КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ВИСОКИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Завідувач кафедри нанофізики та наноелектроніки
доктор ф.-м. н. Валерій Антонович Скришевський
Протокол №____ засідання кафедри
від “____” _____20___ р.

# ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГОРИТМІВ ФОКУСУВАННЯ СВІТЛА КРІЗЬ РОЗСІЮЮЧЕ СЕРЕДОВИЩЕ

Випускна кваліфікаційна робота магістра
студента спеціальності 105
Прикладна фізика та наноматеріали
ОП «Високі технології (Прикладна фізика та наноматеріали)»
**Яковенка Ігоря Сергійовича**

Науковий керівник від кафедри
доцент кафедри нанофізики
та наноелектроніки
к.ф.-м.н., доцент **Коваленко Андрій Віленович**

Оцінка захисту роботи
_____

Київ − 2024 р.

# АНОТАЦІЯ

Яковенко І. С. Дослідження алгоритмів фокусування світла крізь розсіююче середовище. – Випускна кваліфікаційна робота магістра за спеціальністю 105 Прикладна фізика та наноматеріали ОП «Високі технології (Прикладна фізика та наноматеріали)».

У роботі досліджено ефективність фокусування світла крізь розсіююче середовище із застосуванням послідовного алгоритму оптимізації модулятора. Для цього створено програму на мові C++, у якій здійснюється симуляція досліду з фокусування крізь розсіююче середовище шляхом оптимізації модулятора за допомогою зворотнього зв’язку з детектора за зразком. У ній здійснено 30 серій по 100 числових експериментів для різної кількості контрольованих пікселей модулятора. В кожному було згенеровано окрему реалізацію розсіюючого середовища, здійснено оптимізацію полслідовним алгоритмом та визначено двома способами коефіцієнт підсилення разом з іншими допоміжними величинами. Після цього здійснено повторну оптимізацію за алгоритмом повного перебору та розраховано ідеальний коефіцієнт підсилення. Проаналізовано зміну поведінки параметрів якості фокусування зі зростанням кількості пікселів.

Для оцінки надійності алгоритму досліджено відношення інтенсивності у фокусі, отриманої послідовним методом до інтенсивності, отриманої перебором.

Порівняно отримані результати з найкращим можливим фокусуванням, що досягалося при використанні алгоритму повного перебору. Доведено високу ефективність послідовного алгоритму. Визначено межі його застосовності в залежності від кількості пікселів. За допомогою екстраполяції передбачено поведінку алгоритму при великій кількості пікселів. Продемонстровано неоптимальність послідовного алгоритму.

**Ключові слова:** хвильовий фронт, просторовий модулятор світла, матриця передачі, оптимізація хвильового фронту, алгоритми фокусування.

ЗМІСТ

Вступ……..…….…….4

Розділ 1. Основні положення методик формування хвильового фронту.....6

1.1. Матричний опис розповсюдження світла у середовищі…….…6

1.1.1. Матриці передачі та розсіювання……6

1.1.2. Вимірювання передавальної матриці……..7

1.1.3. Визначення полів у вихідних модах……..…….9

1.1.4. Отримання фокусу...……...……12

1.2. Постановка задачі оптимізації вхідного поля……..……...13

1.2.1. Максимізація передачі у обрану моду……...……13

1.2.2. Відношення обсягів падаючого та переданого світла…..…...15

1.3. Оцінка якості фокусування…….....16

1.3.1. Загальний вираз для коефіцієнту підсилення……...16

1.3.2. Середня інтенсивність цільової моди як референтне значення……..16

1. 3.3. Співвідношення сигнал-фон (контрастність)…...……...18

1.3.4. Точність модуляції…...……...…19

1.3.5. Лінійність коефіцієнту підсилення.…...…….…….....20

1. 4. Алгоритми формування хвильового фронту……..……23

1.4.1. Загальні відомості про алгоритми оптимізації…….....23

1. 4.2. Принцип роботи послідовного алгоритму..…...……...….....25

1. 4.3. Принцип роботи алгоритму повного перебору..…….……26

Розділ 2. Структура та результати досліджень…..……28

2. 1. Постановка експерименту та методика вимірювань…..…...…..……28

2. 2. Отримані результати……31

Висновки……39

Перелік посилань……..…….…...40

# Вступ

Можливість фокусування світла через розсіююче середовище має численні застосування у різних галузях фізики, адже дозволяє фактично зробити предмети прозорими у видимому світлі, що полегшує їх дослідження. За визначенням, всі видимі об’єкти розсіюють світло. При цьому у частини світлових хвиль змінюється лише напрямок, а енергія зберігається – таке розсіювання називається еластичним. На відміну від балістичного, частка такого світла зростає зі збільшенням глибини проникнення у зразок. І хоча багаторазова зміна напряму при кожному розсіюванні унеможливлює точне відновлення початкових параметрів випромінювання, між світлом на вході та виході зразка існує детерміністичний зв’язок. Він забезпечується лінійністю рівнянь поширення світла та їх часовою інваріантністю.

Це означає, що маніпулюючи падаючим когерентним світлом можна керувати полем всередині та за зразком, і перетворити світлову картину випадкового характеру, котра носить назву “спекл”, на точковий фокус або складні зображення. Для цього використовують просторові модулятори світла – пристрої що дозволяють змінювати амплітуду чи фазу світлової хвилі. Фазові модулятори вирізняються якістю фокусування, а амплітудні – швидкодією. Зважаючи на те, що в галузі біомедичної оптики більшість зразків суттєво змінюються за відносно малий час, пріоритетом при виборі модулятора є саме швидкість  його роботи, адже методика дуже чутлива до змін середовища.

Однак, щоб отримати на модуляторі конфігурацію, потрібну для фокусування, необхідно спершу розв’язати задачу оптимізації: знайти вхідне поле, яке максимізує передачу у обрану моду. Для цього використовують низку ітеративних алгоритмів, які за допомогою даних з детектора за зразком визначають моди, що мають деструктивний інтерференційний внесок у кінцевій точці, та залишають лише конструктивні.

