

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
ФАКУЛЬТЕТ РАДІОФІЗИКИ, ЕЛЕКТРОНІКИ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

Кафедра медичної радіофізики

«На правах рукопису»

Робота допущена до захисту в ЕК рішенням
кафедри медичної радіофізики
від _____ 2024 року, протокол № ____
Завідувач кафедри канд. фіз.-мат. наук, доцент
_____ Сергій РАДЧЕНКО

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА БАКАЛАВРА
на тему:
« ПРОСТОРОВЕ ВИМІРЮВАННЯ РОЗСІЯНОГО Х-ВИПРОМІНЮВАННЯ
ФАНТОМОМ БІОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ »

Виконав:

студент 4-го курсу денної форми навчання
спеціальності 105 «Прикладна фізика та наноматеріали»
ОПП «Електроніка та інформаційні технології в медицині»
Антошкін Кирило Петрович _____

Науковий керівник:

канд. фіз.-мат. наук, доцент
Радченко Сергій Петрович _____

Рецензент:

канд. фіз.-мат. наук, доцент
Оберемок Євген Анатолійович _____

Засвідчую, що у цій бакалаврській роботі немає
запозичень з праць інших авторів без відповідних
посилань

Студент _____ Кирило АНТОШКІН

РЕФЕРАТ

Випускна кваліфікаційна робота бакалавра: 23 с., 11 рис., , 5 джерела.

У роботі наведено результати експериментальних досліджень ступеню розсіювання рентгенівського випромінювання зразком з алебастру у вигляді трьох прямокутних паралелепіпедів зі сторонами 1 см х 1 см х 1 см, два з яких склали основу, на яку поставлен третій, разом складають прямий кут.

РЕНТГЕНОЛОГІЯ, РЕНТГЕН, ПОГЛИНАННЯ, РОЗСІЮВАННЯ ФОТОНІВ,
ПРОПУСКНА ЗДАТНІСТЬ, ШУМ, КОМПЕНСАЦІЯ, ФУНКЦІЯ РОЗСІЯННЯ

Зміст

Зміст	2
Вступ	3
1. Розрахунок пропускних властивостей матеріалу фантому	4
1.1. Вибір моделі та матеріалу для дослідження	4
1.2. Розрахунок пропускної здатності досліджуваного матеріалу	5
1.2.1 Розрахунок проникність матеріалу з хімічної формули по масовим часткам елементів в ньому ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$)	7
1.2.2 Теоретична проникність кожного елементу і розрахунок його проникності для рентгенівських променів по масовим часткам цих елементів в речовині	8
1.3. Опис форми фантому	Error! Bookmark not defined.
2. Оцінювання функції розсіювання експериментального зразка	12
2.1. Демонстрування процесів та введення деяких позначень	12
2.1. Підготовка до експерименту та отримання зображень	13
2.2. Отримання зображень та їх обробка	16
Висновки	21
Перелік посилань	23

Вступ

Точний опис розсіювання рентгенівських променів є складною для обчислення фізичною та математичною задачею. Проте саме розсіяне випромінювання є головним фактором формування зображень досліджень за допомогою рентгенівських променів. Таким чином, на основі теоретичних залежностей, отримано наближений опис розподілу розсіяних квантів у площині детектора рентгенівської системи.

Розсіювання фотонів є основною причиною шуму, що реєструється в площині детектора рентгенівських систем. Рівень відношення сигнал/шум переважно становить близько 10%. Це призводить до розмитості діагностичних зображень, втрати контрастності та дрібних деталей. Розсіювання фотонів в досліджуваних об'єктах є випадковим процесом, тому неможливо визначити, скільки, з якого напрямку і якої енергії буде зареєстровано рентгенівське випромінювання в площині детектора. Така складність явища пояснює відсутність єдиної загальної методики зменшення розсіяного шуму на рентгенівських зображеннях. Розрізняють апаратні (антирозсіювальні сітки, техніка повітряного проміжку) та програмні методи (корекція первинних даних, деконволюція з функцією розсіювання точок, фільтрація, перетворення даних). Зараз вони використовуються в інших умовах.

Апаратні методи виконують придушення розсіювання під час збору даних проекції. Зменшення розсіяного шуму апаратними методами потребує модифікації обладнання та має обмеження через збільшення дози випромінювання пацієнтів під час обстеження.

За певних обмежень для дослідження обрано програмний метод зменшення впливу шуму на результати досліджень.

1. Розрахунок пропускних властивостей матеріалу фантому

1.1. Вибір моделі та матеріалу для дослідження

Після детального вивчення різних матеріалів, що були досліджені в рамках даного проекту, вибір було зупинено на алебастрі. Цей матеріал виявився найбільш придатним для наших цілей завдяки своїм властивостям.

Алебастр — це мінерал, різновид гіпсу. Його хімічна формула $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$. Алебастр було обрано через припущення, що його пропускна здатність близька до кісток людини. Також з алебастру легко виготовляти моделі для досліджень (фантоми) доволі складної форми або методом лиття у форму, або вирізанням із великого шматка. Виготовляти можна як цілі моделі, так і частини більш складних форм, які (частини) можна з'єднати розчином алебастру.

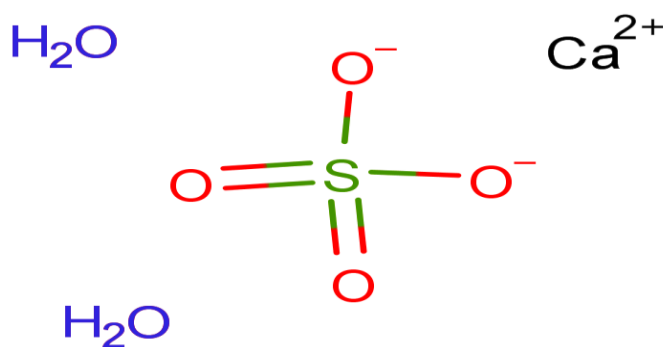


Рис. 1.1. Хімічна формула алебастру

Алебастр пластичний та легкий в обробці. Це робить його ідеальним вибором для широкого спектра застосувань. Також гігроскопічність цього матеріалу не дуже висока, тобто він погано всотує воду.

Матеріал надзвичайно стійкий до хімічних речовин - саме завдяки цій характеристиці його часто використовують у медицині. Важливо, що алебастр є екологічно чистою речовиною.

