

**Про диференціальні рівняння з імпульсним збуренням.
До 80-річчя від дня народження академіка Миколи Перестюка (1946 – 2024)**

Безущак О.О., Станжицький О.М., Капустян О.В., Собчук В.В., Сукретна А.В.

Про математику і математиків

УДК 517.9-051 Перестюк М. О.

DOI: <https://doi.org/10.17721/1029-4171.2025/2.1>

Оксана БЕЗУЩАК, Д-р. фіз.-мат. наук, Проф.

ORCID ID: 0000-0003-3654-6753

e-mail: bezushchak@knu.ua

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

Олександр СТАНЖИЦЬКИЙ, Д-р. фіз.-мат. наук, Проф.

ORCID ID: 0000-0002-1456-729X

e-mail: stanzhytskyi@knu.ua

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

Олексій КАПУСТЯН, Д-р. фіз.-мат. наук, Проф.

ORCID ID: 0000-0002-9373-6812

email: kapustyan@knu.ua

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

Валентин СОБЧУК, Д-р. техн. наук, Проф.

ORCID ID: 0000-0002-4002-8206

e-mail: sobchuk@knu.ua

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

Анна СУКРЕТНА, Канд. фіз.-мат. наук, Доц.

ORCID ID: 0000-0002-2985-1250

e-mail: sukretna.a.v@knu.ua

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

**ПРО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ З ІМПУЛЬСНИМ ЗБУРЕННЯМ.
ДО 80-РІЧЧЯ ВІД ДНЯ НАРОДЖЕННЯ АКАДЕМІКА МИКОЛИ ПЕРЕСТЮКА (1946 – 2024)**

Анотація. Статтю присвячено життєвому та науковому шляху відомого українського математика М.О. Перестюка. На доступних для сприйняття широким загалом читачів прикладах проілюстровано проблематику теорії диференціальних рівнянь з імпульсною дією, що була одним з провідних напрямків дослідження М.О. Перестюка.

Ключові слова: Перестюк Микола Олексійович; диференціальні рівняння з імпульсним збуренням; биття розв'язків.

Класифікація відповідно до AMS 2020: 34-00 34-03 34A37

1. Вступ

1 січня 2026 року виповнюється 80 років від дня народження відомого математика, академіка НАН України, лауреата Державної премії України в галузі науки і техніки, Державної премії України в галузі освіти та багатьох інших почесних нагород,

Заслуженого професора Київського національного університету імені Тараса Шевченка Миколи Олексійовича Перестюка (рис. 1).



Рис. 1. Перестюк М.О. (01.01.1946 – 25.01.2024)

Микола Перестюк народився 1 січня 1946 року в багатодітній селянській родині на Хмельниччині (с. Плоска Славутського району). Після закінчення школи із золотою медаллю він вступив на механіко-математичний факультет Київського державного університету імені Т.Г. Шевченка, який успішно закінчив у 1968 році (Перестюк, 2024). Далі була аспірантура та початок активної наукової діяльності.



Рис. 2. Академіки НАН України Самойленко А.М. та Перестюк М.О.

**Про диференціальні рівняння з імпульсним збуренням.
До 80-річчя від дня народження академіка Миколи Перестюка (1946 – 2024)**

Безущак О.О., Станжицький О.М., Капустян О.В., Собчук В.В., Сукретна А.В.

З 1969 року життя Миколи Олексійовича стало нерозривно пов'язаним із Київським університетом. Він пройшов шлях від асистента до професора, очолював кафедру інтегральних та диференціальних рівнянь, а у 1987–2003 роках був деканом механіко-математичного факультету.

Як учений Микола Олексійович Перестюк формувався і зростав у всесвітньо відомій київській науковій школі з нелінійної механіки Крилова-Боголюбова-Митропольського. Його наставником був видатний математик сучасності академік НАН України А.М. Самойленко (02.01.1938 – 04.12.2020), (рис. 2). Під його науковим керівництвом Микола Олексійович у січні 1972 року захистив кандидатську дисертацію «Деякі питання дослідження нелінійних систем диференціальних рівнянь з миттєвими змінами».