Оскільки вплив середовища на окрему моду носить випадковий характер, глобальний максимум можна точно знайти, імовірно, лише повним перебором усіх варіантів. Для амплітудної модуляції такий алгоритм має складність $O(2^n)$, де n – кількість контрольованих мод. Якщо модуляція бінарна, то для досягнення гарного фокусування n має бути достатньо велике. Такі обчислення займають суттєвий час, а часто є зовсім неможливими, тому на практиці використовують алгоритми поліноміальної складності, які дають наближений розв'язок. Найпоширенішим з них є послідовний алгоритм, що визначає відгук кожного окремого пікселя і має лінійну складність. Попри гарну швидкість, ефективність такого фокусування зменшується при зростанні числа контрольованих мод, тому корисно проаналізувати її для різної кількості мод в порівнянні з найкращим можливим результатом, отриманим методом повного перебору. Це дозволить у явному вигляді встановити переваги та недоліки існуючих алгоритмів, обґрунтувати доцільність їх використання а також з'ясувати чи необхідно надалі їх розвивати.

Метою даної роботи є дослідження ефективності алгоритмів оптимізації модулятора при фокусуванні світла крізь розсіююче середовище і порівняння отриманих результатів з досягнутими за допомогою алгоритму повного перебору для визначення доцільності їх використання та виявлення необхідності пошуку нових і покращення існуючих алгоритмів.

Актуальність роботи полягає у тому, що наразі не є відомим алгоритм, котрий дозволив би знайти глобальний максимум поля у цільовій моді за короткий час для великого числа контрольованих мод, а ефективність існуючих змінюється в залежності від кількості мод. В умовах необхідності економії часу питання вибору найкращого алгоритму фокусування є досить важливим. Серед застосувань алгоритмів фокусування: мікроскопія біологічних тканин, ендоскопія, оптичні пастки, надрозрізнення зображень,

нано-позиціонування та криптографія, формування зображень через мультимодові оптичні волокна, оптогенетика, тривимірні дисплеї, тощо.

# Розділ 1.
# Теоретичні основи методики формування хвильового фронту

## 1.1. Основні положення методик формування хвильового фронту

### 1.1.1. Матричний опис розповсюдження світла у середовищі

Як відомо, світло є електромагнітною хвилею, що поширюється за лінійним, часово-інваріантним законом. Подібну поведінку виявляють і інші типи хвиль, зокрема радіо- та ультразвукові. Ці їх властивості зберігаються при еластичному розсіюванні, в тому числі неоднократному. Внаслідок цього вплив довільного діелектричного розсіюючого середовища на світло носить детерміністичний характер і може бути представлений як лінійне перетворення компонент поля.

У мезоскопічній фізиці лінійні перетворення зазвичай описують за допомогою матриці розсіювання S, що пов’язує кожну моду поля на вході зразка з відповідною модою вихідного поля. Для того, щоб сформувати зображення достатньо вважати досліджуване середовище пластинкою, на одну з сторін якої падає світло, що після проходження її об’єму збирається з іншої сторони. В цьому випадку кількісний зв’язок між полем вхідних і вихідних мод задається однією з складових матриці розсіювання S – матрицею передачі T.

Ці матриці зазвичай застосовуються для знаходження статистичних показників або характеристичних середніх значень, тому їх майже ніколи не знаходять повністю у явному вигляді. З іншого боку, це дозволить

передбачити результат поширення розсіяного зразком світла. Тоді можливо і зворотнє: за бажаними показниками поля на виході передбачити вхідне поле, яке для цього потрібно. Наприклад, для створення одного чи декількох точкових фокусів достатньо за допомогою матриці передачі знайти ті моди вхідного поля, що найбільше сприяють досягненню високої інтенсивності у заданих точках, і спрямувати світло саме у них.

### 1.1.2. Вимірювання передавальної матриці

Процес вимірювання передавальної матриці довільної лінійної системи полягає у визначенні відгуку цільової моди середовища, при потраплянні на нього певного світлового візерунку. Якщо провести серію таких дослідів, можливо визначити з цього набору значень найкращу можливу апроксимацію матриці передачі T. Для цього необхідно створити послідовність вхідних конфігурацій, кількість яких, а також об’єм інформації, що може бути з них отримана, залежить від використаного джерела, модулятора та детектора. Модулятором в цьому випадку називають пристрій, що створює задані вхідні поля.

Такий підхід є дуже чутливим до стабільності середовища протягом тривалого часу, якого вимагає значна кількість вимірювань, необхідних для визначення матриці передачі. Це пов’язано з необхідністю збереження конкретної реалізації випадкового процесу протягом усього досліду.

Як правило, у дослідах з фокусування світла середовище освітлюється лазером, промінь якого поділяється на складові і редагується за допомогою просторового модулятора світла ПМС. Цей процес зображено на рис. 1.1. Світло, розсіяне зразком, потрапляє на ПЗЗ матрицю, що фіксує отриманий спекл. Для контролю світлового пучка також використовують допоміжні оптичні елементи.

