

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
ФАКУЛЬТЕТ РАДІОФІЗИКИ, ЕЛЕКТРОНІКИ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ
Кафедра медичної радіофізики

До захисту допущено:

«На правах рукопису»

Завідувач кафедри _____ Сергій РАДЧЕНКО

« __ » червня 2023 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА БАКАЛАВРА
на тему:
« ОЦІНКА РОЗПОДІЛУ ШУМУ РАДІОГРАФІЧНОГО ЗОБРАЖЕННЯ,
СПРИЧИНЕНОГО ВНУТРІШНЬООБ'ЄКТНИМ РОЗСІЮВАННЯМ
ВИПРОМІНЮВАННЯ »

Виконала:

студентка 4-го курсу
денної форми навчання
спеціальності 105 – Прикладна фізика та наноматеріали
ОП «Електроніка та інформаційні технології в медицині»
Смагіна Марія Антонівна

Науковий керівник:

канд. фіз.-мат. наук, доцент
Радченко Сергій Петрович

Рецензент:

докт. фіз.-мат. наук, доцент
Макаренко Олексій Володимирович

Засвідчую, що у цій бакалаврській роботі
немає запозичень з праць інших авторів без
відповідних посилань
Студент _____

Робота допущена до захисту в ЕК рішенням кафедри медичної радіофізики
від «__» червня 2023 р., протокол № __.

Завідувач кафедри медичної радіофізики,
канд. фіз.-мат. наук, доцент
Радченко Сергій Петрович

РЕФЕРАТ

Випускна кваліфікаційна робота бакалавра: 61 с., 11 рис., 1 табл., 34 джерела.

На основі аналізу проблеми впливу розсіяного випромінювання на радіографічних зображеннях запропоновано теоретичну модель, за допомогою якої отримано представлення розподілу інтенсивності некогерентно розсіяного випромінювання в площині детектора. Для підтвердження коректності використання отриманої формули для оцінки розподілу розсіяного випромінювання реальних рентгенографічних систем реалізовано моделювання для дванадцяти рентгенографічних систем з різними характеристиками на базі GATE. Показано, що вибір системи з більшими енергіями та кількістю первинних фотонів забезпечує краще узгодження теоретичної залежності та результатів моделювання розсіяного випромінювання, що дозволяє використати теоретично отриману формулу для опису просторового розподілу інтенсивності некогерентно розсіяного випромінювання в площині детектора.

Ключові слова: РОЗСІЯНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ, ШУМ, НЕКОГЕРЕНТНЕ РОЗСІЮВАННЯ, КОРЕКЦІЯ ЗОБРАЖЕННЯ, ПРОГРАМНІ МЕТОДИ, МЕТОД МОНТЕ КАРЛО

СКОРОЧЕННЯ

SNR (англ. Signal-to-Noise Ratio) – співвідношення Сигнал-Шум

S/P, SPR (англ. Scatter-to-Primary Ratio) – співвідношення розсіяного та первинного випромінювання

GATE (англ. Geant4 Application for Tomographic Emission) – додаток Geant4 для емісійної томографії

PSF (англ. point spread function) – функція розсіювання точки

ЦЕРН (CERN) – Європейська організація з ядерних досліджень

ЗМІСТ

РЕФЕРАТ	2
СКОРОЧЕННЯ.....	3
ЗМІСТ	4
ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1. ВПЛИВ РОЗСІЯНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ НА РЕНТГЕНОГРАФІЧНІ ЗОБРАЖЕННЯ.....	8
1.1 Розсіяне випромінювання в рентгенографії	8
1.2 Вплив розсіяного випромінювання на зображення.....	12
1.2.1 Вплив розсіяного випромінювання на контраст зображення	13
1.2.2 Вплив розсіяного випромінювання на SNR зображення	14
1.3 Методи зменшення кількості розсіяного випромінювання	15
1.3.1 Апаратні методи зменшення кількості розсіяного випромінювання	16
1.3.2 Програмні методи зменшення кількості розсіяного випромінювання.....	20
1.4 ПЗ для моделювання Монте Карло. GATE як інструмент моделювання рентгенографічних систем.....	24
РОЗДІЛ 2. ПРЕДСТАВЛЕННЯ РОЗПОДІЛУ РОЗСІЯНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ В ПЛОЩИНІ ДЕТЕКТОРА	28
2.1 Постановка завдання.....	28
2.2 Прийняті наближення	30
2.3 Процедура розв’язання задачі	30
2.4 Аналіз отриманих результатів та можливості їхньої експериментальної перевірки	33
РОЗДІЛ 3. ПЕРЕВІРКА ТЕОРЕТИЧНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ МОДЕЛЮВАННЯ	36
3.1 Постановка завдання та реалізація моделювання	36
3.2 Отримані результати	37
3.2.1 Результати, отримані шляхом обрахунків за формулою	37
3.2.2 Результати, отримані шляхом моделювання	39
3.3 Аналіз та порівняння результатів, отриманих з використанням теоретично одержаної формули, з результатами моделювання.....	41

ВИСНОВКИ	47
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	49
ДОДАТКИ	52

ВСТУП

Однією з найсуттєвіших перешкод, що виникають при реалізації рентгенографічних систем, є генерація розсіяного випромінювання всередині об'єкта дослідження. Розсіяна компонента сигналу, отриманого внаслідок опромінення об'єкта рентгенівським випромінюванням, може в кілька разів перевищувати корисну компоненту, що призводить до значного погіршення таких важливих характеристик зображення як контраст та співвідношення сигнал/шум (SNR), значно обмежуючи використання зображення в діагностичних цілях.

До найпростіших методів зменшення кількості розсіяного випромінювання відносять такі апаратні методи як метод повітряного проміжку та метод розсіювального растру. Обидва методи дають досить хороші результати та використовуються в реальних рентгенографічних системах, проте вони не позбавлені недоліків, через які не завжди вдається застосовувати їх в реальних клінічних умовах. З появою комп'ютерів все більше уваги приділяється розробці програмних методів забезпечення, які дозволяють уникнути проблем, що виникають при застосуванні апаратних методів. У той же час, більшість програмних методів вимагають задіяння великої кількості пам'яті, деяких попередніх знань про об'єкт або потребують великого проміжку часу для обробки зображень.

Таким чином, розробка методів зменшення кількості розсіяного випромінювання на рентгенівських зображеннях залишається актуальною й дотепер, чим зумовлюється й **актуальність** даної роботи.

Метою роботи є створення теоретичної моделі для побудови алгоритму зменшення кількості розсіяного випромінювання, знаходження способу представлення розсіяної компоненти та перевірка отриманих результатів за допомогою моделювання.

Для досягнення мети поставлено наступні **завдання**:

1. Ознайомитися з існуючими методами зменшення кількості розсіяного випромінювання на рентгенографічних зображеннях, опрацювати тематичну наукову літературу, та з'ясувати тенденції розробки сучасних алгоритмів.

2. Сформулювати теоретичну модель, в рамках якої пропонується розв'язувати задачу представлення розподілу розсіяного випромінювання, з'ясувати межі використання цієї моделі.

3. Знайти спосіб представлення функції розсіяної компоненти випромінювання.

4. Провести моделювання з ціллю з'ясувати коректність обраної теоретичної моделі та представлення розсіяної компоненти.

Об'єкт дослідження: процеси розсіяння рентгенівського випромінювання, зокрема в процесі рентгенографічних досліджень медикобіологічних об'єктів.

Предмет дослідження: закономірність розподілу розсіяного рентгенівського випромінювання в площині датчика.

Методи дослідження: під час виконання дипломної роботи було застосовано комплекс методів дослідження, зокрема аналіз та синтез при обробці інформації, отриманої при роботі з науковою літературою, та аналізі процесів взаємодії рентгенівських квантів з речовиною; ідеалізацію та абстрагування в рамках побудови теоретичної моделі, для якої вважаємо справедливими деякі наближення; математичне моделювання методом Монте Карло для оцінки коректності теоретично отриманих результатів; порівняння та узагальнення аналітичних залежностей та результатів моделювання.

РОЗДІЛ 1. ВПЛИВ РОЗСІЯНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ НА РЕНТГЕНОГРАФІЧНІ ЗОБРАЖЕННЯ

1.1 Розсіяне випромінювання в рентгенографії

Формування рентгенографічних зображень відбувається завдяки поглинанню тілами однієї частини рентгенівського випромінювання, і вільного проходження іншої. Таким чином, при просвічуванні рентгенівським випромінюванням частини тіла маємо змогу спостерігати внутрішню структуру організму та можливі патологічні зміни завдяки різниці в поглинанні рентгенівського випромінювання різними тканинами.

Великою проблемою при використанні рентгенівського випромінювання для отримання знімків людського тіла є те, що окрім вільного проходження та поглинання випромінювання, має місце такий вид взаємодії випромінювання з речовиною як розсіяння. Розсіяння – це явище, яке полягає у взаємодії фотонів з атомами речовини, в результаті чого змінюється енергія фотонів та напрямок їхнього руху. Оскільки розсіяне випромінювання у явному вигляді не надає корисної інформації про внутрішню структуру об'єкта дослідження, то попадаючи на детектор, воно спотворює зображення, відіграючи роль шумової компоненти.

Проблемою являється велика частка розсіяного випромінювання по відношенню до первинного, тобто того, що вільно пройшло через об'єкт дослідження. Типовою часткою розсіяного випромінювання для рентгенівських знімків грудної клітки є 55% у ділянці легень, 81% у ретрокардіальній ділянці та 91% у середостінні [1]. Окрім відношення розсіяного випромінювання до всього зареєстрованого випромінювання для опису величини розсіяння також використовується співвідношення розсіяного випромінювання та первинного S/P (також SPR). До збільшення S/P призводить збільшення FOV детектора, збільшення товщини об'єкта, що опромінюється, та збільшення напруги, що прикладається до рентгенівської трубки.

Оскільки розсіювання електронів є випадковим процесом, неможливо визначити, які з фотонів розсіюються в процесі опромінення об'єкта, в якому напрямку та з якою енергією будуть рухатися розсіяні фотони, та в яку точку детектора потрапить кожен з розсіяних фотонів. Для опису розсіювання використовуються статистичні моделі та розподіл ймовірностей, за допомогою яких можна описувати ймовірність розсіювання при різних конфігураціях і параметрах системи та характеристиках випромінювання.

Розсіювання рентгенівських фотонів може відбуватися різними механізмами. Найважливішими з них, внесок яких найчастіше враховується при побудові теоретичних моделей рентгенографічних систем, є когерентне (релеївське) розсіювання та некогерентне (комптонівське) розсіювання.

У випадку релеївського розсіювання первинний фотон взаємодіє з усім атомом як з єдиним цілим, поглинаючись при цій взаємодії, внаслідок чого атом випромінює вторинний (розсіяний) фотон. Особливістю когерентного розсіювання є те, що розсіяний фотон має енергію, рівну енергії первинного фотона, тобто довжина та частота випромінювання не змінюється, даний фотон буде когерентним первинному фотону. Єдиним параметром фотона, що змінюється при релеївському розсіюванні, є імпульс фотона, тобто внаслідок такої взаємодії може змінитися напрямок його руху.

Релеївське розсіювання не складає великого внеску в дозу пацієнта чи медичного персоналу, оскільки єдиним механізмом збільшення дози в цьому випадку є поглинання розсіяного фотона на його шляху після розсіювання, що може відбутися також з первинним фотоном. Окрім цього, когерентне розсіювання складає невелику частину усіх взаємодій фотонів з речовиною об'єкта для енергій, характерних для рентгенографії. Ймовірність когерентного розсіювання прямо пропорційна атомному номеру атому, на якому відбувається розсіювання [2].

У випадку комптонівського розсіювання первинний фотон взаємодіє з окремим електроном на зовнішній оболонці атома. Внаслідок цієї взаємодії частина енергії фотона, достатня для відриву електрона, поглинається електроном, що призводить до покидання ним оболонки атома. Таким чином, під час комптонівського

розсіювання відбувається іонізація атома, на якому відбувається розсіювання. Залишок енергії фотона випромінюється у вигляді вторинного фотона. Енергія та імпульс некогерентно розсіяних фотонів відрізняються від характеристик первинних фотонів.

Оскільки одним з наслідків некогерентного розсіювання є іонізація атома, то некогерентне розсіювання має значний внесок у дозу опромінення пацієнта: електрон, що покидає атом, рухається через тканини організму, завдаючи пошкоджень. Окрім цього, розсіяний фотон, що продовжує свій рух, може бути поглинутий тканинами організму на залишку свого шляху, що теж збільшує дозове навантаження на пацієнта. Розсіяні фотони також збільшують дозове навантаження на персонал медичного закладу, який відповідає за проведення рентгенографічного огляду.

Ймовірність комптонівського розсіювання прямо пропорційна кількості електронів на зовнішніх оболонках атомів (електронній густині) та густині речовини, в якій відбувається розсіювання, слабо залежить від енергії фотонів (можна вважати незмінною в діапазоні $10 - 600\text{keV}$) та не залежить від атомного номеру. [3]

Порівняємо характеристики когерентно та некогерентно розсіяних фотонів. На рис. 1.1 [4] зображено залежність частки, яку складають когерентне та некогерентне розсіювання від усіх взаємодій фотона з речовиною, та частки, яку складає когерентне розсіювання від усіх взаємодій, від енергії фотонів. Бачимо, що для значень енергій фотонів близьких до 20 кеВ розсіювання складає близько половини усіх взаємодій фотонів, причому когерентне розсіювання складає меншу його частину. Зі зростанням енергії спостерігаємо збільшення частки розсіянь фотонів, і зменшення частки когерентних розсіювань, отже, можна зробити висновок, що збільшення енергії фотонів призводить до збільшення кількості комптонівських розсіювань по відношенню до всіх взаємодій.

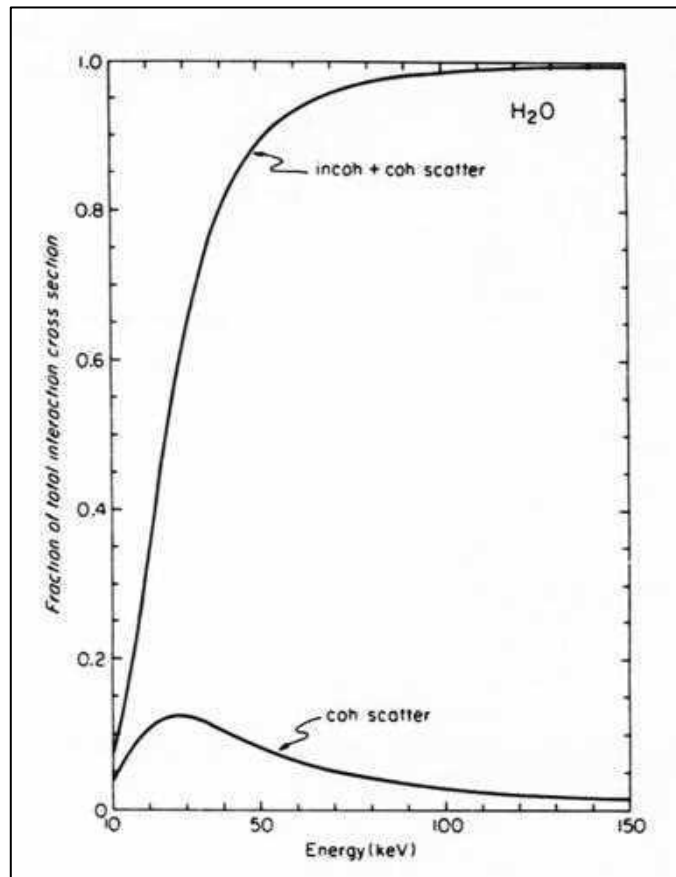


Рис. 1.1: Частка, яку складаються когерентне та сума когерентного та некогерентного розсіювань від усіх взаємодій фотонів з водою

Важливо зауважити, що зі збільшенням енергії загальна кількість взаємодій фотонів з речовиною зменшується, тобто можна говорити лише про відносне збільшення числа некогерентних розсіювань, але не абсолютне.

