

level in the pumping well is slightly reduced; p6 — the water level in the pumping well is reduced; p7 — the water level in the pumping well is highly reduced; p8 — the water level in the pump well is normal (as usual); p9 — the 1st pump is turned off; p10 — the 2nd pump is turned off; p11 — the 3rd pump is turned off; p12 — the 1st pump is turned on; p13 — the 2nd pump is turned on; p14 — the 3rd pump is turned on.

• Transitions:

t1 — input of data from the registration sensor into the system; t2 — turn on the 1st pump; t3 — turn on the 2nd pump; t4 — turn on the 3rd pump; t5 — turn off the 1st pump; t6 — turn off the 2nd pump; t7 — turn off the 3rd pump.

Fuzzy logic allows engineers to transfer their empirical knowledge as "If-Then" rules for the functional block. These capabilities allow the use of fuzzy logic in technical applications, such as intelligent control systems, decision making and expert systems [7].

Using the logic "If ... Then ..." the necessary behavior of the system is verbally described [8]. In accordance the algorithm of adaptation is created.

if p1 and p8 to t1;
if t1(si) to p2;
if t1(i) to p3;
if t1(hi) to p4;
if t1(sr) to p5;
if t1(r) to p6;
if t1(hr) to p7;
if p2 and p9 to t2;
if p3 and p10 to t3;
if p4 and p11 to t4;
if p5 and p12 to t5;
if p6 and p13 to t6;
if p7 and p14 to t7;
if t2 to p8 and p12;
if t3 to p8 and p13;
if t4 to p8 and p14;
if p5 and p12 to t5;
if p6 and p13 to t6;
if p7 and p14 to t7;
if t5 to p8 and p9;
if t6 to p8 and p10;
if t7 to p8 and p11.

The relationship between positions and transitions is determined by the matrices of input and output incidents. The matrix of input incidents from positions to transitions D^+ and the incidence matrix from the transitions to the positions D^- are formed as follows:

$$D^+ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^- = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$D^+[i,j]=\#(p_i,I(t_j))$, a $D^-[j,i]=\#(p_i,O(t_j))$, where $i = \overline{1,8}$, $j = \overline{1,7}$ (8-number of positions, 7-number of transitions). I and O — the functions of input and output incidents. $\#(p_i,I(t_j))$ — the element is equal to the number of arcs from the i -th position to the j -th transition. $\#(p_i,O(t_j))$ — the element is equal to the number of arcs from the j -th transition to the i -th position. The incidence matrix is formed as follows:

$$D = D^+ - (D^-)^T$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

This matrix expresses the input and output relations between positions and transitions. Representing the positions by circles, transitions by rectangles and the relations between them by connecting arcs, a model is built on CPN Tools (Figure 1) [9].

The "si", "i", "hi", "sr", "r", "hr" chips mean the information entering the system, respectively, slightly increasing, increasing, highly increasing and slightly reducing, reducing, a highly reducing of the

water level in the pump well. The attributes of the output from t1 arcs contain the conditions, under which the corresponding chip is selected, otherwise the special chip Empty is selected [10].