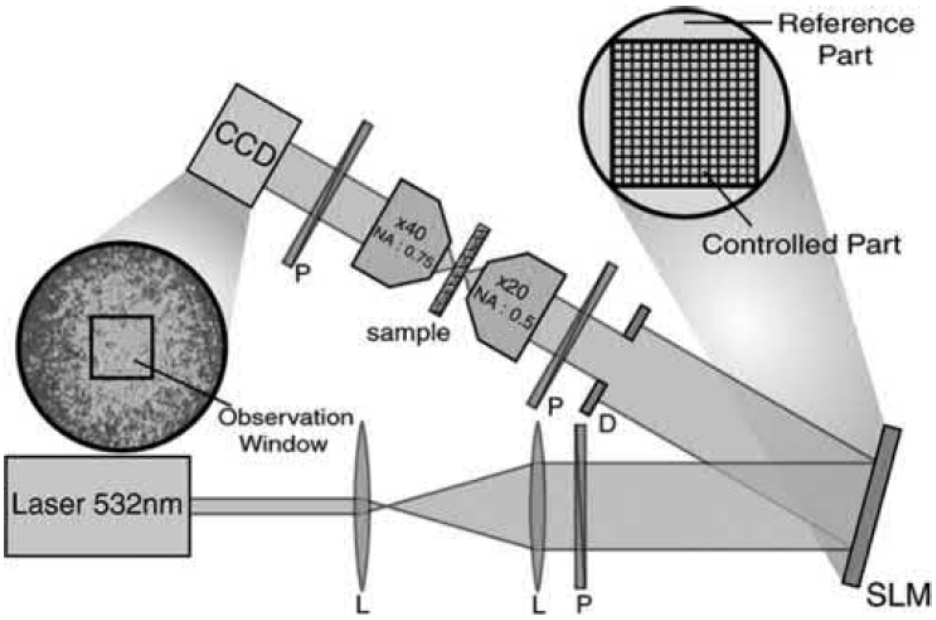


Рисунок 1.1 – Типовий дослід з вимірювання передавальної матриці. Розширений пучок лазерного світла потрапляє на дзеркальний ПМС. Відредагований пучок променів проектується на ділянку розсіюючого зразка, на виході з якого утворюється спекл, що фіксується ПЗЗ камерою. Тут L – лінза, P – поляризатор, D – діафрагма [1] [4].

Розглянемо процес визначення матриці переносу на прикладі першого практично реалізованого фокусування, про яке повідомлено у [1]. В якості модулятора зазвичай використовують так звані просторові модулятори світла (ПМС). Вони, здебільшого, є рідкокристалічними матрицями, що здатні здійснювати лише фазову модуляцію. В такому випадку кожен з пікселів може дискретно змінювати фазу вхідного світла в межах [0, 2π].

Отримання матриці передачі, що пов’язує N пікселів модулятора та M пікселів детектора, передбачає знаходження комплексних коефіцієнтів $t_{mn}$, що виражають поле n-го пікселя на вході у довільному базисисі через поле m-го пікселя на виході. Вихідні поля можуть бути у іншому базисі, тому для спрощення обидва базиси вважаємо ортонормованими:

$$E_{\text{вих}} = \sum_m t_{mn} E_{\text{вх}} \qquad (1.1)$$

Отримана таким чином матриця передачі $T = (t_{mn})$ насправді характеризуватиме не лише досліджуване середовище, а всю оптичну систему, розташовану між модулятором і детектором, включно з допоміжними оптичними елементами. Проте, дотримуючись певних умов можна спростити ситуацію. Так, коли модулятор або площина детектора спряжені до вхідної або вихідної поверхні матеріалу, їх пікселі відповідають ділянкам зразка. Якщо ж модулятор або детектор розташовані у площині Фур'є, то пікселі наближено відповідатимуть k-векторам середовища.

Для вимірювання передавальної матриці, необхідно спроектувати на модулятор набір вхідних конфігурацій. Щоб точно описати всі можливі стани вхідного поля, необхідно щоб набір контрольованих мод відповідав повному ортонормованому базису.

Зокрема, канонічний базис відповідає модулюванню окремих пікселів. Для виключно фазових модуляторів прийнято використовувати базис Адамара (рис. 1.2), хоча він і обмежений конкретними значеннями розмірності модулятора, кількість пікселів якого має складати $N = 2^p$.

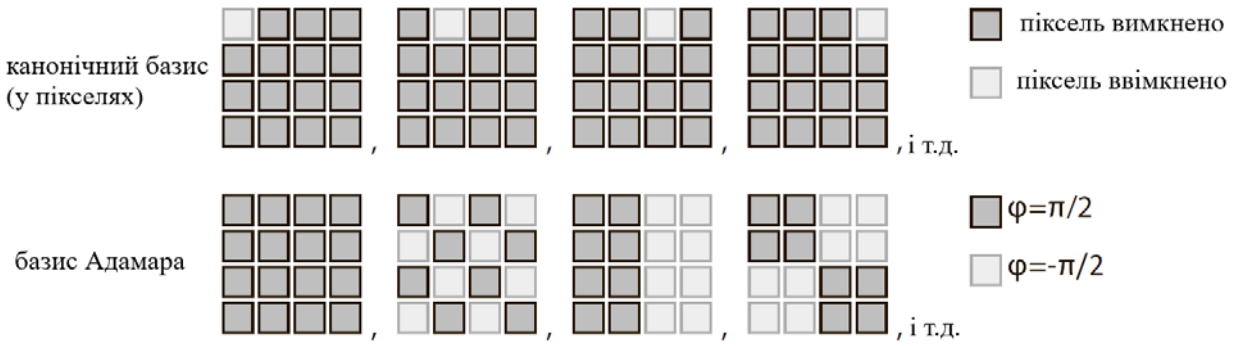


Рисунок 1.2 – Візуалізація модулятора у канонічному базисі та у базисі Адамара [4].

### 1.1.3. Визначення полів у вихідних модах

Багатократне розсіювання призводить до того, що одна вхідна мода впливає на поле усіх вихідних мод, тому потрібно визначати відгук кожної з них. Але оптичні детектори здатні визначати лише інтенсивність, тому амплітуду та фазу потрібно визначати окремо. Для цього можна використати цифрову голографію, що полягає в отриманні інтерференційної картини від променя з невідомою фазою та амплітудою та іншого променю, параметри якого відомі. З неї можна визначити відповідні величини для невідомого променю.

Одним із способів це зробити є голографія із застосуванням нахиленої пласкої хвилі від того самого лазера в якості опорного для створення інтерференційної картини [5]. Внаслідок застосування двовимірного перетворення Фур'є до отриманого на детекторі розподілу інтенсивностей, інтерференційний екстремум зміщується відносно нульового порядку. Таким чином можливо отримати інформацію стосовно амплітуди і фази з одного зображення (див. рис. 1.3).