1.2. Розрахунок пропускної здатності досліджуваного матеріалу

Теоретично, пропускну здатність матеріалу можна визначити шляхом розрахунку суми коефіцієнтів проникнення кожного хімічного елемента, що входить до складу цього матеріалу. Цей підхід базується на припущенні, що кожен хімічний елемент має свій власний коефіцієнт проникнення, який відображає його здатність проходити крізь матеріал. Для більш точного розрахунку необхідно врахувати масову частку кожного з цих елементів, тобто відсоток, який кожен елемент становить від загальної маси матеріалу. Тому пропускну здатність можна визначити за формулою:

$$P = \sum_{i=1}^n (K_i \cdot w_i)$$

де P – загальна пропускну здатність матеріалу, K_i – коефіцієнт проникнення i -го елемента, w_i – масова частка i -го елемента, а n – загальна кількість елементів у складі матеріалу.

Цей підхід дозволяє врахувати вплив кожного окремого елемента на загальну пропускну здатність матеріалу, забезпечуючи більш точний та комплексний аналіз. Проте, важливо враховувати, що взаємодія між елементами також може впливати на пропускну здатність і цей фактор може вимагати додаткових досліджень та коригувань у розрахунках.

Пропускна здатність матеріалу для рентгенівського випромінювання визначається його атомним номером та щільністю. Наприклад вуглець має низький атомний номер (6) та відносно низьку щільність, що робить його досить прозорим для рентгенівських променів.

Для кількісного визначення пропускної здатності вуглецю щодо рентгенівського випромінювання використовується поняття масового коефіцієнта ослаблення (μ/ρ), який враховує як поглинання, так і розсіювання рентгенівських променів матеріалом. Цей коефіцієнт залежить від енергії рентгенівського випромінювання. Наприклад, для рентгенівських променів з енергією 100 кеВ, масовий коефіцієнт ослаблення вуглецю становить приблизно 0.191 см²/г. Знаючи щільність вуглецю ($\rho \approx 2.267$ г/см³), можна обчислити лінійний коефіцієнт ослаблення:

$$\mu \approx 0.191 \text{ см}^2/\text{г} \times 2.267 \text{ г}/\text{см}^3 \approx 0.433 \text{ см}^{-1}$$

Щоб визначити товщину шару вуглецю, яка забезпечує певний рівень ослаблення рентгенівських променів, можна використовувати закон ослаблення Бугера-Ламберта-Бера:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$$

де I – інтенсивність випромінювання після проходження через матеріал, I_0 – початкова інтенсивність випромінювання, μ – лінійний коефіцієнт ослаблення, який дорівнює добутку масового коефіцієнта ослаблення на щільність ($\mu = (\mu/\rho) \cdot \rho$), а x – товщина матеріалу.

1.2.1 Розрахунок проникність матеріалу з хімічної формули по масовим часткам елементів в ньому ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$)

Для розрахунку проникності матеріалу на основі його хімічної формули ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$) необхідно спочатку знайти масові частки кожного елемента у молекулі. Для цього потрібно визначити молекулярну масу сполуки і масу кожного елемента в ній.

Визначення молекулярної маси сполуки:

Кальцій (Ca) - 40 г/моль

Сірка (S) - 32 г/моль

Водень (H) - 1 г/моль

Кисень (O) - 16 г/моль

Молекулярна маса $\text{CaSO}_4 = 40 (\text{Ca}) + 32(\text{S}) + 4 \cdot 16 (\text{O}) = 136$ г/моль

Молекулярна маса $2\text{H}_2\text{O} = 2 \cdot (2 + 16) = 36$ г/моль

Сумарна молекулярна маса ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$) = 172 г/моль

Знаходження масових часток кожного елемента:

Масова частка (w) = (масова частка елемента / молекулярна маса сполуки) · 100%

Масова частка кальцію:

$$w_{\text{Ca}} = (40 / 172) \cdot 100\% = 23,25\%$$

Масова частка сірки:

$$w_{\text{S}} = (32 / 172) \cdot 100\% = 18,6\%$$

Масова частка водню:

$$w_{\text{H}} = (4 \cdot 1 / 172) \cdot 100\% = 2,32\%$$

Масова частка кисню:

$$w_{\text{O}} = (6 \cdot 16 / 172) \cdot 100\% = 55,81\%$$

Таким чином, масові частки елементів у $\text{C}_{10}\text{H}_8\text{O}_4$ становлять:

Кальцій (Ca) - 23,25%

Сірка (S) - 18,6%

Водень (H) - 2,32%

Кисень (O) - 55,81%

1.2.2 Теоретична проникність кожного елемента і розрахунок його проникності для рентгенівських променів по масовим часткам цих елементів в речовині

Для розрахунку проникності матеріалу (в даному випадку $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$) в рентгенівському випромінюванні за теоретичною проникністю кожного елемента, можна скористатися відомостями про масові коефіцієнти ослаблення (абсорбції) для рентгенівського випромінювання. Масові коефіцієнти ослаблення для кожного елемента беруться зі спеціальних таблиць і залежать від енергії рентгенівського випромінювання.

Приклад розрахунку:

Визначення масових часток елементів (попередній розрахунок):

- **Ca:** 23,25%
- **S:** 18,6%
- **H:** 2,32%
- **O:** 55,81%

Знаходження масових коефіцієнтів ослаблення для кожного елемента (приблизні значення для рентгенівського випромінювання з енергією 20 eV):

- **Кальцій (Ca):** приблизно $0.1 \text{ см}^2/\text{г}$
- **Сірка (S):** приблизно $0.15 \text{ см}^2/\text{г}$
- **Кисень (O):** приблизно $0.03 \text{ см}^2/\text{г}$
- **Водень (H):** приблизно $0.2 \text{ см}^2/\text{г}$

Розрахунок загального масового коефіцієнта ослаблення для сполуки:

$$\mu_{total} = w_{Ca} + w_S + w_H + w_O$$

Підставимо значення:

$$\mu_{\text{total}} = 0.2325 \cdot 0.1 + 0.186 \cdot 0.15 + 0.0232 \cdot 0.03 + 0.5581 \cdot 0.2 = 0.02325 + 0.0279 + 0.000696 + 0.11162 = 0.1635 \text{ см}^2/\text{г}$$

Таким чином, теоретична проникність матеріалу $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ для рентгенівського випромінювання з енергією 20 еВ буде приблизно $0.1635 \text{ см}^2/\text{г}$. Цей показник свідчить про те, наскільки матеріал здатний ослаблювати рентгенівське випромінювання.