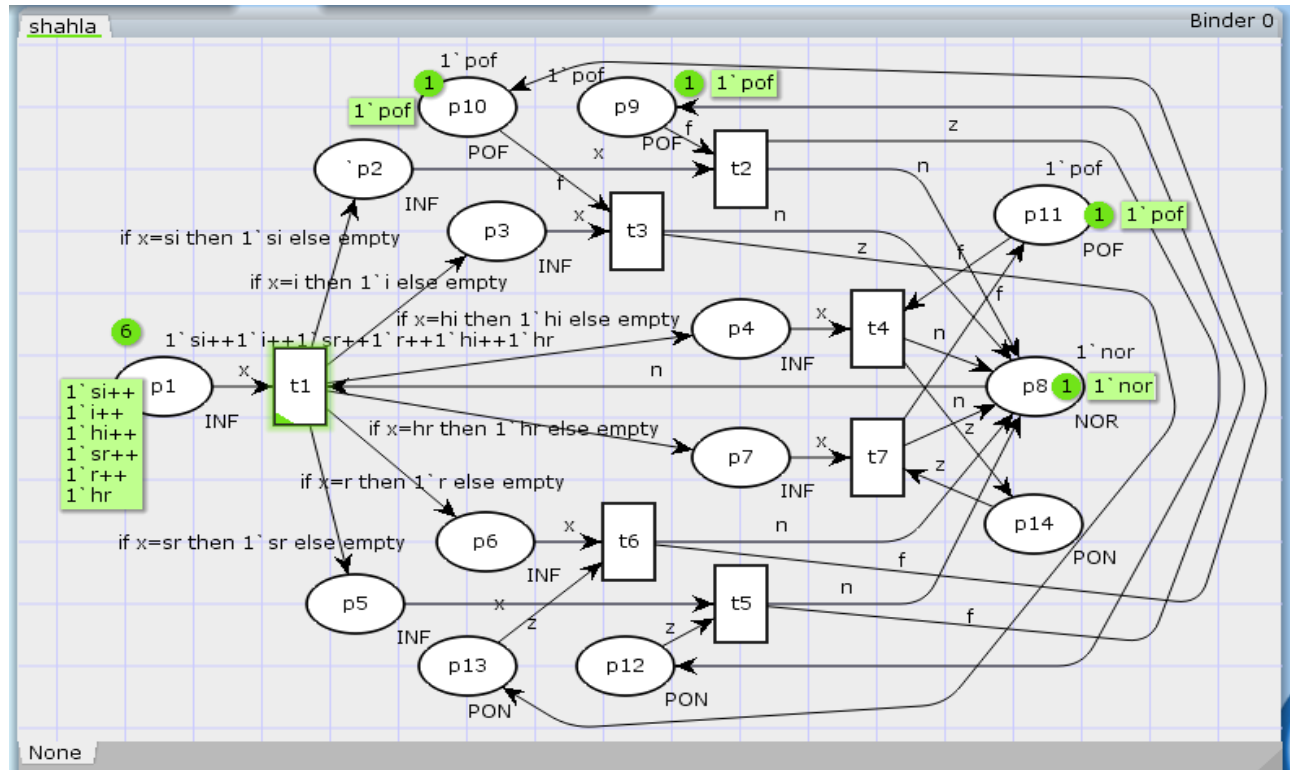


Figure 1. Graph model on CPN Tools.

In the presented PN, the following descriptions of the set of colors and variables are used:

Declarations

Standart priorities

Standart Declarations

colset UNIT=unit;

colset BOOL

colset INT

colset INTINF

colset TIME

colset NOR=unit with normal;

colset POF=unit with pof;

colset PON=unit with pon;

colset REAL

colset INF=with si|i|hi|sr|r|hr;

colset STRING

var n:NOR;

var x:INF;

var z:PON;

var f:POF;

Based on the above mentioned initial data, machine simulations of the network were carried out. Simulation of the model begins with the location of the markers. On the basis of incoming information, decisions are automatically made, the pumps are turned on and off and the situation is normalized.

The behavior of the simulated system as a result of the simulation is analyzed by the properties of the PN. The developed Petri net is limited. The tasks of attainability and liveness for this colored CPN are also solved, since all transitions are performed and the network is brought to the initial state. The network is periodic and all markings are achievable. As a result of the simulation, the rapid adaptation of the system to the situation is demonstrated. The absence of dead ends shows the liveness of the system.

IV. CONCLUSIONS

The paper presents the principal aspects of the developed approach. Using the method of fuzzy control simplifies the recording of all perturbations and the creation of the necessary set of commands

for controlling water pumps, to maintain the required water level.

It is possible on the model to develop management principles which correspond to situations, identify shortcomings, deadlock states and make adjustments. This will allow set up the system at an optimal operating mode without extra costs.

The results obtained are mainly of a theoretical nature. Potential areas of applying the developed approach can be found in the dispatch control systems of the discrete events.