Розглянемо диференціальний переріз розсіювання у воді на одиницю тілесного кута для когерентного та некогерентного розсіювання фотонів з енергією 50 keV (рис. 1.2). Для перерізу когерентного випромінювання існує сильний пік при куті, близькому до 0° , при різних енергіях цей кут рівний $2,2^\circ$ для 100 keV , $4,5^\circ$ для 50 keV , $11,3^\circ$ для 20 keV . Через наявність такого явно вираженого максимуму одноразово когерентно розсіяні фотони будуть помітні на зображенні у вигляді «кільця» розсіяного випромінювання. Для перерізу некогерентного випромінювання не існує яскраво виражених піків, отже, такий ефект спостерігатися не буде.

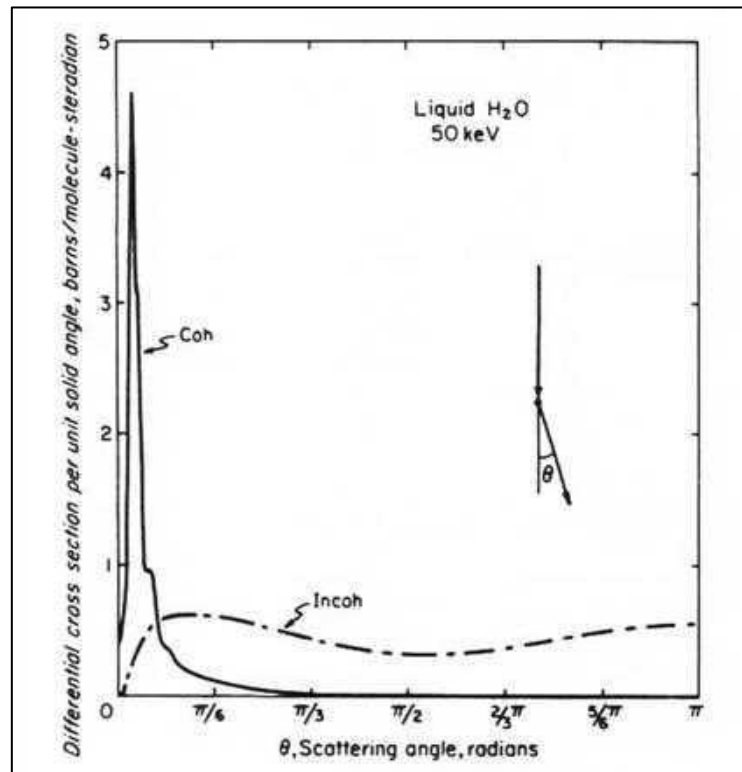


Рис. 1.2: Диференціальний переріз когерентного та некогерентного розсіювань на одиницю тілесного кута

1.2 Вплив розсіяного випромінювання на зображення

Як згадувалося раніше, вплив розсіяного випромінювання на зображення насамперед можна описати погіршенням таких його параметрів, як контраст та *SNR*. Окрім цього, у таких видах рентгенографічної візуалізації як КТ та панорамна КТ збільшення кількості розсіяного випромінювання може призводити до генерації артефактів. Оскільки рентгенівські зображення людського тіла використовуються в медичних цілях, погіршення згаданих вище характеристик зображення є неприпустимим та може призвести до збільшення помилок в процесі медичної діагностики.

Відповідно до [5], помилки при детектуванні та діагностиці патологій на основі рентгенографічних зображень можна поділити на три великі категорії:

I. помилки, що виникають внаслідок того, що область, що містить патологію, залишається поза увагою спостерігача;

II. помилки, що виникають внаслідок того, що при скануванні спостерігачем області, що містить патологію, патологія залишається непоміченою;

III. помилки, що виникають внаслідок неправильної інтерпретації чи ідентифікації зареєстрованої спостерігачем патології.

Зменшення кількості розсіяного випромінювання, яке призведе до покращення контрасту та SNR , може допомогти зменшити кількість помилок при детектуванні та діагностиці патологій, зокрема, покращити видимість патологій у периферичному та центральному зорі, тим самим допомагаючи зменшити кількість помилок першого типу, та покращити контраст на малоконтрастних ділянках знімку, тим самим зменшуючи вірогідність помилкової ідентифікації патологій.

1.2.1 Вплив розсіяного випромінювання на контраст зображення

Контраст зображення, на якому повністю відсутнє розсіяне випромінювання, можна описати, розглянувши деяку область зображення, що представляє інтерес, та дані, що її оточують. У такому разі контраст буде рівним:

$$C_p = \frac{I_{p1} - I_{p2}}{(I_{p1} + I_{p2})/2} = \frac{\Delta I_p}{\bar{I}_p}$$

де I_{p1} – інтенсивність первинного випромінювання в даній області, I_{p2} – інтенсивність первинного випромінювання в оточуючих областях, ΔI_p – різниця первинних інтенсивностей, \bar{I}_p – середня первинна інтенсивність.

За умови потрапляння на детектор розсіяного випромінювання, розподіл якого вважатимемо однорідним на всій площині детектора, контраст спотвореного зображення можна описати наступним чином:

$$C_s = \frac{(I_{p1} + I_s) - (I_{p2} + I_s)}{((I_{p1} + I_s) + (I_{p2} + I_s))/2} = \frac{\Delta I_p}{\bar{I}_p + I_s} = C_p \frac{1}{1 + \frac{I_s}{\bar{I}_p}}$$

де I_s – інтенсивність розсіяного випромінювання, I_s/\bar{I}_p – співвідношення розсіяного випромінювання до первинного.

Проаналізуємо погіршення контрасту зображення внаслідок потрапляння розсіяної компоненти на площину детектора, використовуючи дану формулу. Нехай $I_s/\bar{I}_p = 1$, тобто інтенсивності розсіяної та усередненої первинної компонент однакові, в такому випадку $C_s = 0,5C_p$, спостерігаємо погіршення контрасту вдвічі; при $I_s/\bar{I}_p = 3$ отримуємо $C_s = 0,25C_p$, тобто контраст зменшиться вже в чотири рази; при $I_s/\bar{I}_p = 9$, тобто значенні, типовому для деяких видів рентгенографічної візуалізації, $C_s = 0,1C_p$ – спостерігаємо погіршення контрасту в десять разів.

Таким чином, можемо зробити висновок, що наявність розсіяного випромінювання величиною, характерною для рентгенівських знімків, значною мірою погіршує контраст зображення, що погіршує або навіть унеможливорює діагностику патологій.

1.2.2 Вплив розсіяного випромінювання на SNR зображення

SNR , співвідношення сигналу до шуму, є важливою характеристикою сигналу, яка в тому числі обмежує нижню межу можливого контрасту. Для зображення, на якому відсутнє розсіяне випромінювання, контраст визначається як відношення різниці сигналів у двох точках до випадкових флуктуацій сигналу:

$$SNR_p = \frac{I_{p2} - I_{p1}}{\sqrt{2\bar{I}}} = \frac{\Delta I_p}{\sqrt{2\bar{I}}}$$

У випадку класичної радіографії необхідною умовою отримання якісних зображень є накопичення певної енергії фотонів на плівці, тобто середня інтенсивність випромінювання, що попаде на детектор, має залишатися сталою. У такому випадку завдяки наявності в сигналі розсіяної компоненти первинна компонента зміниться в $1/(1 + I_s/I_p)$ разів, в той час як шумова компонента залишається незмінною. Тоді SNR за наявності шуму стає рівним:

$$SNR_s = \frac{1}{1 + I_s/I_p} \frac{I_{p2} - I_{p1}}{\sqrt{2\bar{I}}} = \frac{1}{1 + I_s/I_p} SNR_p$$

Таким чином, бачимо, що характер залежності SNR та контрасту зображення від співвідношення розсіяного та первинного випромінювання є однаковим: обидва параметри при збільшенні кількості розсіяного випромінювання зменшуються по відношенню до параметра за відсутності розсіяння в $1 + I_s/I_p$ разів. Отже, розсіяне випромінювання є важливою перешкодою на шляху до якісної візуалізації за допомогою рентгенівського випромінювання, таким чином, надзвичайно важливою є задача зменшення кількості розсіяного випромінювання на кінцевому зображенні.

1.3 Методи зменшення кількості розсіяного випромінювання

Існує кілька можливих класифікацій методів зменшення кількості розсіяного випромінювання на рентгенівських знімках. Методи можна класифікувати за наявністю втручання в систему: методи, які передбачають певні модифікації системи, включення до неї додаткових елементів, проведення додаткових вимірювань за допомогою модифікованої системи, називаються апаратними; методи, які не потребують втручання в рентгенографічну систему, називаються програмними.

Також можна проводити класифікацію за основною ідеєю, що лежить в основі кожного з методів. Відповідно до такої класифікації, існують методи, які полягають в оцінці розсіяної компоненти на вже сформованому зображенні, та корекції зображення з врахуванням цієї оцінки, а також методи, які полягають у зменшенні кількості випромінювання, яке буде потрапляти на зображення в процесі його формування. До першого класу відносяться всі програмні методи, а також деякі апаратні методи, які використовуються для оцінки розсіяної компоненти (метод зупинки променю), в той час як до другого класу відноситься переважна більшість апаратних методів (метод протирозсіювальних растрів, метод повітряного проміжку, метод щілин тощо).

1.3.1 Апаратні методи зменшення кількості розсіяного випромінювання

Апаратні методи зменшення кількості розсіяного випромінювання – це методи, які допомагають зменшити кількість розсіяного випромінювання на знімку за допомогою певних пристроїв, що додатково включаються до рентгенографічної системи. До найпростіших апаратних методів виключення впливу розсіяного випромінювання належать метод протирозсіювальних растрів та метод повітряного проміжку.

Метод протирозсіювальних растрів полягає у встановленні растру із рентгенощільного матеріалу між об'єктом дослідження та детектором. За умови фокусування растру на джерело переважна більшість первинних променів будуть вільно проходити через ґратку, в той час як розсіяні промені, а зокрема ті з них, що розсіялися під великими кутами, будуть вдарятися об перегородки растру та будуть поглинуті ними.

Першу успішну реалізацію протирозсіювального растру було виконано Бакі в 1913 році. Такий растр представляв з себе ґратку (систему перехрещених під прямим кутом перегородок) зі свинцю, яка встановлювалася між об'єктом та приймачем у площині, паралельній до приймача. Незважаючи на те, що його винахід значною мірою покращував якість зображення, первинна версія протирозсіювального растру мала кілька недоліків. Використання такої ґратки призводило до утворення ґраткоподібного артефакту внаслідок поглинання певної кількості первинного випромінювання в межах товщини стінок ґратки, а також проблемою виявилася складність виробництва таких растрів. [6]

Ці проблеми було вирішено Поттером в 1917, коли на засіданні Американського Товариства Рентгенівських Променів було представлено покращену версію девайсу. Новий протирозсіювальний растр представляв собою осцилюючу систему паралельних перегородок. Відмова від набору паралельних перегородок, перпендикулярного першому, дозволила значною мірою спростити їхнє виробництво, а рух растру в площині, паралельній детектору, дозволив «розмити» тінь растру на кінцевому зображенні, причому жодне з нововведень не внесло суттєвих змін в кількість поглинутого растром випромінювання. [7]

Найважливішими характеристиками протирозсіювального растру є кількість перегородок на одиницю довжини, товщина перегородок, коефіцієнт ґратки (співвідношення довжини перегородок та ширини проміжків ґратки), матеріали перегородок та рентгенопрозорих проміжків. Для оцінки впливу ґратки на рентгенографічну систему та порівняння ефективності використання різних ґраток використовуються такі параметри як фактор Бакі B та селективність Σ :

$$B = \frac{I_p + I_s}{I'_p + I'_s}, \quad \Sigma = \frac{T_p}{T_s}$$

де I_p та I_s – інтенсивності первинного та розсіяного випромінювання, що падає на ґратку, відповідно; I'_p та I'_s – інтенсивності первинного та розсіяного випромінювань, що проходить через ґратку без поглинання, відповідно; $T_p = I'_p/I_p$ та $T_s = I'_s/I_s$ – коефіцієнти передавання первинного та розсіяного випромінювання, відповідно.

Фактор Бакі описує необхідне збільшення дози випромінювання за умови використання деякої ґратки для незмінності величини сигналу, що реєструється детектором, у порівнянні з сигналом при відсутності ґратки в системі. Очевидно, що у випадку ідеальної ґратки $I'_p = I_p$, $I'_s = 0$, тобто відбувається повне вільне проходження через ґратку первинного випромінювання та повне поглинання розсіяного. В такому випадку фактор Бакі набуває вигляду $B = 1 + I_s/I_p$, де I_s/I_p – співвідношення розсіяного та первинного випромінювання (також S/P , SPR).

Селективність ґратки описує наскільки гарно ґратка пропускає первинне випромінювання в порівнянні з тим, наскільки ефективно вона поглинає розсіяне. Для випадку ідеальної ґратки $T_p = 1$, $T_s = 0$, таким чином, при наближенні поглинання розсіяного випромінювання до абсолютного селективність ґратки прямує до нескінченності.

Іншим примітивним апаратним методом зменшення кількості розсіяного випромінювання є метод повітряного проміжку. Метод повітряного проміжку полягає у створенні проміжку між об'єктом дослідження та детектором, внаслідок чого частина розсіяного випромінювання, зокрема того, яке розсіялося під

значними кутами, буде виходити за межі детектора в порівнянні з випадком відсутності повітряного проміжку. Даний метод почав використовуватися з перших років після відкриття рентгенівського випромінювання, а серед перших робіт, присвячених цій темі, варто відзначити [8, 9].

Проте систематичний підхід до дослідження властивостей повітряного проміжку та впливу його параметрів (розміру проміжку) та інших характеристик системи (енергії фотонів, співвідношення S/P , виду розсіяного випромінювання, матеріалу об'єкта та його неоднорідностей) на ефективність його використання був застосований лише в 1960-х роках. До важливих робіт, присвячених цій темі, варто віднести [10, 11].

У цих роботах, зокрема, розглянуто модель, в рамках якої систему з повітряним проміжком можна розглядати як таку, для якої існує деяка ефективна точка-джерело розсіювання, завдяки якій вдається описати S/P як функцію повітряного проміжку. Відповідно до цієї моделі (рис. 1.3), залежність розподілу розсіяного випромінювання від об'єкта аналогічна залежності розподілу випромінювання від точкового джерела, розташованого на деякій відстані x від об'єкта. Було виявлено, що для широкого діапазону експериментальних параметрів, таких як навантаження рентгенівської трубки, товщина об'єкта, розмір поля, відстань фокус-об'єкт, довжина x лежить в діапазоні 15-20 см. У рамках цієї моделі можна оцінювати селективність повітряного проміжку, що дає можливість не лише порівнювати між собою дію повітряних проміжків різних розмірів, а й дію повітряних проміжків з іншими апаратними методами зменшення кількості розсіяного випромінювання.