2. Внесок М.О. Перестюка в освіту школярів і студентської молоді

Наукові інтереси М.О. Перестюка охоплюють широке коло складних та актуальних задач теорії диференціальних рівнянь та нелінійної механіки, пов'язаних із розвитком нового напрямку – теорії диференціальних рівнянь з імпульсною дією, їх застосування до дослідження коливних процесів, які зазнають імпульсних збурень. Активна наукова діяльність Миколи Олексійовича втілилась у цілу низку результатів світового рівня.

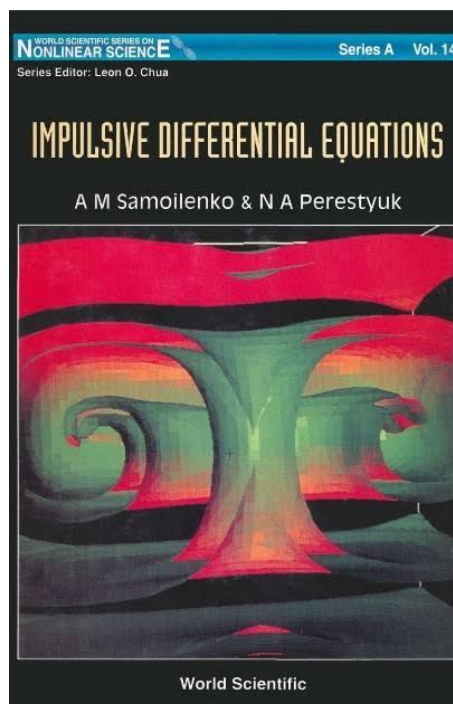


Рис. 3. Книга «Impulsive Differential Equations»

Центральне місце у дослідженнях ученого посідали питання теорії імпульсних систем та теорії інваріантних множин диференціальних і різницевих рівнянь. У 1986 році він захистив докторську дисертацію на тему «Коливні розв'язки диференціальних

рівнянь з імпульсною дією та їх стійкість». Через рік у 1987 році побачила світ монографія «Диференціальні рівняння з імпульсною дією», написана у співавторстві з А.М. Самойленком. Це була перша у світі монографія, присвячена систематизованому викладу теорії імпульсних систем. У 1995 р. вийшов друком розширений англomовний варіант цієї книги під назвою «Impulsive Differential Equations» (Samoilenko & Perestyuk 1995) (рис. 3), на який згодом з'явилася величезна кількість посилань.

Микола Олексійович є співавтором цілої низки підручників та навчальних посібників як для закладів вищої освіти (рис. 4), так і для школярів (рис. 5). Зокрема, він разом з А.М. Самойленком та І.О. Парасюком є співавтором україномовного підручника з диференціальних рівнянь. Книга побачила світ у 1994 році та увібрала досвід, набутий авторами за час викладання курсу «Диференціальні рівняння» для студентів механіко-математичного факультету впродовж 70 – 90-х років ХХ століття. У 2003 році вийшло друге, доповнене видання підручника, а у 2010 – третє видання (Самойленко, Перестюк & Парасюк, 2010). У 2005 році підручник «Диференціальні рівняння» відзначено Премією імені Тараса Шевченка Київського національного університету імені Тараса Шевченка, а його третє, доповнене видання (2010 р.) перекладено англійською мовою.



Рис. 4. Навчальні посібники кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь

На велику повагу заслуговує діяльність М.О. Перестюка з популяризації математики серед шкільної молоді. Протягом багатьох років він очолював журі заключного етапу Всеукраїнських учнівських олімпіад з математики.