Список використаних джерел

1. White Frank M. Fluid Mechanics / Frank M. White. - McGraw Hill, 2011. – 885 p.
2. Disha M., Pandey P. K., Chug R. Simulation of Water Level control in a Tank using Fuzzy logic/ M. Disha, P.K. Pandey, R. Chug. // IOSR Journal of Electrical and Electronics Engineering. – 2012. – Vol. 2, no 3. – P. 09–12.
3. Nielsen M., Rozenberg G., Thiagarajan P.S. Behavioural notions for elementary net systems/ M. Nielsen, G. Rozenberg, P.S. Thiagarajan // Distributed Computing. – 1990. – Vol.4, no.1. – P. 45–57.
4. Карпов Ю.Г. Model Checking. Верификация параллельных и распределенных программных систем/ Ю.Г. Карпов. – СПб.: БХВ–Петербург, 2010. – 560 с.
5. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем / Дж. Питерсон. – М.: Мир, 1984. – 264 с.
6. Терано Т., Асаи К., Сугено М. Прикладные нечеткие системы / Т. Терано, К. Асаи, М. Сугено – М.: Мир, 1993. – 368 с.
7. Molhotra, Singh N., Singh Y. Fuzzy Logic Modeling, Simulation and Control: A Review” / Molhotra, N. Singh, Y. Singh // International Journal of Computer Science and Technology. – 2010. – vol.1, Issue 2. – P. 183–188.
8. Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н. и др. Современная прикладная теория управления: Новые классы регуляторов технических систем/ Под ред. А.А. Колесникова. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, Ч.III., 2000. – 640 с.
9. Zaitsev D.A. Switched LAN Simulation by Colored Petri Nets / D.A. Zaitsev // Mathematics and Computers in Simulation. – 2004. – Vol. 65. – P. 245–249.
10. Van der Aalst W.M.P., Stahl C. Modeling Business Processes: A Petri Net - Oriented Approach, / W.M.P. van der Aalst, C. Stahl, – The MIT Press, 2011 (ISBN-13: 978-0-262-01538-7). – 400 p.

References

1. WHITE, FRANK M. (2011), *Fluid Mechanics*, McGraw Hill.
2. DISHA, M., PANDEY, P. K. and CHUG, R. (2012), “Simulation of Water Level control in a Tank using Fuzzy logic”, *IOSR Journal of Electrical and Electronics Engineering*, vol. 2, no. 3, pp. 09–12.
3. NIELSEN, M., ROZENBERG, G., THIAGARAJAN, P.S. (1990), “Behavioural notions for elementary net systems”, *Distributed Computing*, vol.4, no.1, pp. 45–57.
4. KARPOV, YU. G. (2010), *Model Checking. Verification of parallel and distributed software systems*. SPb.: BHV–Peterburg. [in Russian language].
5. PETERSON, DZH. (1984), *Theory of Petri nets and modeling of the systems*, Moscow: Mir. [in Russian language]
6. TERANO, T., ASAI, K., SUGENO, M. (1993), *Prikladnye nechetkie sistemy*, M.: Mir. [in Russian language]
7. MOLHOTRA, SINGH, N., SINGH, Y. (2010), “Fuzzy Logic Modeling, Simulation and Control: A Review”, *International Journal of Computer Science and Technology*, vol. 1, Issue 2, pp. 183–188.
8. KOLESNIKOV, A.A., VESELOV, G.E., POPOV, A.N. and etc. (2000), *Modern Applied Control Theory: New Classes of Regulators of Technical Systems* / Ed. A.A. Kolesnikov. Taganrog: TRTU, part 3. [in Russian language]
9. ZAITSEV, D.A. (2004), “Switched LAN Simulation by Colored Petri Nets”, *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 65, pp. 245–249.
10. VAN DER AALST, W.M.P., STAHL, C. (2010), *Modeling Business Processes: A Petri Net-Oriented Approach*, The MIT Press, (ISBN-13: 978-0-262-01538-7).

Надійшла до редколегії 19.08.2018

УДК 519.21:519.6

Пашко А.О.¹, д.ф.-м.н,
Розора І.В.², к.ф.-м.н., доц.

Аналіз точності моделювання дробового броунівського руху в рівномірній метриці

^{1,2}Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, пр-т.
Академіка Глушкова 4д,
e-mail: ¹aap2011@ukr.net,
²irozora@bigmir.net

Pashko A.O.¹, Dr. Sci.,
Rozora I.V.², PhD, Associate Prof.

Analysis of Accuracy for Simulation of the Fractional Brownian Motion in uniform metrics

^{1,2}Taras Shevchenko National University of Kyiv,
03680, Kyiv, Glushkova av., 4d,
e-mail: ¹aap2011@ukr.net
²irozora@bigmir.net

В роботі досліджуються оцінки точності моделювання дробового броунівського руху в нормі простору неперервних функцій. В якості моделі розглядається спектральне представлення дробового броунівського руху у вигляді випадкових рядів. Отримані оцінки дозволяють будувати моделі із заданими точністю і надійністю для різних прикладних задач. Розглянуто точність моделювання безпосередньо дробового броунівського руху та у випадку, коли дробовий броунівський рух є входним сигналом для однорідної лінійної системи з відомою імпульсною функцією. Проведено оцінку основних параметрів моделі та наведено результати моделювання.