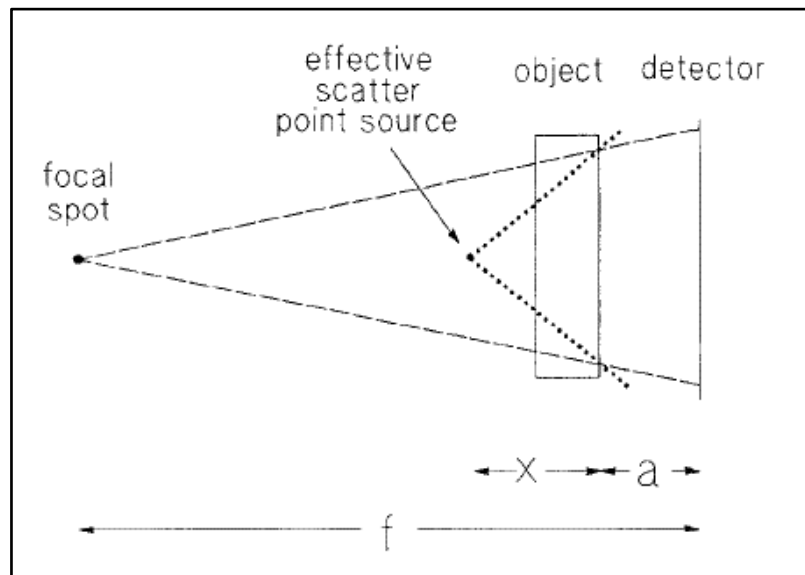


Рис. 1.3: Конфігурація системи при застосуванні методу повітряного проміжку та положення ефективної точки-джерела розсіяння

У рамках описаної теоретичної моделі селективність повітряного проміжку визначена як:

$$\Sigma = \frac{T_p}{T_s} = \frac{((f - a)/f)^2}{(x/(x + a))^2} = (1 - a/f)^2 \cdot (1 + a/x)^2$$

де f – відстань джерело-детектор, x – відстань ефективна точка-джерело розсіяння, a – відстань об'єкт-джерело.

До недоліків методу відносять розмиття зображення внаслідок скінченного розміру фокусної плями рентгенівської трубки та збільшення розміру зображення, внаслідок чого виникає необхідність збільшення лінійних розмірів детектора.

Представником іншого класу апаратних методів зменшення кількості розсіяного випромінювання є метод зупинки променю. Даний метод полягає у встановленні пластини з рентгенощільного матеріалу між об'єктом дослідження таким чином, щоб нею було поглинуто все первинне випромінювання. Таким чином забезпечується потрапляння на детектор лише вторинного випромінювання, що дозволяє отримати його розподіл, і потім шукати корисне зображення як різницю реального та вторинного зображення. Варто відзначити, що сам по собі цей метод

не є окремим незалежним методом зменшення розсіяного випромінювання, а застосовується в комплексі з програмними методами.

Уперше метод зупинки променю був запропонований Вілзі в 1921 році [12]. Вдосконалені варіації методу, зокрема такі, які є придатними для використання в панорамній томографії, описані в роботах Ніна та Малтца 2004 та 2008 років [13, 14].

Значним недоліком методу є необхідність додаткового опромінення об'єкта дослідження для отримання розподілу розсіяного випромінювання, що призводить до збільшення дози пацієнта.

1.3.2 Програмні методи зменшення кількості розсіяного випромінювання

Програмні методи зменшення кількості розсіяного випромінювання можуть використовувати дані, попередньо отримані з використанням апаратних методів. Найважливішими класами програмних методів, які варто згадати, є методи суперпозиції ядер розсіювання, методи на основі згортки, методи на основі симуляції Монте-Карло та методи ітеративної реконструкції на основі теоретичних моделей [15].

Перші розробки методів суперпозиції ядер розсіювання здійснювалися у 80-х роках, і призначалися для зменшення артефактів на зображеннях КТ, викликаних присутністю металевих імплантів, однією з важливих причин яких є розсіяне випромінювання. Основні кроки алгоритму полягають в наступному:

- 1) Реконструкція зображень КТ з початкових спотворених даних з ціллю отримання первинної інформації про кількість та приблизне місцезнаходження металевих імплантів.
- 2) Приблизне означення металевих імплантів оператором.
- 3) Автоматизоване визначення точних меж імпланта на основі проєкційних даних, результатом якого є дані про границі спотворених даних в кожній з проєкцій.
- 4) Корекція спотворених даних в кожній з проєкцій.

5) Реконструкція зображення зі зменшеними артефактами на основі нового набору проєкцій.

Корекція спотворених даних в проєкціях може виконуватися різним чином: шляхом видалення спотворених даних та лінійної інтерполяції по краям відсутніх даних, шляхом інтерполяції методом найближчого сусіда, методом білінійної інтерполяції та іншими. Після корекції інколи відбувається додавання шуму до нових інтерпольованих даних для наближення їхнього вигляду до реальних даних. Реконструкція зображення з нових даних переважно виконується методом згортки та оберненого проєціювання. [16]

Більш сучасними прикладами варіацій метода суперпозиції ядер розсіювання є [17], [18] та [19]. У першій праці покращення результатів застосування методу досягається шляхом використання нестационарних асиметричних ядер розсіювання замість традиційно використовуваних симетричних ядер. Результати, отримані за допомогою симуляції Монте Карло, та результати реальних експериментів показали істотне покращення в оцінці розсіяного випромінювання. У [18] покращення корекції рентгенографічного зображення відбувається завдяки використанню методу суперпозиції адаптивних ядер розсіювання. У роботі описані нові алгоритми суперпозиції ядер розсіювання для деконволюції розсіяної компоненти з проєкційних даних.

Іншим класом програмних методів є методи на основі згортки. Вперше запропоновані Зіббертом та Буном [20], такі методи полягають у використанні математичного оператора згортки, який відображає фізичні взаємодії між об'єктом та пучком рентгеновського випромінювання. Цей оператор застосовується до сигналу, що реєструється на детекторі, завдяки чому отримується оціночний розподіл розсіяного випромінювання, після чого корисне зображення отримується шляхом віднімання зображення розсіяного випромінювання від реального зображення.

Найбільш ранні методи на основі згортки використовували аналітичні моделі розподілу розсіяного випромінювання для обрахунку ядер розсіювання, які переважно базуються на використанні формули Клейна-Нішіни. У подальшому

були запропоновані більш складні моделі для розподілу розсіяного випромінювання та покращені алгоритми для обрахунку ядер розсіювання. Зокрема, одна з більш складних моделей передбачає використання даних, накопичених в ході симуляції Монте Карло процесу розсіювання фотонів на водному фантомі, для обчислення ядер розсіювання. Така модель дозволяє проводити більш точну корекцію зображення в порівнянні з аналітичними моделями, але потребує великої кількості пам'яті та часу для проведення усіх обрахунків.

До недоліків згорткових методів відносять те, що такі методи можуть бути досить складними та такими, які потребують багато часу, в обчисленні, особливо якщо вони застосовуються до великих об'єктів даних. Окрім цього, згорткові методи часто використовують апроксимації фізичних процесів, що може вплинути на точність отриманих результатів.

Серед сучасних методів цього класу варто відмітити метод корекції розсіювання в зображеннях електронної мамографії [21]. На відміну від попередніх варіацій цього методу, більшість з яких використовують PSF (point spread function) однократного розсіювання, цей алгоритм заснований на просторово варіативній PSF розсіювання, яка залежить від енергії фотонів та товщині об'єкта, що опромінюється. Результати поставлених експериментів вказують на те, що алгоритми на основі просторово варіативних PSF розсіювання можуть виконувати якісну оцінку розсіяного випромінювання в площині детектора.

Наступним класом програмних методів зменшення кількості розсіяного випромінювання є методи на основі симуляції Монте Карло. Симуляція Монте Карло – це потужний інструмент, який може використовуватися для моделювання фізичних процесів в рентгенографічних системах. У рамках такої симуляції відбувається симуляція поведінки фотонів в процесі взаємодії з елементами рентгенографічної системи, результуючі дані про яку можуть бути використані для покращення якості рентгенівських знімків.

Про методи Монте Карло можна говорити ще в контексті аналогових комп'ютерів у 1960-х роках, які використовувалися для симуляції шляху фотонів в рентгенографічних системах, але в тому вигляді, в якому ми їх знаємо зараз, методи

на основі симуляції Монте Карло з більш витонченими моделями для взаємодії фотонів, зокрема, моделями когерентного та некогерентного розсіювання, фотоелектричного поглинання та народження пар, почали з'являтися аж в 1990-х роках.

У 2000-х та 2010-х роках симуляції Монте Карло почали використовуватися для більш складних систем, наприклад, для панорамної томографії та позитрон-емісійної томографії. Такі симуляції включають в себе моделювання всієї системи, включаючи джерело випромінювання, детектор, та об'єкт дослідження (пацієнта), і можуть бути використані для покращення якості зображень.

Моделювання може відтворити розсіяне випромінювання, отримане під час рентгенографічного обстеження. Точність залежить від того, наскільки структура модельованого об'єкта дослідження близька до реального об'єкта дослідження. Структуру об'єкта в деяких випадках можна добре передбачити за допомогою додаткової інформації, такої як: тип об'єкта (груди, голова, грудна клітка тощо), геометричні розміри та форма, анамнез тощо. У цьому випадку досліджуваний об'єкт моделюється відповідно прогнозу його структури, а потім результат моделювання використовується для процедури компенсації впливу розсіяного випромінювання на реальне рентгенівське зображення [22, 23].

Найбільш сучасним класом програмних методів зменшення кількості розсіяного випромінювання є клас методів ітеративної реконструкції на основі теоретичних моделей. На відміну від традиційних методів реконструкції, які використовують математичні алгоритми для того, щоб напряму реконструювати корисні зображення з отриманих даних, методи ітеративної реконструкції на основі теоретичних моделей використовують математичну модель системи для того, щоб ітеративно покращувати якість зображення.

Найперші алгоритми такого типу базувалися на статистичних моделях шуму в отриманих даних та використовували ітеративні алгоритми оптимізації для мінімізації різниці між експериментально отриманими даними та прогнозами моделі. Під час подальших розробок більш сучасних алгоритмів цього класу увага приділяється переважно компромісу між якістю зображення та часом його обробки.

Одним з важливих покращень стало введення в процес реконструкції інформації про об'єкт дослідження, наприклад, анатомії цього об'єкта. Окрім цього, важливим нововведенням стало використання машинного навчання, зокрема глибинного навчання, для покращення алгоритмів ітеративної реконструкції на основі теоретичних моделей.

Важливою перевагою методів ітеративної реконструкції на основі теоретичних моделей є можливість зменшення радіаційної дози без погіршення якості реконструйованого зображення при їхньому використанні [24].

Таким чином, на даний момент існує велике різноманіття програмних методів корекції рентгенографічних зображень, кожен з яких має свої переваги та недоліки. Варто відмітити, що жоден з описаних методів не є незалежним, тобто на практиці реалізація деякого алгоритму зменшення кількості розсіяного випромінювання швидше за все буде передбачати використання елементів, які відносяться до методів різних класів. Наприклад, як було зазначено раніше, програмні методи різних класів можуть використовувати симуляцію Монте Карло як для оцінки розподілу розсіяного випромінювання на детекторі, так і для валідації результатів, отриманих за допомогою того чи іншого алгоритму.

1.4 ПЗ для моделювання Монте Карло. GATE як інструмент моделювання рентгенографічних систем

Методи Монте Карло – клас числових методів, що використовуються для моделювання систем на основі ймовірнісних розподілів. Методи цього класу використовуються в різних розділах фінансів, комп'ютерної графіки, хімії та фізики. У фізиці методи Монте Карло використовуються для моделювання процесів проникнення випромінювання в речовину, розсіяння частинок, розпаду ядер тощо.

Найбільш широко використовуваними програмами для симуляції Монте Карло взаємодії випромінювання з речовиною є Geant4 [25] та GATE [26], побудована на основі бібліотек Geant4. До менш популярних відносяться PENELOPE [27], розроблена для симуляції взаємодії електронів, позитронів та фотонів з речовиною,

MCNP [28], програма більш загального призначення, яка може використовуватися як для симуляції взаємодії рентгенівського випромінювання з речовиною, так і для симуляцій взаємодії інших частинок та випромінювання, EGSnrc [29], яка надає широкі можливості для симуляції взаємодій рентгенівського випромінювання з речовиною, та TOPAS [30], яка користується популярністю в галузі променевої терапії.

Розглянемо структуру найбільш широко використовуваної програми для моделювання взаємодії випромінювання з речовиною – відкрите програмне забезпечення для моделювання систем медичної фізики та радіотерапії GATE. Geant4 був розроблений ЦЕРН-ом для моделювання взаємодії різного роду частинок з речовиною, та широко використовується в різних галузях, зокрема в фізиці високих енергій та медичній фізиці. Geant4 надає великий вибір фізичних моделей для різних типів та енергій частинок, та дозволяє проводити моделювання складних геометрій та матеріалів.

GATE, побудований на основі Geant4, є спеціалізованим набором інструментів для симуляції Монте Карло у медичній фізиці та променевій терапії, та містить такі додаткові функції як моделювання медичного обладнання, джерел випромінювання та анатомії пацієнта. GATE розроблений OpenGATE Collaboration [31] з ціллю створення більш простого у використанні відкритого програмного забезпечення на основі Geant4 для емісійної терапії. GATE широко використовується в дослідженнях для вивчення поведінки випромінювання в людському організмі та для оптимізації планів радіаційної терапії.

Структуру GATE можна описати як таку, що складається з кількох рівнів (рис. 1.4).

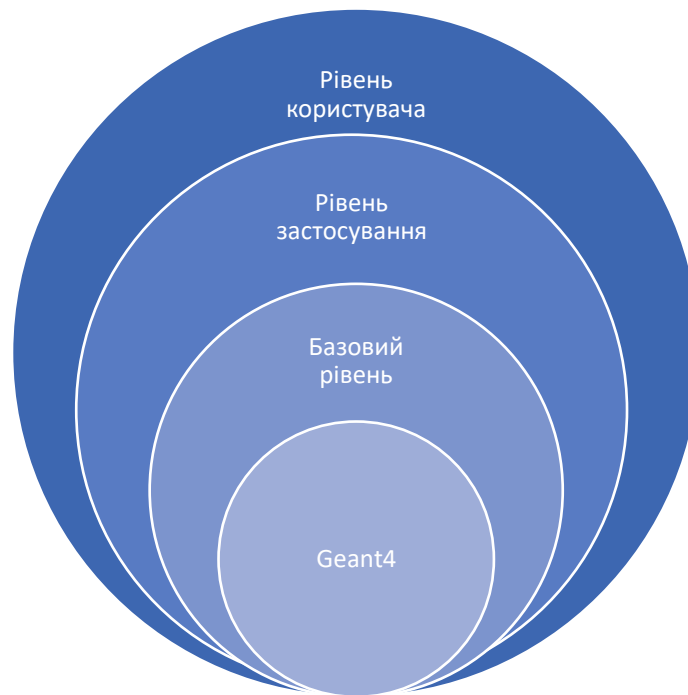


Рис. 1.4: Архітектура GATE

В основі GATE, як згадувалося раніше, лежить Geant4. Базовий рівень GATE складається з кількох сотень класів C++, за допомогою яких реалізується робота з часом, геометрією та фізичними процесами. На рівні застосування на основі базових класів створені класи, які застосовуються безпосередньо при використанні програми, наприклад, класи для створення геометричних об'єктів, роботи зі створеними геометричними об'єктами та означення фізичних процесів, які мають враховуватися при симуляції. Класи рівню застосування реалізують всі функції, необхідні для успішного моделювання томографічних систем, утворюючи собою так звану макромову. Таким чином, використання GATE не вимагає знання та використання користувачем програмування C++ [32].