Лінійний коефіцієнт поглинання для 20 еВ:

$$\mu = (\mu / \rho)_{\text{total}} \cdot \rho = 0.1635 \cdot 2.32 \approx 0.198 \text{ см}^{-1}$$

Для розрахунку проникності матеріалу $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ для рентгенівського випромінювання з енергіями 50 еВ та 90 еВ потрібно використати масові коефіцієнти ослаблення для кожного елемента при цих енергіях. Зазвичай такі значення беруться зі спеціальних таблиць або баз даних, наприклад, з NIST (National Institute of Standards and Technology).

Приблизні значення масових коефіцієнтів ослаблення для кальцію, сірки, водню та кисню при енергіях 50 еВ та 90 еВ.

Для енергії 50 еВ:

- **Кальцій (Ca):** приблизно $0.05 \text{ см}^2/\text{г}$
- **Сірка (S):** приблизно $0.07 \text{ см}^2/\text{г}$
- **Кисень (O):** приблизно $0.025 \text{ см}^2/\text{г}$
- **Водень (H):** приблизно $0.1 \text{ см}^2/\text{г}$

Розрахунок для 50 еВ:

$$\mu_{\text{total}} = 0.2325 \cdot 0.05 + 0.186 \cdot 0.07 + 0.0232 \cdot 0.025 + 0.5581 \cdot 0.1 = 0.043245 + 0.01302 + 0.00058 + 0.05581 = 0.1127 \text{ см}^2/\text{г}$$

Для енергії 90 еВ:

- **Кальцій (Ca):** приблизно 0.02 см²/г
- **Сірка (S):** приблизно 0.03 см²/г
- **Кисень (O):** приблизно 0.001 см²/г
- **Водень (H):** приблизно 0.05 см²/г

Розрахунок для 90 еВ:

$$\mu_{total} = 0.2325 \cdot 0.02 + 0.186 \cdot 0.03 + 0.0232 \cdot 0.001 + 0.5581 \cdot 0.05 = 0.00465 + 0.00558 + 0.0000232 + 0.027905 = 0.03816 \text{ см}^2/\text{г}$$

Таким чином, теоретична проникність матеріалу CaSO₄·2H₂O для рентгенівського випромінювання з енергіями 50 еВ та 90 еВ становить відповідно приблизно 0.1127 см²/г і 0.03816 см²/г.

1.3. Опис форми фантому

Для перевірки теоретичних результатів проведено моделювання процесів поширення випромінювання в речовині. Використовуються спеціалізовані засоби для моделювання медичної фізики та променевої терапії GATE, розроблені OpenGATE Collaboration на базі Geant4.

Конфігурація системи відповідає теоретичній моделі. Як фантом для контрастних оцінок використовується тривимірна фігура, побудована із трьох прямокутних паралелепіпедів (рис 1.3.1), що було вирізано з матеріалу, який був обраний для дослідження (алебастр). Основою фантома є куб з лінійними розмірами 1 см x 1 см x 1 см, нижня частина фантома складається з двох таких кубів. Отримана фігура-фантом має лінійні розміри 1 см x 2 см x 2 см і об'єм 3 см³. Розміри рентгенівського детектора a = 3 см і b = 4 см, товщина 0,5 мм. Детектор складається з трьохсот чутливих елементів з йодиду цезію (CsI) з лінійними розмірами 2 мм x 2 мм. Проект фантома рівновіддалений від країв детектора на 1 см. Відстань від джерела випромінювання до фантома 10 см, від об'єкта до детектора випромінювання 0,5 мм.

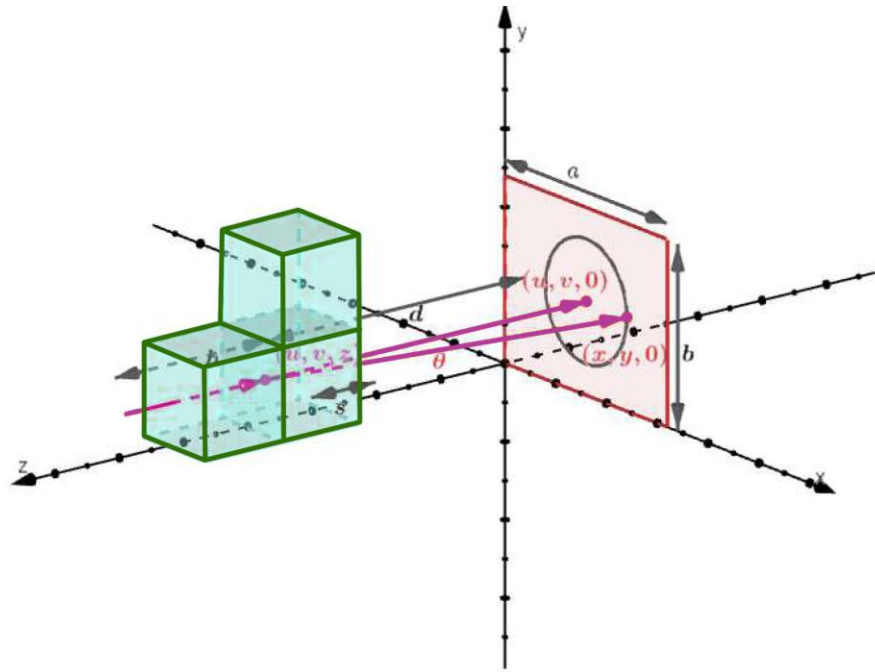


Рис. 1.3. Конфігураційна схема

2. Оцінювання функції розсіювання експериментального зразка

2.1. Демонстрування процесів та введення деяких позначень

Для подальших розрахунків необхідно вести деякі позначення. Розглянемо ідеалізовану систему, де датчик знаходиться під абсолютно прямим кутом а руху його променя не заважають будь які перешкоди, такі як: розсіяння, поляризація, поглинання гавколишнього середовища та інше. За таких умов ми мали б отримати абсолютне зображення, повне відображення нашого фантому. Але в такому випадку датчик не зміг зчитати будь які дані оскільки функція відображення була б безкінечно великою і ми, що є неможливим для відображення.