Особливу увагу М.О. Перестюк завжди приділяв підвищенню загального рівня математичної освіти в середній школі, підготовці здібних і талановитих юних математиків. Разом із колегами він є автором численних навчальних посібників і збірників задач з елементарної математики (рис. 5). Ці книги для тисяч школярів стали висококваліфікованими помічниками – своєрідними заочними репетиторами – для

**Про диференціальні рівняння з імпульсним збуренням.
До 80-річчя від дня народження академіка Миколи Перестюка (1946 – 2024)**

Безущак О.О., Станжицький О.М., Капустян О.В., Собчук В.В., Сукретна А.В.

якісної підготовки до вступу і подальшого успішного навчання у найкращих вищих навчальних закладах країни. А для багатьох учнів українських шкіл (зокрема, для учасників різного рівня математичних олімпіад) ці видання стали стимулом і дороговказом у виборі майбутньої професії, пов'язаної з абстрактною або прикладною математикою.



Рис. 5. Посібники та збірники задач з математики для школярів.

3. Що ж таке диференціальні рівняння з імпульсним збуренням?

Звичайні диференціальні рівняння описують процеси, що змінюються плавно (безперервно) у часі. Однак у реальному світі багато процесів зазнають різких, миттєвих змін – імпульсів. Імпульсні системи використовуються для моделювання специфічних ефектів у різних областях природознавства, зокрема у:

- *біології та медицині* – моделювання введення ліків (ін'єкцій), що відбувається миттєво і різко змінює концентрацію речовини в організмі;
- *фізиці та техніці* – керування орбітою супутника за допомогою коротких імпульсів тяги; робота електронних схем із перемикачами тощо;
- *економіці* – раптові економічні шоки чи фінансові інтервенції.

На практиці при математичному описі еволюції реальних процесів, що зазнають короточасних зовнішніх впливів, часто зручно знехтувати тривалістю дії цих впливів та вважати, що ці збурення носять миттєвий характер. Така ідеалізація приводить до необхідності досліджувати динамічні системи з розривними траєкторіями або диференціальні рівняння з імпульсною дією.

Покажемо, як можна змоделювати такий процес на прикладі задачі про прийом ліків.

Припустимо, що деяка речовина розпадається в організмі людини зі швидкістю, що пропорційна масі речовини. Тоді динаміка зміни маси цієї речовини описується звичайним диференціальним рівнянням

$$m' = -km, \quad (1)$$

де $m = m(t)$ – невідома функція, що визначає масу речовини в організмі у момент часу t , а $k > 0$ – коефіцієнт пропорційності. До рівняння (1) потрібно додати початкову умову

$$m(t_0) = m_0, \quad (2)$$

яка задає початкову масу речовини.

Розв'язком задачі (1), (2) (яку в теорії диференціальних рівнянь називають *початковою задачею* або *задачею Коші*) є експоненціальна функція

$$m(t) = m_0 e^{-k(t-t_0)}.$$

Коефіцієнт k визначають емпірично. Скажімо, якщо додатково відомо, що період напіврозпаду речовини в організмі людини становить 2 години, то маємо, що в момент часу $t_0 + 2$ початкова маса речовини m_0 знизилась вдвічі, тобто

$$m_0 e^{-k(t_0+2-t_0)} = \frac{m_0}{2},$$

звідси маємо $e^{-2k} = \frac{1}{2}$ або $k = \frac{1}{2} \ln 2$. Отже, закон зміни маси речовини можна переписати у вигляді

$$m(t) = m_0 e^{-\frac{1}{2}(t-t_0) \ln 2} = m_0 \cdot 2^{-\frac{1}{2}(t-t_0)}. \quad (3)$$

Припустимо тепер, що про діючу речовину деякого лікарського засобу відомо, що у кількості, яка перевищує a грамів, вона є небезпечною, а при кількості, меншій за $\frac{a}{4}$, лікарський засіб перестає бути ефективним. Постає питання: яким має бути графік прийому та дозування, якщо ми прагнемо приймати ліки якомога рідше?