Для симуляцій медичної візуалізації користувач повинен забезпечити виконання таких кроків:

1. означити геометрію світу
2. означити геометрію детектора
3. означити геометрію фантома
4. встановити фізичні процеси

5. ініціалізувати симуляцію
6. встановити режим детектора
7. означити джерела випромінювання
8. установити формат вихідних даних
9. розпочати збір даних (симуляцію)

Означення геометрії компонентів томографічної системи відбувається за допомогою використання об'єктів, що називаються об'ємами, як елементарних одиниць системи. Кожен об'єм описується набором атрибутів, до яких входять форма, розмір, розміщення об'єму у просторі, та матеріал. Усі об'єми моделі об'єднані між собою деревоподібною структурою, де об'ємом найвищого рівня виступає так званий об'єм світу. Об'єм світу обмежує частину простору, в якому відбувається відстеження шляху та взаємодії частинок з речовиною об'єктів, таким чином, при виході частинки за межі об'єму світу відстеження цієї частинки припиняється.

GATE пропонує користувачу широкий вибір фізичних процесів для різних частинок, які можуть бути враховані в процесі симуляції: фотоелектричний ефект, комптонівське розсіювання, релєївське розсіювання, народження пари, іонізація, гальмівне випромінювання, анігіляція, однократне та багатократне розсіювання та багато інших. Додавання фізичного процесу відбувається для кожного виду частинок окремо. Усі фізичні процеси описуються відповідними розподілами ймовірності.

РОЗДІЛ 2. ПРЕДСТАВЛЕННЯ РОЗПОДІЛУ РОЗСІЯНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ В ПЛОЩИНІ ДЕТЕКТОРА

2.1 Постановка завдання

У декартовій системі координат (u, v, z) маємо рентгенографічну систему, що складається з джерела рентгенівського випромінювання, довільного об'єкта дослідження та детектора рентгенівського випромінювання (рис. 2.1).

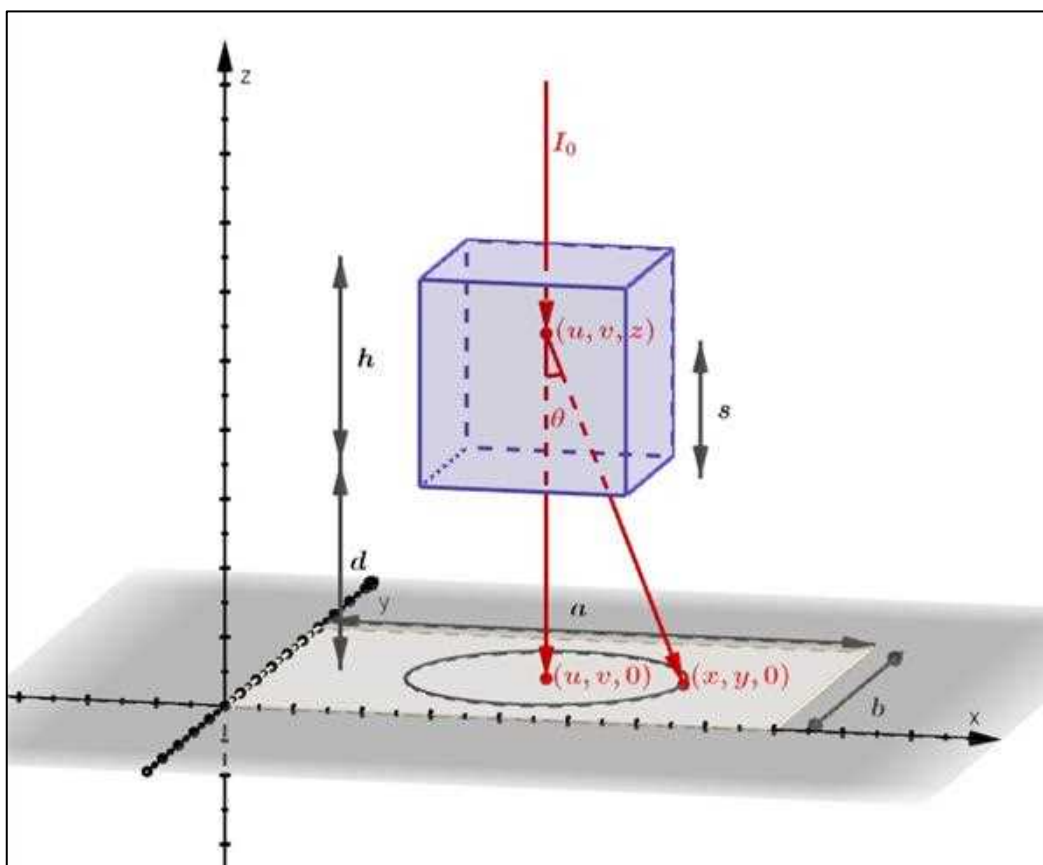


Рис. 2.1: Рентгенографічна система в декартовій системі координат

Нехай рентгенівське випромінювання падає прямо до верхньої площини об'єкта та має інтенсивність I_0 . Детектор рентгенівського випромінювання лежить в площині $z = 0$. У площині детектора означено координатну площину детектора xOy з центром в точці $O(u = 0; v = 0; z = 0)$, де осі x та y відповідають осям u та v відповідно; розміри детектора $a \times b$. Таким чином, надалі будемо працювати з

величинами в двох різних системах координат: системі координат, пов'язаній з об'єктом дослідження (u, v, z) , та системі координат, пов'язаній з детектором (x, y) . Це необхідно для того, щоб мати змогу представити розподіл розсіяної компоненти в площині детектора (x, y) як суму розподілів розсіяних компонент, утворених при розсіянні фотонів в усіх точках розсіяння (u, v, z) всередині об'єкта.

Висота об'єкта дослідження h , відстань від нижньої площини об'єкта до площини детектора d . На рисунку зображено промінь з інтенсивністю I_0 , який розсіюється в точці (u, v, z) , розташованій на відстані s від нижньої площини детектора, під кутом φ , внаслідок чого попадає в точку (x, y) детектора, хід променя при відсутності заломлення та множину усіх точок, в які даний промінь може розсіятися з заданої точки під заданим кутом, які утворюють коло в площині детектора.

Випромінювання, що буде зареєстроване в деякій точці детектора (x, y) після опромінення об'єкта, описується наступним чином:

$$I(x, y) = I_p(x, y) + I_s(x, y) \quad (2.1)$$

де $I_p(x, y)$ – інтенсивність первинного (англ. primary) випромінювання, зареєстрованого детектором в даній точці, $I_s(x, y)$ – інтенсивність розсіяного (англ. scattered) випромінювання, зареєстрованого детектором в даній точці.

Інтенсивності первинного та розсіяного випромінювання, які входять до кінцевого сигналу, представляються наступним чином:

$$I_p(x, y) = \alpha(x, y)I_0(x, y) \quad (2.2)$$

$$I_s(x, y) = \beta(x, y)I_0(x, y) \quad (2.3)$$

де $\alpha(x, y)$ – коефіцієнт поглинання рентгенівського випромінювання, $\beta(x, y)$ – коефіцієнт розсіювання рентгенівського випромінювання.

Використовуючи (2.2) та (2.3), формулу (2.1) переписуємо наступним чином:

$$I_p(x, y) = \frac{\alpha(x, y)}{\alpha(x, y) + \beta(x, y)} I(x, y)$$

З цієї формули бачимо, що за умови введення коректного представлення коефіцієнтів поглинання та розсіяння є можливою побудова алгоритму реконструкції корисного зображення з неідеального сигналу, що містить розсіяне випромінювання. Пропонується реконструювати корисний сигнал шляхом ітеративного наближення, де у ролі нульового наближення виступає вимірний неідеальний сигнал. Таким чином, представлення функцій $\alpha(x, y)$ та $\beta(x, y)$ і є поставленою перед нами задачею.

2.2 Прийняті наближення

Під час розв'язання задачі будемо вважати, що взаємодія рентгенівського фотона з речовиною об'єкта, що опромінюється, може відбутися лише одним з наступних способів:

- I. проходження фотона через об'єкт без взаємодії;
- II. поглинання фотона речовиною об'єкта під час проходження внаслідок фотоелектричного ефекту;
- III. одноразове розсіяння фотона на атомі чи електроні речовини під час проходження через об'єкт.

У такому наближенні не враховуються такі фізичні процеси як іонізація атомів, генерація гальмівного випромінювання, багатократне розсіяння, а також випадки, коли попередньо розсіяний фотон на своєму шляху поглинається речовиною об'єкта дослідження.

Окрім цього, будемо вважати, що в системі, що розглядається, усі рентгенівські промені, що виходять з джерела, паралельні між собою та падають на поверхню досліджуваного об'єкту під прямим кутом, а також є моноенергетичними.

2.3 Процедура розв'язання задачі

Проблема представлення коефіцієнта поглинання не є складною: у першому наближенні представимо його у такому вигляді:

$$\alpha(x, y) = \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)}$$

Для представлення розсіяного випромінювання розглянемо приріст розсіяного випромінювання в точці (x, y) детектора. Приріст розсіяного випромінювання в деякій точці детектора буде пропорційний випромінюванню, яким опромінюється об'єкт, області, в якій відбувається розсіяння, та обернено пропорційний відстані від об'єкта дослідження до детектора:

$$dI_s(x, y, 0) \sim \frac{I_0(u, v, z)}{r_1^2} dV$$

де $r_1 = \sqrt{(x - u)^2 + (y - v)^2 + z^2}$, $dV = dx dy dz$.

Розсіяне випромінювання в деякій точці детектора (x, y) знайдемо шляхом інтегрування приросту розсіяного випромінювання по об'єму, в якому відбувається розсіювання:

$$I_s(x, y, 0) = I_s(x, y) = \int_0^a \int_0^b \int_d^{d+h} \frac{I_0(u, v) \gamma(u, v, z) \alpha(u, v, z)}{\sqrt{(x - u)^2 + (y - v)^2 + z^2}} du dv dz \quad (2.4)$$

де (u, v, z) – точка розсіювання, $\gamma(u, v, z)$ – коефіцієнт розсіювання в даній точці, $\alpha(u, v, z)$ – коефіцієнт поглинання в даній точці.

Враховуючи те, що найбільш ймовірними видами взаємодії, які визначають величину розсіяння променю всередині пацієнта, є некогерентне та когерентне розсіювання, коефіцієнт розсіювання можна розглядати як комбінацію коефіцієнта некогерентного та когерентного розсіювань. Як було зазначено раніше, для більшої частини спектру рентгенівської трубки кількість комптонівських розсіювань сильно перевищує кількість релеївських розсіювань. Таким чином, вилучення комптонівської розсіяної компоненти з результуючого сигналу є пріоритетною задачею. Знайдемо коефіцієнт розсіювання для комптонівського типу розсіювання.

Для некогерентного (компонівського) розсіювання переріз розсіювання описується формулою Клейна-Нішіни, яка описує нееластичне (некогерентне)

розсіювання рентгенівських фотонів з енергіями, близькими до m_0c^2 , на вільних електронах:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^2 \left(\frac{\nu}{\nu_0} + \frac{\nu_0}{\nu} - \sin^2\theta\right)$$

де $d\sigma/d\Omega$ – диференціальний переріз розсіювання, r_0 – класичний радіус електрона, ν_0 та ν – частоти первинного та розсіяного фотонів відповідно.

На практиці умова неприв'язаності електрона в рамках обраної теоретичної моделі обмежує застосування формули лише для випадків, у яких енергія зв'язку є малою в порівнянні з $h\nu_0$, що є справедливим для переважної більшості випадків, що зустрічаються на практиці [2].

Звідси диференціальний переріз розсіяння як функцію кута розсіяння θ отримано заміною $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$:

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \pi r_0^2 \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^2 \left(\frac{\nu}{\nu_0} + \frac{\nu_0}{\nu} - \sin^2\theta\right) \sin\theta$$

У першому наближенні для енергій, характерних для діагностичної рентгенографії, вважаємо, що енергія фотона в процесі майже не змінюється, тоді можна стверджувати, що майже не змінюється також частота, тобто $\nu \approx \nu_0$. У такому разі рівняння набуває такого вигляду:

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \pi r_0^2 (2 \sin\theta - \sin^3\theta)$$

Таким чином, отримане рівняння описує диференціальний переріз розсіяння фотона під кутом θ , тобто диференціальний переріз розсіяння променю в усі точки, які видно з точки розсіяння під даним кутом. У площині детектора множина цих точок утворює коло з деяким радіусом r .

Для того, щоб дізнатися вірогідність розсіяння променю під кутом θ в одну конкретну точку, необхідно домножити вираз на $1/2\pi r$ та на кількість електронів на см шляху, що проходить фотон через об'єкт, що опромінюється $N_{el}(u, \nu, z)$:

$$\gamma(\theta, r) = \frac{r_0^2 N_{el}}{2r} (2 \sin \theta - \sin^3 \theta)$$

Кут θ знаходимо як:

$$\theta = \arctg \left(\frac{r}{d + s} \right)$$

де з рисунку (2.1) $s = z - d$, $d = const$, $r = \sqrt{(x - u)^2 + (y - v)^2}$ – радіус кола, утвореного всіма точками детектора, куди можуть потрапити промені, розсіяні під даним кутом θ . Тоді:

$$\theta = \arctg \left(\frac{\sqrt{(x - u)^2 + (y - v)^2}}{z} \right)$$

У формулі для коефіцієнта розсіяння фігурує $\sin \theta$, тому використовуючи зв'язок між синусом та арктангенсом, отримаємо:

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{(x - u)^2 + (y - v)^2}}{\sqrt{(x - u)^2 + (y - v)^2 + z^2}}$$

Після деяких перетворень коефіцієнт розсіювання набуде наступного вигляду:

$$\gamma(u, v, z) = \frac{r_0^2}{2} \frac{N_{el}}{\sqrt{(x - u)^2 + (y - v)^2 + z^2}} \left(1 + \frac{z^2}{(x - u)^2 + (y - v)^2 + z^2} \right)$$

Отже, отримано вигляд коефіцієнта комптонівського розсіювання, який можна використовувати для числових обрахунків розподілу розсіяного випромінювання на детекторі, використовуючи формулу (2.4).

2.4 Аналіз отриманих результатів та можливості їхньої експериментальної перевірки

Таким чином, з використанням формули Кляйна-Нішіни було отримано формулу для розподілу розсіяного випромінювання в площині детектора:

$$I_s(x, y) = \int_0^a \int_0^b \int_0^{d+h} \frac{r_0^2 I_0(u, v) \alpha(u, v, z) N_{el}(u, v, z)}{2} \frac{1}{(x-u)^2 + (y-v)^2 + z^2} \cdot \left(1 + \frac{z^2}{(x-u)^2 + (y-v)^2 + z^2} \right) dudvdz$$

Для монохроматичного випромінювання дана формула набуде такого вигляду:

$$I_s(x, y) = \int_0^a \int_0^b \int_0^{d+h} \frac{r_0^2 E_{ph} N_{ph} N_{el}(u, v, z)}{2 S t} \frac{\alpha(u, v, z)}{(x-u)^2 + (y-v)^2 + z^2} \cdot \left(1 + \frac{z^2}{(x-u)^2 + (y-v)^2 + z^2} \right) dudvdz \quad (2.5)$$

де E_{ph} – енергія фотонів, N_{ph} – кількість фотонів, що випромінюються, S – площа опромінення, t – час опромінення [33].

За необхідності обрахування розподілу розсіяного випромінювання в площині детектора для немонохромного випромінювання він може бути знайдений як лінійна комбінація інтенсивностей монохромних випромінювань, які входять в нього:

$$I_s(x, y) = \int k_\lambda I_{s\lambda}(x, y) d\lambda$$

де k_λ – вагові коефіцієнти інтенсивностей випромінювання з довжинами λ .