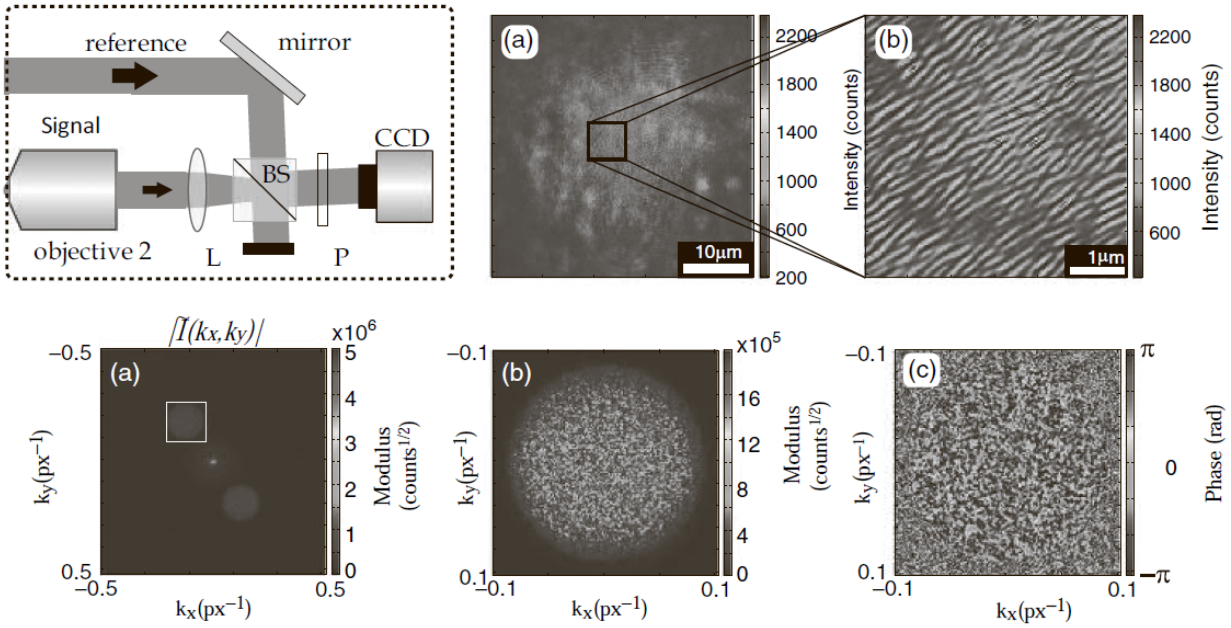


Рисунок 1.3 – Схема експерименту з знаходження параметрів поля у точках спеклу за допомогою голографії з використанням нахиленої пласкої опорної хвилі. У верхній частині зображено установку і голографічну картину різного масштабу, отриману ПЗЗ камерою (a,b). У нижній частині в пункті (a) наведено двовимірне перетворення Фур'є

картинки з ПЗЗ. На ній інтерференційні максимуми розділені, а перший порядок дифракції обведено білим квадратом для відтворення амплітуди b) і фази c) [4].

Також можна використати голографію зі зсувом фаз [6]. У ній в якості опорної застосовується ненахилена пласка хвиля. В цьому випадку необхідно здійснити обробку декількох інтерференційних зображень (щонайменше трьох), що мають відрізнятися одне від одного різницею фаз між опорного і сигнального променю. Таким чином вимірювання займатимуть щонайменше втричі більше часу, але це дозволить повністю використати роздільну здатність детектора.

Ці методи мають спільний недолік, що полягає у необхідності підтримувати інтерференційну стабільність зовнішнього опорного променю протягом усієї тривалості досліду, тобто близько декількох хвилин для типових досліджень. У [1] було використано інший підхід, у якому в якості опорного замість зовнішньої пласкої хвилі було використано частину вхідного світла, що не проходила модулятор. Його також пропускали через зразок, в результаті чого утворювався інший спекл. Порівнюючи два спекли можна визначити амплітуду та фазу модульованого променю. Проте точність параметрів, отриманих таким способом нижча, адже спекл менш чіткий ніж інтерференційна картина. Тим не менш, в більшості випадків обидва методи будуть майже еквівалентні, зокрема при фокусуванні.

Вимірювання матриці передачі триває доти, поки не буде отримано базис для N вхідних пікселів. Тому кількість пар вимірювань перед модулятором і за середовищем складає як мінімум N. Враховуючи, що типові ПЗЗ камери фіксують 10-100 кадрів в секунду (хоча існують пристрої з частотою понад 1000 Гц), обмежуючим фактором є саме швидкість перемикання фазових рідкокристалічних модуляторів, що лежить у межах 10-20 Гц. Це зумовлено тим, що кристалу для зміни орієнтації потрібен ненульовий час. Наприклад, для вимірювання передавальної матриці розміром N=1024 у [1] було витрачено декілька хвилин. Амплітудні ж

модулятори, такі як масиви мікродзеркал, досягають щвидкодії у 23 КГц [11]. Тому у [7] обмежуючим фактором була камера з частотою 500 Гц. З використанням гальванометричних скануючих зеркал вимірювання N=6000 вхідних мод тривало не більше 6 секунд, але сканери мали можливість створювати лише деякі конфігурації хвильового фронту.

### 1.1.4. Отримання фокусу

Після отримання передавальна матриця точно описуватиме поширення світла з комірок модулятора до пікселів детектора, якщо середовище не зазнало жодних змін. Це дозволяє за бажаним станом вихідних мод відтворити вхідні і навпаки, знаючи параметри падаючого світла передбачити характер спеклу. Останнє може бути використано у криптографії, як ключ, котрий неможливо підробити [12].

