

УДК 539.3

DOI: <https://doi.org/10.17721/1812-5409.2024/1.17>

Igor ULITKO¹, канд. фіз.-мат. наук, доц.
ORCID ID: 0000-0001-6452-141X
e-mail: igorulitko@knu.ua

Олександр БОРИСЕЙКО¹, канд. фіз.-мат. наук, доц.
ORCID ID: 0009-0001-3023-5332
e-mail: boryseiko@knu.ua

Ірина ЛЕБЕДЕЄВА¹, канд. фіз.-мат. наук, доц.
ORCID ID: 0000-0001-7150-1310
e-mail: lebedyevaiv@knu.ua

Олександр КУРИЛКО¹, канд. фіз.-мат. наук, доц.
ORCID ID: 0000-0002-1711-7083
e-mail: alexandr.kurylko@knu.ua

¹Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

ПАДІННЯ ТА ВІДБИВАННЯ ДИСПЕРСІЙНИХ ЗА КОРІОЛІСОМ ГАРМОНІЧНИХ ХВИЛЬ НА ПОВЕРХНІ ПРУЖНОГО ПІВПРОСТОРУ

У гіроскопічних сенсорах на об'ємних акустичних хвилях для визначення кутової швидкості обертання пропонуємо використовувати властивість зміни напрямку вектора поляризації зсувних хвиль, що відбувається на скінченій довжині хвилеводу. Цей ефект зумовлений коріолісовою дисперсією гармонічних хвиль у пружному середовищі внаслідок дії сил інерції обертового руху. Актуальними натеper є питання розрахунку відбивання і заломлення хвиль у хвилеводі, що перебуває в обертовому русі, зокрема випадки відбивання й заломлення на неортогональних границях, у з'єднаних хвилеводах тощо. З огляду на це математична модель падіння та відбивання дисперсійних за Коріолісом гармонічних хвиль на поверхні пружного півпростору під довільним до неї кутом відіграє ключову роль.

У пропонованій статті загальні розв'язки для падаючої та відбитих хвиль побудовано, спираючись на фундаментальні розв'язки для квазіпоздовжніх і квазіпоперечних дисперсійних хвиль у необмеженому середовищі, що рівномірно обертається. Під час постановки задачі передбачено, що хвилі утворюються двома зв'язаними компонентами переміщень з еліптичною поляризацією. Такі загальні розв'язки названо нормальними та тангенціальними хвилями. Завдяки аналізу дисперсійних залежностей встановлено, що хвильові числа падаючих і відбитих хвиль не залежать від кутів падіння та відбивання. У випадку вільної поверхні півпростору на основі відношень Снеліуса з'ясовано, що кути падіння і відбивання нормальних хвиль рівні між собою, а коефіцієнт і кут відбивання тангенціальної дисперсійної хвилі визначається відношенням дисперсійних хвильових чисел.

Ключові слова: падіння і відбивання хвиль, сили Коріоліса, закони Снеліуса, хвильові гіроскопи.

Класифікація відповідно до AMS 2020: 74H05, 74J05.

Вступ

Ідею використання властивості зміни напрямку вектора поляризації зсувних хвиль у хвилеводі в сенсорах інерціальної навігації неодноразово пропонували відомі вчені (Сарапулов, & Улітко, 2001; Gribkova et al., 2014; Davaji et al., 2017). Ця властивість обумовлена Коріолісовою дисперсією хвиль під дією сил інерції обертового руху (Shoenberg, & Sensor, 1973; Улітко, 1995). У контексті вивчення практично важливих питань розрахунку відбитих і заломлених хвиль у складеному хвилеводі, відбивання від неортогональної границі тощо ключову роль відіграє задача про падіння та відбивання дисперсійних за Коріолісом хвиль на поверхні пружного півпростору під довільним до неї кутом під час рівномірного обертового руху. У дослідженнях із цього приводу (Singh B. V., & Singh B., 2018) під час побудови математичної моделі розглянуто ті ж самі загальні розв'язки для механічних та електричних величин, що і в класичній динамічній теорії пружності та термоелектропружності.

