Міністерство освіти і науки України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

МОСЕНЦОВА ЛЮДМИЛА ВІКТОРІВНА

УДК 519.642 + 004.021 : 004.9 : 550.8.053

МЕТОДИ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ІНТЕРПРЕТАЦІЇ РЕЗУЛЬТАТІВ СПОСТЕРЕЖЕНЬ В ІНТЕГРАЛЬНІЙ ПОСТАНОВЦІ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ – 2016

Дисертацією є рукопис.
Роботу виконано в Інституті проблем моделювання в енергетиці
ім. Г.Є. Пухова НАН України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Верлань Анатолій Федорович,
Інститут проблем моделювання в енергетиці
ім. Г.Є. Пухова НАН України, завідувач відділу
моделювання динамічних систем.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, старший науковий співробітник
Яценко Віталій Олексійович,
Інститут космічних досліджень НАНУ-ДКАУ,
завідуючий відділом дистанційних методів і
перспективних приладів;

доктор технічних наук, старший науковий співробітник
Новотарський Михайло Анатолійович,
Інститут математики НАН України,
провідний науковий співробітник відділу теорії наближень.

Захист відбудеться «29» червня 2016 р. о 15^{30} годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.001.35 Київського національного університету імені Тараса Шевченка, м. Київ, просп. Академіка Глушкова, 2-А, географічний факультет, ауд. 310.

Із дисертацією можна ознайомитися у Науковій бібліотеці імені М. Максимовича Київського національного університету імені Тараса Шевченка за адресою: 01601, м. Київ, вул. Володимирська, 58, зал №12.

Автореферат розіслано «27» травня 2016 р.

Вчений секретар спеціалізованої
вченої ради П.М. Зінько

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Інтенсивний розвиток і розширення області застосування сучасних систем спостереження значною мірою визначаються вдосконаленням методів і засобів інтерпретації первинних результатів, що реєструється системою. Висока якість результатів розв’язання задач інтерпретації досягається за допомогою поліпшення таких показників як точність, роздільна здатність, швидкодія. Сучасні процеси інтерпретації результатів спостережень породжуються методами математичної обробки сигналів і реалізуються в цифровому вигляді. Методика заснована на використанні математичної моделі вимірювальної частини системи спостереження та побудові обчислювального процесу відновлення «істинного» вхідного сигналу за допомогою обернення моделі, тобто шляхом вирішення задачі, оберненої щодо моделювання «прямого» процесу вимірювання. Розв’язання даної оберненої задачі являє собою процес компенсації спотворюючих властивостей (характеристик) вимірювальних перетворювачів. Процес розв’язання задачі здійснюється програмою, реалізованою в комп’ютерній частині системи (процесор, мікропроцесор).

Найбільш поширеними та ефективними на практиці моделями задачі інтерпретації результатів спостережень є інтегральні рівняння Фредгольма I роду — для випадку просторово розподілених вхідних сигналів, а також інтегральні рівняння Вольтерра I роду — у випадку динамічних задач інтерпретації. Задачі розв’язання рівнянь даного класу є некоректно поставленими (некоректними), тобто відносяться до задач підвищеної складності, що вимагає виконання специфічних умов коректності. Дані труднощі посилюються при розв’язанні нелінійних задач інтерпретації, що описуються нелінійними інтегральними рівняннями I роду.

Чисельні методи розв’язання інтегральних рівнянь I роду засновані на застосуванні методів регуляризації, що полягає, як правило, у перетворенні вихідних рівнянь до близьких до них (в певному сенсі) інтегральних рівнянь II роду, що задовольняють умовам коректності завдяки введенню так званих параметрів (коефіцієнтів) регуляризації. Зазначені параметри визначаються за допомогою певних обчислювальних процедур, що випливають з цілого ряду методів регуляризації, які разом складають досить глибоко розроблену теорію регуляризації некоректних задач. Основи і методи даної теорії, головним чином, стосовно до лінійних задач запропоновані і розвинені в роботах Апарцина А.С, Бакушинського А.Б., Васіна В.В., Верланя А.Ф., Вінера В., Гончарського А.В., Іванова В.К., Лаврент’єва М.М., Сізікова В.С., Тихонова О.М., Філіпса Я.І., Яголи А.Г. та ін. Методи регуляризації базуються у своїй більшості на оптимізаційному підході, істотний внесок у розвиток якого внесли роботи Гаращенка Ф.Г., Задираки В.К., Іванова В.В., Наконечного О.Г., Пшеничного Б.М. та ін.

Разом з тим, зважаючи на об’єктивні труднощі, область результатів досліджень з теорії та методів регуляризації стосовно нелінійних інтегральних рівнянь I роду виявляється обмеженою в порівнянні з дослідженнями лінійних задач, чому відповідає і кількість публікацій. Тим не менш, суттєві результати в даному напрямку отримані в працях Бакушинського А.Б., Васіна В.В., Кокурина М.Ю., Леонова А.С., Лукьяненко В.А., Сізікова В.С., Тихонова А.Н., Яголи А.Г. та ін.

Практично всі чисельні методи, прийоми та процедури визначення параметра регуляризації, зважаючи на їх оптимізаційний характер, пов'язані з проведенням обчислювальних експериментів, що свідчить про важливість і певну перспективність даного етапу в сукупності всіх обчислень, що призводять до розв'язання обернених задач. При цьому важливими напрямками в удосконаленні цього етапу обчислень, який стосовно розглянутої задачі в частині визначення параметра регуляризації можна назвати методом модельних експериментів, представляються формалізація та підвищення рівня універсальності, тобто можливості суміщення з реалізацією основних традиційних методів регуляризації, що підтверджується наявним позитивним досвідом вирішення прикладних задач і низкою публікацій, які відносяться до лінійного випадку задачі інтерпретації результатів спостережень. Слід також зазначити, що розповсюджені в широкій практиці математичні пакети програм комп'ютерного моделювання не містять засобів для розв'язання інтегральних рівнянь, що вносить додаткові труднощі в розробку, дослідження та практичне застосування комп'ютерних засобів розв'язання задач інтерпретації спостережень, особливо в нелінійній постановці.

Таким чином, актуальною є науково-технічна задача розробки чисельних методів, алгоритмів і програмних засобів розв'язання нелінійних задач інтерпретації спостережень, представлених математичними моделями у вигляді нелінійних інтегральних рівнянь першого роду, шляхом побудови алгоритмів регуляризації на основі методу модельних експериментів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційне дослідження проводилось в Інституті проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України в рамках науково-дослідної роботи «Математичні методи і комп'ютерні засоби модельної підтримки розробок систем вимірювання і керування випробувальних стендів силових установок енергетичного і транспортного призначення» (№ д/р 0109U008340).

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є підвищення ефективності методів моделювання процесів інтерпретаційної обробки сигналів у нелінійних системах спостереження на основі розробки алгоритмів і програмних засобів розв'язання інтегральних рівнянь першого роду типу Фредгольма і Вольтерра за допомогою методу модельних експериментів.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати такі задачі:

– аналіз методів розв'язання нелінійних задач інтерпретації спостережень; огляд існуючих підходів та методів, а також досягнутих результатів при вирішенні проблеми, обґрунтування науково-технічної задачі дослідження обраного в роботі підходу до її розв'язання; аналіз можливостей серійних універсальних середовищ для реалізації інтегральних моделей розв'язання задач інтерпретації спостережень;

– розробка та формалізація розрахункової схеми методу обчислювальних експериментів для визначення параметра регуляризації при розв'язанні нелінійних некоректних обернених задач в інтегральній постановці; створення методів і чисельних алгоритмів розв'язання задач інтерпретації результатів спостережень, що описуються нелінійними інтегральними рівняннями I роду, на основі використання ефективних методів регуляризації з застосуванням методу обчислювальних експериментів;

– створення чисельних алгоритмів розв’язання динамічних задач інтерпретації результатів спостереження, що описуються нелінійними інтегральними рівняннями типу Вольтерра I роду, на основі ефективних методів дискретизації моделей;

– створення комплексу програм комп’ютерного моделювання для розв’язання і дослідження нелінійних задач інтерпретації спостережень, а також розв’язання тестових та практичних задач.