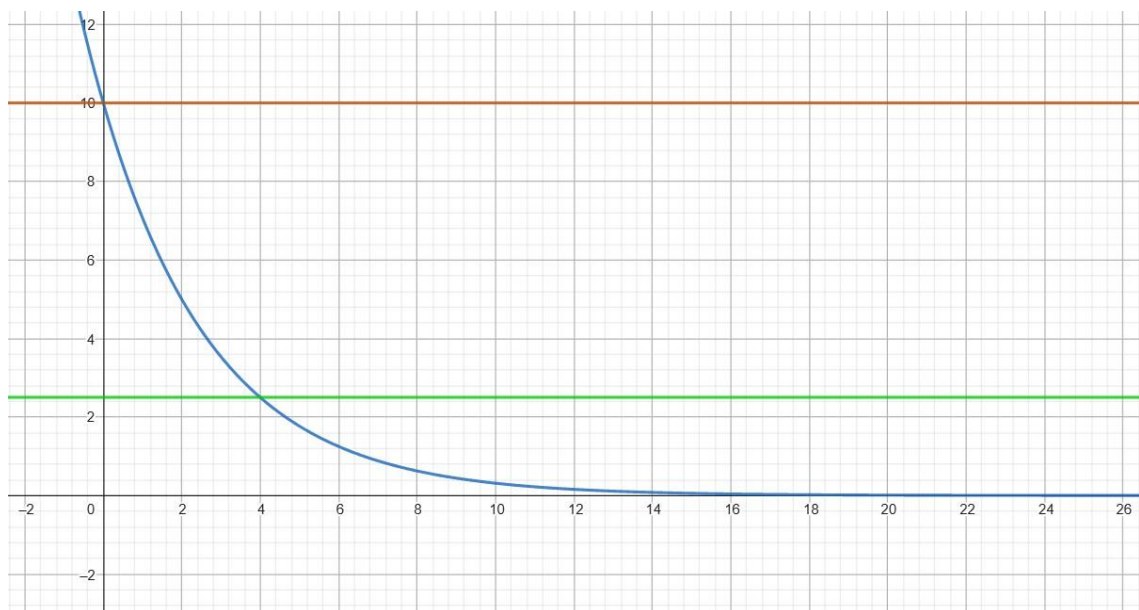


Рис. 6. Графік зміни кількості речовини при $a = 10$

**Про диференціальні рівняння з імпульсним збуренням.
До 80-річчя від дня народження академіка Миколи Перестюка (1946 – 2024)**

Безущак О.О., Станжицький О.М., Капустян О.В., Собчук В.В., Сукретна А.В.

Цілком очевидно, що перший прийом у умовний нульовий момент часу $t_0 = 0$ має становити максимально допустиму кількість a . Далі, відповідно до формули (3) при $t_0 = 0$ та $m_0 = a$ отримуємо закон зміни концентрації речовини

$$m(t) = a \cdot 2^{-\frac{1}{2}t}.$$

У певний момент часу t_1 рівень $m(t)$ досягне значення $\frac{a}{4}$:

$$a \cdot 2^{-\frac{1}{2}t_1} = \frac{a}{4} \Rightarrow t_1 = 4.$$

Отже, після моменту часу $t_1 = 4$ кількість діючої речовини стане неефективною і потребуватиме корекції. На рис. 6 зображено графік зміни кількості речовини у випадку $a = 10$ (графік отримано за допомогою кросплатформного динамічного математичного програмного забезпечення GeoGebra (GeoGebra Team, 2024)).

Якщо в момент часу $t_1 = 4$ ми поставимо нову початкову задачу з початковим значенням $m_1 = m(t_1) = a$, то зможемо підтримувати ефективну кількість ліків до моменту часу $t_2 = 8$:

$$m(t) = a \cdot 2^{-\frac{1}{2}(t-t_1)} = a \cdot 2^{-\frac{1}{2}(t-4)}, \quad t \in [4, 8).$$

Продовжуючи цей процес, отримуємо кусково-неперервну функцію

$$m(t) = a \cdot 2^{-\frac{1}{2}(t-t_i)} = a \cdot 2^{-\frac{1}{2}(t-4i)}, \quad t \in [4i, 4(i+1)), \quad i \in \mathbb{N} \cup \{0\}, \quad (4)$$

графік якої подано на рис. 7.