Якщо ж дотримуватись постановок задач хвильової гіроскопії, то загальні розв'язки для падаючих і відбитих хвиль мають будуватися, зважаючи на фундаментальні розв'язки для квазіпоздовжніх і квазіпоперечних хвиль у необмеженому середовищі (Улітко, 1995). Під час постановки задачі в цій статті ми враховуємо, що падаючі та відбиті хвилі утворюються двома зв'язаними за Коріолісом компонентами переміщень. Такі хвилі мають еліптичну, а не лінійну поляризацію.

Об'єктом дослідження є загальні розв'язки в задачі про падіння та відбивання дисперсійних за Коріолісом гармонічних хвиль на поверхні пружного півпростору, а метою дослідження – визначення Коріолісових дисперсійних залежностей падаючих і відбитих хвиль, а також розкриття кінематичних характеристик – кутів відбивання нормальної та тангенціальної хвилі від вільної поверхні.

1. Постановка задачі

Дотримуючись підходу, запропонованого А. Уліткою (Улітко, 1990), рівняння та вирішальні співвідношення формулюємо у відносній системі відліку. Основними змінними тут є відносні пружні переміщення $\mathbf{u}$ тіла та кутова швидкість обертання $\mathbf{\Omega}$ рухомої системи відліку. Загальні розв'язки, як і в монографії (Achenbach, 1973), записуватимемо у змінних переміщень і напружень. У випадку рівномірного обертового руху векторне динамічне рівняння Ламе у відносній системі відліку має такий вигляд (Shoenberg, & Sensor, 1973; Улітко, 1995):

$$(c_1^2 - c_2^2)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + c_2^2 \nabla^2 \mathbf{u} = \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{u}) + 2(\mathbf{\Omega} \times \dot{\mathbf{u}}), \quad (1)$$

де $c_1 = \sqrt{(2G/\rho)(1-\nu)/(1-2\nu)}$, $c_2 = \sqrt{G/\rho}$ – швидкості поздовжніх і поперечних хвиль у нерухомому тілі, G – модуль зсуву, ν – коефіцієнт Пуасона, ρ – густина матеріалу. Вважаємо, що вісь обертання Oy лежить у площині границі

півпростору, тоді $\Omega = \mathbf{j}\Omega_0$, $\Omega_0 = \text{const}$. Зв'язаними за прискореннями Коріоліса є компоненти переміщень u_x та u_z в сагітальній площині Oxz , перпендикулярній до поверхні півпростору і до вектора кутової швидкості.

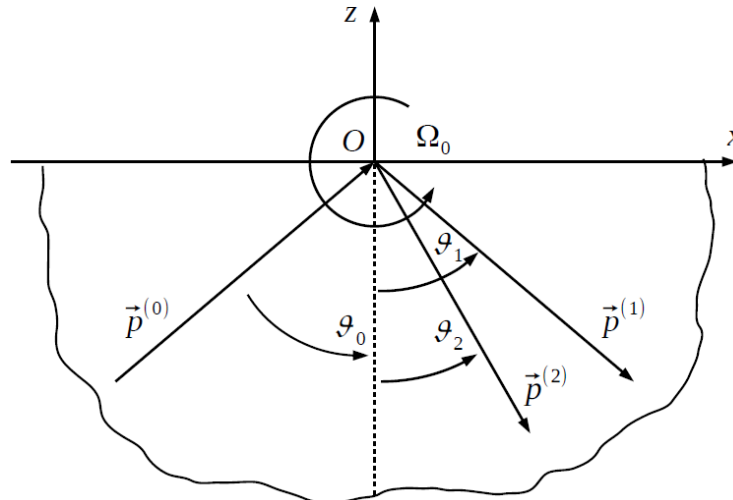


Рис. 1. Падіння та відбивання хвиль на границі півпростору

На рис. 1 зображено загальну картину падіння та відбивання дисперсійних за Коріолісом хвиль на границі півпростору. У всіх трьох випадках:

- хвильовий вектор $\mathbf{p}^{(0)}$, кут падіння ϑ_0 : падаюча дисперсійна хвиля, переміщення $u_x^{(0)}$, $u_z^{(0)}$;
- хвильовий вектор $\mathbf{p}^{(1)}$, кут відбивання ϑ_1 : нормальна відбита хвиля, переміщення $u_x^{(1)}$, $u_z^{(1)}$;
- хвильовий вектор $\mathbf{p}^{(2)}$, кут відбивання ϑ_2 : тангенціальна відбита хвиля, переміщення $u_x^{(2)}$, $u_z^{(2)}$,

квазіпоздовжні та квазіпоперечні компоненти переміщень $u_x^{(i)}$ та $u_z^{(i)}$ ($i = 0, 1, 2$ – індекс задачі) утворюють плоску хвилю з еліптичною поляризацією. Оскільки у півпросторі, що обертається, неможливо задати наперед якісні характеристики хвиль, поділивши їх на поздовжні та поперечні, але варто передбачити збіжність моделі до випадку нерухомого півпростору, то приймемо таку гіпотезу: будемо вважати, що за малих кутових швидкостей обертання відбиті хвилі $\mathbf{p}^{(1)}$ і $\mathbf{p}^{(2)}$ матимуть, відповідно, переважно поздовжні та переважно поперечні складові переміщень. Завершуючи постановку задачі, обмежимося граничними умовами на вільній поверхні півпростору

$$\sigma_z^{(0)}|_{z=0} + \sigma_z^{(1)}|_{z=0} + \sigma_z^{(2)}|_{z=0} = 0, \quad \tau_{zx}^{(0)}|_{z=0} + \tau_{zx}^{(1)}|_{z=0} + \tau_{zx}^{(2)}|_{z=0} = 0. \quad (2)$$

2. Загальні розв'язки

Уведемо позначення: $\varepsilon = \Omega_0/\omega$ – нормована кутова швидкість обертання, k_1 , k_2 – хвильові числа квазіпоздовжних і квазіпоперечних дисперсійних хвиль (Улитко, 1995), тоді

$$k_{1,2} = \sqrt{\frac{1+\varepsilon^2}{2} \left(\frac{\omega^2}{c_1^2} + \frac{\omega^2}{c_2^2} \right)} \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \frac{4c_1^2 c_2^2}{(c_1^2 + c_2^2)^2} \left(\frac{1-\varepsilon^2}{1+\varepsilon^2} \right)^2}}, \quad (3)$$

де c_{p1} , c_{p2} – їхні фазові швидкості, $k_1 c_{p1} = k_2 c_{p2} = \omega$, ω – кругова частота.

Падаюча дисперсійна хвиля $\mathbf{p}^{(0)}$. Розв'язок для переміщень шукаємо у вигляді суперпозиції

$$u_x^{(0)} = \sin \vartheta_0 [A_1^{(0)} \exp(i\eta_1^0) + A_2^{(0)} \exp(i\eta_2^0)], \quad u_z^{(0)} = \cos \vartheta_0 [B_1^{(0)} \exp(i\eta_1^0) + B_2^{(0)} \exp(i\eta_2^0)], \quad (4)$$

$$i\eta_1^0 = (ik_1)[(x \sin \vartheta_0 + z \cos \vartheta_0) - c_{p1}t], \quad i\eta_2^0 = (ik_2)[(x \sin \vartheta_0 + z \cos \vartheta_0) - c_{p2}t]. \quad (5)$$

Зв'язок між сталими загального розв'язку (5) $A_{1,2}^{(0)}$, $B_{1,2}^{(0)}$ встановлюється з алгебраїчної системи після підстановки виразів (4)–(5) у рівняння Ламе (1)

$$A_1^{(0)} = -B_1^{(0)} \frac{\cos \vartheta_0}{\sin \vartheta_0} F_1(k_1), \quad A_2^{(0)} = -B_2^{(0)} \frac{\cos \vartheta_0}{\sin \vartheta_0} F_2(k_2), \quad F_{1,2} = \frac{\left(l_0^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} n_0^2 \right) k_{1,2}^2 - \frac{\omega^2}{c_2^2} (1+\varepsilon^2)}{\frac{n_0 l_0}{2(1-\nu)} k_{1,2}^2 + \frac{\omega^2}{c_2^2} 2i\varepsilon}, \quad (6)$$

де $l_0 = \sin \vartheta_0$, $n_0 = \cos \vartheta_0$.