Об’єктом дослідження є процес розв’язання нелінійних задач інтерпретації результатів спостережень.

Предметом дослідження є методи, алгоритми та програмні засоби розв’язання задач інтерпретації спостережень, що описуються нелінійними інтегральними рівняннями I роду.

Методи дослідження. При проведенні досліджень використовуються методи: методи обчислювальної математики (дискретизація інтегральних рівнянь математичних моделей, розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, розв’язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь); методи теорії оптимізації (застосування оптимізаційного алгоритму визначення початкового наближення в ітераційному методі розв’язання інтегральних рівнянь II роду); методи математичного моделювання (обґрунтування і формалізація методу модельних експериментів); методи програмної інженерії (розробка програмного моделюючого комплексу); методи обчислювального експерименту (апробація і дослідження різних форм інтегральних моделей).

Наукова новизна одержаних результатів полягає в наступному:

– вперше запропоновано, реалізовано і ефективно застосовано метод модельних експериментів при розв’язанні інтегральних рівнянь типу Фредгольма I роду в нелінійних задачах інтерпретації спостережень;

– удосконалені регулярізаційні алгоритми (процедури) за методом Тихонова для розв’язання інтегральних рівнянь в нелінійних задачах інтерпретації спостережень на основі визначення параметра регуляризації за допомогою методу модельних експериментів, що дозволяє підвищити ефективність процесів і результатів розв’язання в порівнянні з вихідним (базовим) методом;

– отримав подальший розвиток регулярізаційний метод Лаврент’єва-Васіна для розв’язання інтегральних рівнянь в нелінійних задачах інтерпретації спостережень на основі визначення параметра регуляризації за допомогою методу модельних експериментів, що дозволяє підвищити точність результатів розв’язання в порівнянні з вихідним (базовим) методом;

– на основі застосування оптимізаційної процедури пошуку початкового наближення вдосконалено обчислювальний процес методу простих ітерацій для чисельної реалізації регуляризованих моделей процесу інтерпретації (нелінійні інтегральні моделі типу Фредгольма II роду), що дозволяє підвищувати швидкість збіжності;

– вперше розроблено та досліджено набір алгоритмів розв’язання нелінійних інтегральних рівнянь, який є ефективною основою побудови дослідницьких та прикладних програм (зокрема, сумісних з моделюючим середовищем Matlab) для розв'язання нелінійних задач інтерпретації спостережень в інтегральній постановці; розроблено комплекс відповідних програмних засобів.

Практичне значення одержаних результатів роботи полягає в тому, що створенні методи і комп'ютерні засоби дозволяють розв'язувати широкий клас задач інтерпретації результатів спостережень шляхом комп'ютерної реалізації математичних моделей у вигляді нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма і Вольтерра I роду. Отримані методи та алгоритми впроваджено у МДВВП «Плазер», ПП «Відікаст».

Особистий внесок здобувача. Всі результати дисертаційної роботи, що винесені на захист, отримані автором самостійно. Роботи [2, 5-17] написані самостійно. В опублікованих працях у співавторстві особисто дисертанту належать такі результати: [1] — модифікований метод простої ітерації, алгоритм реалізації методу в середовищі Matlab; [3] — програмна реалізація методу модельних експериментів; [4] — модифікація методу модельних експериментів для розв'язання систем інтегральних рівнянь I роду.

Апробація результатів дисертації. Матеріали дисертаційного дослідження доповідалися й обговорювалися на наукових семінарах відділу моделювання динамічних систем Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Е. Пухова НАН України (Київ, 2008-2015 р.); на міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації» (Кам'янець-Подільський, К-ПДУ, 2012 р., 2014 р.); на науково-технічній конференції «Моделювання» (Київ, ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України, 2009 р. — 2011 р.); на міжнародній науково-технічній конференції «Моделювання» (Київ, ІПМЕ ім. Г.Є.Пухова НАН України, 2012 р.); на конференції молодих вчених із сучасних проблем механіки і математики імені академіка Я.С. Підстригача (Львів, Інститут прикладних проблем механіки і математики імені Я.С. Підстригача НАН України, 2011 р.); на молодіжній міжнародній науковій школі-конференції «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач» (Новосибірськ, Інститут математики ім. С.Л. Соболева СВ РАН, 2009 р.).

Публікації. Основні результати та висновки дисертаційної роботи викладені в 1 монографії та 15 наукових працях, серед яких 9 — в фахових виданнях, 1 — в зарубіжному виданні, 5 — в тезах та матеріалах наукових конференцій.

Структура дисертації. Робота складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, 2 додатків на 2 сторінках та списку використаних літературних джерел (117 найменувань на 12 стор.). Загальний обсяг дисертації становить 162 сторінки.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

Вступ містить загальну характеристику роботи, актуальність теми, зв'язок роботи з науковими програмами, мету і задачі дослідження, об'єкт, предмет та методи дослідження, наукову новизну і практичне значення отриманих результатів, особистий внесок здобувача в працях у співавторстві, дані апробації результатів дослідження.

У першому розділі проведено аналіз прикладних задач та математичних моделей, які описують клас задач інтерпретації результатів спостережень за допомогою нелінійних інтегральних рівнянь I роду. Проведено огляд найбільш розповсюджених типів інтегральних моделей, методів регуляризації, в тому числі методів визначення параметру регуляризації для нелінійних задач. Визначені складнощі, пов'язанні з розв'язанням розглянутих задач існуючими методами. Зроблено огляд існуючих програмних засобів для розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь I роду. Узагальненим математичним описом процесу спостереження, тобто перетворення вхідного (істинного) сигналу y в вихідний сигнал f, що реєструється, є операторний вираз

$$Ay = f,$$

де оператор A відображає перетворюючі властивості вимірювальної частини системи спостереження. Задача відновлення функції y за отриманими експериментально даними f вирішується шляхом розв'язання даного рівняння. Визначення функції y означає зменшення впливу об'єктивно існуючих в системі спостереження спотворювань результату вхідного сигналу. На рис. 1 наведена узагальнена схема процесу інтерпретації результатів спостережень.