Окрім використання формули для знаходження розподілу розсіяного випромінювання, вона може бути використана для знаходження S/P зареєстрованого сигналу. У такому випадку інтенсивність розсіяного випромінювання $I_s(x, y)$ обраховується за отриманою кінцевою формулою, інтенсивність первинного випромінювання $I_p(x, y)$ визначається як різниця інтенсивності зареєстрованого сигналу та знайденої інтенсивності розсіяного випромінювання. Тоді співвідношення розсіяного до первинного випромінювання набуває такого вигляду:

$$S/P = \frac{I_s(x, y)}{I_{total}(x, y) - I_s(x, y)}$$

де $I_{total}(x, y)$ – зареєстрований сигнал.

Також розподіл розсіяного випромінювання, отриманий з використанням даної формули, може використовуватися при побудові алгоритму зменшення кількості розсіяного випромінювання на рентгенівському знімку.

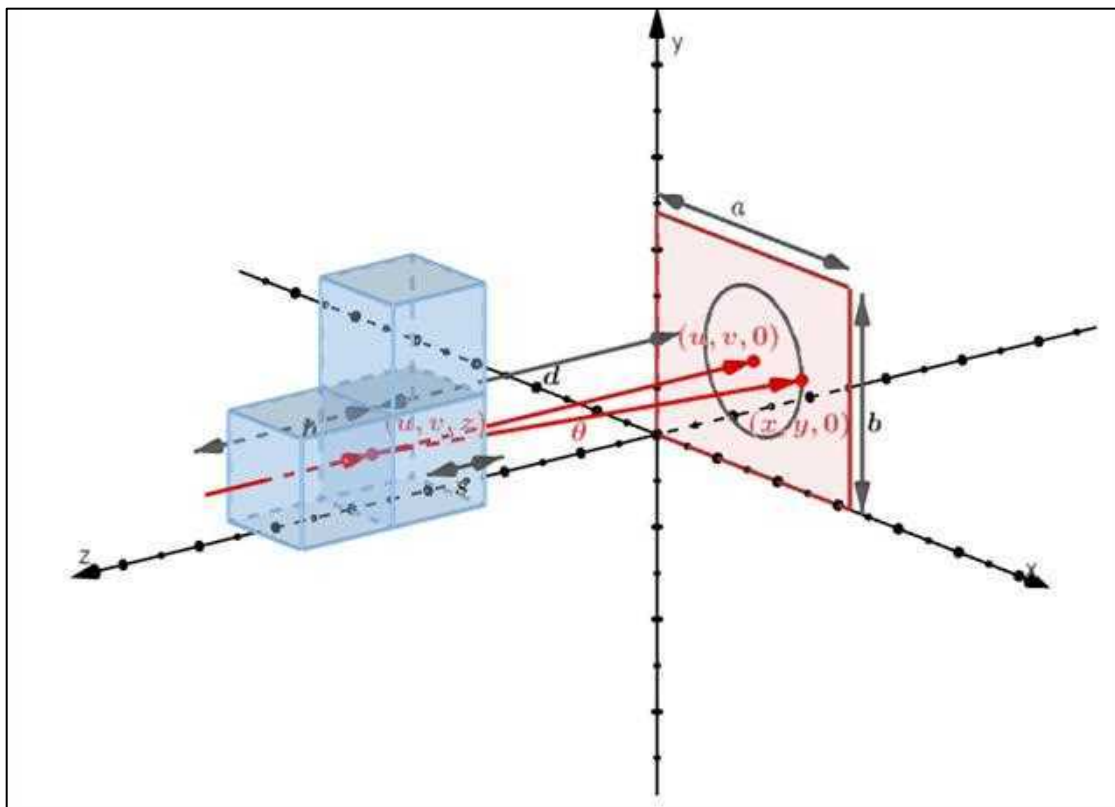
Для валідації коректності прийнятих наближень та результатів, які дає отримана формула, можуть бути використані дані, отримані під час реальної рентгенівської візуалізації, або дані, отримані шляхом симуляції рентгенівської візуалізації за допомогою спеціального програмного забезпечення. Оскільки перевірка валідності отриманої формули за допомогою експерименту у явному вигляді не є можливою внаслідок неможливості реалізації строго монохромного випромінювання, прийнято рішення виконувати перевірку методом математичного моделювання. Використане для цього програмне забезпечення та результати порівняння детально описано в наступному розділі.

За умови задовільних результатів перевірки методом моделювання перевірка коректності формули для реальних систем за допомогою постановки експерименту може стати продовженням роботи над даною темою.

РОЗДІЛ 3. ПЕРЕВІРКА ТЕОРЕТИЧНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ МОДЕЛЮВАННЯ

3.1 Постановка завдання та реалізація моделювання

Перевірку коректності отриманої формули для представлення розподілу інтенсивності розсіяної компоненти на детекторі вирішено проводити для системи, зображеної на рисунку 3.1. Конфігурація системи відповідає конфігурації системи, описаній в другому розділі при введенні теоретичної моделі.



*Рис. 3.1: Конфігурація системи, обраної для перевірки теоретичних
результатів*

У якості фантому обрано об'ємну фігуру, яка складається з прямокутних паралелепіпедів, як показано на рисунку. Верхня частина фігури – куб з лінійними розмірами $1\text{ см} \times 1\text{ см} \times 1\text{ см}$, нижня частина складається з двох однакових кубів

такого ж розміру, утворюючи разом фігуру з лінійними розмірами $1 \text{ см} \times 1 \text{ см} \times 2 \text{ см}$, таким чином загальний об'єм фантома $V = 3 \text{ см}^3$. Матеріал фантома – вода.

Довжина і ширина детектора рентгенівського випромінювання рівні $a = 3 \text{ см}$ та $b = 4 \text{ см}$, товщина рівна $0,5 \text{ мм}$. Детектор складається з трьохсот чутливих елементів з цезію йодиду (CsI) з лінійними розмірами $2 \text{ мм} \times 2 \text{ мм}$. Детектор розташований таким чином, щоб кожна зі сторін проєкції фантома була рівновіддалена від сторін детектора на 1 см . Розміри джерела випромінювання дорівнюють розмірам детектора, центри приладів розташовані симетрично відносно площини xOy . Відстань від джерела випромінювання до найближчої з граней фантома – 10 см , відстань від детектора випромінювання до найближчої з граней фантома – $0,5 \text{ мм}$.

Було прийнято рішення проводити моделювання для трьох різних енергій фотонів, які входять до спектру рентгенографічної трубки: $E_1 = 20 \text{ кеВ}$, $E_2 = 50 \text{ кеВ}$ та $E_3 = 90 \text{ кеВ}$. Для кожної з енергій фотонів змодельовано по чотири рентгенографічні системи, які відрізняються кількістю фотонів, які випускає джерело за час опромінення $t = 0,05 \text{ с}$: $N_1 = 2 \cdot 10^5$, $N_2 = 1 \cdot 10^6$, $N_3 = 3 \cdot 10^6$ та $N_4 = 1 \cdot 10^7$.

Серед запропонованих GATE фізичних процесів для моделювання було обрано наступні процеси: фотоелектричний ефект, комптонівське розсіювання, релеївське розсіювання, іонізація електрона, генерація гальмівного випромінювання та багатократне розсіювання. Такий вибір зроблено для наближення результатів моделювання до сигналу, який був би отриманий на детекторі в реальній рентгенографічній системі.

3.2 Отримані результати

3.2.1 Результати, отримані шляхом обрахунків за формулою

Для числової оцінки розподілу розсіяного випромінювання за отриманою в другому розділі роботи формулою обрано програму Wolfram Mathematica 12.1 [34]. Wolfram Mathematica – потужний інструмент для аналітичної та числової роботи з

функціями. Мова програмування, що використовується для роботи з програмою – Wolfram.

Обрахунки виконувалися на основі формули (2.5) з використанням вбудованої в Mathematica функції NIntegrate. NIntegrate – функція, призначена для числової оцінки інтегралів (в тому числі багатократних). У ході роботи з функцією дозволяється задавати такі її параметри як AccuracyGoal (кількість знаків після коми), Exclusions (частини підінтегральної області, які потрібно вилучати при проведенні обрахунків), Method (чисельний метод, використаний для проведення обрахунків) та інші. Методом за замовчуванням встановлено адаптивний метод Гаусса-Кронрода, який і використовувався при виконанні обчислень в рамках даної роботи.

Просторовий розподіл розсіяного випромінювання на детекторі, отриманий описаним методом, зображено на рисунку 3.2, де I – нормована інтенсивність розсіяного випромінювання, (x, y) – номер датчика розсіяного випромінювання, $x = 1, 2, 3, \dots, 15$, $y = 1, 2, 3, \dots, 20$.

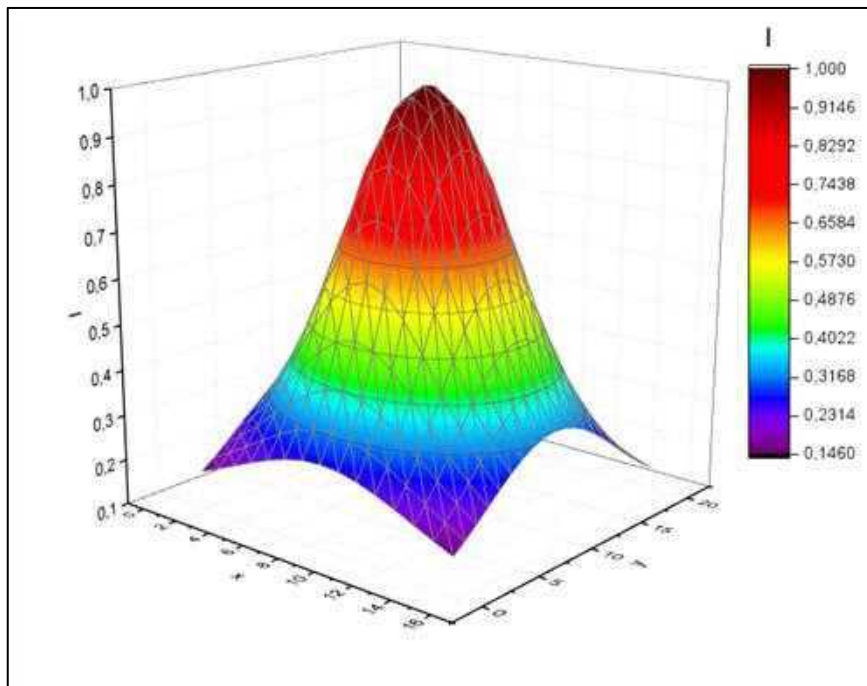


Рис. 3.2: Розподіл розсіяного випромінювання, отриманий методом числових обрахунків

Очевидно, що просторовий розподіл нормованої інтенсивності розсіяного випромінювання буде мати однаковий вигляд для всіх розглянутих енергій та кількостей частинок, оскільки вони входять у формулу як константи.

Отриману поверхню можна описати як поверхню з дзеркальною симетрією. Максимум інтенсивності розсіяного випромінювання спостерігаємо на датчику (8, 10).

3.2.2 Результати, отримані шляхом моделювання

Було проведено моделювання для систем з описаними вище енергіями та кількостями фотонів за допомогою GATE, в результаті чого одержано дванадцять розподілів розсіяного випромінювання (рис. 3.3). Один з наборів скриптів, написаних для реалізації моделювання в GATE, наведено в додатку 1 в ознайомчих цілях.

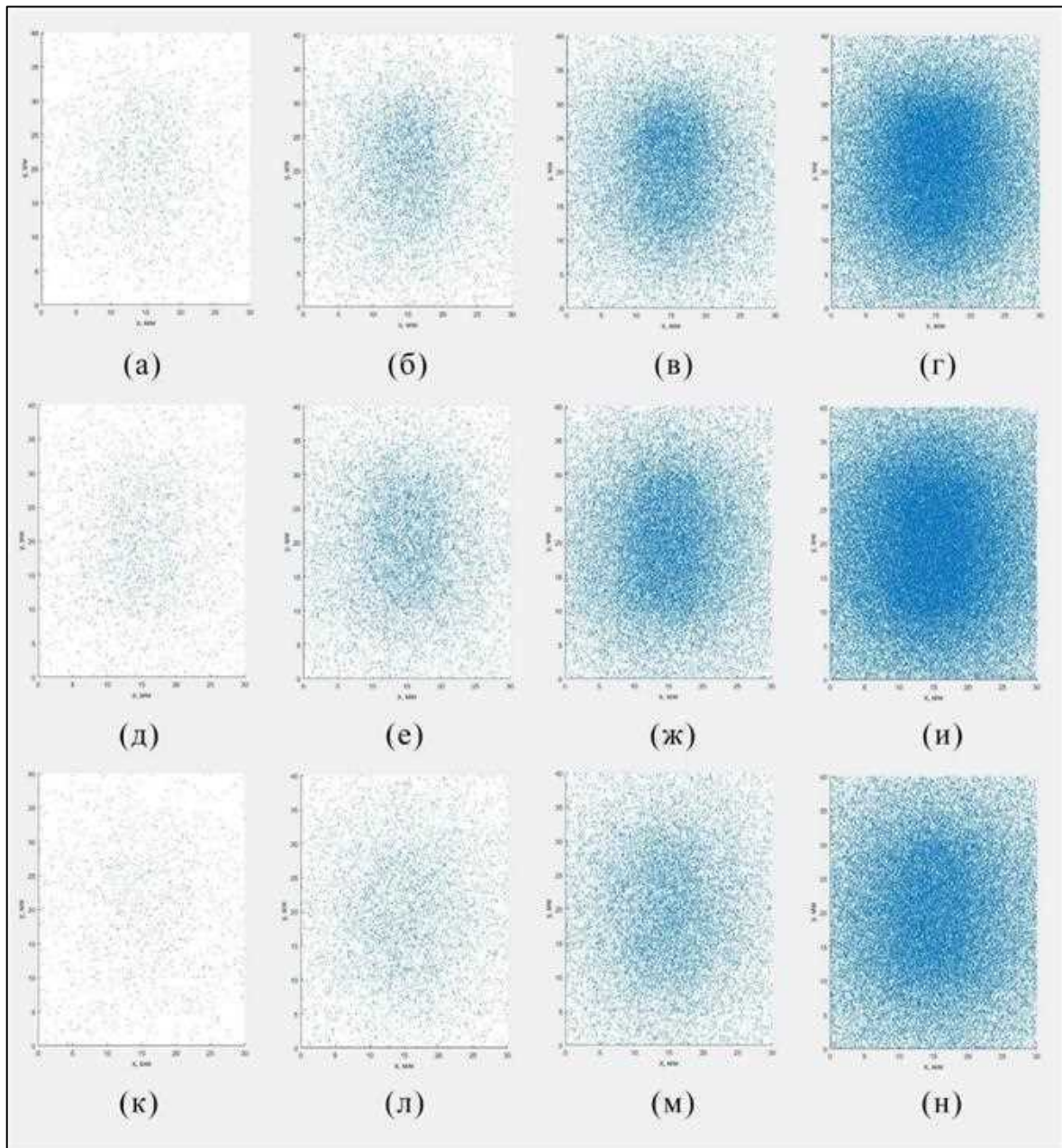


Рис. 3.3: Розподіл розсіяного випромінювання на детекторі для енергій 20 кеВ (а-г), 50 кеВ (д-и) та 90 кеВ (к-н) при кількостях первинних фотонів 200000, 1000000, 3000000 та 10000000 відповідно

Фізичні процеси, що враховувалися при моделюванні, обиралися з метою максимального наближення моделі до реальної рентгенографічної системи з врахуванням часу реалізації моделювання та задіяної пам'яті. Обрані процеси включають фотоелектричне поглинання, комптонівське розсіювання, релєївське розсіювання, електронну іонізацію, генерацію гальмівного випромінювання та многократне розсіювання (додаток 1).