Відбита дисперсійна нормальна хвиля $\mathbf{p}^{(1)}$. Під час визначення аргументів біжучих хвиль $i\eta_1^1$ $i\eta_2^1$ й у формулах для переміщень урахуємо зміну знаку координат x, z (див. рис. 1)

$$u_x^{(1)} = \sin \vartheta_1 [A_1^{(1)} \exp(i\eta_1^1) + A_2^{(1)} \exp(i\eta_2^1)], \quad u_z^{(1)} = -\cos \vartheta_1 [B_1^{(1)} \exp(i\eta_1^1) + B_2^{(1)} \exp(i\eta_2^1)], \quad (7)$$

$$i\eta_1^1 = (ik_1)[(x \sin \vartheta_1 - z \cos \vartheta_1) - c_{p1}t], \quad i\eta_2^1 = (ik_2)[(x \sin \vartheta_1 - z \cos \vartheta_1) - c_{p2}t]. \quad (8)$$

Аналогічно знаходимо зв'язок між константами ($l_1 = \sin \vartheta_1$, $n_1 = \cos \vartheta_1$):

$$A_1^{(1)} = -B_1^{(1)} \frac{\cos \vartheta_1}{\sin \vartheta_1} G_1(k_1), \quad A_2^{(1)} = -B_2^{(1)} \frac{\cos \vartheta_1}{\sin \vartheta_1} G_2(k_2), \quad G_{1,2} = \frac{\left(l_1^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} n_1^2 \right) k_{1,2}^2 - \frac{\omega^2}{c_2^2} (1+\varepsilon^2)}{\frac{n_1 l_1}{2(1-\nu)} k_{1,2}^2 - \frac{\omega^2}{c_2^2} 2i\varepsilon}. \quad (9)$$

Відбита дисперсійна тангенціальна хвиля $\mathbf{p}^{(2)}$. У нерухомому півпросторі у відбитій поперечній хвилі рух матеріальних частинок є перпендикулярним до напрямку її поширення (тангенціальним). Зробимо припущення, що й у півпросторі, який обертається за незначних кутових швидкостей, поширюється хвиля $\mathbf{p}^{(2)}$ з переважно тангенціальними переміщеннями з домінуючими квазіпоперечними компонентами. Форма загального розв'язку для переміщень відбитої тангенціальної хвилі буде такою:

$$u_x^{(2)} = \cos \vartheta_2 [A_1^{(2)} \exp(i\eta_1^2) + A_2^{(2)} \exp(i\eta_2^2)], \quad u_z^{(2)} = \sin \vartheta_2 [B_1^{(2)} \exp(i\eta_1^2) + B_2^{(2)} \exp(i\eta_2^2)], \quad (10)$$

$$i\eta_1^2 = (ik_1)[(x \sin \vartheta_2 - z \cos \vartheta_2) - c_{p1}t], \quad i\eta_2^2 = (ik_2)[(x \sin \vartheta_2 - z \cos \vartheta_2) - c_{p2}t], \quad (11)$$

$$A_1^{(2)} = B_1^{(2)} \frac{\sin \vartheta_2}{\cos \vartheta_2} H_1(k_1), \quad A_2^{(2)} = B_2^{(2)} \frac{\sin \vartheta_2}{\cos \vartheta_2} H_2(k_2), \quad H_{1,2} = \frac{\left(l_2^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} n_2^2 \right) k_{1,2}^2 - \frac{\omega^2}{c_2^2} (1+\varepsilon^2)}{\frac{n_2 l_2}{2(1-\nu)} k_{1,2}^2 - \frac{\omega^2}{c_2^2} 2i\varepsilon},$$