Рис. 7. Графік кусково-неперервної функції, заданої формулою (4)

З математичної точки зору диференціальне рівняння (1) у моменти часу $t_i = 4i$, $i = 1, 2, \dots$ піддається імпульсному впливу. Для запису цього впливу використовують функцію

$$\Delta m(t) = m(t + 0) - m(t - 0),$$

яка визначає величину стрибка. У нашому випадку

$$\Delta m(t_i) = m(t_i + 0) - m(t_i - 0) = a - \frac{a}{4} = \frac{3}{4}a, \quad i = 1, 2, \dots \quad (5)$$

Таким чином, кусково-неперервна функція (4) є розв'язком задачі з імпульсним збуренням (1), (2), (5) (за умови, що $k = \frac{1}{2} \ln 2$).

Задача з імпульсним збуренням (1), (2), (4) є однією з найпростіших, оскільки як моменти імпульсного впливу, так і величини стрибків у ній є сталими.

У загальному випадку, для опису системи з імпульсним збуренням нам потрібно задати систему диференціальних рівнянь

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x), \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in M \subseteq \mathbb{R}^n, \quad (6)$$

деяку множину $\mathfrak{S}_t \subset \mathbb{R} \times M$ та оператор стрибка A_t , який відображає множину \mathfrak{S}_t у деяку множину $A_t \mathfrak{S}_t \subset \mathbb{R} \times M$ (Samoilenko & Perestyuk 1995).

Процес відбувається таким чином: ми виходимо з початкового значення (t_0, x_0) і рухаємося вздовж траєкторії $(t, x(t))$, що визначається розв'язком системи (6) доти, доки в деякий момент часу t_1 точка не зустрінеться з множиною \mathfrak{S}_t . На множині \mathfrak{S}_t діє оператор A_t , який миттєво переносить точку $P_{t_1}(t_1, x(t_1))$ у точку $P_{t_1}^+(t_1, x^+(t_1)) = A_t P_{t_1}$ і далі ми продовжуємо рух уздовж розв'язку диференціального рівняння (6) з новою початковою умовою $(t_1, x^+(t_1))$ до наступної зустрічі з множиною \mathfrak{S}_t .

У компактному вигляді система диференціальних рівнянь з імпульсним збуренням задається рівностями

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(t, x), & (t, x) &\notin \mathfrak{S}_t; \\ \Delta x|_{(t,x) \in \mathfrak{S}_t} &= A_t x - x. \end{aligned} \quad (7)$$

У розглянутому прикладі множина \mathfrak{S}_t складалася з горизонтальної прямої $m = \frac{a}{4}$, а результатом дії оператора A_t є стале значення a для довільного m : $A_t m = a$.

У загальному випадку розв'язки системи з імпульсним впливом (7) можуть:

- не піддаватися імпульсному впливу, якщо відповідна інтегральна крива рівняння (6) не перетинає множину \mathfrak{S}_t або перетинає її у нерухомих точках оператора A_t ;

- піддаватися імпульсному впливу скінченну кількість разів;
- піддаватися імпульсному впливу зліченну кількість разів.

Серед розв'язків, інтегральні криві яких з множиною \mathfrak{S}_t мають зліченну кількість спільних точок, окремо слід виділити розв'язки, які поглинаються множиною \mathfrak{S}_t (тобто залишаються в \mathfrak{S}_t , починаючи з деякого моменту часу) або мають точку згущення, тобто при наближенні до певного моменту часу $t_1 > t_0$ зліченну кількість разів входять у множину \mathfrak{S}_t та виходять із неї і, таким чином, не можуть бути продовжені до моменту $t = t_1$.