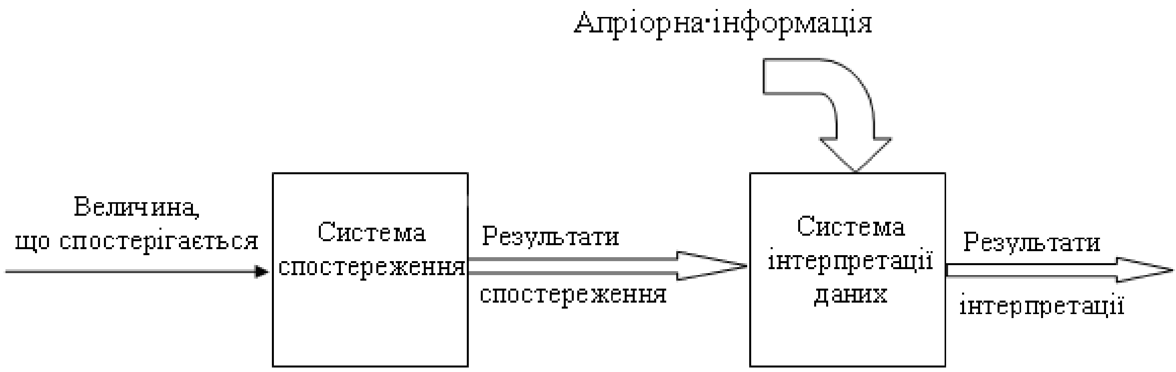

Рис. 1. Узагальнена схема процесу інтерпретації результатів спостережень

Характерним прикладом задачі інтерпретації результатів спостережень є задача визначення форми розділення двох середовищ по аномалії напруги сили тяжіння, що описується рівнянням

$$A(x(t)) \equiv \frac{\rho_1 - \rho_2}{4\pi} \int_{-l}^{l} \ln \frac{(t-\xi)^2 + H^2}{(t-\xi)^2 + (H - x(\xi))^2} d\xi = y(t),$$

де $y(t)$ - аномалія напруги сили тяжіння, величина, що визначається експериментально; $\{-l \le t \le l, -H \le x \le -H + x(t)\}$ — область розподілу джерел гравітаційного поля з густинами ρ_1 і ρ_2; $x(t)$ — форма розділення двох середовищ.

Нелінійні задачі інтерпретації результатів спостереження описуються наступними типами нелінійних інтегральних рівнянь: рівняння Фредгольма-Урисона I роду $\int_a^b K(x, s, y(s)) ds = f(x),\ c \le x \le d$, рівняння Фредгольма-Гаммерштейна I роду $\int_a^b Q(x, s)\Phi(s, y(s)) ds = f(x),\ c \le x \le d$, рівняння

Вольтерра-Урисона I роду $\int_a^x K(x,s,y(s))ds = f(x),\ c \le x \le d$, рівняння Вольтерра-Гаммерштейна I роду $\int_a^x Q(x,s)\Phi(s,y(s))ds = f(x),\ c \le x \le d$.

Складність задач розв'язання наведених рівнянь пов'язана з їхньою некоректністю, що вимагає застосовування спеціальних методів регуляризації. Найбільш поширеним і показовим серед них є метод Тихонова, згідно з яким вихідне рівняння відносно $y(s)$:

$$Ay \equiv \int_a^b K(x,s,y(s))ds = f(x), \qquad x \in [c,d] \tag{1}$$

приводиться до рівняння типу Фредгольма II роду відносно наближеного розв'язку $\tilde{y}_\alpha(s)$:

$$\alpha\tilde{y}_\alpha(s) + \int_a^b M(t,s,\tilde{y}_\alpha(t),\tilde{y}_\alpha(s))dt = F(s,\tilde{y}_\alpha(s)), \quad a \le s \le b, \tag{2}$$

де $M(t,s,\tilde{y}_\alpha(t),\tilde{y}_\alpha(s)) = \int_c^d \tilde{K}(x,t,\tilde{y}_\alpha(t))\tilde{K}'_y(x,s,\tilde{y}_\alpha(s))dx,$

$F(s,\tilde{y}_\alpha(s)) = \int_c^d \tilde{K}'_y(t,s,\tilde{y}_\alpha(s))\tilde{f}(t)dt,\ \alpha > 0$ — параметр регуляризації.

При цьому найбільш трудомістким етапом є визначення параметра регуляризації α, такого, що отриманий розв'язок $\tilde{y}_\alpha(s)$ є «найбільш» наближеним до точного розв'язку $y(s)$. Для розв'язання лінійних інтегральних рівнянь розроблені відповідні методи визначення параметра регуляризації, зокрема, метод нев'язки, метод функціонала, що згладжує, та ін. Однак, у нелінійному випадку існуючі рекомендації для застосування цих методів носять занадто загальний характер, що утруднює їх застосування. Таким чином, розв'язання даного класу задач вимагає подальшого розвитку регуляризуючих методів для нелінійних задач інтерпретації спостережень. Слід також зазначити, що сучасні серійні типові програмні пакети, які призначені для комп'ютерного моделювання, не охоплюють своїми можливостями даний клас задач. Аналіз свідчить, що в якості середовища розробки необхідних програм найбільш доцільно обрати систему Matlab.

У другому розділі запропоновані та удосконалені методи і алгоритми реалізації моделей основних нелінійних задач інтерпретації результатів спостережень.

Метод модельних експериментів пошуку параметру регуляризації при розв'язанні рівняння (1) методом Тихонова полягає в наступному. Розв'язується практична задача (оригінал) P виду

$$\int_a^b \tilde{K}_P(x,s,y_P(s))ds = \tilde{f}_P(x), \qquad x \in [c,d], \tag{3}$$

яка характеризується своїм режимом, тобто набором параметрів

$$a, b, c, d,\ \tilde{f}_P(x), \tilde{K}_P(x,s,y_p(s)), \tilde{\delta}_p, \tilde{\xi}_p, \tag{4}$$

де $\tilde{\delta}_p$ — відносна похибка правої частини, $\tilde{\xi}_p$ — відносна похибка ядра. Складається модельна задача Q:

$$\int_a^b K_Q(x,s,y_Q(s))ds = f_Q(x), \qquad x \in [c,d], \tag{5}$$

а саме, задаються функція $y_Q(s)$ з урахуванням апріорної інформації про шуканий розв'язок $y_P(s)$, режим $a, b, c, d, K_Q(x,s,y_Q(s)), \tilde{\delta}_p, \tilde{\xi}_p$, причому ядро $K_Q(x,s,y_Q(s))$, таке, що $\dfrac{\| K_Q - \tilde{K}_P \|}{\| K_Q \|} = \tilde{\xi}_P$. Визначається функція $f_Q(x)$ з (5), така, що виконується рівність $\dfrac{\| f_Q - \tilde{f}_P \|}{\| f_Q \|} = \tilde{\delta}_P$. Розв'язується (при різних $\alpha > 0$) нелінійне інтегральне рівняння типу Фредгольма II роду (2) відносно $y_\alpha(s) = y_{\alpha Q}(s)$ в режимі $a, b, c, d, \tilde{\delta}_p, \tilde{\xi}_p$ з ядром $\tilde{K}(x,s,y(s)) = K_Q(x,s,y_Q(s))$ і правою частиною $\tilde{f}(x) = f_Q(x)$ та визначається α_{onmQ}, для якого $\dfrac{\| \tilde{y}_{\alpha_Q} - y_Q \|}{\| y_Q \|} = \min\limits_{\alpha > 0}$. При знайденому α_{onmQ} розв'язується рівняння (2) відносно $y_\alpha(s) = y_{\alpha P}(s)$ в режимі $a, b, c, d, \tilde{\delta}_p, \tilde{\xi}_p$, з ядром $\tilde{K}(x,s,y(s)) = \tilde{K}_p(x,s,y_P(s))$ і правою частиною $\tilde{f}(x) = \tilde{f}_P(x)$. Визначається $\tilde{y}_{\alpha P}(s)$ — розв'язок (3), для якого $\dfrac{\| y_{\alpha P}(s) - y_Q \|}{\| y_Q \|} = \min\limits_{y_{\alpha P}(s)}$.