Бачимо, що при збільшенні кількості первинних фотонів (а-г, д-и, к-н) спостерігаємо збільшення розсіяних фотонів; при збільшенні енергії первинних фотонів спостерігаємо «розмивання» поверхні, утвореної просторовим розподілом розсіяного випромінювання: відношення сигналу на детекторі з найбільшою кількістю зареєстрованого розсіяного випромінювання до сигналу на детекторі з найменшою кількістю зареєстрованого випромінювання зменшується при збільшенні енергій фотонів при усіх кількостях фотонів.

3.3 Аналіз та порівняння результатів, отриманих з використанням теоретично одержаної формули, з результатами моделювання

Для кожного з отриманих шляхом моделювання розподілів розсіяного випромінювання було обраховано нормовану інтенсивність розсіяного випромінювання, побудовано просторовий розподіл отриманих величин. Одержані графіки представлені на рисунках 3.4-3.6.

Окрім цього, було побудовано залежності нормованої інтенсивності, отримані як методами числових обрахунків з використанням теоретично отриманої формули, так і методами математичного моделювання (додаток Б, напівпрозора поверхня позначає теоретичну залежність).

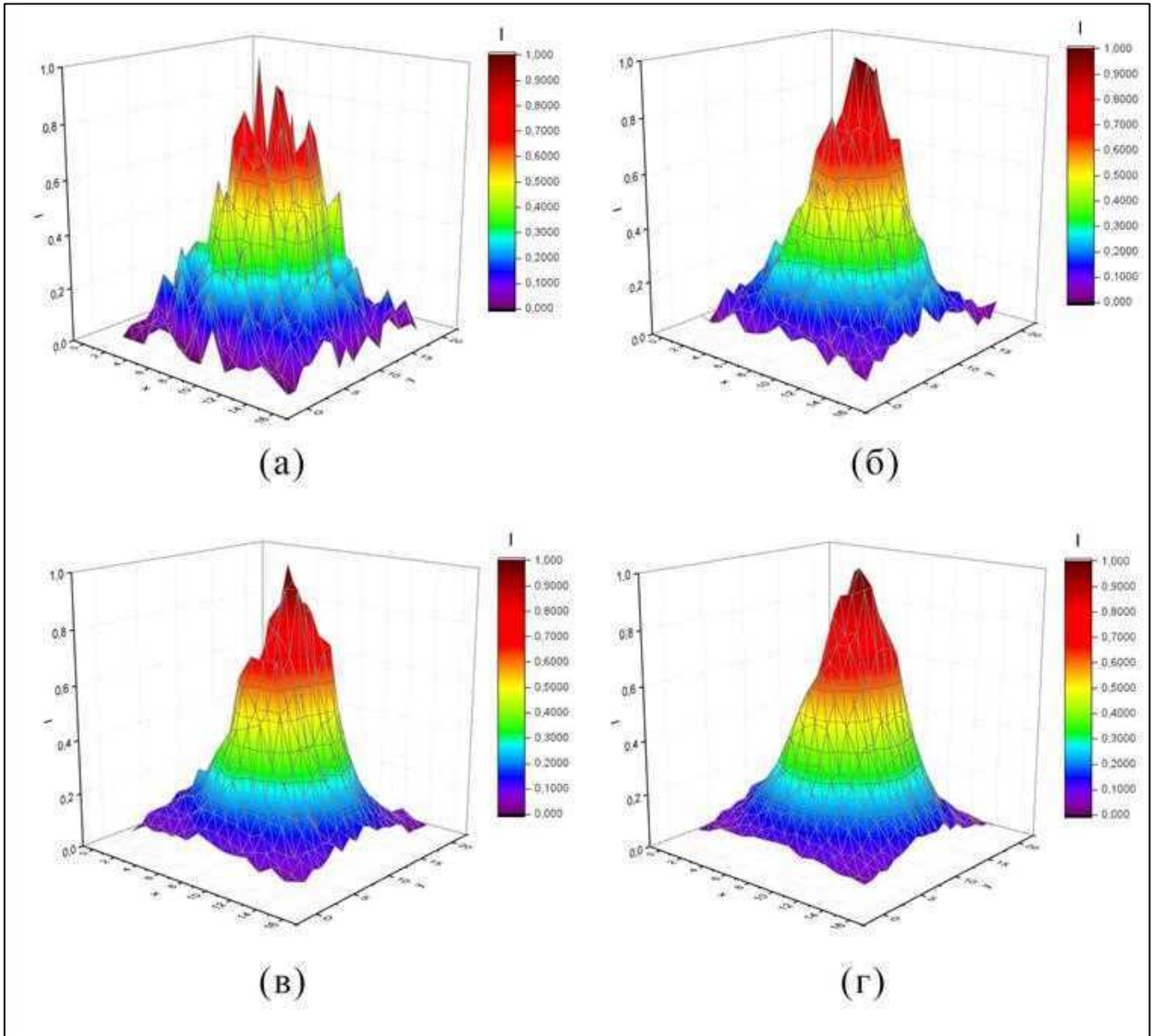


Рис. 3.4: Розподіл розсіяного випромінювання, отриманий шляхом моделювання для фотонів з енергією 20кеВ та для первинних фотонів кількістю 200000, 1000000, 3000000 та 10000000 відповідно

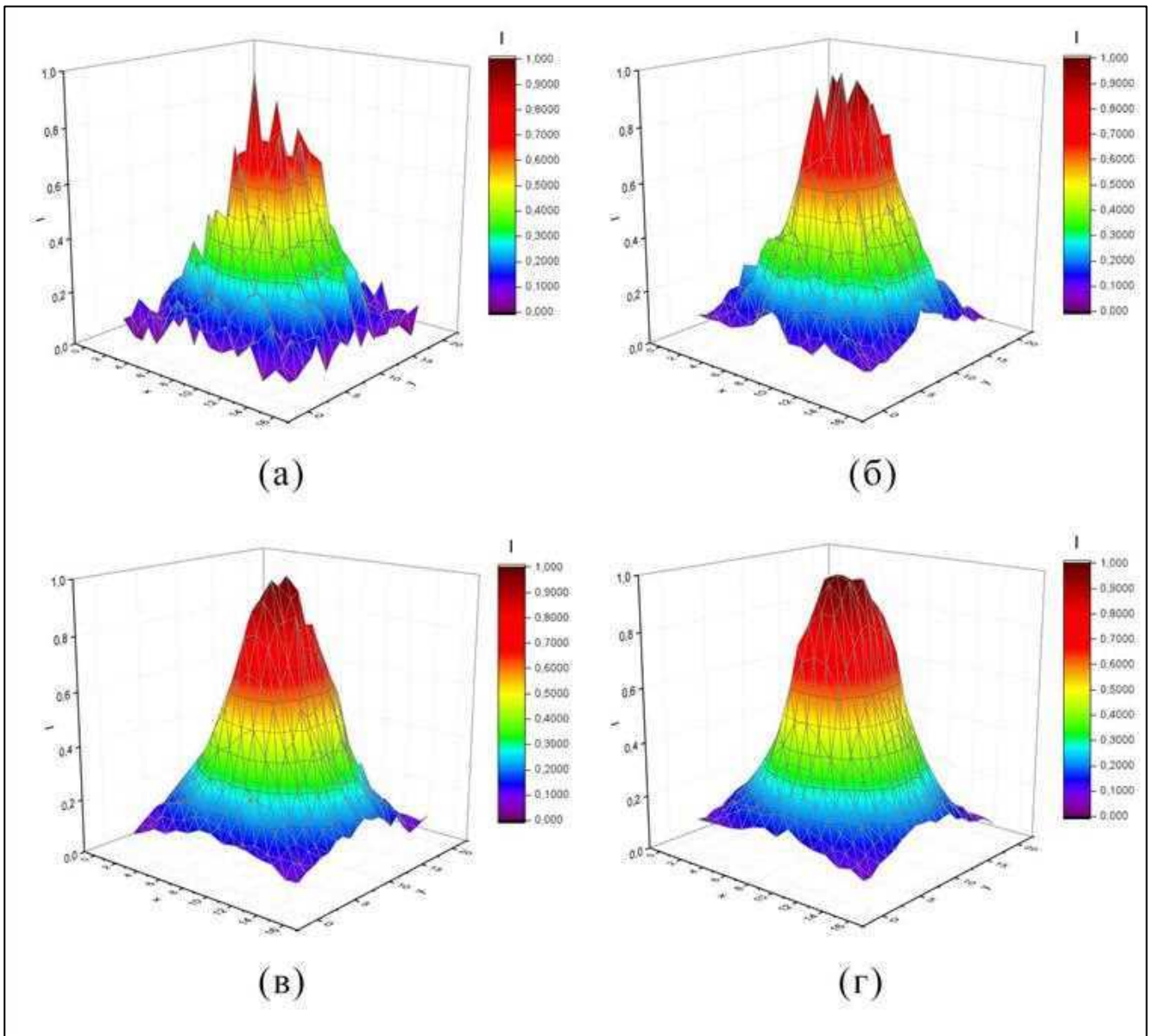


Рис. 3.5: Розподіл розсіяного випромінювання, отриманий шляхом моделювання для фотонів з енергією 50кеВ та первинних фотонів кількістю 200000, 1000000, 3000000 та 10000000 відповідно

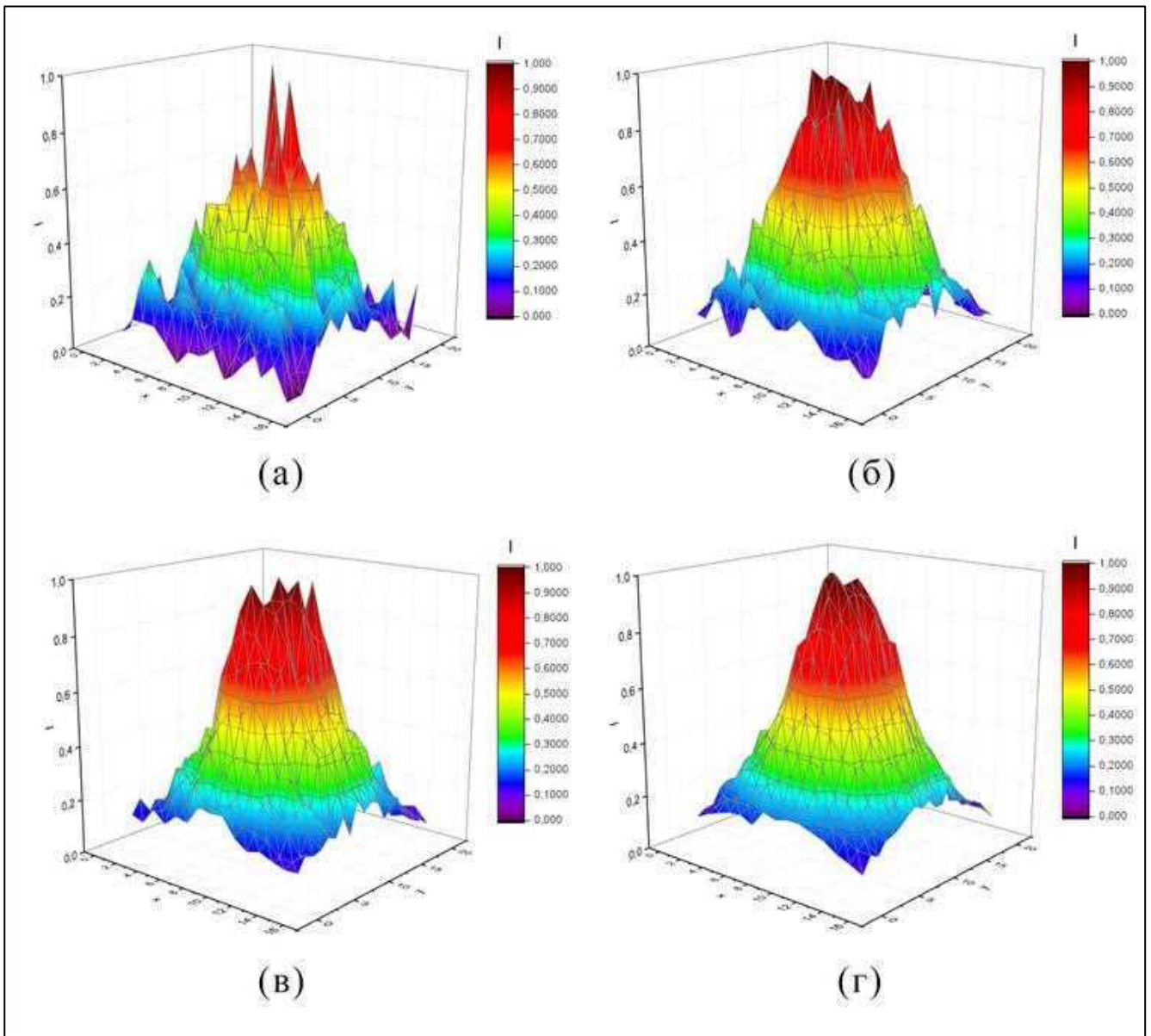


Рис. 3.6: Розподіл розсіяного випромінювання, отриманий шляхом моделювання для фотонів з енергією 90кеВ та первинних фотонів кількістю 200000, 1000000, 3000000 та 10000000 відповідно

Проаналізувавши вигляд отриманих залежностей можна зробити висновок, що при збільшенні енергії від 20 кеВ до 90 кеВ та при збільшенні кількості фотонів від 200000 до 10000000 спостерігаємо наближення результатів моделювання до теоретичної залежності.

Чисельне порівняння отриманих розподілів реалізовано у вигляді функції:

$$f = \frac{1}{N} \sum_{\substack{x=1 \\ y=1}}^{N,M} (|I_{x,y}^{\text{теор}} - I_{x,y}^{\text{модел}}|) \quad (3.1)$$

де $I_{x,y}^{\text{теор}}$ – значення теоретично отриманої нормованої інтенсивності розсіяного випромінювання на датчику під номером (x,y) , $I_{x,y}^{\text{модел}}$ – значення нормованої інтенсивності розсіяного випромінювання на датчику під номером (x,y) , отриманої шляхом моделювання.

Результати обрахунків з використанням формули (3.1) наведено в таблиці 3.1:

$N \setminus E$	$E_1 = 20 \text{ кеВ}$	$E_2 = 50 \text{ кеВ}$	$E_3 = 90 \text{ кеВ}$
$N_1 = 2 \cdot 10^5$	0.2348	0.2147	0.2087
$N_2 = 1 \cdot 10^6$	0.1925	0.145	0.0903
$N_3 = 3 \cdot 10^6$	0.1998	0.1289	0.081
$N_4 = 1 \cdot 10^7$	0.1868	0.1214	0.071

Табл. 1: Порівняльні характеристики теоретичного та змодельованого розподілів

Бачимо, що для енергії $E_1 = 20 \text{ кеВ}$ збільшення кількості фотонів дає невелике зменшення відхилення сигналу від розрахованого за формулою, в той час як для більших енергій ($E_2 = 50 \text{ кеВ}$ та $E_3 = 90 \text{ кеВ}$) зміна відхилення зростає, особливо при переході від N_1 до N_2 .

Окрім цього, можемо спостерігати, що для всіх значень енергій та кількостей фотонів теоретичні значення інтенсивності є більшими в порівнянні зі змодельованими на переважній частині детектора. Це пояснюється тим, що формули для розподілу розсіяного випромінювання в площині детектора були отримані в рамках теоретичної моделі для однократного некогерентного розсіювання, у той час як при моделюванні з метою наближення результатів моделювання до результатів, які були б отримані за допомогою реальної

рентгенографічної системи, окрім однократного некогерентного розсіювання було також враховано однократне когерентне розсіювання та багатократне розсіювання.