У цьому дослідженні зусилля зосереджено на визначенні хвильового фронту, що дозволяє отримати фокус у задані точці. Такий хвильовий фронт називатиметься оптимальним, і може бути отриманий з фазової спряженості цільового поля:

$$E_{\text{вхідне}} = T^{\top} E_{\text{цільове}} \tag{1.2}$$

Використовуючи лише фазову, або лише амплітудну модуляцію не вдасться сформувати задану таким чином моду. Тим не менш, як відомо з акустики, фаза є найбільш важливою для модуляції, тому кінцевий результат фокусування відрізняється від амплітудно – фазової модуляції лише відношенням сигнал\шум, в якому програє у два рази. Тому для фокусування достатньо використовувати лише один з параметрів і нехтувати іншим на користь швидкодії. Це покладено в основу практичних дослідів з фокусування в одній точці: внесок кожного пікселя можливо зорієнтувати за

фазою, або змінити за амплітудою таким чином, щоб збільшити загальну передачу у фокус. Це досягається за допомогою ітеративної оптимізації, про яку йтиметься далі. В ідеальних умовах для сильно розсіюючого середовища ефективність фокусування залежить лише від числа степенів просторової свободи, що відповідає кількості пікселів. Зокрема, відношення інтенсивності світла у фокусі до середньої інтенсивності фону може бути подане як $\frac{\pi}{4}N$, якщо вважати, що розподіл інтенсивності фону не змінюється у процесі оптимізації.

## 1.2. Постановка задачі оптимізації вхідного поля

### 1.2.1. Максимізація передачі у обрану моду

Будь-яке розсіююче середовище пропускатиме крізь себе певну частину когерентного світла від лазера, що на нього спрямований. В результаті утвориться інтерференційна картина випадкового характеру, що називається спекл (див. Рис. 1.4). В загальному випадку передбачити характер спеклу неможливо, хоча для конкретної реалізації середовища розсіювання світла є детермінованим. Як було показано раніше, поширення світла у довільному лінійному середовищі (включно з поглинаючими та магнітооптичними) описується за допомогою матриці передачі T:

$$E_b = \sum_a^N t_{ba} E_a \tag{1.3}$$

Компонентами матриці T є елементи $t_{ba}$, де індекс a відповідає компонентам вхідного поля $E_a$ в деякому довільному ортогональному базисі, а індекси b використовуються для позначення компонент поля на виході $E_b$, що можуть бути у іншому базисі, котрий теж має бути ортогональним.

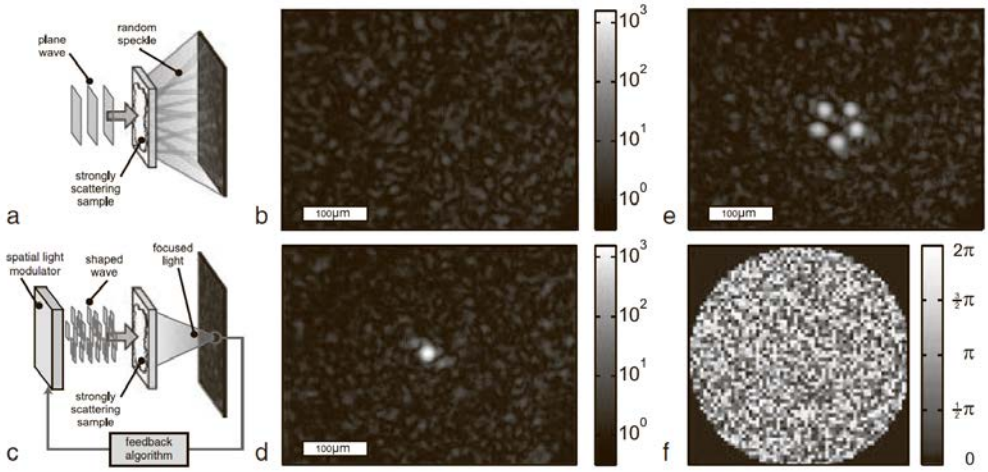


Рисунок 1.4 – Схема досліду з отримання одного чи декількох фокусів. (a) Спекл утворюється внаслідок розсіювання когерентного світла зразком. (b) Інтенсивність у точках спеклу за логарифмічною шкалою позначено відтінками сірого. (c) Вхідний промінь модулюється просторовим світловим маніпулятором, що програмується з використанням зворотнього зв'язку з детектора, розташованого за зразком. Алгоритм оптимізації знаходить необхідні параметри модуляції для отримання фокусу за зразком, в результаті чого інтенсивність світла у цільовій точці суттєво зростає(d).(e) Поєднуючи зворотній зв'язок з декількох точок, можна отримувати за зразком прості зображення. (f) Фаза вхідного хвильового фронту, що був використаний для вимірювань (e) [4].

При отриманні фокусу процес формування хвильового фронту полягає у вирішенні задачі оптимізації: необхідно знайти таке поле $E_a$, що відповідає найбільшій інтенсивності у обраній вихідній моді β, що відповідає бажаній конфігурації поля. Якщо передавальна матриця лінійної системи відома, знайти розв'язок задачі оптимізації нескладно. Інтенсивність у моді β можна записати у вигляді $I_\beta \equiv \left|E_\beta\right|^2$. Підставивши у рівняння (1.3), маємо:

$$I_\beta = \left|\sum_a^N t_{\beta a} E_a\right|^2 \leq \sum_a^N \left|t_{\beta a}\right|^2 \sum_{a'}^N |E_{a'}|^2 \qquad (1.4)$$

У рівнянні застосовано нерівність Коші-Шварца, тому треба пам'ятати, що рівність встановлюється лише коли $E_a \propto t_{ba}^*$. За умови, що потужність падаючого на модулятор світла $P_{in} \equiv \sum_a^N |E_a|^2$ не змінюється у часі, оптимальне вхідне поле можна подати у вигляді:

$$\hat{E}_a = E_0 t_{\beta a}^* \qquad (1.5)$$

Тут $E_0 = \left(P_{\text{вх}}/\sum_a^N \left|t_{\beta a}\right|^2\right)^2$ - стала нормалізації. Вона забезпечує сталість потужності на вході. Такий вираз відповідає глобальному максимуму, що визначений для певного значення початкової фази.