Проілюструємо зазначені випадки на прикладі такої системи з імпульсним збуренням.

$$\frac{dx}{dt} = 0, \quad (t, x(t)) \notin \mathfrak{S}_t = \{(t, x) \in \mathbb{R}: x = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} t)\}, \quad (8)$$

$$\Delta x|_{(t,x) \in \mathfrak{S}_t} = x^2 \operatorname{sign} x - x. \quad (9)$$

Для початку дослідимо множину $\mathfrak{S}_t = \{(t, x) \in \mathbb{R}: x = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} t)\}$. Оскільки функція $\operatorname{tg} t$ невизначена в точках $t = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, то рівність $x = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} t)$ коректно визначена для $t \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, $n \in \mathbb{Z}$. На кожному з цих інтервалів, використовуючи формули зведення, маємо $x = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} t) = t - \pi n$, для $t \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$. Отже, множина \mathfrak{S}_t складається з відрізків прямих $x = t - \pi n$, визначених на інтервалах $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$ і всі ці прямі лежать у горизонтальній смугі $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ (див. рис. 8).

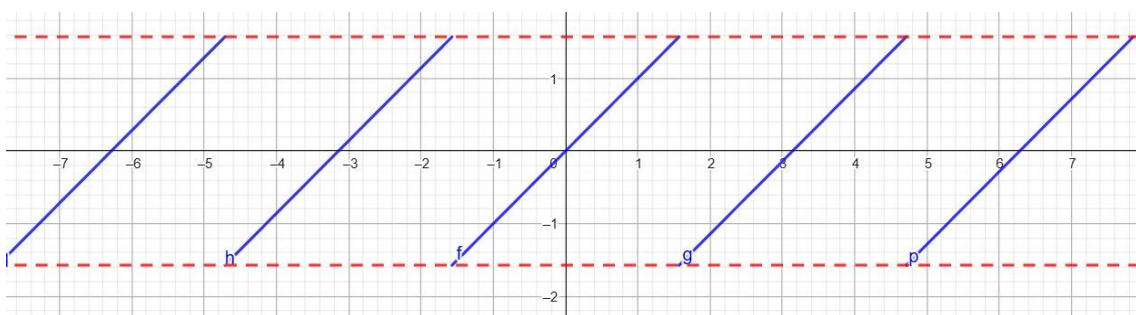


Рис. 8. Множина \mathfrak{S}_t

Траєкторією рівняння (8) без імпульсного збурення, що починається у точці $(0, x_0)$, буде горизонтальна пряма $x = x_0$.

Цілком очевидно, що якщо $|x_0| \geq \frac{\pi}{2}$, то така траєкторія не матиме спільних точок із множиною \mathfrak{S}_t при всіх $t \geq 0$, а отже, такі траєкторії імпульсних збурень не зазнаватимуть (салатова траєкторія на рис. 9).

$\left\{t_2^g = \pi n + \frac{1}{2^{2^n}}, n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\right\}$, і буде кусково-сталою функцією зі значеннями $x = x_i^g = \frac{1}{2^{2^n}}$:

$$x^g(t) = \frac{1}{2}, \quad t \in [0, 1);$$

$$x^g(t) = \frac{1}{2^{2^{n+1}}}, \quad t \in \left[\pi n + \frac{1}{2^{2^n}}, \pi(n+1) + \frac{1}{2^{2^{n+1}}}\right), \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

Ця траєкторія зображена зеленим кольором на рис. 9.

Інтегральні криві, що починаються з точок $x_0 = 0$ або $x_0 = \pm 1$, також зліченну кількість разів потраплятимуть у множину \mathfrak{S}_t , однак імпульсному впливу вони не піддаватимуться, оскільки значення 0 та ± 1 є нерухомими точками оператора стрибка у (9).