Таким чином, бачимо, що запропонована теоретична модель та отримані результати можуть бути вдосконалені, наприклад, шляхом представлення коефіцієнта розсіяння як суми коефіцієнтів некогерентного та когерентного розсіювань для врахування внеску когерентного розсіювання.

ВИСНОВКИ

При виконанні дипломної роботи на основі аналізу існуючої наукової літератури на тему впливу розсіяного випромінювання на характеристики рентгенографічних зображень та існуючих методів корекції зображень було запропоновано теоретичну модель, в рамках якої отримано оцінку розподілу розсіяного випромінювання на зображенні у вигляді аналітичної залежності інтенсивності розсіяного випромінювання в площині детектора:

$$I_s(x, y) = \int_0^a \int_0^b \int_d^{d+h} \frac{I_o(u, v) \gamma(u, v, z) \alpha(u, v, z)}{\sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2 + z^2}} dudvdz$$

де $\gamma(u, v, z)$, коефіцієнт розсіяного випромінювання, представлено у вигляді:

$$\gamma(u, v, z) = \frac{r_0^2}{2 N_{el}} \frac{1}{\sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2 + z^2}} \left(1 + \frac{z^2}{(x-u)^2 + (y-v)^2 + z^2} \right)$$

Показано, що у випадку опромінення об'єкта монохроматичним випромінюванням інтенсивність розсіяного випромінювання можна оцінити наступним чином:

$$I_s(x, y) = \int_0^a \int_0^b \int_d^{d+h} \frac{r_0^2 E_{ph} N_{ph} N_{el}(u, v, z)}{2 St} \frac{\alpha(u, v, z)}{(x-u)^2 + (y-v)^2 + z^2} \cdot \left(1 + \frac{z^2}{(x-u)^2 + (y-v)^2 + z^2} \right) dudvdz$$

Запропоновано отримувати розв'язок для реальних джерел немонохроматичного випромінювання як лінійну комбінацію розподілів розсіяного монохроматичного випромінювання, інтенсивності яких відповідають вузьким ділянкам спектра джерела випромінювання.

Коректність використання запропонованих формул для оцінки розподілу розсіяного випромінювання в площині детектора підтверджена результатами математичного моделювання з використанням програми GATE для деякого набору енергій та кількості фотонів з врахуванням процесів фотоелектричного поглинання, комптонівського розсіювання, релєївського розсіювання електронів та деяких інших процесів, описаних в останньому розділі роботи. Зокрема показано, що збільшення як енергії, так і кількості фотонів, якими опромінюється об'єкт, призводить до наближення результатів моделювання до результатів, отриманих з використанням запропонованих формул; зокрема при збільшенні енергій фотонів від 20кеВ до 90кеВ та кількості фотонів від $2 \cdot 10^5$ до $1 \cdot 10^7$ спостерігаємо зменшення відхилення результатів моделювання від теоретичного значення більш ніж в 3 рази.

Висунуто припущення, що отримані результати можуть бути значною мірою вдосконалені за умови представлення коефіцієнта розсіювання як суми коефіцієнтів некогерентного та когерентного розсіювань для врахування внеску когерентного розсіювання.

Таким чином, під час майбутньої роботи над темою пропонується:

1. запропонувати спосіб представлення коефіцієнта розсіювання, яке враховує процеси когерентного та некогерентного розсіювання;
2. поставити експеримент для порівняння результатів, отриманих за допомогою отриманої формули, з реальним розподілом розсіяного випромінювання на детекторі рентгенографічної системи;
3. запропонувати ітеративний алгоритм реконструкції рентгенографічних зображень, який буде базуватися на отриманих формулах для розподілу розсіяного випромінювання.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Niklason L. T., Sorenson J. A., Nelson J. A. Scattered radiation in chest radiography. *Med. Phys.* 1981. Vol. 8, № 5. P. 677-681.
2. Evans R. D. *The Atomic Nucleus*. Krieger Pub Co, 1982. 972 p.
3. Simpkin D. J. *The AAPM/RSNA Physics Tutorial for Residents*. RadioGraphics. 1999. Vol. 191. P. 155-167.
4. Yaffe M. J., Johns P. C. Scattered radiation in diagnostic radiology: magnitudes, effects, and methods of reduction. *Journal of Applied Photographic Engineering*. 1983. Vol. 9, № 6. P. 184–195.
5. Sorenson J. A., Niklason L.T. Scattered radiation in chest Radiography. *Progress in Medical Imaging*. 1988. P. 159–184.
6. Bruwer A. J. *Classic Descriptions in Diagnostic Roentgenology*. Charles C. Thomas, Springfield, IL. 1964. Vol. 2. 2059 p.
7. Holbeach C. H. The Potter-Bucky Diaphragm. *The Journal of the Röntgen Society*. 1921. Vol. 17. P. 179-181.
8. Groedel Fr. Die Lungen-Fern- und Abstandsaufnahme. *Fortschr. a. d. Geb. der Röntgenstrahlen*. 1925. Vol. 33. 99 p.
9. Laurell H. Metallfolien und Metalltücher als Sekundärblenden. *Upsala Läkarefören. förhandlingar*. 1932. Vol. 37. 439.
10. Muntz E.P., Jacobson G., Kaegi E. M., Klein D. J. Electronic grids for electrostatic imaging systems. *Radiology*. 1976. Vol. 121, №1. P. 197-204.
11. Sorenson J. A., Floch J. Scatter rejection by air gaps: an empirical model. *Med Phys*. 1985. Vol. 12, № 3. P. 308-316.
12. Wilsey R. B. The Intensity of Scattered X-Rays in Radiography. *American Journal of Roentgenology*. 1921. Vol. 8. P. 328-339.
13. Ning R., Tang X., Conover D. X-ray scatter correction algorithm for cone beam CT imaging *Med. Phys.* 2004. Vol. 31. P. 1195–1202.

14. Focused beam-stop array for the measurement of scatter in megavoltage portal and cone beam CT imaging / Maltz J. S. et al. *Med. Phys.* 2008. Vol. 35. P. 2452–2462.
15. Ruhrschopf E. P., Klingenberg K. A. general framework and review of scatter correction methods in cone-beam CT. Part 2: Scatter estimation approaches. *Med. Phys.* 2011. Vol. 38, № 9. P. 5186-5199.
16. Kalender W. A., Hebel R., Ebersberger J. Reduction of CT artifacts caused by metallic implants. *Radiology.* 1987. P. 576-577.
17. Efficient scatter correction using asymmetric kernels. / Star-Lack J. M. et al. *Proc. SPIE.* 2009. Vol. 7258.
18. Sun M., Star-Lack J. M. Improved scatter correction using adaptive scatter kernel superposition. *Phys. Med. Biol.* 2010. Vol. 55. P. 6695–6720.
19. Даник А. Ю., Судаков О. О. Алгоритмічне послаблення впливу розсіяного випромінювання на рентгенівські зображення як альтернатива апаратним методам. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2021. № 4. С. 114—122.
20. Seibert J. A., Boone J. M. Xray scatter removal by deconvolution. *Med. Phys.* 1988. Vol. 15. P. 567-575.
21. Ducote J. L., Molloy S. Scatter correction in digital mammography based on image deconvolution. *Physics in Medicine & Biology.* 2010. Vol. 55, № 5. P. 1295-1309.
22. Boone J. M., Seibert J. A. Semi-Analytical Model of the Point Spread Function of Scattered Radiation including a Multiple Scattering Term. *Proc. SPIE 1092, Medical Imaging III: Image Processing.* 1989. <https://doi.org/10.1117/12.953263>
23. Scatter Measurements and Simulations in X-Ray Cone Beam CT Breast Imaging. / Chen Y. et al. *Med. Phys.* 2007. Vol. 34. P. 2606-2606.
24. Thibault J. B. The model-based paradigm: a new frontier in image reconstruction. *CT Clarity (GE Healthcare).* 2011. P. 65–67.
25. Geant4 – a simulation toolkit. / Agostinelli S. et al. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment.* 2003. Vol. 506, № 3. P. 250-303.
26. GATE: a simulation toolkit for PET and SPECT / Jan S. et al. *Physics in medicine and biology.* 2004. Vol. 49, № 19. P. 4543-4561.

27. Salvat Fr., Fernandez-Varea, J.M., Sempau, J. PENELOPE, a code system for Monte Carlo simulation of electron and photon transport. OECD-Nuclear Energy Agency. 2003.
28. Briesmeister J. F. MCNPТM – A General Monte Carlo N–Particle Transport Code. 2000. 790 p.
29. Kawrakow, I. Accurate condensed history Monte Carlo simulation of electron transport. I. EGSnrc, the new EGS4 version. Med. Phys. 2000. Vol. 27. P. 485-498.
30. The TOPAS tool for particle simulation, a Monte Carlo simulation tool for physics, biology and clinical research / Faddegon B. et al. European Journal of Medical Physics. 2020. Vol. 72. P. 114-121.
31. OpenGATE Collaboration. URL: <http://www.opengatecollaboration.org> (дата звернення: 01.06.2023)
32. GATE Documentation. URL: <https://opengate.readthedocs.io/en/latest/> (дата звернення: 01.06.2023)
33. Smahina M. A., Radchenko S. P. Scatter to primary radiation ratioing in X-ray imaging system detector plane. Proceedings XXIII International Young Scientists' Conference on Applied Physics May, 16-20, 2023, Kyiv, Ukraine. <http://icap.knu.ua/index.php/contents> (дата звернення: 01.06.2023)
34. Wolfram Mathematica: Modern Technical Computing. URL: <https://www.wolfram.com/mathematica/> (дата звернення: 01.06.2023)

ДОДАТКИ

Додаток А

Приклад набору скриптів для проведення симуляції
(набір скриптів для 200000 фотонів з енергією 20 keV)

MAIN.mac

```
/control/execute /home/vgate/Documents/step 1: base.mac
/control/execute /home/vgate/Documents/step 2: scanner.mac
/control/execute /home/vgate/Documents/step 3: phantom.mac
/control/execute /home/vgate/Documents/step 4: physics.mac
/control/execute /home/vgate/Documents/step 5: verbosity.mac
/control/execute /home/vgate/Documents/step 6: initialization.mac
#/control/execute /home/vgate/Documents/step 7: visualization.mac
/control/execute /home/vgate/Documents/step 8: digitizer.mac
/control/execute /home/vgate/Documents/step 9: source (1).mac
/control/execute /home/vgate/Documents/step 10: data output.mac
/control/execute /home/vgate/Documents/step 11: acquisition.mac
```

step 1: base.mac

```
##### BASE #####
/gate/geometry/setMaterialDatabase
/home/vgate/Software/Gate/src/GateMaterials.db
/gate/world/geometry/setXLength 0.10 m
/gate/world/geometry/setYLength 0.10 m
/gate/world/geometry/setZLength 0.30 m
/gate/world/setMaterial Air
/gate/world/vis/setColor black
##### BASE #####
```

step 2: scanner.mac

```
##### SCANNER #####
```

```
/gate/world/daughters/name scanner
/gate/world/daughters/insert box
/gate/scanner/geometry/setXLength 3. cm
/gate/scanner/geometry/setYLength 4. cm
/gate/scanner/geometry/setZLength 0.5 mm
/gate/scanner/placement/setTranslation 1.5 2. 0.025 cm
/gate/scanner/setMaterial Air
/gate/scanner/vis/forceWireframe
/gate/scanner/vis/setColor white
# LEVEL 1 #
/gate/scanner/daughters/name level1
/gate/scanner/daughters/insert box
/gate/level1/geometry/setXLength 3. cm
/gate/level1/geometry/setYLength 4. cm
/gate/level1/geometry/setZLength 0.5 mm
# /gate/level1/placement/setTranslation 1.5 2. 0.025 cm
/gate/level1/setMaterial Air
/gate/level1/vis/forceWireframe
/gate/level1/vis/setColor white
# LEVEL 2 #
/gate/level1/daughters/name level2
/gate/level1/daughters/insert box
/gate/level2/geometry/setXLength 3. cm
/gate/level2/geometry/setYLength 4. cm
/gate/level2/geometry/setZLength 0.5 mm
# /gate/level2/placement/setTranslation 1.5 2. 0.025 cm
/gate/level2/setMaterial Air
/gate/level2/vis/forceWireframe
/gate/level2/vis/setColor white
# LEVEL 3 #
/gate/level2/daughters/name level3
/gate/level2/daughters/insert box
/gate/level3/geometry/setXLength 2. mm
/gate/level3/geometry/setYLength 2. mm
```

```

/gate/level3/geometry/setZLength 0.5 mm
/gate/level3/setMaterial CsI
/gate/level3/vis/forceSolid
/gate/level3/vis/setColor red
# REPEAT LEVEL 3 #
/gate/level3/repeaters/insert cubicArray
/gate/level3/cubicArray/setRepeatNumberX 15
/gate/level3/cubicArray/setRepeatNumberY 20
/gate/level3/cubicArray/setRepeatNumberZ 1
/gate/level3/cubicArray/setRepeatVector 2. 2. 0. mm
# ATTACH SYSTEM #
/gate/systems/scanner/level1/attach level1
/gate/systems/scanner/level2/attach level2
/gate/systems/scanner/level3/attach level3
# ATTACH LAYER #
/gate/level3/attachCrystalSD
##### SCANNER #####

```

step 3: phantom.mac

```

##### PHANTOM #####
/gate/world/daughters/name Phantom1
/gate/world/daughters/insert box
/gate/Phantom1/geometry/setXLength 1. cm
/gate/Phantom1/geometry/setYLength 1. cm
/gate/Phantom1/geometry/setZLength 2. cm
/gate/Phantom1/placement/setTranslation 1.5 1.5 1.55 cm
/gate/Phantom1/setMaterial Water
/gate/Phantom1/vis/forceSolid
/gate/Phantom1/vis/setColor blue
/gate/world/daughters/name Phantom2
/gate/world/daughters/insert box
/gate/Phantom2/geometry/setXLength 1. cm
/gate/Phantom2/geometry/setYLength 1. cm

```

```

/gate/Phantom2/geometry/setZLength 1. cm
/gate/Phantom2/placement/setTranslation 1.5 2.5 1.05 cm
/gate/Phantom2/setMaterial Water
/gate/Phantom2/vis/forceSolid
/gate/Phantom2/vis/setColor blue
/gate/Phantom1/attachPhantomSD
/gate/Phantom2/attachPhantomSD
##### PHANTOM #####

```

step 4: physics.mac

```

##### PHYSICS #####
/gate/physics/addProcess PhotoElectric
/gate/physics/processes/PhotoElectric/setModel StandardModel
/gate/physics/addProcess Compton
/gate/physics/processes/Compton/setModel PenelopeModel
/gate/physics/addProcess RayleighScattering
/gate/physics/processes/RayleighScattering/setModel PenelopeModel
/gate/physics/addProcess ElectronIonisation
/gate/physics/processes/ElectronIonisation/setModel StandardModel e-
/gate/physics/addProcess Bremsstrahlung
/gate/physics/processes/Bremsstrahlung/setModel StandardModel e-
/gate/physics/addProcess MultipleScattering e-
/gate/physics/processList Enabled
##### PHYSICS #####

```

step 5: verbosity.mac

```

##### VERBOSITY #####
#/gate/verbose Physic 5
#/gate/verbose Cuts 0
#/gate/verbose SD 0
#/gate/verbose Actions 0
#/gate/verbose Actor 0
#/gate/verbose Step 0