В нашій же системі представлено як ідеальний теоретичний пучок енергії, що мав пройти крізь всі площини та потрапив на детектори (рис 2.1). Пучок проходить через щілину товщиною J_0 ширина якої становить 1.2 мм і була досягнута шляхом постановки двох пластин на детектор, подальшому в роботі буде згадуватися як щілина. Функцію енергії, що виходить з датчику буде представлено як $g(x,y)$. Далі енергія проходячи через певне середовище і в основному через досліджуваний об'єкт буде розсіюватися. В досліджуваній системі будуть відбуватися і інші процеси але об'єктом нашого дослідження буде саме процес розсіювання випромінювання від об'єкту. Функція розсіювання об'єкту позначаємо $f(x,y)$ (рис.2.1). Саме ця функція і буде оцінюватися в подальших частинах роботи. Функція $h(x,y)$ (рис. 2.1) позначає отриману функцію зображення на датчиках апарату яку буде знайдено з експериментальних даних в подальших розділах роботи. Хоча всі функції вимірюються відносно x, y осей але віссю y нехтуємо оскільки вважаємо що за цією віссю процеси такі самі і нею можна знехтувати. Таким чином (рис 2.1) наближено відображає наші процеси.

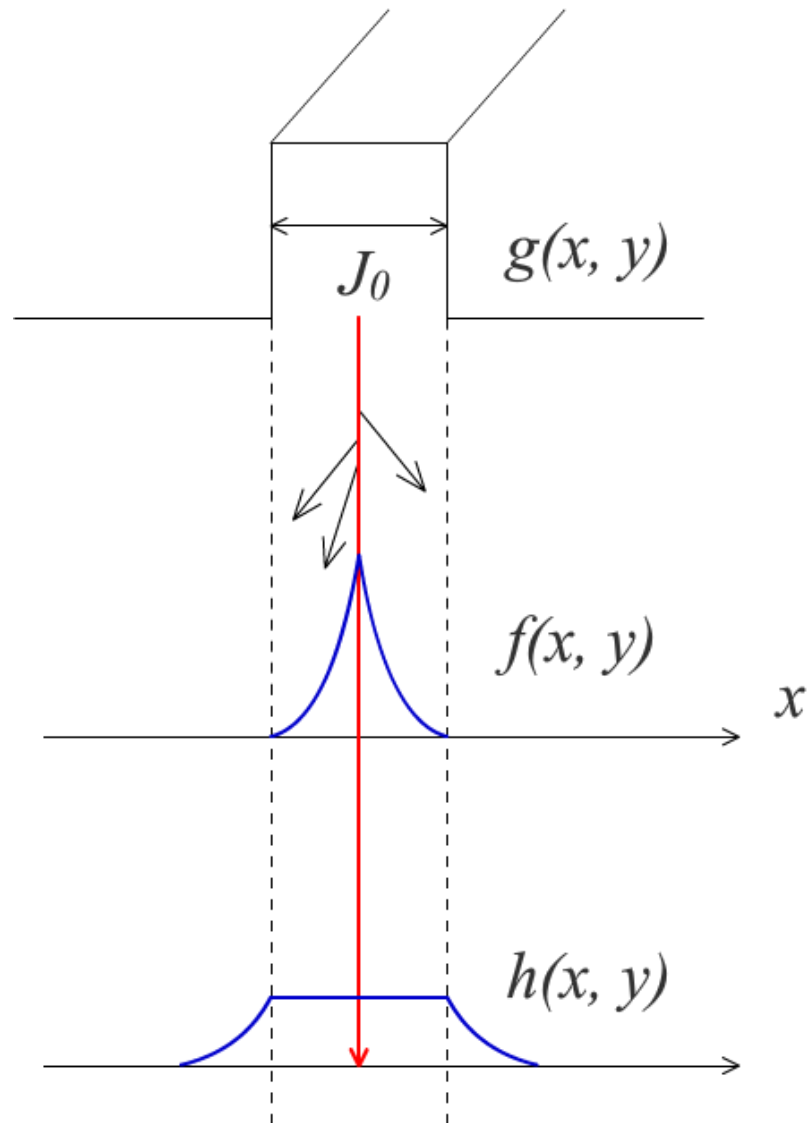


Рис. 2.1. Схема експерименту

2.1. Підготовка до експерименту та отримання зображень

Попередньо з великого шматка алебастру було виготовлено три моделі фантому. Для досліджень було обрано ту модель, що максимально відповідає геометричним розмірам теоретично досліджуваній фігурі-фантому (рис. 2.2).

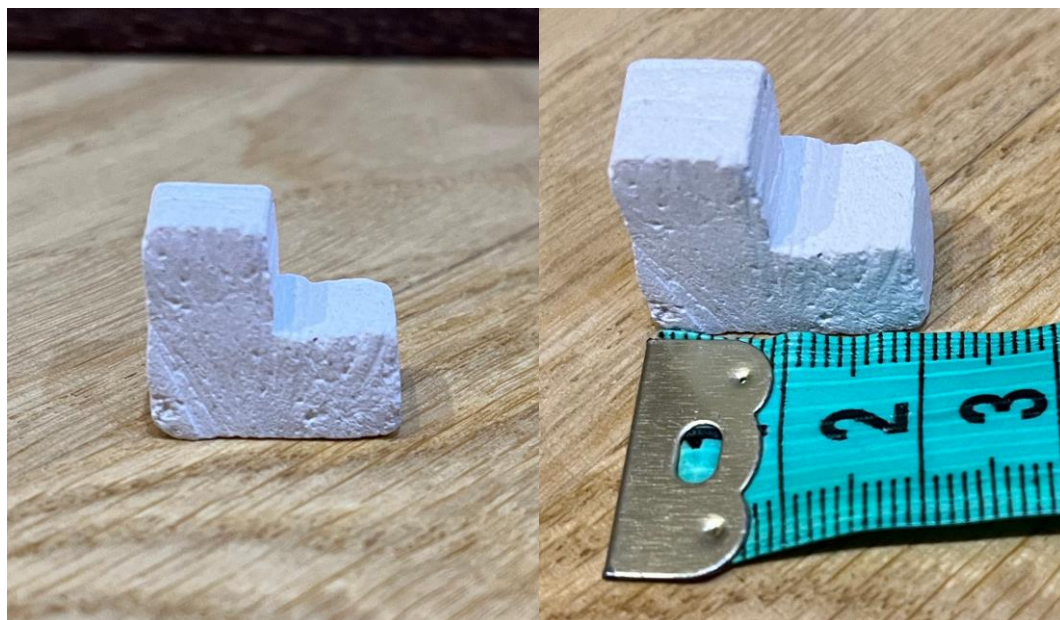


Рис. 2.2. Фантом з алебастру (гіпсового алебастру)