$$l_2 = \sin \vartheta_2, \quad n_2 = \cos \vartheta_2. \quad (12)$$

3. Дисперсійні залежності

Залежності хвильових чисел (або фазових швидкостей) від кутової швидкості обертання формують закони Коріолісової дисперсії хвиль. Для їх встановлення слід прирівняти нулеві визначники систем алгебраїчних рівнянь, отримуваних після підстановки загальних розв'язків (4), (7), (10) в рівняння Ламе (1): $\Delta_0 = 0$, $\Delta_1 = 0$, $\Delta_2 = 0$. У всіх трьох випадках нами було отримане те саме бікватратне алгебраїчне рівняння відносно хвильового числа k

$$\Delta(k, \omega, \Omega_0) = k^4 \left\{ \left[l^2 + n^2 \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \right] \left[l^2 + n^2 \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \right] - \frac{n^2 l^2}{2(1-\nu)(1-2\nu)} \right\} -$$

$$- k^2 \left\{ (1+\varepsilon^2) \left[\frac{\omega^2}{c_2^2} \left[l^2 + n^2 \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \right] + \frac{\omega^2}{c_1^2} \left[l^2 + n^2 \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \right] \right] + l \cdot n \cdot 2i\varepsilon \left[\frac{\omega^2}{c_1^2} \frac{1}{1-2\nu} - \frac{\omega^2}{c_2^2} \frac{1}{2(1-\nu)} \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\omega^2}{c_1^2} \frac{\omega^2}{c_2^2} (1-\varepsilon^2)^2 \right\} = 0. \quad (13)$$

Після тотожних перетворень його коефіцієнтів виявилось, що вони не залежать від кутів падіння і відбивання $l_i = \sin \vartheta_i$, $n_i = \cos \vartheta_i$, тобто це рівняння не відрізняється від дисперсійного рівняння для хвиль у необмеженому середовищі, що поширюються перпендикулярно до осі обертання (Улитко, 1995),

$$\Delta(k, \omega, \Omega_0) = k^4 - k^2 (1+\varepsilon) \left(\frac{\omega^2}{c_1^2} + \frac{\omega^2}{c_2^2} \right) + \frac{\omega^2}{c_1^2} \frac{\omega^2}{c_2^2} (1-\varepsilon^2)^2 = 0. \quad (14)$$

Його корені k_1, k_2 подано формулами (3). Отже, хвильові числа падаючих і відбитих хвиль у півпросторі, що обертається, жодним чином не залежать від кута падіння чи відбивання.

4. Кути падіння і відбивання у випадку вільної поверхні

З розв'язку системи алгебраїчних рівнянь, отриманої у разі виконання граничних умов (2), випливає, що справджуються закони Синеліуса такі ж як і в нерухомому випадку (Achenbach, 1973), зокрема,

$$\vartheta_0 = \vartheta_1, \quad \sin \vartheta_2 = \frac{k_2}{k_1} \sin \vartheta_0 = \frac{c_{p1}}{c_{p2}} \sin \vartheta_0 = \varepsilon \sin \vartheta_0. \quad (15)$$

Тобто кут відбивання нормальної хвилі $\mathbf{p}^{(1)}$ дорівнює куту падіння дисперсійної хвилі $\mathbf{p}^{(0)}$, а кут відбивання тангенціальної хвилі $\mathbf{p}^{(2)}$ визначаємо відношенням хвильових чисел k_2 до k_1 або оберненим відношенням їх фазових швидкостей. У випадку малої кутової швидкості обертання $\varepsilon = \Omega / \omega \ll 1$ для коефіцієнта відбивання ε і для кута відбивання ϑ_2 можна дати таку асимптотичну оцінку:

$$\varepsilon \approx \frac{c_1}{c_2} \left(1 + 2\varepsilon^2 \frac{c_1^2 + c_2^2}{c_1^2 - c_2^2} \right), \quad \vartheta_2 \approx \arcsin \left[\frac{c_1}{c_2} \left(1 + 2\varepsilon^2 \frac{c_1^2 + c_2^2}{c_1^2 - c_2^2} \right) \sin \vartheta_0 \right], \quad \varepsilon = \Omega / \omega \ll 1. \quad (16)$$

Зазначимо, що кут відбивання тангенціальної хвилі ϑ_2 у нерухомому півпросторі визначає напрямок поширення відбитої бездисперсійної хвилі зсуву. Стосовно зміни амплітуди відбитої тангенціальної хвилі $\mathbf{p}^{(2)}$ залежно від кутової швидкості обертання, то вона за попередніми підрахунками сягає максимуму для кута $\vartheta_2 \approx \pi/4$ і становить близько 20 % за $\varepsilon = \Omega_0 / \omega = 0.1$ порівняно з відбитою поперечною хвилею у нерухомому півпросторі.