Наведену схему розв'язування можна проілюструвати на прикладі характерної задачі кутового розділення джерел, що зводиться до рівняння

$$\int_a^b \bar{K}_p(x,s,\bar{y}_p(s))ds = \tilde{f}_p(x), \; c \le x \le d,$$

де $\bar{y}_p(x)$ — шукане поле (акустичне, радіоастрономічне) на вході антени; $\tilde{f}_p(x)$ — вимірюване поле на виході антени; $\bar{K}_p(x,s,y_p(s))$ — характеристики спрямованості антени, причому

$$\bar{K}_P(x,s,y(s)) = q_1 \left\{ \frac{\sin[\gamma(\sin x - \sin s)]}{N \sin\left[\dfrac{\gamma}{N}(\sin x - \sin s)\right]} \cdot (y_Q(s))^2 - r(x,s) + q_3 \right\},$$

де $r(x,s) = \begin{cases} 1, & \gamma|\sin x - \sin s| < \pi, \\ q_2, & \gamma|\sin x - \sin s| \ge \pi, \end{cases}$ $\quad N = 25, \gamma = 37{,}82, q_1 = 0{,}895, \; q_2 = 0{,}03675,$ $q_3 = 0{,}105/0{,}895$

і точний розв'язок $\bar{y}_P(s)=\begin{cases}72\exp\left[-\left(\dfrac{s+2{,}38}{0{,}84}\right)^2\right]+93\exp\left[-\left(\dfrac{s-2{,}14}{0{,}98}\right)^2\right], & s\in[-4,4],\\ 0, & s\notin[-4,4].\end{cases}$

Результати розв'язання прикладу (рис. 2): сплески у розв'язку (джерела) розділяються впевнено, незважаючи на те, що у функції $\tilde{f}_P(x)$ вони зовсім не проявляються; це пов'язане з тим, що відстань між сплесками невелика — приблизно дорівнює ширині ХС (характеристики спрямованості); координати сплесків відновлюються також з невеликою похибкою, а саме, з точністю до кроку; на точність відновлення функції $\bar{y}_P(s)$ впливають рівні помилок значень f, K, а також крок h. Порівняння результатів, отриманих методом модельних експериментів та узагальненим принципом нев'язки (табл. 1), свідчить про ефективність використання методу модельних експериментів, що також підтверджується в багатьох випадках розв'язанням подібних задач. З наведеної таблиці видно, що точність результатів за методом модельних експериментів вище, ніж точність узагальненого принципу нев'язки. Таким чином, розглянутий процес розв'язання нелінійної задачі інтерпретації з використанням методу модельних експериментів є певним удосконаленням традиційних схем обчислень за методом Тихонова.

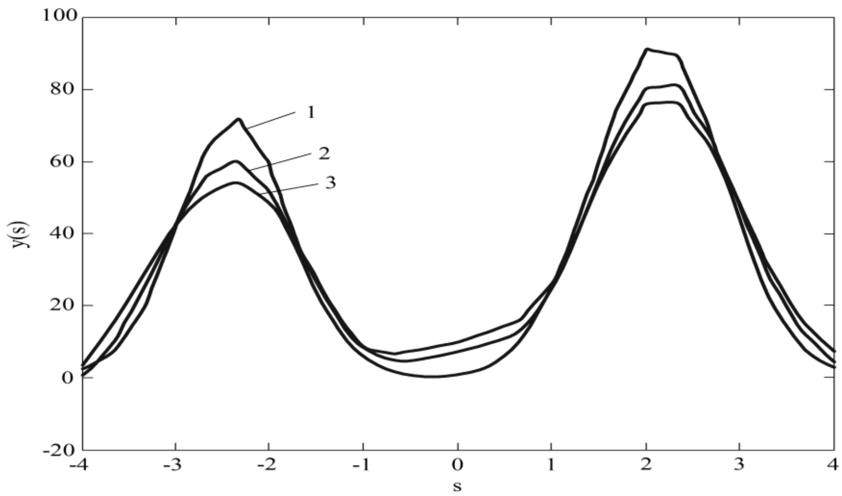

Рис. 2. Точний розв'язок (1), розв'язок, отриманий методом модельних експериментів (2) та узагальненим принципом нев'язки (3)

Таблиця 1

Порівняння методу модельних експериментів і узагальненого принципу нев'язки ($\tilde{y}_m$ — розв'язок, отриманий методом модельних експериментів; $\tilde{y}_{opn}$ — розв'язок, отриманий узагальненим принципом нев'язки; y — точний розв'язок)

№	Вид похибки	$\tilde{y}_m - y$	$\tilde{y}_{opn} - y$
1	Середня абсолютна	4,725	7,305
2	Середня відносна	0,207	0,383
3	Максимальна абсолютна	12,040	17,970
4	Максимальна відносна	0,633	1,713

Модифікація методу Лаврент'єва-Васіна шляхом застосування методу модельних експериментів для вибору параметру регуляризації зводиться до наступного. Регуляризація рівняння (1) методом Лаврент'єва-Васіна зводить (1) до нелінійного інтегрального рівняння типу Фредгольма II роду

$$\int_a^b K(x,s,y(s))ds + \alpha y(x) = f(x). \tag{6}$$

Використання квадратурної формули з рівномірним розбиттям дозволяє перейти від рівняння (6) до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^{n} \beta_j K(x_i, s_j, y(s_j)) + \alpha(y(x_i)) = f(x_i),\ i = \overline{1,n}. \tag{7}$$

Якщо для розв'язання (7) застосувати який-небудь з ітераційних методів, то цілком очевидно, що параметр регуляризації впливає як на збіжність ітераційного процесу так і на точність розв'язку. Слід відмітити, що у відомих поданнях методу Лавренть'єва-Васіна відсутні рекомендації щодо вибору параметра регуляризації, а у прикладах застосування методу вибір виконується різними не формалізованими (емпіричними) способами. У випадку застосування методу модельних експериментів алгоритм модифікованого методу Лаврент'єва-Васіна у дискретному вигляді складається з наступних етапів.

1. Отримання вхідних даних: масив значень ядра $K(x,s,y(s)),\ a \le x \le b,\ c \le s \le d$; масив значень правої частини $f(x), a \le x \le b$; границі інтегрування; масив значень параметра регуляризації; початкове наближення розв'язку нелінійного інтегрального рівняння.

2. Дискретизація інтегрального рівняння та отримання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^{n} \beta_j K(x_i, s_j, y(s_j)) = f(x_i)\ \ i = \overline{1,n},$$

де β_j — коефіцієнти квадратурної формули.

3. Регуляризація дискретного рівняння на основі методу Лаврент'єва-Васіна

$$\sum_{j=1}^{n} \beta_j K(x_i, s_j, y(s_j)) + \alpha(y(x_i)) = f(x_i),\ \ i = \overline{1,n}.$$

4. Побудова ітераційної схеми, заснованої на методі Ньютона, та застосування її до регуляризированої системи нелінійних рівнянь.

5. Для ряду $\alpha > 0$ визначення параметра регуляризації методом модельних експериментів.

Приклад. Розв'язується рівняння виду (1) з ядром $K(x,s,y(s)) = \cos(xs)(y(s))^2$ і точним розв'язком $\bar{y}(s) = 2\pi \dfrac{\sin(s)}{s}$. Точність отриманого результату (табл. 2) вище ніж точність результату, отриманого за базовим методом Лаврент'єва-Васіна, що підтверджується також при проведенні багатьох інших експериментів.