Після цього було ряд вимірювань. Для їх початку було придумано форму для виконання вимірів з урахуванням максимального наближення до людських тканин. Оскільки з попередніх розрахунків було виявлено, що шматок гіпсового алебастру по складу а значно важливіше за пропускними властивостями, а саме рентгенівського випромінювання, було прийнято рішення розташувати зразок у воду аби відтворити пропускну властивість м'яких тканин людського організму. Висота пропускну шару води, в якому розташовувався зразок, становив 8 см задля наближення до людських м'яких тканин людини, оскільки людські кістки найчастіше оточені зокрема м'якими тканинами. Врахувавши висоту зразку 2 см шар води над зразком становив 6 см, що максимально додало наближеності до людського організму вимірам.

На датчику було розташовано дві металеві пластини, що не пропускають сигнал, задля утворення щілини розміром 1.2 мм. Щілина забезпечила точніше вимірювання по одній з осей і зменшення шумів. Виміри проводилися в замкнутому апараті задля мінімізувати вплив навколишнього середовища і впливу рентгенівського випромінювання на вимірювача. Нижче наведено зображення експериментального зразку в рентгенівському апараті.

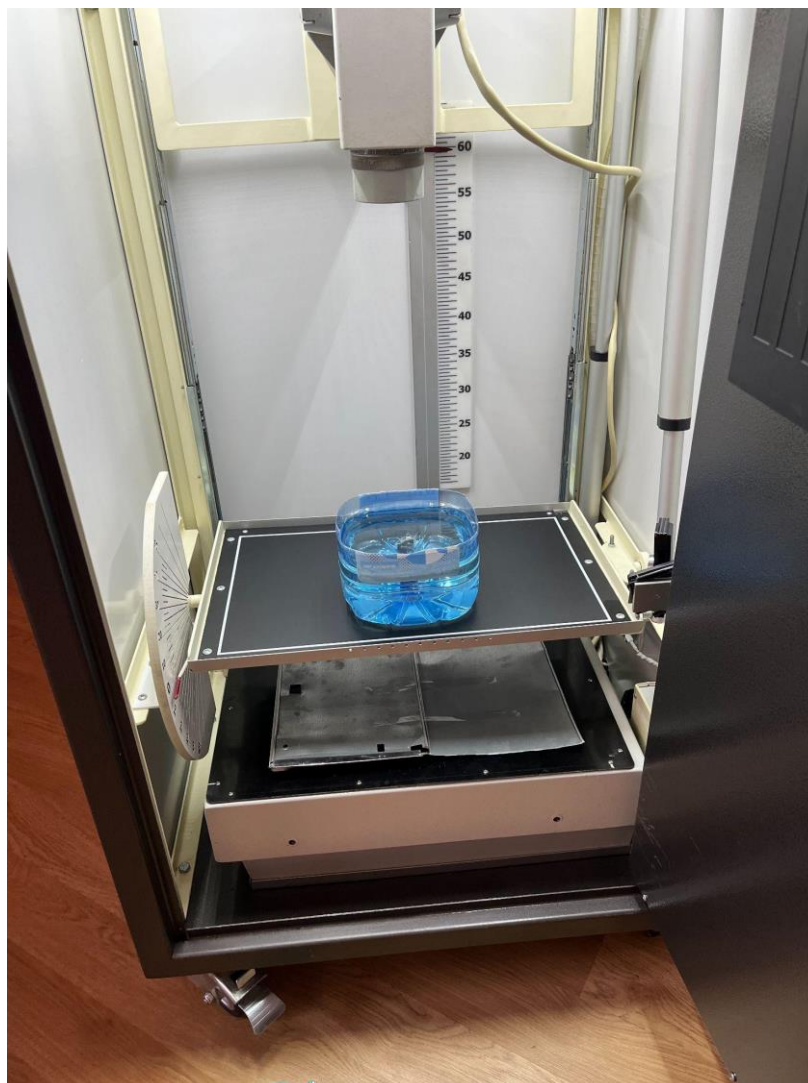


Рис. 2.3. Зразок в апараті

Висота від випромінювача до платформи із зразком становила 45 см а він зрака до датчиків 20 см.

Зображення отримувалися з такими параметрами: 16 біт з інвертованими пікселями, шириною 2560 пікселів, 2072 пікселів висотою.

Виміри проводилися за постійного струму 100 мА, заряд конденсатора апарату відбувався протягом 5 секунд. Було отримано п'ять зображень зразку при різних значеннях прискорюючої напруги між анодом і катодом джерела: 50 кВ, 55 кВ, 60 кВ, 65 кВ, 70 кВ.

2.2. Отримання зображень та їх обробка

Всі зображення було отримано в високій роздільній здатності в відтінках сірого. Для обробки зображень було використано програмний пакет ImageJ, який дозволяє працювати з зображенням та отримувати параметри зображення зокрема про кожен піксель зображення. В роботі оцінювалася яскравість пікселя в шістнадцятирічній системі де за кожний колір відповідає число від 0 до FFFF (65535). Таким чином число 0 це максимально чорний колір а 65535 максимально білий (яскравий). Це базовий принцип відображенням кольорів в більшості сучасних зображень. При аналізуванні бітів зображення, програма видавала значення кожного пікселя, що при отриманні зображення в відтінках сірого і є значенням його яскравості.

В кожному зображенні однаково було змінено яскравість та контраст для візуальної зручності (рис. 2.4). Таким чином було простіше проводити наступні виміри та обробку даних. Після корекції на всіх зображеннях вздовж щілині було прокладено уявний відрізок довжиною 160 пікселів, пізніше було скорочено до 158 пікселів із-за відкидання однакових і хибних пікселів по краях відтинку (рис. 2.4). Центр уявного відрізка був розташований в центрі отриманого зображення зразку. І так на всіх зображеннях для отримання однакових релевантних даних.