Дискусія і висновки

Запропонована математична модель ґрунтується на загальних розв'язках для дисперсійних за Коріолісом хвиль у необмеженому середовищі як на фундаментальних. З'ясовано, що закони Коріолісової дисперсії не залежать від кутів падіння чи відбивання, а дисперсійні співвідношення є такими ж, як і в необмеженому середовищі. У випадку вільної поверхні кути падіння і відбивання нормальних дисперсійних хвиль рівні між собою, а кут відбивання тангенціальної дисперсійної хвилі визначаємо відношенням дисперсійних хвильових чисел.

Внесок авторів: Ігор Улітко – концептуалізація дослідження, постановка задачі, класифікація загальних розв'язків; Олександр Борисейко – аналіз дисперсійних залежностей, Ірина Лебедева – аналіз розв'язків для відбитих дисперсійних хвиль; Олександр Курилко – асимптотичні формули для кута та коефіцієнта відбивання дисперсійної тангенціальної хвилі.

Подяки, джерела фінансування. Дослідження здійснювалися в межах наукової теми № 23КФ038-02 "Динамічна поведінка тіл з ускладненими механічними властивостями з врахуванням зв'язаності механічних і теплових полів", що виконується в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка.

Список використаних джерел

- Сарапулов, С. А., & Улітко, І. А. (2001). Влияние вращения на объемные волны в упругой среде и их использование в твердотельной гироскопии. *Гироскопия и навигация*, 35(4) 64–72.
- Улітко, І. А. (1995). Дисперсия плоских гармонических волн в равномерно вращающемся упругом пространстве. *Доповіді НАН України*, 1, 54–57.
- Улітко, А. Ф. (1990). Пространственное движение упругих тел. *Известия АН СССР. МТТ*, 6, 55–66.
- Achenbach, J. D. (1973). *Wave propagation in elastic solids*. North-Holland.
- Davaji, B., Pinrod, V., Kulkarni, S., & Lal, A. (2017). Towards a surface and bulk excited SAW gyroscope. *Proceedings of the 2017 IEEE International Ultrasonics Symposium* (pp. 1–4). Washington DC. <https://doi.org/10.1109/ULTSYM.2017.8092490>
- Gribkova, E., Kukaev, A., Lukyanov, D., Lutovinov, A., Peregodov, A., & Shevelko, M. (2014). Solid-state motion sensors on acoustic waves. Theory and experiment. *Proceedings of the 2014 Symposium on Piezoelectricity, Acoustic Waves, and Device Applications* (pp. 22–24). Beijing. <https://doi.org/10.1109/SPAWDA.2014.6998516>
- Shoenberg, M., & Censor, D. (1973). Elastic waves in rotating media. *Quarterly Applied Mathematics*, 31(4) 115–125. <https://doi.org/10.1090/QAM/99708>
- Singh, B. V., & Singh, B. (2018). Reflection from free surface of a rotating generalized thermo-piezoelectric solid half space. *Journal of Solid Mechanics*, 10(1), 57–66. <https://sid.ir/paper/319523/en>