Таблиця 2

Порівняння модифікованого методу Лаврент'єва-Васіна та базового методу Лаврент'єва-Васіна

Метод	$\max\left(\frac{\lvert\bar{y}-y\rvert}{y}\right)$	Кількість ітерацій	Параметр регуляризації
Метод Лаврент'єва-Васіна	0,23	5	$\alpha = 4\cdot 10^{-3}$
Модифікований метод Лаврент'єва-Васіна	0,12	5	$\alpha = 2\cdot 10^{-2}$

Регуляризація (1) методами Тихонова і Лаврент'єва-Васіна зводить задачу до розв'язання рівняння типу Фредгольма II роду

$$y(x) = f(x) + \int_a^b K(x,s,y(s))ds,\ x\in[c,d].$$

Одним із ефективних і розповсюджених методів розв'язання рівнянь цього виду є метод простої ітерації. При розв'язанні нелінійних рівнянь область збіжності методу простих ітерацій звужується, а також швидкість збіжності може виявитися дуже низькою. У цьому випадку доцільно модифікувати метод простих ітерацій шляхом попереднього визначення необхідного початкового наближення. Цей підхід можна здійснити наступний чином. Складається функціонал

$$\Phi = \int_c^d \left[y(x) - f(x) - \int_a^b K(x,s,y(s))ds \right]^2 dx,$$

який дискретизується у вигляді:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N} H\cdot A_i \cdot \left[y_i - f(x_i) - \sum_{k=1}^{N} B_k \cdot H \cdot K(x_i, s_k, y_k) \right]^2$$

де $y_i = y(x_i)$; $A_i, i=\overline{1,N}$ і $B_k, k=\overline{1,N}$ характеризують обрану квадратурну формулу для зовнішнього и внутрішнього інтегралів, H — крок дискретизації, N — число точок дискретизації. Мінімізація дискретизованого функціоналу проводиться відносно параметрів y_i. Далі отримується початкове наближення $y_0(x)$, як результат застосування інтерполяційної формули Лагранжа для знайдених значень y_i, яке дозволяє зробити ітераційний процес

$$y_{n+1}(x) = f(x) + \int_a^b K(x,s,y_n(s))ds$$

збіжним і, по можливості, коротким. Ефективність застосування модифікованого методу простих ітерацій із попередньою оптимізацією початкового наближення підтверджується багаточисельними обчислювальними експериментами.

Іншим шляхом підвищення ефективності розв'язання нелінійних рівнянь типу Фредгольма II роду методом послідовних наближень є використання інтерполяції ядра кубічним сплайном. При цьому алгоритм знаходження наближеного розв'язку має вигляд

$$y_n(x) = f(x) + \int_a^b S_\Delta(K(x,\cdot,y_{n-1});s)ds,\ y_0(x) = x,\ n = 1,2,...,$$

де $S_\Delta(K(x,\cdot,y_{n-1});s)$ — інтерполяційний кубічний сплайн по змінній s, побудований для функції $K(x,s,y_{n-1}(s))$; при цьому

$$\int_a^b S_\Delta(K(x,\cdot,y_{n-1});s)ds = \frac{h}{2}(\beta_1 + \beta_N) + h\sum_{i=2}^{N-1}\beta_i + \frac{h^2}{12}(p_1 - p_N),$$

де $\beta_i = K(x,s_i,y_{n-1}(s_i))$, h - крок інтерполяційної сітки, p_1 та p_N — кінцеві умови, причому

$$p_1 = \frac{1}{6h}(-11\beta_1 + 18\beta_2 - 9\beta_3 + 2\beta_4),\ p_N = \frac{1}{6h}(-2\beta_{N-3} + 9\beta_{N-2} - 18\beta_{N-1} + 11\beta_N).$$

Результати обчислювальних експериментів засвідчують, що використання даного підходу дозволяє отримувати високу точність розв'язку за умови вдало обраного початкового наближення $y_0(x)$.

Для прискорення ітераційного процесу доцільно застосовувати метод Ньютона-Канторовича, згідно з яким отримується наступний ітераційний процес:

$$y_k = y_{k-1} + \psi_{k-1}(x),\ k = 1, 2, 3, \ldots,\ x \in [a,b],$$

$$\psi_{k-1}(x) = \beta_{k-1}(x) + \int_a^b K'_y(x,s,y_{k-1}(s))\psi_{k-1}(s)ds,$$

$$\beta_{k-1}(x) = \int_a^b K(x,s,y_{k-1}(s))ds - y_{k-1}(x).$$

На кожному кроці алгоритму розв'язується лінійне інтегральне рівняння щодо поправки $\psi_{k-1}(x)$. Процес за певних умов має швидку збіжність, однак досить складний, оскільки на кожній ітерації необхідно одержувати нове ядро $K'_y(x,s,y_{k-1}(s))$. Підвищення ефективності досягається у варіанті модифікованого методу Ньютона-Канторовича завдяки спрощенню ітераційного процесу шляхом застосування рівняння

$$\psi_{k-1}(x) = \beta_{k-1}(x) + \int_a^b K'_y(x,s,y_0(s))\psi_{k-1}(s)ds.$$

При цьому ядро в процесі розв'язання залишається незмінним і, як наслідок, отримується менш складний обчислювальний процес. Застосування даного ітераційного методу до ряду практичних та тестових задач показало його високі якості.

Третій розділ присвячено розробці алгоритмів розв'язання нелінійних динамічних задач інтерпретації результатів спостережень, що формулюються у вигляді рівнянь типу Вольтерра I роду

$$\int_a^x K(x,s,y(s))ds = f(x), \quad x \in [a,b]. \tag{8}$$

Серед квадратурних методів розв'язання даних рівнянь найбільш гнучким і універсальним для досягнення високої якості результатів є метод колокацій, реалізація якого полягає в наступному. Проміжок $[a,b]$ розбивається на N відрізків, на кожному з яких шуканий розв'язок представляється у вигляді функції певного виду $\tilde{y}(x) = \Phi(x, C_1, C_2, \ldots, C_m)$, залежної від вільних параметрів C_i, $i = \overline{1,m}$. Розв'язуване рівняння на кожному $(k+1)$-му відрізку $x_k \le x \le x_{k+1}$, $k = \overline{0, N-1}$, записується у вигляді

$$\int_{x_k}^{x} K(x,s,\tilde{y}(s))ds = f(x) - \varphi_k(x), \quad x \in [x_k, x_{k+1}], \tag{9}$$

де функція $\varphi_k(x) = \int_a^{x_k} K(x,s,\tilde{y}(s))ds,\ s \in [a, x_k],\ x \in [x_k, x_{k+1}]$ обчислюється по відомому на проміжку $a \le x \le x_k$ наближеному розв'язку $\tilde{y}(x)$, отриманому попередньо для $k-1$ відрізків. Початкове значення $y(a)$ шуканого розв'язку визначається яким-небудь допоміжним способом або є заданим. При розв'язанні рівняння (9) вільні параметри C_i, $i = \overline{1,m}$ визначаються з умови зведення до нуля нев'язок

$$\omega(C_i, x_{k,j}) = \int_a^{x_{k,j}} K(x_{k,j}, s, \Phi(s, C_1, C_2, ..., C_m))ds - f(x_{k,j}) - \varphi_k, \tag{10}$$

де $x_{k,j}$, $j = \overline{1,m}$ – вузли, що відповідають розбиттю відрізка $[x_k, x_{k+1}]$ на m частин. Вираз (10) являє собою систему m рівнянь відносно $C_1, C_2, ..., C_m$. Традиційно найбільш зручна обчислювальна схема отримується при поданні розв'язку у вигляді полінома $y(x) = \sum_{i=1}^{m} C_i \psi_i(x)$, де $\psi_i(x)$ - лінійно незалежні координати функції. Дослідження методу колокацій на ряді тестових та практичних задач засвідчило можливості досягнення високої точності результатів.