### 1.2.2. Відношення обсягів падаючого та переданого світла

В методиках формування хвильового фронту контроль над вхідним випромінюванням дозволяє лише керувати інтерференційним внеском компонент поля в певній точці. Перенапрямити світло у іншу точку змінюючи конфігурацію модулятора неможливо. Тому у обраній точці буде сфокусувано лише певну частину від повного обсягу вхідного світла. Зазвичай після оптимізації фокусу досягає 1% початкової потужності світла, або менше. З рівняння (1.4) можна отримати:

$$\frac{I_\beta}{P_{\text{вх}}} \leq T_\beta, \text{де } T_\beta \equiv \sum_a^N \left|t_{\beta a}\right|^2 \tag{1.6}$$

У контексті спряження фаз таке співвідношення є наслідком симетрії: $T_\beta$ відповідає частині початкової потужності, що досягає системи спряження фаз. Якщо у формуючу систему потрапляє 0.1% світла від джерела, то у фокус можна спрямувати менш ніж 0.1% фазово спряженого світла. Світло, що не потрапило у систему може відбитися від зразка, поглинутися ним, або взяти участь в утворенні фону спеклу навколо фокусу. Зазвичай $T_\beta \ll 1\%$ , що можна пояснити низкою чинників: відбите та поглинуте зразком світло не потрапляє у площину фокусування, модуляція керованих компонент відбувається в неповному обсязі, а формуюча система обмежена скінченною числовою апертурою. При використанні ітераційних алгоритмів існує необхідність обмежувати число контрольованих мод, щоб вкластися у час протягом якого зразок залишається незмінним. Це надалі обмежує кількість

світла, що потрапляє у фокус. Тим не менш, у більшості випадків достатньо досягти гарного контрасту зображення. Тоді збільшити кількість світла у фокусі можна просто використавши більш потужне джерело.

## 1.3. Оцінка якості фокусування

### 1.3.1. Загальний вираз для коефіцієнту підсилення

Якість досягнутого ступеню фокусування оцінюють за допомогою коефіцієнту підсилення. Він чисельно дорівнює відношенню інтенсивності у отриманому після оптимізації фокусі до деякого референтного значення.

$$\eta \equiv \frac{\hat{I}_\beta}{I_{\text{реф}}} \tag{1.7}$$

В якості референтного значення можна використати інтенсивність у бажаній моді β до оптимізації, проте такий підхід не буде коректним, адже початкова інтенсивність є випадковим числом, отриманим з експоненційного розподілу. Тому розглянемо інші величини, які можна використати для обчислення коефіцієнту підсилення.

### 1.3.2. Середня інтенсивність цільової моди як референтне значення

Оскільки нас цікавить саме збільшення інтенсивності у обраній точці, природньо визначити $I_{\text{реф}}$ як інтенсивність у фокусі $I_\beta$, усереднену по ансамблю реалізацій середовища фронтів зі сталою потужністю $P_{in}$.

$$I_{\text{реф}}^{(E)} = \langle \left| \sum_a t_{\beta a} E_a \right|^2 \rangle_E = \sum_a^N \left| t_{\beta a} \right|^2 \langle |E_a|^2 \rangle_E + \sum_a^N \sum_{a' \neq a}^N t_{\beta a}^* \, t_{\beta a'} \langle E_a^* E_{a'} \rangle_E \tag{1.8}$$

Тут за допомогою $\langle\,\rangle_E$ позначено операцію усереднення за усіма випадковими вхідними полями. Таким чином, за визначенням не існує корреляції між $E_a$ та $E_{a'\neq a}$, тому другий доданок можна відкинути. Якщо модулятор освітлюється однорідним полем, можна покласти $\langle|E_a|^2\rangle_E = P_{\text{вх}}/N$, звідки отримаємо $I_{\text{реф}} = T_\beta\, P_{\text{вх}}/N$. З рівнянь (1.6) та (1.7) можна побачити, що при $\eta = N$ буде досягнуто оптимального вхідного хвильового фронту. Якщо ж модулятор освітлено нерівномірно, можна ввести поправку, що призведе до зменшення ефективної кількості мод[2].

Визначений в такий спосіб коефіцієнт підсилення досить просто виміряти на практиці, і в той же час нескладно розрахувати аналітично. Тим не менш, не завжди можливо використати таке означення. Загальна потужність що падає на поверхню зразка на практиці сильно залежить від конфігурації модулятора. Це зумовлено дифракцією та він'єтуванням, яких промінь зазнає ще до потрапляння на зразок. Як відомо, передавальна матриця описує поширення світла крізь всю оптичну систему, включно з ділянкою від модулятора до зразка. Тому ідеалізований хвильовий фронт $E_a \propto t_{\beta a}$ буде включати в себе також оптимізацію поширення світла поза зразком. Тому в отриманий таким чином коефіцієнт підсилення входитиме внесок від оптичної системи та середовища між елементами. Ці внески можна вирахувати, якщо виміряти кількість світла, що падає на зразок [3].

Крім того, таке визначення повністю втрачатиме сенс за певних параметрів зразка. У випадку фокусування крізь скло нескладно отримати значення коефіцієнту підсилення, що перевищуватимуть 1000 для будь-якого неоптимального вхідного хвильового фронту. Тому доцільніше розглядати підсилення відносно сфокусованої хвилі з мінімальною інтенсивністю.

Тим не менш, якщо складові оптимального хвильового фронту $\hat{E}_a$ некорельовані між собою, цей спосіб можна застосовувати. Наявність

кореляції перевіряють за допомогою просторової автокореляційної функції поля.