Ключові слова: дробовий броунівський рух, індекс Хюрста, точність та надійність моделі, Гауссовий випадковий процес.

Nowadays the theory of stochastic processes is widely used in different branches of science and not only in natural science. That's why one of the relevant problems is to build a mathematical model of stochastic process and study its properties. The problems of numerical simulations become especially important due to the powerful possibilities of computer technologies that allow to create software modeling tools and predict the behavior of a random process. There are various simulation methods of stochastic processes and fields. But in most papers dealing with the simulation of stochastic processes the question of accuracy and reliability has not been studied. In this article this problem is investigated, it means that at first we construct the model and then verify it using some adequacy tests.

In this paper, the estimates of the accuracy for the simulation of the fractional Brownian motion in the uniform metrics are studied. As a model, the spectral representation of the fractional Brownian motion in the form of random series is considered. The obtained estimates allow to construct models with given accuracy and reliability for various applications. The fractional Brownian motion is considered as an input signal for a homogeneous linear system with a known impulse function. The constructed model approximates the input process with given accuracy and reliability in space $C(T)$ taking into account output signal of the system.

Keywords— Fractional Brownian motion, Hurst index; accuracy and reliability of the model; Gaussian random process

Статтю представив д.ф.-м.н. Козаченко Ю.В.

Вступ

В останні роки методи статистичного моделювання випадкових процесів та полів знаходять широке застосування в різних прикладних галузях. Найбільш використовуються моделі гауссових, субгауссових, квадратично-гауссових випадкових процесів. Особливе місце серед них займають вінерівський та узагальнений вінерівський випадковий процеси (дробовий броунівський рух).

Перелік галузей використання методів статистичного моделювання вінерівського та узагальненого вінерівського процесів розширюється з кожним днем. Так, моделі вінерівського та узагальненого вінерівського випадкових процесів використовуються в фінансовій математиці [1], при розв'язуванні задач обчислювальної математики [2], при оцінюванні Хаусдорфової розмірності [3], в задачах оцінки якості роботи систем масового обслуговування [4], в задачах моделювання трафіку в теорії телекомунікаційних мережах [5-7].

В [8-10] досліджувались методи статистичного моделювання гауссових та близьких до них випадкових процесів із заданими точністю і надійністю в різних функціональних просторах, а саме, просторах $L_p(T)$, просторах Орліча та в просторі неперервних функцій.

Мета роботи – дослідження точності статистичного моделювання дробового броунівського руху для прикладних задач, наприклад, коли дробовий броунівський рух подається на вхід лінійної системи.

Основна частина

Нехай (T, B, μ) - деякий вимірний простір і $\mu(T) = 1$.

Означення 1. Дробовим броунівським рухом з індексом Хюрста $\alpha \in (0, 1)$ називається гауссівський процес $W_\alpha(t)$, $t \in [0, 1]$ такий, що $W_\alpha(0) = 0$, $EW_\alpha(t) = 0$ та коваріаційною функцією $R_\alpha(t, s) = \frac{1}{2}(|t|^{2\alpha} + |s|^{2\alpha} - |t-s|^{2\alpha})$.

При $\alpha = \frac{1}{2}$ маємо стандартний вінерівський процес.

Дробовий броунівський рух можна зобразити у вигляді випадкового ряду [11]

$$W_\alpha(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \sin(x_k t) X_k + b_k (1 - \cos(y_k t)) Y_k), \quad (1)$$

де $\{X_k, Y_k\}$ - незалежні стандартні гауссові випадкові величини,

$\{x_k\}$ - нулі функції Бесселя $J_{-\alpha}(x)$,

$\{y_k\}$ - нулі функції Бесселя $J_{1-\alpha}(y)$,

$$a_k = \frac{\pi^\alpha \sqrt{2C}}{x_k^{\alpha+1} J_{1-\alpha}(x_k)}, \quad b_k = \frac{\pi^\alpha \sqrt{2C}}{y_k^{\alpha+1} J_{-\alpha}(y_k)},$$

$$C = \frac{\Gamma(2\alpha+1) \sin(\pi\alpha)}{\pi^{2\alpha+1}}.$$

Для обчислення нулів функцій Бесселя будемо використовувати зображення

$$x_n = \left(n + \frac{3}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \pi - \frac{4\alpha^2 - 1}{2\pi(4n+3-2\alpha)} + \dots$$

$$y_n = \left(n + \frac{5}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \pi - \frac{4(1-\alpha)^2 - 1}{2\pi(4n+1+2\alpha)} + \dots$$