```

```

#/gate/verbose Error 0
#/gate/verbose Warning 0
#/gate/verbose Output 0
#/gate/verbose Beam 0
#/gate/verbose Volume 0
#/gate/verbose Image 0
#/gate/verbose Geometry 0
#/gate/verbose Core 0
#/run/verbose 0
#/event/verbose 0
#/tracking/verbose 0
##### VERBOSITY #####

```

step 6: initialization.mac

```

##### INITIALIZATION #####
/gate/run/initialize
##### INITIALIZATION #####

```

step 7: visualization.mac

```

##### VISUALIZATION #####
/vis/open OGL
/gate/run/initialize
/vis/scene/add/axes
/vis/enable
/vis/scene/create Scene1
/vis/sceneHandler/attach
/vis/scene/add/volume world
/vis/scene/add/axes 0 0 0 0.1 m
/vis/viewer/set/viewpointThetaPhi 50 10
/vis/viewer/panTo -2 1 cm
/vis/viewer/zoomTo 2
/tracking/storeTrajectory
/vis/scene/add/trajectories

```

```

/vis/scene/add/hits
/vis/modeling/trajectories/create/drawByParticleID
##### VISUALIZATION #####

```

step 8: digitizer.mac

```

##### DIGITIZER #####
/gate/digitizer/Singles/insert adder
/gate/digitizer/Singles/insert readout
/gate/digitizer/Singles/readout/setDepth 3
# /gate/digitizer/Singles/insert thresholder
# /gate/digitizer/Singles/thresholder/setThreshold 10 keV
# /gate/digitizer/Singles/insert upholder
# /gate/digitizer/Singles/upholder/setUphold 100 keV
/gate/digitizer/convertor/verbose 0
/gate/digitizer/verbose 0
##### DIGITIZER #####

```

step 9: source.mac

```

##### SOURCE #####
/gate/source/addSource xraygun
/gate/source/verbose 2
/gate/source/xraygun/gps/particle gamma
/gate/application/setTotalNumberOfPrimaries 200000
/gate/source/xraygun/gps/energytype Mono
/gate/source/xraygun/gps/monoenergy 20. keV
/gate/source/xraygun/gps/type Plane
/gate/source/xraygun/gps/shape Square
/gate/source/xraygun/gps/halfx 15. mm
/gate/source/xraygun/gps/halfy 20. mm
/gate/source/xraygun/gps/centre 1.5 2. 12. cm
/gate/source/xraygun/gps/mintheta 0. deg
/gate/source/xraygun/gps/maxtheta 0. deg
/gate/source/xraygun/gps/minphi 0. deg

```

```

/gate/source/xraygun/gps/maxphi 360. deg
#/gate/source/xraygun/visualize 100 red 2
##### SOURCE #####

```

step 10: data output.mac

```

##### DATA OUTPUT #####
/gate/random/setEngineName MersenneTwister
/gate/random/setEngineSeed auto
/gate/output/ascii/enable
/gate/output/ascii/setFileName 20keV_bigsources_200000
/gate/output/ascii/setSingleMask 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 1 1 1 0 1 0 0 0
/gate/output/ascii/setOutFileHitsFlag 0
# /gate/output/ascii/setOutFileCoincidencesFlag 0
# /gate/output/root/setRootSinglesFlag 1
# /gate/output/root/setRootCoincidencesFlag 1
# /gate/output/root/setRootdelayFlag 0
##### DATA OUTPUT #####

```

step 11: acquisition.mac

```

##### ACQUISITION #####
/gate/application/setTimeStart 0 s
/gate/application/setTimeStop 0.05 s
/gate/application/startDAQ
##### ACQUISITION #####

```

Порівняння розподілів розсіяного випромінювання, отриманого методами
числових обрахунків та моделювання

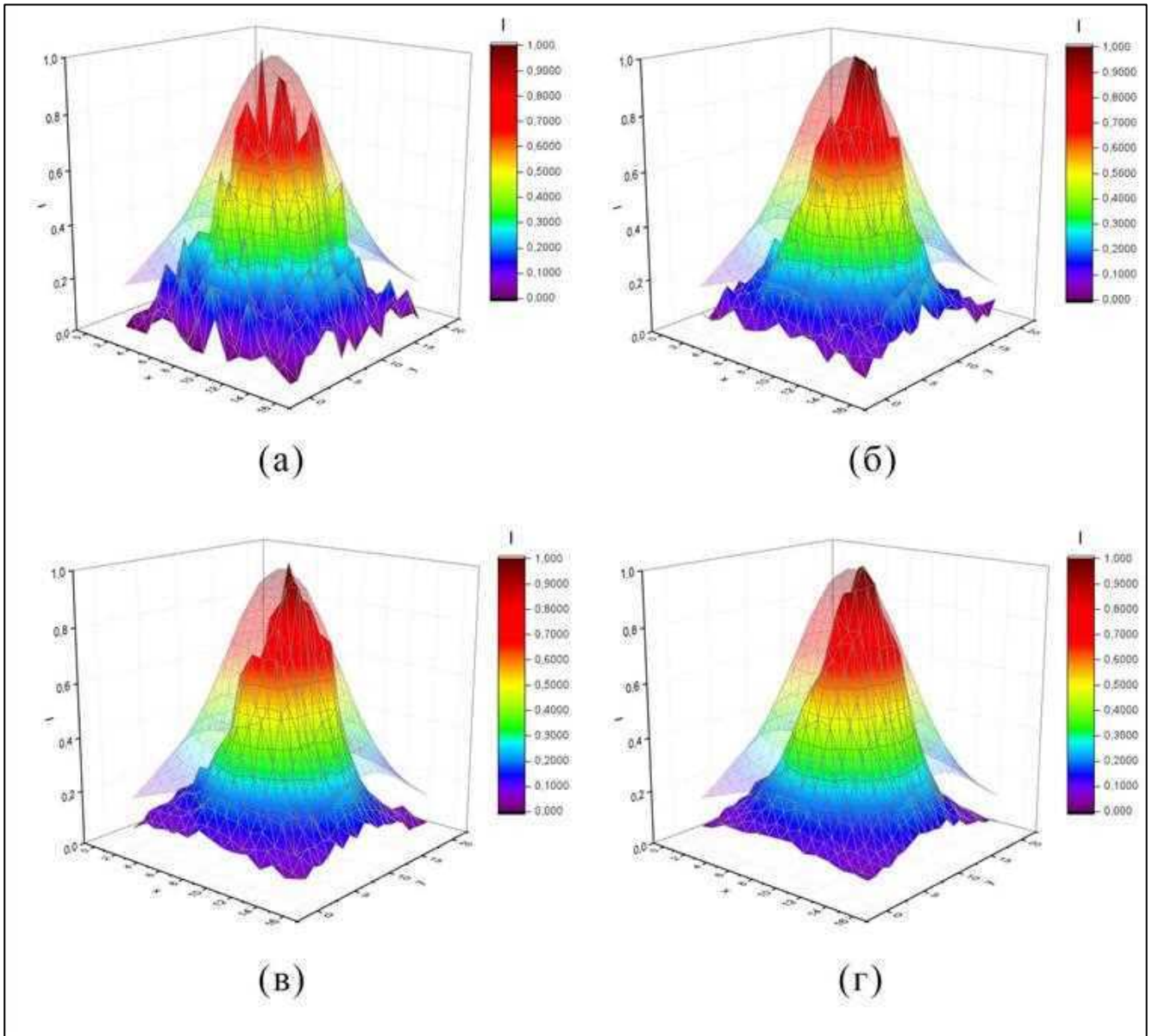


Рис. Б1: Порівняння розподілу розсіяного випромінювання, отриманого методами
числових обрахунків та моделювання для енергії фотонів 20кеВ та кількостях
первинних фотонів 200000, 1000000, 3000000 та 10000000 відповідно

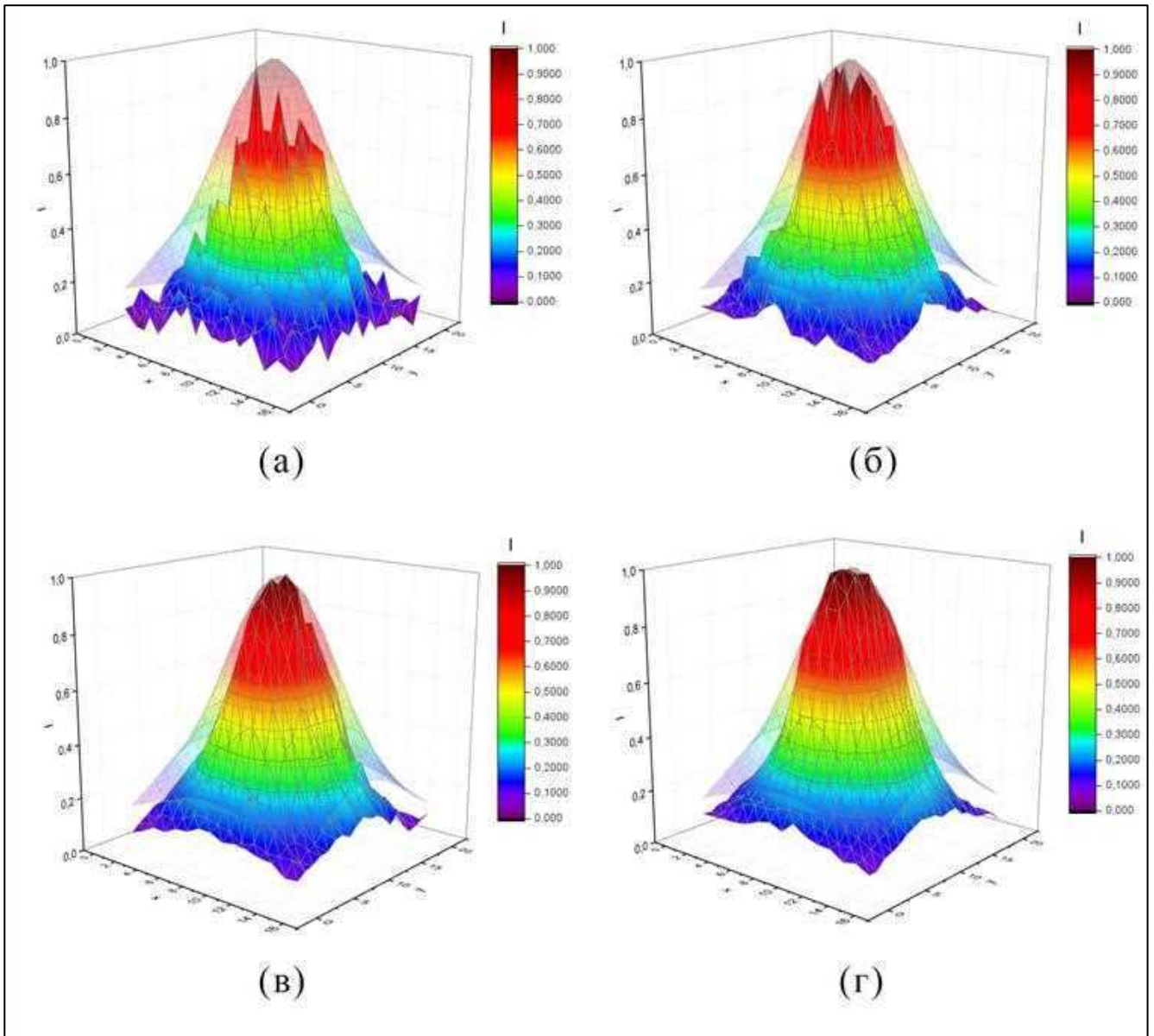


Рис. Б2: Порівняння розподілу розсіяного випромінювання, отриманого методами числових обчислень та моделювання для енергії фотонів 50кеВ та кількостях первинних фотонів 200000, 1000000, 3000000 та 10000000 відповідно

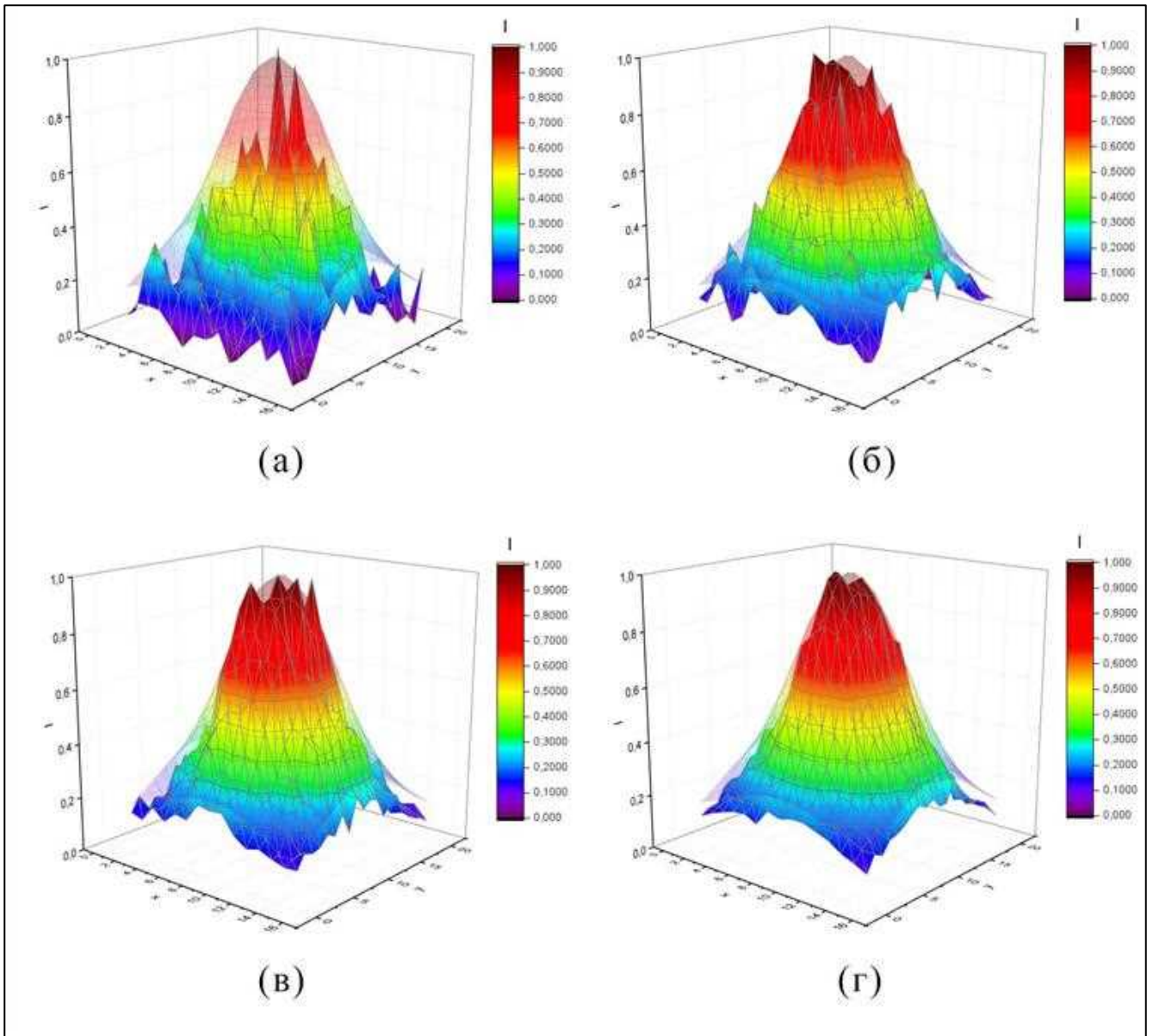


Рис. Б3: Порівняння розподілу розсіяного випромінювання, отриманого методами числових обчислень та моделювання для енергії фотонів 90кеВ та кількостях первинних фотонів 200000, 1000000, 3000000 та 10000000 відповідно