Ефективним при розв'язанні нелінійних інтегральних рівнянь є алгоритм «природної» інтерполяції. Відповідно до нелінійного інтегрального рівняння типу Вольтера II роду

$$y(x) - \int_a^{x} K(x,s,y(s))ds = f(x) \tag{11}$$

з відомим наближеним розв'язком $\tilde{y}(x_i)$ на відрізку $[a,b]$ в точках x_i, $i = \overline{1,n}$, реалізація алгоритму «природної» інтерполяції полягає в наступному. Отримується аналітичний вираз для наближеного розв'язку із вихідного рівняння (11) шляхом заміни неперервної незалежної змінної x дискретною множиною точок x_i:

$$\tilde{y}(x_i) = f(x) + \int_a^{x_i} K(x_i, s, y(s))ds + \Delta y(x_i),$$

де $\Delta y(x_i)$ — похибка наближеного розв'язку. Заміняючи підінтегральну функцію $y(s)$ апроксимуючою функцією $\psi(s)$, яка знаходиться за допомогою лагранжевої інтерполяції наближеного розв'язку ($\psi(s) = \tilde{y}(s)$ при $s = x_i$), і вважаючи похибку наближеного розв'язку малою величиною, отримується інтерполяційна формула

$$\varphi(x_j) = f(x_j) + \int_a^{x_j} K(x_j, s, \psi(s))ds,\ x_j \in [a,b]. \tag{12}$$

Застосовуючи заміну інтегрального оператора у формулі (12) кінцевою сумою, що еквівалентно використанню методу квадратур для чисельного розв'язання рівняння

(11), отримуємо остаточний вираз для обчислення $\varphi(x_j)$:

$$\varphi(x_j) = f(x_j) + \sum_{l=1}^{j} A_l K(x_j, x_l, \psi(x_l)), \tag{13}$$

де A_l — числові коефіцієнти квадратурної формули. У випадку застосування формули трапецій формула (13) має вигляд

$$\varphi_1 = f_1,\quad \varphi_2 = \frac{f_2 + \frac{h_2}{2} K_{21}}{1 - \frac{h_2}{2} K_{22}}, \varphi_k = \frac{f_k + \frac{h_2}{2} K_{k1} + \sum_{l=2}^{k-1} \left(\frac{x_{l+1} - x_{l-1}}{2} \right) K_{kl}}{1 - \frac{h_k}{2} K_{kk}}, k = \overline{1,m}, \tag{14}$$

де $\varphi(x_k) = \varphi_k$, $f(x_k) = f_k$, $K(x_k, x_l, \psi(x_l)) = K_{kl}$, $h_k = x_k - x_{k-1}$, а значення m знаходиться за формулою $m = n_1 + n_2$, n_1 — кількість точок вектора вихідного розв’язку, для яких виконується умова $x_i < x_j$, n_2 — кількість точок, для яких виконується інтерполяція. Досвід проведення обчислень засвідчує, що алгоритм «природної» інтерполяції є швидкодіючим, особливо у випадку, коли ядро нелінійного інтегрального рівняння типу Вольтерра II роду є таким, що розділяється.

Продуктивним шляхом побудови ітераційних процесів при розв’язанні нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра II роду є застосування методу Ньютона-Канторовича, що дозволяє отримати алгоритм:

$$y_k = y_{k-1}(x) + \psi_{k-1}(x), k = 1, 2, 3, \ldots, \tag{15}$$

$$\psi_{k-1} = \beta_{k-1}(x) + \int_a^x K'_y [x, s, y_{k-1}(s)] \psi_{k-1}(s) ds, \tag{16}$$

$$\beta_{k-1} = f(x) + \int_a^x K[x, s, y_{k-1}(s)] ds - y_{k-1}(s). \tag{17}$$

Спрощення досягається шляхом застосування замість (16) рівняння

$$\psi_{k-1}(x) = \beta_{k-1}(x) + \int_a^x K'_y [x, s, y_0(s)] \psi_{k-1}(s) ds. \tag{18}$$

Спрощений метод Ньютона-Канторовича доцільно використовувати при вдало вибраному початковому наближенні. В іншому випадку можна зупинитися на деякому l-му наближенні і, починаючи з нього, використовувати ітераційний процес з спрощеним рівнянням.

У четвертому розділі описується створений комплекс програм для розв’язання нелінійних інтегральних рівнянь (табл. 3), який отримав назву NLIE (NonLinear Integral Equation). Програми, що ввійшли в комплекс, базуються на алгоритмах, описаних у другому та третьому розділах дисертації. Комплекс програм NLIE є розширенням системи MATLAB. Програми комплексу NLIE поділяються на основні програми та допоміжні підпрограми. За своїм призначенням основні програми структуровано на 5 груп: NLEF1 та NLEF2 (розв’язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма I та II роду відповідно); NLEV1 та NLEV2 (розв’язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра I та II роду відповідно). Допоміжні підпрограми увійшли у групу COMMON.

Таблиця 3

Призначення основних програм комплексу програм NLIE

Програма	**Базовий чисельний метод**	**Опис**
Група **NLFIE1**		
nleFre1iter_reg	Модифікований метод Лаврент'єва-Васіна	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма I роду
nleFre1Tih	Метод Тихонова	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма I роду
nleFre1num_exp	Метод модельних експериментів	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма I роду
Група **NLFIE2**		
nleFre2iter_opt	Модифікований метод простих ітерацій	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма II роду на адаптивній сітці вузлів
nleFre2NK	Метод Ньютона-Канторовича	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма II роду на фіксованій сітці вузлів
nleFre2NKad	Метод Ньютона-Канторовича	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма II роду на адаптивній сітці вузлів
nleFre2quad	Метод квадратур	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма II роду на постійній сітці вузлів
nleFre2quad_ad	Метод квадратур	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма II роду на адаптивній сітці вузлів
nleFre2_spline	Ітераційний метод (сплайни)	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма II роду
Група **NLVIE2**		
nleVU2NK	Метод Ньютона-Канторовича	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра II роду на постійній сітці вузлів
nleVU2NK_ad	Метод Ньютона-Канторовича	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра II роду на адаптивній сітці вузлів
nleVU2iter	Метод простої ітерації	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра II роду
nleVU2_int	Метод «природної» інтерполяції	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра II роду
nleVU2quad_ad	Метод квадратур	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра II роду
Група **NLVIE1**		
nleVU1quad	Метод квадратур	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра I роду на постійній сітці вузлів
nleVU1quad	Метод квадратур	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра I роду на адаптивній сітці вузлів
nleVU1colloc	Метод колокацій	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра I роду
nleVU1colloc_ad	Метод колокацій	Розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра I роду на адаптивній сітці вузлів

Можливі два варіанти задання ядер і правих частин: у табличному та аналітичному вигляді. При табличному заданні дані передаються для обробки у вигляді сформованих масивів чисельних даних. Таке представлення даних потребує більше пам'яті обчислювальної системи, однак витрати машинного часу при обчисленнях будуть меншими в порівнянні із другим підходом. При аналітичному представленні ядер і правих частин передбачається формування спеціальних функцій або файлів, у яких утримуються дані у функціональному вигляді. Такий підхід дозволяє заощаджувати пам'ять обчислювальної системи, однак потребує більше часу для обчислень. При користуванні програмами комплексу NLIE можна скористатися кожним із цих підходів, оскільки передбачено представлення даних як в аналітичному вигляді, так і в табличному. У модулях, призначених для використання в системі MATLAB, реалізований метод опису ядер і правих частин у вигляді анонімних функцій. Анонімна функція двох аргументів x і s записується в такому вигляді: $\alpha(x,s)\varphi(x,s)$, де $\varphi(x,s)$ — аналітична функція двох змінних. Всі основні модулі як результат повертають масив розв'язків y, а адаптивні модулі — ще й масив x, що містить сітку вузлів, на яких знайдені розв'язки. Крім того, функції, що реалізують ітераційні алгоритми, повертають параметр countIter, що містить число ітерацій, проведених для досягнення заданої точності. Відповідно до вимог, які висуваються до пакетів прикладних програм комп'ютерного моделювання, в усіх розроблених програмах здійснюється перевірка правильності задання вхідних даних, їхня відповідність розв'язуваній задачі, а також забезпечується коректне завершення роботи програми у випадку виникнення помилки в ході обчислень.