Для обчислення функцій Бесселя будемо використовувати зображення

$$J_{1-\alpha}^2(x_n) = \sqrt{\frac{2}{\pi x_n}} \left(\cos\left(x_n + \frac{2\alpha\pi - \pi}{4}\right) - \frac{4\alpha^2 - 1}{8x_n} \sin\left(x_n + \frac{2\alpha\pi - \pi}{4}\right) \right),$$

$$J_{-\alpha}^2(y_n) = \sqrt{\frac{2}{\pi y_n}} \left(\cos\left(y_n + \frac{2(1-\alpha)\pi - \pi}{4}\right) - \frac{4(1-\alpha)^2 - 1}{8y_n} \sin\left(y_n + \frac{2(1-\alpha)\pi - \pi}{4}\right) \right).$$

Модель випадкового процесу будемо у вигляді

$$S_\alpha(t, M) = \sum_{k=1}^M (a_k \sin(x_k t) X_k + b_k (1 - \cos(y_k t)) Y_k),$$

де $\{X_k, Y_k\}$ - незалежні стандартні гауссові випадкові величини.

При реальному моделюванні незалежних гауссових випадкових величин, за рахунок точності представлення та обчислення дійсних чисел, отримуємо строго субгауссові випадкові величини. Нулі функцій Бесселя та значення також обчислюються з деякою точністю.

Для a_k, b_k, x_k, y_k позначимо їх наближені значення $\tilde{a}_k, \tilde{b}_k, \tilde{x}_k, \tilde{y}_k$.

$$\text{Нехай } |a_k - \tilde{a}_k| \leq h_k^a, \quad |b_k - \tilde{b}_k| \leq h_k^b,$$

$$|x_k - \tilde{x}_k| \leq h_k^x, \quad |y_k - \tilde{y}_k| \leq h_k^y,$$

де $h_k^a, h_k^b, h_k^x, h_k^y$ - задана точність.

Тоді модель дробового броунівського руху матиме вигляд

$$\tilde{S}_\alpha(t, M) = \sum_{k=1}^M (\tilde{a}_k \sin(\tilde{x}_k t) X_k + \tilde{b}_k (1 - \cos(\tilde{y}_k t)) Y_k) \quad (2)$$

А точність моделювання $\Delta(t)$ рівна $\Delta(t) = W_\alpha(t) - \tilde{S}_\alpha(t, M)$.

В роботі [12] досліджувались оцінки точності і надійності моделі (2) дробового броунівського руху в різних функціональних просторах.

При використанні цієї моделі необхідно обчислювати нулі функції Бесселя з великою точністю. Це вимагає великої підготовчої роботи.

Нехай випадковий процес $X(t)$ і всі $X_n(t, \Lambda)$ належать деякому банаховому простору $A(T)$ з нормою $\|\cdot\|$. Нехай задано два числа $\delta > 0$ та $0 < \varepsilon < 1$.

Будемо говорити, що модель $X_n(t, \Lambda)$ наближає процес $X(t)$ з надійністю $1 - \varepsilon$ і точністю δ в нормі простору $A(T)$, якщо має місце $P\{\|X(t) - X_n(t, \Lambda)\| > \delta\} \leq \varepsilon$.

На основі результатів роботи [12] для $\alpha > \frac{1}{2}$ можна сформулювати наступну теорему.

