}$$

Примітно, що τ_p не залежить ні від S ні від m , тобто визначається виключно конструктивними параметрами резонатору.

Зазначимо, що випадковий характер довжини прольоту окремого фотону - L , коефіцієнту відбиття - R та швидкості світла - c , обумовлюють випадковий характер - τ_p та, як слідство, розширення спектру частот генерації:

$$\Delta\nu = (2 \cdot \pi \cdot \tau_p)^{-1}.$$

Список використаних джерел

References

1. R.Lang and K. Kobayashi ‘External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties’, IEEE J. Quantum Electronics. 16(3), 1980. – 347-355 с.

2. P.J. de Groot, G.M. Gallatin, and S.H. Macomber. “Ranging and velocity generation in a backscatter- modulation laser diode,” Appl. Opt. 27, 1988. – vol. 31. 4475-4480 с.

3. Jiyang Li, Haisha Niu and Yanxiong Niu ‘Laser feedback interferometry and applications: a review, Optical Engineering 56(5), 050901 (May 2017)

4. K. Petermann. Laser diode modulation and noise, Published by Kluwer Academic Publishers, 1988

5. Jaynes E.T. The maximum entropy production principle. Ann. Rev. Phys. Chem., 1980

6. Martyushev L., Seleznev V. Maximum entropy production principle in physics, chemistry and biology // Phys. Reports. 2006. vol. 426(1). – 1-45 с.

7. Н.Д. Папалекси Академия наук СССР. Собрание трудов. Под ред. Проф. С.М. Рытова., Изд-во АН СССР 1948.– 350-428 с

8. Справочник по радиолокации. Редактор М. Скольник т.4 Радиолокационные станции и системы. Перевод с английского под ред. М.М. Вейсбейна. М. Сов. Радио 1978

1. R. Lang and K. Kobayashi. ‘External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties’, IEEE J. Quantum Electronics. 16(3), 1980. – 347-355 p.

2. P.J. de Groot, G.M. Gallatin, and S.H. Macomber. “Ranging and velocity generation in a backscatter- modulation laser diode,” Appl. Opt. 27, 1988. – vol. 31. 4475-4480 p.

3. Jiyang Li, Haisha Niu and Yanxiong Niu ‘Laser feedback interferometry and applications: a review, Optical Engineering 56(5), 050901 (May 2017)

4. K. Petermann. Laser diode modulation and noise, Published by Kluwer Academic Publishers, 1988

5. Jaynes E.T. The maximum entropy production principle. Ann. Rev. Phys. Chem., 1980

6. Martyushev L., Seleznev V. Maximum entropy production principle in physics, chemistry and biology // Phys. Reports. 2006. vol. 426(1). – 1-45 p.

7. N.D. Papaleksi Academy of Sciences of the USSR. Collection of works. Ed. Prof. S.M. Rytova., Publishing House of the USSR Academy of Sciences 1948 .-- 350-428 p

8. Handbook of radar. Editor M. Skolnik vol. 4 Radar stations and systems. Translation from English, ed. M.M. Weisbane. M. Sov..Radio 1978

Надійшла до редколегії 10.07.20