Кожна яскравість пікселя та його координата по одній осі було записано в таблиці Excel. Значення по іншим осям не враховувалися оскільки вважалося, що значення будуть однакові і можна ними нехтувати. Було отримано функцію залежності яскравості пікселя і його координати для зразку. Так було отримано п'ять функцій залежності для пяти різних значень потужності: 50кВ, 55кВ, 60кВ, 65кВ, 70кВ. Для подальших розрахунків, таким самим методом, було пораховано функцію залежності яскравості від координату без зразку, для розуміння значень без зразку та його розсіяння.

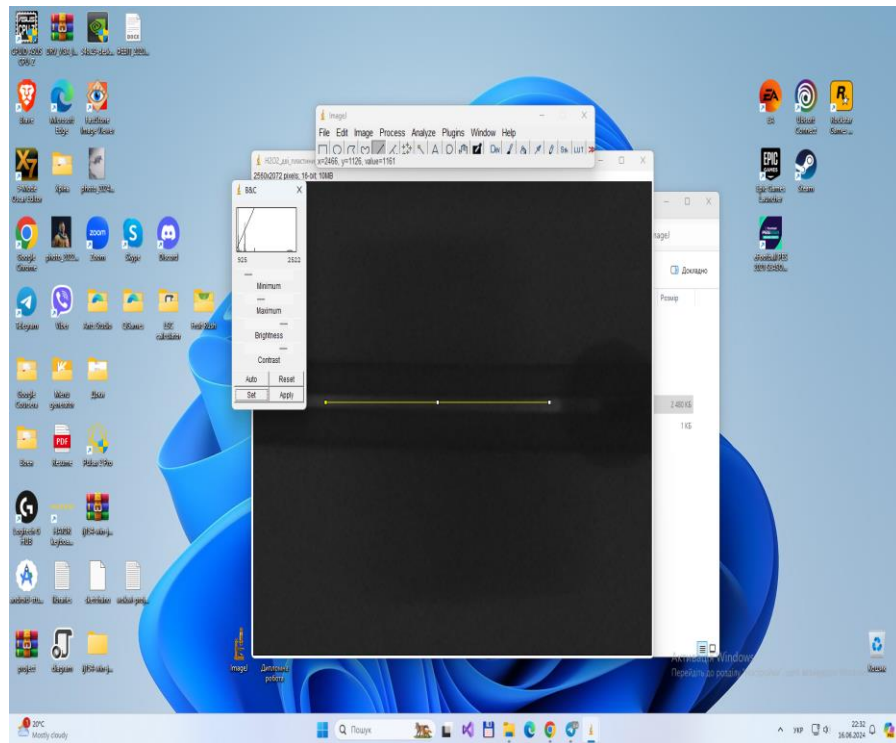


Рис. 2.4. Одне із зображень

З минулих теоретичних розрахунків (розділ 2.1) знаходимо функцію роззяння об'єкту за різних потужностей. Функція f може бути обрахована як різниця двох функцій g та h функції функції без об'єкту та розсіювання та функції отриманої на датчику відповідно. Отримуємо залежність пікселю від його номеру. Номер пікселя визначався як його порядковий номер розташування вздовж уявного відрізка на зображенні. Таким чином отримали такі функції розсіяння для кожної із потужностей (рис. 2.5.1 - 2.5.5)