References

- Achenbach, J. D. (1973). *Wave propagation in elastic solids*. North-Holland.
- Davaji, B., Pinrod, V., Kulkarni, S., & Lal, A. (2017). Towards a surface and bulk excited SAW gyroscope. *Proceedings of the 2017 IEEE International Ultrasonics Symposium* (pp. 1–4). Washington DC. <https://doi.org/10.1109/ULTSYM.2017.8092490>
- Gribkova, E., Kukaev, A., Lukyanov, D., & Lutovinov, A., Peregodov, A., & Shevelko, M. (2014). Solid-state motion sensors on acoustic waves. Theory and experiment. *Proceedings of the 2014 Symposium on Piezoelectricity, Acoustic Waves, and Device Applications* (pp. 22–24). Beijing. <https://doi.org/10.1109/SPAWDA.2014.6998516>
- Sarapuloff, S. A., & Ulitko, I. A. (2001). Rotation influence upon volume waves in an elastic medium and their usage in solid-state gyroscopy. *Gyroscopy and Navigation*, 35(4), 64–72 [in Russian].
- Shoenberg, M., & Censor, D. (1973). Elastic waves in rotating media. *Quarterly Applied Mathematics*, 31(4) 115–125. <https://doi.org/10.1090/QAM/99708>
- Singh, B. V., & Singh, B. (2018). Reflection from free surface of a rotating generalized thermo-piezoelectric solid half space. *Journal of Solid Mechanics*, 10(1), 57–66. <https://sid.ir/paper/319523/en>
- Ulitko, I. A. (1995). Dispersion of plane harmonic waves in the steadily rotating elastic medium. *Additional evidence from the National Academy of Sciences of Ukraine*, 1, 54–57 [in Russian].
- Ulitko, A. F. (1990). Spatial motion of elastic solids. *Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Solid Mechanics*, 6, 55–66 [in Russian].

Отримано редакцією журналу / Received: 28.10.23

Прорецензовано / Revised: 06.03.24

Схвалено до друку / Accepted: 10.05.24

Igor ULITKO¹, PhD (Phys. & Math.), Assoc. Prof.
ORCID ID: 0000-0001-6452-141X
e-mail: igorulitko@knu.ua

Olexandr BORYSEIKO¹, PhD (Phys. & Math.), Assoc. Prof.
ORCID ID: 0009-0001-3023-5332
e-mail: boryseiko@knu.ua

Iryna LEBEDEVA¹, PhD (Phys. & Math.), Assoc. Prof.
ORCID ID: 0000-0001-7150-1310
e-mail: lebedyevaiv@knu.ua

Olexandr KURLKO¹, PhD (Phys. & Math.), Assoc. Prof.
ORCID ID: 0000-0002-1711-7083
e-mail: alexandr.kurlko@knu.ua

¹Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

INCIDENCE AND REFLECTION OF CORIOLIS-DISPERSED HARMONIC WAVES AT THE BOUNDARY OF AN ELASTIC HALF-SPACE

In the modern inertial sensors based on the bulk acoustic waves propagation, the change of the polarization vector through a certain finite length of the waveguide, is proposed to determine the angular velocity [1,2,3]. It is caused by Coriolis dispersion due to the action of the inertial forces of rotational motion [4,5]. Among the important issues of calculation of reflected and refracted waves in rotational motion, one can mention joined waveguides, reflection from a non-orthogonal boundary, etc. So, the problem of the incidence and reflection of Coriolis- dispersed harmonic waves on the surface of an elastic half-space at an arbitrary angle of propagation plays the key role. Research in this regard [6] besides the study of the effect of Coriolis dispersion in reflected waves, includes also piezoelectric and thermal material properties of waveguides. In the mathematical modelling the authors of [6] consider the general solutions for mechanical and electrical quantities in the some way as in the non-rotating classical case of elastodynamics and thermoelectroelasticity.

In our opinion, the general solutions for incident and reflected waves should be built on the basis of fundamental solutions for quasi-longitudinal and quasi-transverse waves, propagating in the unbounded rotating medium [5]. In the statement of the problem, it should be assumed in advance, that the incident and reflected waves are formed by two coupled components of displacements, that is, such waves have elliptical polarization.

Keywords: incidence and reflection of waves, Coriolis forces, Snell's law, BAW gyroscope.

Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів. Спонсори не брали участі в розробленні дослідження; у зборі, аналізі чи інтерпретації даних; у написанні рукопису; в рішенні про публікацію результатів.

The authors declare no conflicts of interest. The funders had no role in the design of the study; in the collection, analyses or interpretation of data; in the writing of the manuscript; in the decision to publish the results.