Траєкторії, що починаються при $t = 0$ з точок інтервалу $(-1, 0)$, на часовому проміжку $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ піддаються імпульсному впливу зліченну кількість разів, але, на відміну від уже розглянутих випадків, це відбувається протягом скінченного проміжку часу – таке явище називають *биття розв'язку*. Крім того, послідовність моментів імпульсного впливу має граничну точку $t = \pi$, а тому відповідний розв'язок імпульсної системи (8), (9) не можна продовжити за цю точку.

Як приклад розглянемо розв'язок, що починається в точці $x_0^p = -\frac{1}{2}$. У момент часу $t_1^p = \pi - \frac{1}{2}$ траєкторія розв'язку $x^p(t) = -\frac{1}{2}$, $t \in \left[0; \pi - \frac{1}{2}\right)$, потрапляє у множину \mathfrak{S}_t і зазнає імпульсної дії: відбудеться стрибок у точку $-\frac{1}{4}$. Подальша траєкторія $x^p(t) = -\frac{1}{4}$, $t \in \left[\pi - \frac{1}{2}, \pi - \frac{1}{4}\right)$, у момент часу $t_2^p = \pi - \frac{1}{4}$ знову потрапляє в множину \mathfrak{S}_t , і знову відбувається стрибок – цього разу з точки $-\frac{1}{4}$ у точку $-\frac{1}{16}$. Аналогічні імпульсні впливи відбуваються надалі. У результаті отримуємо імпульсний розв'язок

$$x^p(t) = -\frac{1}{2}, \quad t \in \left[0, \pi - \frac{1}{2}\right);$$

$$x^p(t) = -\frac{1}{2^{2^{n+1}}}, \quad t \in \left[\pi - \frac{1}{2^{2^n}}, \pi - \frac{1}{2^{2^{n+1}}}\right), \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

Розв'язок подано на рис. 9 рожевим кольором. Для цієї траєкторії послідовність моментів імпульсного впливу $\left\{\pi - \frac{1}{2^{2^n}}\right\}_{n \geq 0}$ очевидно є збіжною: $\pi - \frac{1}{2^{2^n}} \rightarrow \pi$, $n \rightarrow \infty$.

Попри видиму простоту прикладу (8), (9) він виразно демонструє, як імпульсні збурення впливають на розв'язки динамічної системи. Зокрема, ми побачили, що наявність імпульсних збурень може впливати на єдиність розв'язку (розв'язки з різними початковими даними з певного моменту часу зливаються в один) та на його продовжуваність (розв'язок багаторазово потрапляє у множину імпульсних збурень – «б'ється» об множину \mathfrak{S}_t , – що унеможливорює його подальше продовження).

4. Висновки

Теорія імпульсних систем, розвинена Миколою Олексійовичем Перестюком та його учнями, є мовою для опису та проектування складних високотехнологічних систем. Вона знайшла застосування у створенні точніших та ефективніших медичних протоколів, у розробленні надійних систем автоматичного керування (робототехніки), оптимізації фінансових та логістичних процесів тощо.

Академік Перестюк заснував потужну наукову школу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка. Його праці стали класичними підручниками й основними джерелами знань для студентів і дослідників. Він є автором і співавтором фундаментальних монографій, перекладених англійською мовою, які й досі вважаються еталонними у світі. Саме це забезпечило міжнародне визнання української математичної школи в галузі диференціальних рівнянь. Багато його учнів та послідовників сьогодні успішно працюють у провідних наукових центрах по всьому світу.

Внесок М.О. Перестюка – це приклад того, як фундаментальна наука, що на перший погляд здається абстрактною, може мати глибокий і довготривалий вплив на інженерію та технології, створюючи інструменти для моделювання й керування складними процесами.

Шанування Світлої Пам'яті

Колектив механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка та кафедра інтегральних та диференціальних рівнянь з глибоким сумом і невимовною повагою вшановують світлу пам'ять академіка НАН України, доктора фізико-математичних наук, професора Миколи Олексійовича Перестюка з нагоди 80-річчя від дня його народження.

Ми складаємо шану **Видатній Людині** та **Вченому**, чия титанічна праця назавжди закарбувалася в історію світової математики, зокрема як одного із засновників теорії диференціальних рівнянь з імпульсною дією.