Значення/№

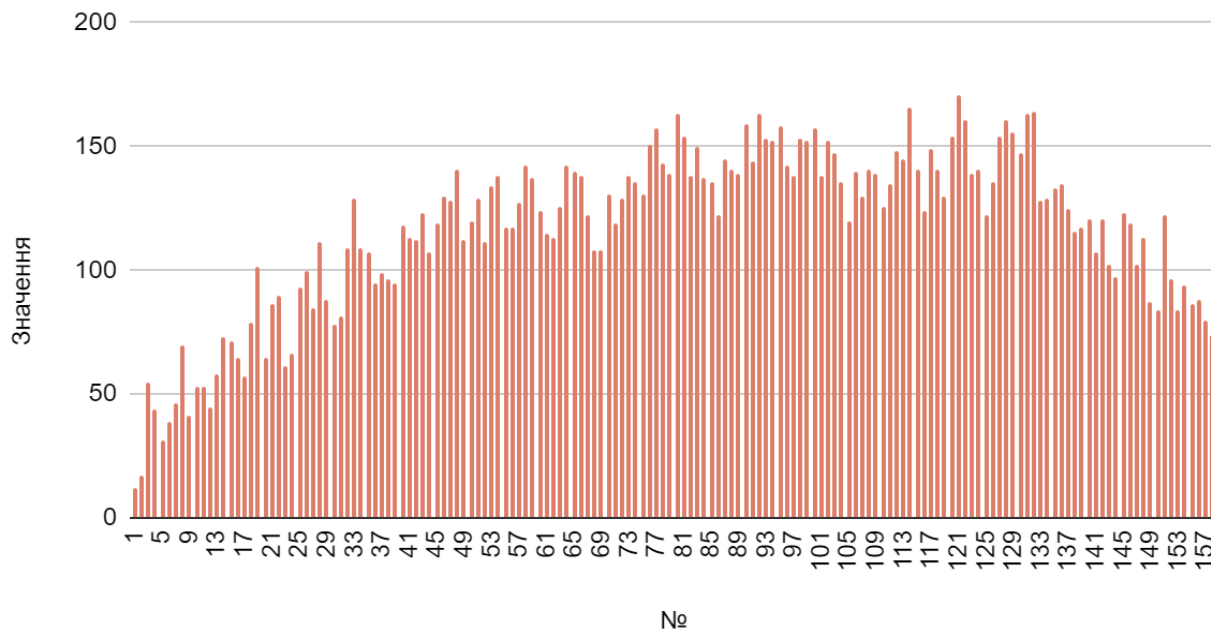


Рис. 2.5.1. Функція розсіювання для 70 кВ

Значення/№

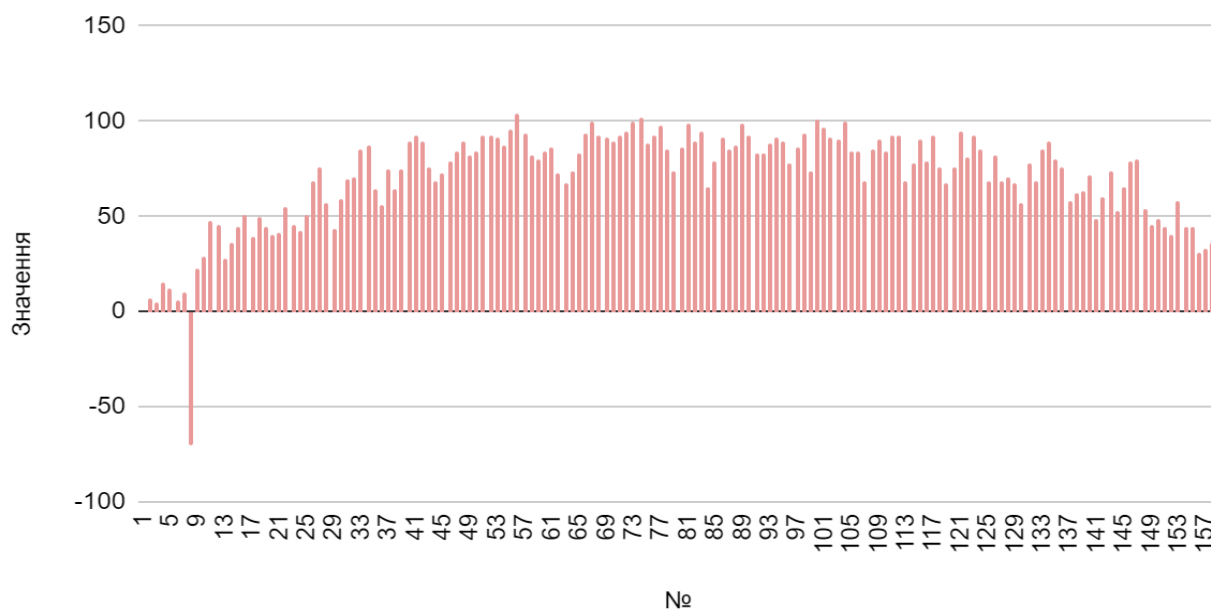


Рис. 2.5.2. Функція розсіювання для 65 кВ

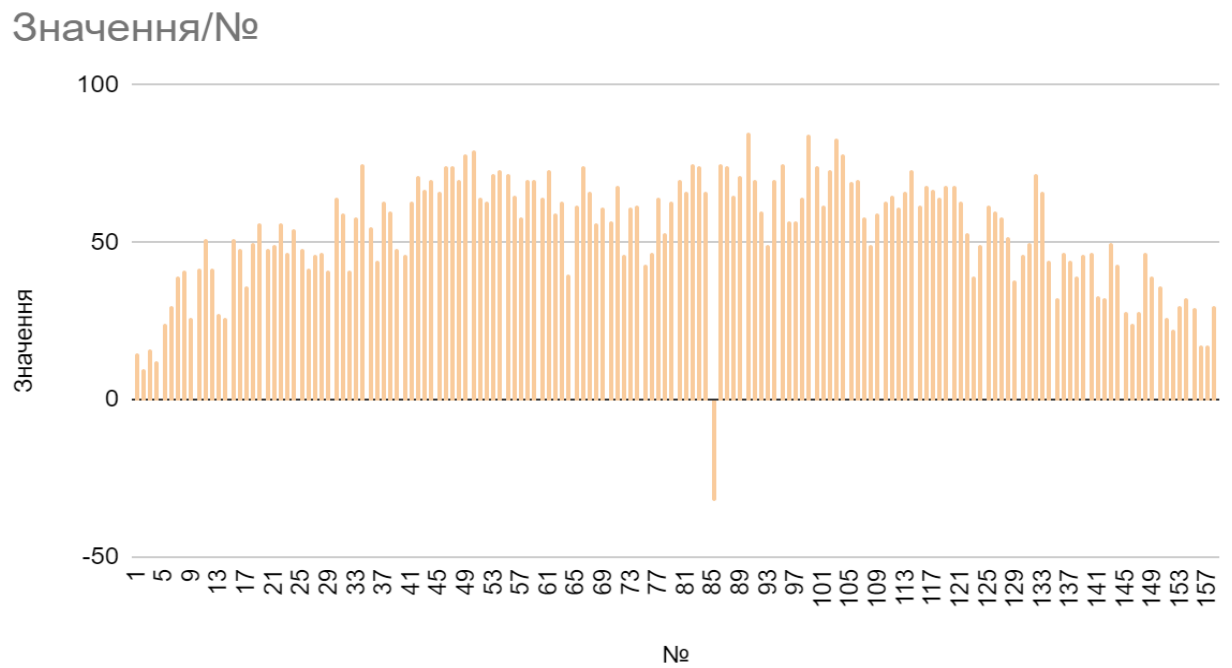


Рис. 2.5.3. Функція розсіювання для 60 кВ

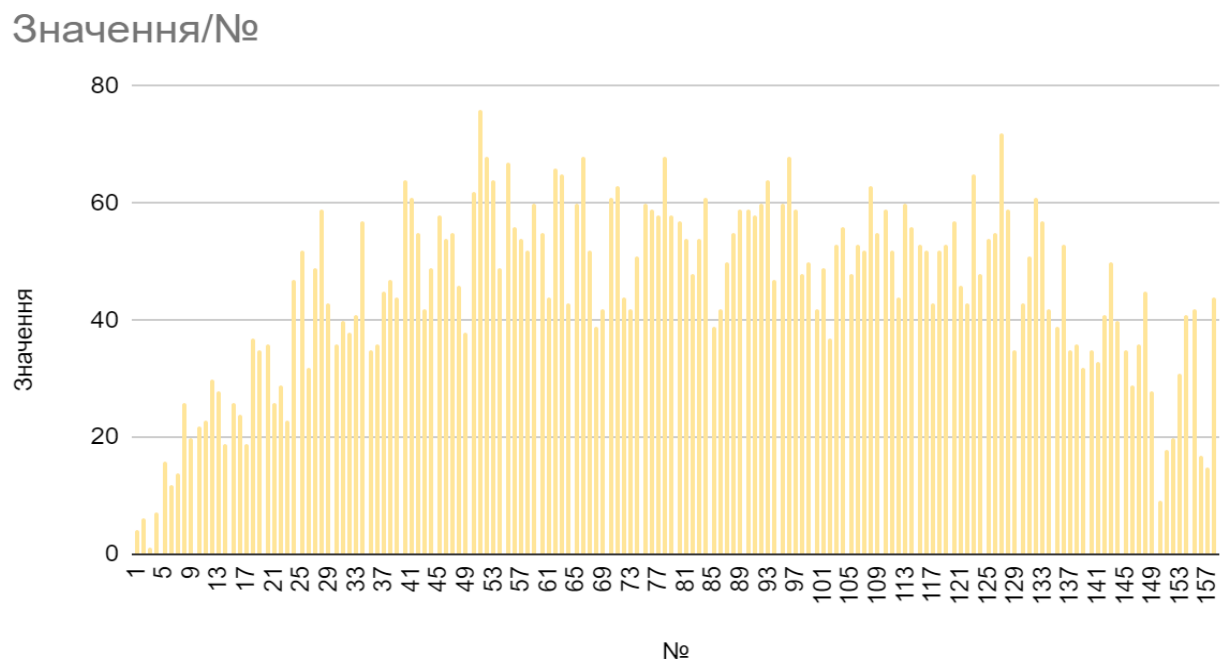


Рис. 2.5.4. Функція розсіювання для 55кВ

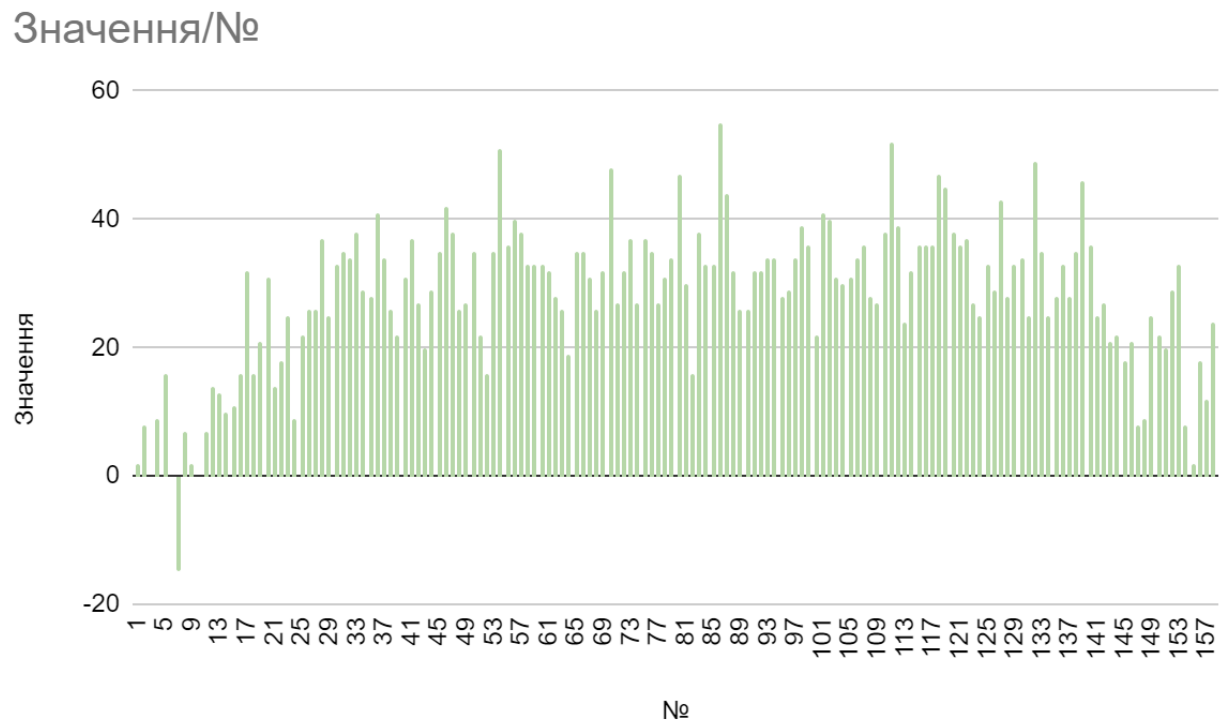


Рис. 2.5.5. Функція розсіювання для 50кВ

Висновки

За отриманими під час виконання кваліфікаційної роботи експериментальними даними зроблено такі висновки:

- за результатами експериментального оцінювання функції розсіювання матеріалу фантому показано релевантне співвідношення експериментальних вимірювань та теоретичних розрахункових результатів;
- показана відповідність отриманих експериментальних оцінок дозволяє використовувати розрахункові значення функції розсіювання матеріалу фантому як основу для програмного придушення шумів рентгенографічних систем;