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі вирішена задача розробки чисельних методів, алгоритмів і програмних засобів розв'язання нелінійних задач інтерпретації спостережень, представлених математичними моделями у вигляді нелінійних інтегральних рівнянь першого роду, шляхом побудови алгоритмів регуляризації на основі методу модельних експериментів. Зокрема отримані наступні результати:

1. Проведено аналіз проблеми вдосконалення систем спостереження, який свідчить про те, що одним з ефективних шляхів підвищення якісних показників їхнього функціонування є розвиток математичних методів інтерпретації результатів спостережень за допомогою розв'язання задач відновлення сигналів, що є оберненими задачами по відношенню до задач, які виконуються вимірювальною частиною.

2. Встановлено, що найбільш продуктивними математичними моделями первинних вимірювальних процесів є інтегральні рівняння першого роду (типу Фредгольма і Вольтерра), розв'язання яких лежить в основі задач і методів інтерпретації результатів спостережень. Нелінійні задачі інтерпретації описуються рівняннями зазначеного класу в нелінійній постановці, що, у сукупності з некоректністю зворотних задач створює істотні труднощі їхнього розв'язання, подолання яких становить актуальну науково-технічну задачу, що розв'язується в роботі.

3. Запропоновано застосування методу модельних експериментів для

розв'язання задачі визначення параметра регуляризації при розв'язанні нелінійних обернених задач для інтегральних рівнянь першого роду; метод модельних експериментів подано у вигляді повністю формалізованої послідовності операцій, яка приводить до отримання необхідного (оптимального) значення коефіцієнта регуляризації; показана можливість модифікації традиційних регуляризаційних методів розв'язання інтегральних рівнянь першого роду на основі методу модельних експериментів.

4. Запропоновано, реалізовано і ефективно застосовано метод модельних експериментів при розв'язанні інтегральних рівнянь типу Фредгольма I роду в нелінійних задачах інтерпретації спостережень; при цьому удосконалені регулярізаційні алгоритми за методом Тихонова для розв'язання інтегральних рівнянь в нелінійних задачах інтерпретації спостережень на основі визначення параметра регуляризації за допомогою методу модельних експериментів, що дозволяє підвищити ефективність процесів і результатів розв'язання в порівнянні з вихідним (базовим) методом.

5. Отримав подальший розвиток регулярізаційний метод Лаврент'єва-Васіна для розв'язання інтегральних рівнянь в нелінійних задачах інтерпретації спостережень на основі визначення параметра регуляризації за допомогою методу модельних експериментів, що дозволяє підвищити точність результатів розв'язання в порівнянні з вихідним (базовим) методам.

6. На основі застосування оптимізаційної процедури пошуку початкового наближення вдосконалено обчислювальний процес методу простих ітерацій для чисельної реалізації регуляризованих моделей процесу інтерпретації (нелінійні інтегральні моделі типу Фредгольма II роду), що дозволяє підвищувати швидкість збіжності.

7. Розроблені алгоритми числової регуляризації математичних моделей нелінійних динамічних задач інтерпретації результатів спостереження у вигляді інтегральних рівнянь типу Вольтерра I роду на основі методу колокацій, що забезпечує можливість використання алгоритмів для широкого класу ядер отримання необхідних показників точності розв'язків в залежності від властивостей задач, що розв'язуються.

8. Запропоновані алгоритми розв'язання нелінійних динамічних задач інтерпретації спостережень у формі регуляризованих залежностей виду нелінійних рівнянь Вольтерра II роду на основі застосування модифікації ітераційного методу Ньютона-Канторовича, що забезпечує значне прискорення ітераційного процесу.

9. На основі модульного принципу та з використанням моделюючого середовища Matlab розроблений комплекс програм, що забезпечує проведення обчислювальних експериментів по дослідженню запропонованих алгоритмів розв'язання розглянутого класу нелінійних задач інтерпретації результатів спостережень, що описуються інтегральними рівняннями I роду; за допомогою запропонованих математичних методів, алгоритмів і розроблених програмних засобів розв'язано ряд прикладних задач: задача визначення границі області поділу двох середовищ із різними густинами по аномалії сили тяжіння; задача визначення форми джерела тепла по зовнішній температурній аномалії.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Монографії

1. Верлань А.Ф. Методы и алгоритмы восстановления сигналов и изображений / А.Ф. Верлань, И.О. Горошко, Е.Ю. Карпенко, В.Ю. Королев, Л.В. Мосенцова. — Київ.: 2011. — 368 с.

Статті у зарубіжних виданнях

2. Мосенцова Л.В. Численная реализация в системе MatLab метода Ньютона-Канторовича для решения нелинейных интегральных уравнений Фредгольма-Урысона II рода / Л.В. Мосенцова// Проблемы и энерго - и ресурсосбережения: — Ташкент, 2012. — №.3-4. — С. 181-186.

Статті у наукових фахових виданнях, що входять до міжнародних науково-метричних баз даних (Cambridge Scientific Abstracts, Computer and Information Systems Abstracts, INIS Collection, Inspec, ВИНИТИ РАН)

3. Верлань А.Ф. Метод вычислительных экспериментов для решения интегральных уравнений в обратной задаче спектроскопии / А.Ф. Верлань, В.С. Сизиков, Л.В. Мосенцова // Электронное моделирование. — К.: ІПМЕ ім. Г.Є.Пухова НАН України, 2011. — Вип. 2. — С. 3-12.

4. Верлань А.Ф. Регуляризация многомерной задачи повышения разрешающей способности антенны на основе метода модельных экспериментов/ А.Ф. Верлань, В.С. Сизиков, Л.В. Мосенцова // Электронное моделирование. — К.: ІПМЕ ім. Г.Є.Пухова НАН України, 2013. — Вип. 1. — С. 3-13.

Статті у наукових фахових виданнях

5. Мосенцова Л.В. Численная реализация в системе Matlab квадратурных алгоритмов решения интегральных уравнений Вольтерра II рода в форме Гаммерштейна / Л.В. Мосенцова // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. пр. — Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільськ. нац. ун-т, 2010. — Вип. 4. — С. 156-161.

6. Мосенцова Л.В. Применение методов вычислительных экспериментов и обобщенного принципа невязки для решения задачи повышения разрешающей способности антенны / Л.В. Мосенцова // Збірник наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України. — К.: ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України, 2009. — Вип. 52. — С. 18-25.

7. Мосенцова Л.В. Численная реализация в среде MATLAB итерационного алгоритма решения интегральных уравнений Урысона I рода / Л.В. Мосенцова // Моделювання та інформаційні технології: Зб. наук. пр. — К.: ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України, 2010. — Вип. 57. — С. 41-47.

8. Мосенцова Л.В. О реализации в системе Matlab метода последовательных приближений для решения нелинейных интегральных уравнений Фредгольма–Урысона II рода / Л.В. Мосенцова // Збірник наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України. — К.: ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України, 2011. — Вип. 59. — С. 67-74.

9. Мосенцова Л.В. О решении обратной задачи определения области размещения источника тепла при известных значениях внешней температурной аномалии в среде Matlab / Л.В. Мосенцова // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. пр. — Кам'янець-Подільський:

Кам’янець-Подільськ. нац. ун-т, 2011. — Вип. 5. — С. 149-155.