Микола Олексійович назавжди залишиться в пам'яті поколінь як багаторічний і незмінний декан факультету, який віддав своє життя становленню та розвитку *alma mater*; незмінний завідувач кафедри, що виховав плеяду талановитих математиків; як Мудрий Наставник і Педагог, чий принциповість, вимогливість та водночас батьківська доброта слугували орієнтиром для студентів, аспірантів та колег.

Ваше життя стало взірцем беззаперечної відданості науці та університетській справі. Ми глибоко вдячні за кожен урок, за підтримку та за ту потужну наукову школу, яку Ви нам залишили.

Ваш внесок – це безцінна спадщина. Ми гідно несемо і нестимемо через роки світлу пам'ять про Вас, продовжуючи Вашу справу на науковій та освітній ниві.

Список використаних джерел

Samoilenko, A.M., Perestyuk, N. A. (1995). *Impulsive Differential Equations*. World Scientific. 560 p.

**Про диференціальні рівняння з імпульсним збуренням.
До 80-річчя від дня народження академіка Миколи Перестюка (1946 – 2024)**

Безущак О.О., Станжицький О.М., Капустян О.В., Собчук В.В., Сукретна А.В.

Безущак, О., Городній, М., Жук, Я., Капустян, О., Лимарченко, О., Ловейкін, А., Мішура, Ю., Моклячук, М., Парасюк, І., Петравчук, А., Станжицький, О., Сукретна, А., Харитонов, О., Чайковський, А., Шевчук, І., Ямненко, Р. (2024) Академік М.О. Перестюк (01.01.1946 – 25.01.2024) – видатний вчений і педагог. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Фізико-математичні науки*. Том 78 №1. С. 5 – 16.

Перестюк Г.О. (2024). Великі вчені теж були дітьми. *У світі математики*. 2024. Вип. 1. С. 6 – 9.

Самойленко, А.М., Перестюк, М.О., Парасюк, І.О. (2010) *Диференціальні рівняння: підручник* (3-тє вид., перероб. і допов.). К.: ВПЦ "Київський університет". 600 с.

GeoGebra Team. (2024). GeoGebra Classic (Version 6.0) [Computer software]. International GeoGebra Institute. <https://www.geogebra.org>.

Отримано редакцією журналу: 18.11.2025

Прорецензовано: 28.11.2025

Схвалено до друку: 26.12.2025

Oksana BEZUSHCHAK, Dr.Sc. (Phys&Math), Prof.

ORCID ID: 0000-0003-3654-6753

e-mail: bezushchak@knu.ua

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

Oleksandr STANZHITSKYI, Dr.Sc. (Phys&Math), Prof.

ORCID ID: 0000-0002-1456-729X

e-mail: stanzhytskyi@knu.ua

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

Oleksiy KAPUSTYAN, Dr.Sc. (Phys&Math), Prof.

ORCID ID: 0000-0002-9373-6812

email: kapustyan@knu.ua

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

Valentyn SOBCHUK, Dr.Sc.Tech., Prof.

ORCID ID: 0000-0002-4002-8206

e-mail: sobchuk@knu.ua

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

Anna SUKRETNA, Ph.D (Phys&Math), Assoc. Prof.

ORCID ID: 0000-0002-2985-1250

e-mail: sukretna.a.v@knu.ua

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

**ON DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH IMPULSIVE PERTURBATIONS.
TO THE 80TH ANNIVERSARY OF ACADEMICIAN MYKOLA PERESTYUK (1946 – 2024)**

Abstract. *This article is dedication to the life and scientific path of the famous Ukrainian mathematician M.O. Perestyuk. The problems of the differential equations with impulse action theory, which was one of the leading M.O. Perestyuk's research directions, are illustrated by examples accessible to a wide audience.*

Keywords: *Mykola O. Perestyuk; differential equations with impulsive perturbations; beating of solution.*