- основними причинами відхилень між даними є: похибка спостережень (вимірювання ширини щілини, шуми детекторів лабораторної рентгенівської установки, нерівність та рівномірність створеної щілини тощо). Задля зменшення похибки вимірювань в наступних експериментах необхідно збільшити товщину пластин, матеріалу експериментального зразка (фантому) та якість виготовлення щілину для колімування приймача.

Перелік посилань

1. Прокопчук М.І. Рентгенодіагностика хвороб скелета людини. Атлас, Україна: Видавництво Бона, 2023. - 148 с.
2. Ковальський О.В. Радіологія. Променева терапія. Променева діагностика, Україна: Нова Книга, 2006. - 512 с.
3. Brent Burbridge, Undergraduate Diagnostic Imaging Fundamentals, UNIVERSITY OF SASKATCHEWAN, DISTANCE EDUCATION UNIT SASKATOON, SK, CANADA, 2017. - 742 с.
4. https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168900203013688https://www.researchgate.net/publication/228602731_Monte_Carlo_simulation_in_PET_and_SPECT_instrumentation_using_GATE
5. Kevin T. Joyce, Johnathan M. Bardsley, Aaron Luttmann POINT SPREAD FUNCTION ESTIMATION IN X-RAY IMAGING WITH PARTIALLY COLLAPSED GIBBS SAMPLING <https://www.osti.gov/servlets/purl/1735923>.