Теорема 1. Модель $\tilde{S}_\alpha(t, M)$ наближає процес $W_\alpha(t)$ з точністю $\delta > 0$ і надійністю $1 - \varepsilon$, $0 < \varepsilon < 1$ в нормі простору $C([0, 1])$, якщо для $0 < p < 1$, $\beta < 1$, мають місце нерівності

$\delta > \max(D_1(M), D_2(M))$, та

$$2 \left\{ \exp \left\{ - \frac{\left(\frac{\delta}{2} - D_1(M) \right)^2}{2B_1(M)} \right\} + \exp \left\{ - \frac{\left(\frac{\delta}{2} - D_2(M) \right)^2}{2B_2(M)} \right\} \right\} \leq \varepsilon,$$

$$\text{де } D_1(M) = \frac{(2\alpha - 1)v^{1 - \frac{1}{2\alpha}}}{2\alpha(1 - p)p^{\frac{1}{2\alpha}}},$$

$$D_2(M) = (p\beta)^{-\frac{1}{2\alpha}} \left(\gamma_0 + \frac{(2\alpha - 1)p\beta}{2\alpha(1 - p)p^{\frac{1}{2\alpha}}} \right),$$

$$B_1(M) = \frac{G^2}{1 - p} + \frac{v^2}{p(1 - p)^2}, B_2(M) = \frac{\gamma_0^2}{1 - p} + \frac{p\beta^2}{(1 - p)^2},$$

$$G^2 = \sum_{i=1}^M \left((h_i^c)^2 + 4(h_i^d)^2 \right), \gamma_0^2 = \sum_{i=M+1}^{\infty} (c_i^2 + 4d_i^2),$$

$$\sigma(u) = u^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Розглянемо однорідну лінійну систему з дійснозначною двічі інтегрованою імпульсною перехідною функцією $H(\tau)$, яка визначена на

відрізку $\tau \in [0, T]$. Це означає, що реакція системи на вхідний сигнал $X(t)$, який спостерігається на $[-T, T]$, має вигляд

$$Y(t) = \int_0^T H(\tau) X(t - \tau) d\tau, \quad t \in [0, T] \quad (3)$$

та $H \in L_2([0, T])$.

Припустимо, що імпульсна функція відома. Ми також припускаємо, що вхідний сигнал $X_\alpha(t)$ системи (3) є дробовим броунівським рухом (1) з індексом Х'юрста α . З (1) та (3) випливає, що відгук системи $Y(t)$ можна представити як

$$Y(t) = Y_\alpha(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (\xi_k \cdot c_k(t) + \eta_k \cdot s_k(t)), \quad (4)$$

Де функції $c_k(t)$, $s_k(t)$ дорівнюють

$$c_k(t) = b_k \int_0^T H(\tau) (1 - \cos(y_k(t - \tau))) d\tau, \quad (5)$$

$$s_k(t) = a_k \int_0^T H(\tau) \sin(x_k(t - \tau)) d\tau.$$

Так, наприклад, для $H(\tau) = 1$ функції $c_k(t)$, $s_k(t)$ дорівнюють

$$s_k(t) = \frac{2a_k}{x_k} \sin\left(x_k t - \frac{x_k T}{2}\right) \sin\left(\frac{x_k T}{2}\right)$$

$$c_k(t) = b_k T - \frac{2b_k}{y_k} \cos\left(y_k t - \frac{y_k T}{2}\right) \sin\left(\frac{y_k T}{2}\right).$$

Для $H(\tau) = \exp(-\lambda\tau)$ функції $c_k(t)$, $s_k(t)$ дорівнюють

$$s_k(t) = \frac{a_k}{\sqrt{\lambda^2 + x_k^2}} \sin\left(x_k t - \arcsin\left(\frac{x_k}{\sqrt{\lambda^2 + x_k^2}}\right)\right) -$$

$$\frac{a_k \exp(-\lambda T)}{\sqrt{\lambda^2 + x_k^2}} \sin\left(x_k t - x_k T - \arcsin\left(\frac{x_k}{\sqrt{\lambda^2 + x_k^2}}\right)\right)$$

$$c_k(t) = \frac{1 - \exp(-\lambda T)}{\lambda} -$$

$$\frac{b_k}{\sqrt{\lambda^2 + y_k^2}} \cos\left(y_k t - \arcsin\left(\frac{y_k}{\sqrt{\lambda^2 + y_k^2}}\right)\right) +$$

$$\frac{b_k \exp(-\lambda T)}{\sqrt{\lambda^2 + y_k^2}} \cos\left(y_k t - y_k T - \arcsin\left(\frac{y_k}{\sqrt{\lambda^2 + y_k^2}}\right)\right).$$

Розглянемо умови та метод побудови моделі процесу $X_\alpha(t)$, при яких модель апроксимує вхідний сигнал $X_\alpha(t)$, враховуючи відгук системи