### 1.3.3. Співвідношення сигнал-фон (контрастність)

У випадках, коли результатом фокусування є ділянка високої інтенсивності на фоні спеклу, доцільно в якості референтної взяти середню інтенсивність фону. Тоді коефіцієнт підсилення називатиметься контрастністю. Щоб розрахувати контрастність, необхідно порівняти інтенсивність у фокусі з усередненою по всіх модах детектора фоновою інтенсивністю.

$$I_{\text{реф}}^{\beta} = \langle \left| \sum_a^N t_{ba} \hat{E}_a \right|^2 \rangle_{b \neq \beta} \tag{1.9}$$

$$I_{\text{реф}}^{\beta} = \sum_a^N \langle |t_{ba}|^2 \rangle_{b \neq \beta} \left| \hat{E}_a \right|^2 + \sum_a^N \sum_{a' \neq a}^N \langle t_{ba}^* t_{ba'} \rangle_{b \neq \beta} \hat{E}_a^* \hat{E}_{a'} \tag{1.10}$$

Відповідно, за допомогою $\langle\ \rangle_{b \neq \beta}$ позначено усереднення по всіх модах, окрім цільової моди $\beta$.

Може статися так, що після оптимізації зросте не лише інтенсивність у фокусі, а також і фонова. Тоді контрастність відрізнятиметься від визначених у інший спосіб коефіцієнтів підсилення. Крім того, при застосуванні до прозорого середовища, коли внесок балістичного світла переважатиме внесок розсіяного, контрастність буде мати нескінченно високе значення, адже фон буде відсутній.

Крім того, контрастність враховує внесок у оптимізацію лише від поширення світла у зразку, а не від всієї оптичної системи. Таке визначення зменшує ефективну кількість пікселів, адже моди, що слабше впливають на результуючу інтенсивність, враховуються з меншою вагою. Внаслідок цього,

слабкий вплив допоміжних елементів відкидається. В результаті отримаємо менший за модулем, але більш змістовний коефіцієнт підсилення.

### 1.3.4. Точність модуляції

Недоліки модуляції спричиняють відхилення згенерованого поля $E_a$ від очікуваного $\hat{E}_a$. Це може бути наслідком малої кількості мод, низької якості чи розрядності модулятора та детектора, використання модуляції за фазою чи амплітудою окремо замість амплітудно-фазової та інших обмежень, що накладаються на експеримент на практиці.

Для оцінки якості системи формування хвильового фронту вводиться точність $|\gamma|^2$, де $\gamma$ – нормалізований скалярний добуток отриманого поля $E_a$ та ідеального поля $\hat{E}_a$

$$\gamma = \frac{\sum_a^N \hat{E}_a^* E_a}{\sqrt{\sum_a^N |\hat{E}_a|^2}\sqrt{\sum_a^N |E_a|^2}} \tag{1.11}$$

Значення точності відповідає тій частині вхідної потужності, яку можна вважати ідеально промодульованою. Точність $|\gamma|^2$ приймає значення від 0 у випадку, коли отриманий хвильовий фронт є повністю ортогональним до оптимального, до 1, коли згенерована конфігурація відповідає найкращій можливій. Інтенсивність у фокусі виражається через точність співвідношенням $I_\beta = |\gamma|^2 T_\beta$, це випливає з (1.4). Отже, маємо:

$$\eta = |\gamma|^2 N_{eff} \tag{1.12}$$

Необхідність економії часу в реальних дослідах часто призводить до використання амплітудної чи фазової модуляції, адже амплітудно-фазова є найповільнішою. Тоді коефіцієнт підсилення можна передбачити за припущення, що середовище є сильно розсіюючим. Це дозволяє елементи у

рядках матриці передачі вважати статистично незалежними, а отже вони відповідатимуть круговому Гаусівському розподілу [8]. Підставивши круговий Гаусівський розподіл $\hat{E}_a$ у рівняння (1.10) і усереднюючи по реалізації випадкового процесу можна отримати середнє значення $\gamma$.Позначивши $\alpha \equiv |\langle\gamma\rangle|^2 \in [0,1]$, маємо:

$$\langle\eta\rangle = \alpha\left(N_{erf} - 1\right) + 1 \tag{1.13}$$

Останній доданок є результатом незначної відмінності між значеннями $|\langle\gamma\rangle|^2$ та $\langle|\gamma|^2\rangle$. Відношення $\alpha$ до ідеального коефіцієнту підсилення для різних типів модуляції наведено у Таблиці 1.1. Вони залежать здебільшого від кількості контрольованих мод, співвідношення сигналу та шуму системи зворотного зв'язку і стабільності зразка.

Таблиця 1.1 — Значення параметру α в порівнянні з максимальними коефіцієнтами підсилення, досягнутими різними способами[4].

| **Light modulator type** | $\alpha$ |
|---|---|
| Amplitude and phase | 1 |
| Phase only | $\pi/4$ |
| Intensity only | $1/(2\pi)$ |
| Binary phase | $1/\pi$ |

### 1.3.5. Лінійність коефіцієнту підсилення

Як відомо, значення коефіцієнту підсилення є лінійно пропорційним по відношенню до кількості контрольованих пікселів модулятора. Таким чином можна передбачити параметри модулятора, необхідні для досягнення бажаних результатів.

При освітленні зразка когерентним пучком поле в кожній моді можна подати у вигляді пласкої хвилі.

$$E_n = Ae^{i\varphi} \tag{1.14}$$

Якщо вважати фазу сталою, то можна покласти $\varphi = 0$, тоді після оптимізації поле у моді n складатиме A або 0. Для розсіюючого зразка фази елементів матриці передачі $arg(t_{mn})$ мають рівномірний розподіл на проміжку $(-\pi, \pi)$, як показано у [8]. Амплітуди ж компонент передавальної матриці $|t_{mn}|$ наближено визначаються Релеївським розподілом густини імовірності.