10. Мосенцова Л.В. Применение B-сплайновых вейвлетов для решения нелинейных интегральных уравнений Фредгольма-Гаммерштейна II рода в среде MatLab / Л.В. Мосенцова// Математичне та комп’ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. пр. — Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільськ. нац. ун-т, 2012. — Вип. 7. — С. 144-148.

11. Мосенцова Л.В. Некоторые особенности задачи обработки результатов наблюдений в интегральной постановке / Л.В. Мосенцова, О.А. Наконечная // Математичне та комп’ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. пр. — Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільськ. нац. ун-т, 2013. — Вип. 8. — С. 120-135.

Опубліковані праці апробаційного характеру

12. Мосенцова Л.В. Разработка численного алгоритма метода последовательных приближений с предварительной оптимизацией начального приближения / Мосенцова Л.В. — Матеріали XXIX науково-технічної конференції «Моделювання». — К.: ІПМЕ, 2010. — С. 26.

13. Мосенцова Л.В. О решении нелинейных интегральных уравнений Фредгольма-Урысона I рода в среде Matlab / Мосенцова Л.В. — Матеріали XXX науково-технічної конференції «Моделювання». — К.: ІПМЕ, 2011. — С. 9.

14. Мосенцова Л.В. Алгоритм решения уравнений Фредгольма I рода на основе метода модельных примеров /Мосенцова Л.В.// Молодежная Международная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач». — Новосибирск: Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, 2009, 10-20 августа. — С. 68.

15. Мосенцова Л.В. Особенности решения задач интерпретации результатов наблюдений в интегральной постановке / Л.В. Мосенцова// Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації». — Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільський державний університет, 2014. — С.110-111.

16. Мосенцова Л.В. Реалізація методу регуляризації Тихонова для розв’язання нелінійних інтегральних рівнянь Фредгольма-Урисона I роду в середовищі Matlab/ Мосенцова Л.В. — IV Конференція молодих учених із сучасних проблем механіки і математики імені академіка Я.С. Підстригача КМУ СПММ–2011. — Львів: Інститут прикладних проблем механіки і математики імені Я.С.Підстригача НАН України, 2011 р., 24–27 травня. — С. 177.

АНОТАЦІЯ

Мосенцова Л.В. Методи та прикладні програмні засоби розв’язання нелінійних задач інтерпретації результатів спостережень в інтегральній постановці. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Київський національний університет імені Тараса Шевченка МОН України, Київ, 2015.

Дисертаційна робота присвячена розвитку методів, створенню алгоритмічних основ та побудові прикладних програмних засобів розв’язання задач інтерпретації

результатів спостережень, які описуються нелінійними інтегральними рівняннями I роду. В роботі отримано ряд наукових результатів, серед яких особливо треба виділити запропонований метод модельних експериментів, який дозволяє знаходити параметр регуляризації при розв'язанні нелінійних інтегральних рівнянь I роду регуляризуючими методами. Також в роботі отримав розвиток метод регуляризації Лаврент'єва–Васіна для розв'язанні нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма I роду і удосконалено метод простих ітерацій для розв'язанні нелінійних інтегральних рівнянь типу Фредгольма II роду. До наукових результатів також належать розроблені алгоритми розв'язання інтегральних рівнянь типу Фредгольма і Вольтерра I роду на базі існуючих та запропонованих методів та створення на їх основі програм.

Ключові слова: системи спостережень, нелінійні задачі інтерпретації результатів спостережень, нелінійні інтегральні рівняння, некоректні задачі, методи регуляризації, параметр регуляризації.

АННОТАЦИЯ

Мосенцова Л.В. Методы и прикладные программные средства решения нелинейных задач интерпретации результатов наблюдений в интегральной постановке. - Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 - математическое моделирование и вычислительные методы. - Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко МОН Украины, Киев, 2015.

Диссертационная работа посвящена развитию методов, созданию алгоритмических основ и построению прикладных программных средств решения задач интерпретации результатов наблюдений, которые описываются нелинейными интегральными уравнениями I рода, есть актуальной.

Важной проблемой при разработке современных систем наблюдения является повышение качества процессов решения задач интерпретации результатов наблюдений. В рамках решения данной проблемы актуальной задачей является создание методов и компьютерных средств обработки первичных результатов наблюдения с целью повышения точности и разрешения системы. Применение для этого метода обращения математической модели процесса обработки сводится к интегральному уравнению I рода, является некорректной задачей. Сложность решения задачи повышается в случае решения нелинейных интегральных уравнений I рода. К этому классу относится большое количество прикладных задач: теории терморазведки, теории гравиметрии, геофизики, акустики, астрофизики, диагностики плазмы и др. Наиболее важным и сложным моментом является определение оптимального параметра регуляризации, то есть такого, при котором получаемое решение наиболее близко отражает точное решение. Для решения скалярных линейных интегральных уравнений разработаны методы определения оптимального параметра регуляризации: метод невязки, метод сглаживающего функционала и др. Однако, в нелинейном случае эти методы исследованы главным образом для операторного уравнения и носят слишком общий характер. Таким образом, решение данного класса задач требует дальнейшего развития регуляризуючих методов для

нелинейных задач интерпретации наблюдений. Следует также отметить, что современные серийные типовые программные пакеты, которые предназначены для компьютерного моделирования, не охватывают своими возможностями данный класс задач. Поэтому создание математических методов, алгоритмов и программных средств компьютерного решения задач интерпретации наблюдений на основе нелинейных интегральных уравнений является актуальной научной проблемой, требующей решения. В работе получен ряд научных результатов, среди которых можно выделить предложенный метод модельных экспериментов, который разрешает находить параметр регуляризації при решении нелинейных интегральных уравнений I рода регуляризирующими методами. Также в работе получил развитие метод регуляризации Лаврентьева-Васина для решения нелинейных интегральных уравнений типа Фредгольма I рода и усовершенствован метод простых итераций для решения нелинейных интегральных уравнений типа Фредгольма II рода. К научным результатам также принадлежат разработанные алгоритмы решения интегральных уравнений типа Фредгольма и Вольтерра на базе существующих и предложенных методов и созданные на их основе программы.

Практическое значение полученных результатов заключается в создании комплекса программ, которые предназначены для компьютерного решения нелинейных задач интерпретации результатов наблюдений, которые описываются интегральными уравнениями типа Фредгольма и Вольтерра I рода. Созданный комплекс программ расширяет возможности современных компьютерных технологий и повышает качество проведения научных и инженерных расчетов.

Ключевые слова: системы наблюдений, нелинейные задачи интерпретации результатов наблюдений, нелинейные интегральные уравнения, некорректные задачи, методы регуляризации, параметр регуляризации.

ANNOTATION

Mosentsova L.V. Methods and software tools for solving nonlinear problems of interpretation of the results of observations in the integral definition. – Manuscript.

The dissertation for the degree of candidate of technical sciences by specialty 01.05.02 – Mathematical Modeling and Computational Methods. – Taras Shevchenko National University of Kyiv MES of Ukraine, Kyiv, 2015.

The dissertation is devoted to development of methods and algorithmic foundations as well as building software applications for the solving problems of interpretation of observations described by nonlinear integral equation of first kind. For these equation classes it is proposed method of modeling experiments for choosing regularization parameter in regularization methods. Also in the paper was proposed a method of Lavrentiev-Vasin regularization for solving nonlinear Fredholm integral equations of the first kind. For nonlinear Fredholm integral equations of the second kind was improved method of simple iteration. For Fredholm and Volterra integral equations of the first kind the algorithms based on known and proposed methods were constructed. For these algorithms the programs were developed.

Keywords: observing systems, non-linear problems of interpretation of the results of observations, nonlinear integral equation, ill-posed problems, regularization methods, regularization parameter.