Поле у кінцевій моді є векторною сумою випадкових фазорів – векторів у комплексному просторі:

$$E_m = \sum_{n=1}^{N} |t_{mn}| e^{iarg(t_{mn})} E_n \tag{1.15}$$

Інтенсивність референтного променю відповідає усередненій за ансамблем інтенсивності в цільовій точці для різних конфігурацій зразка:

$$I_{\text{реф}} = \langle E_m^* E_m \rangle \tag{1.16}$$

$$I_{\text{реф}} = \langle \sum_k^{N'} A|t_{mk}| e^{-iarg(t_{mk})} \sum_n^{N'} A|t_{mn}| e^{iarg(t_{mn})} \rangle \tag{1.17}$$

Такий хвильовий фронт посилається на зразок, в той час як інтенсивність у фокусі і референтна інтенсивність обчислюються для визначення кількості пікселів $N'$, що мають залишитися відкритими після оптимізації. Зазвичай $N' > 0.5N$ через те, що оптимізація відбувається вздовж напрямку початкового фазора у обраній точці.

Оскільки компоненти передавальної матриці є статистично незалежними від вхідного поля, референтну інтенсивність можна записати у вигляді:

$$I_{\text{реф}} = N' \langle t^2 \rangle \langle A^2 \rangle \tag{1.18}$$

Якщо напрямок проекції фазору певної моди модулятора на початковий фазор у певній точці співпадає з напрямком початкового фазора, інтерференція буде конструктивною і навпаки. Щоб визначити, які пікселі варто залишати відкритими, застосовують алгоритми, що визначають внесок кожного пікселя, порівнюючи інтенсивність у фокусі при різних його станах. Внесок $k$-го сегменту до інтенсивності у фокусі можна виразити у вигляді:

$$\Delta I_k = |E_m|^2 - |E_m - E_k t_{mk}|^2 \tag{1.19}$$

Оскільки $\Delta I_k$ є сумою некорельованих випадкових змінних, він матиме Гаусівський розподіл згідно з центральною граничною теоремою. Тоді кількість комірок модулятора, що залишиться відкритою після оптимізації визначається ймовірністю отримати додатне значення з розподілу:

$$f\left(\widetilde{\Delta I_k}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\widetilde{\Delta I_k}-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{1.20}$$

Тут $\widetilde{\Delta I_k}$ – випадкова змінна, що відповідає внеску $\Delta I_k$ і має середнє значення

$$\mu = A^2\langle t^2\rangle \tag{1.21}$$

Стандартне відхилення цієї змінної складає:

$$\sigma = \sqrt{\langle t^4 A^4\rangle + (2N-3)\langle t^2 A^2\rangle^2} \tag{1.21}$$

Тоді кількість пікселів, що залишаться відкритими після модуляції буде дорівнювати:

$$N' = NP(x>0) = \int_0^\infty \frac{N}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{N}{2} erfc\left(\frac{-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) \tag{1.22}$$

Якщо припустити, що фаза кожного елемента залишається рівномірно розподіленою на $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ після оптимізації, то отримаємо:

$$\langle I_{\text{опт}} \rangle = \langle E_m^* E_m \rangle = N' \langle t^2 A^2 \rangle + N'(N'-1)\langle At \rangle^2 \frac{4}{\pi^2} \quad (1.23)$$

За умови відсутності шумів та впливу нестабільності зразка, усереднений по ансамблю коефіцієнт підсилення можна представити у вигляді:

$$\langle \eta_{\text{ідеальне}} \rangle = \frac{\langle I_{\text{опт}} \rangle}{\langle I_{\text{реф}} \rangle} = 1 + \frac{1}{\pi}\left(\frac{N'}{2} - 1\right) \quad (1.24)$$

Для великої кількості контрольованих мод маємо:

$$\langle \eta_{\text{ідеальне}} \rangle \approx 1 + \frac{1}{\pi}\left(\frac{N}{2} - 1\right) \quad (1.25)$$

У випадку фазової модуляції можна отримати у $\frac{\pi^2}{2}$ разів більший коефіцієнт підсилення [3]. Це очікувано, адже тоді кожна мода матиме конструктивну інтерференцію.

## 1.4. Алгоритми формування хвильового фронту

### 1.4.1. Загальні відомості про алгоритми оптимізації

Для фокусування крізь розсіююче середовище можливо використати один з трьох підходів: розрахувати матрицю передачі, використати метод спряження фаз або застосувати ітеративну оптимізацію, засновану на використанні зворотного зв’язку. Отримання матриці передачі дозволить формувати будь-які зображення, але триватиме найдовше, оскільки вимірювання впливу усіх мод модулятора на усі моди детектора займає значний час. Метод спряження фаз є найшвидшим, адже значення вихідного поля можна отримати за одне вимірювання. Однак, він вимагає відділення світла, що виходить з цільової області від інших складових пучка, що

складно реалізувати на практиці. Тому зазвичай використовують ітераційну оптимізацію за участі алгоритмів, заснованих на вимірюванні відгуку у обраній точці при різних станах модулятора. Такий спосіб відрізняється простотою реалізації, надійністю та оптимальною для фокусування швидкодією.

У точці спостереження оптичну хвилю можна представити у вигляді комплексної амплітуди, зображення якої на комплексній площині є вектором, який називають фазором. У обраній для спостереження точці спеклу результуюче поле дорівнює векторній сумі випадкових фазорів, що відповідають інтерференційним внескам від кожного пікселя модулятора.

Таким чином, для досягнення інтерференційного підсилення необхідно прибрати ті з парціальних хвиль, що інтерферують деструктивно у обраній точці. Щоб визначити, які пікселі потрібно для цього закрити вимірюється відгук на послідовність апертур модулятора, де комірки відкриваються та закриваються відповідно до значень коефіцієнтів у матриці стану модулятора. Таким чином визначається внесок кожного пікселя. Конструктивному внеску відповідають фазори, що складають гострий кут із результуючим, тобто мають проекцію на нього, напрямок якої співпадає з напрямком результуючого фазору.

Вектори, орієнтовані під тупим кутом до заданого напрямку мають деструктивний внесок, тому закривши відповідні їм пікселі отримаємо бажану амплітудну модуляцію (див. рис. 1.5).

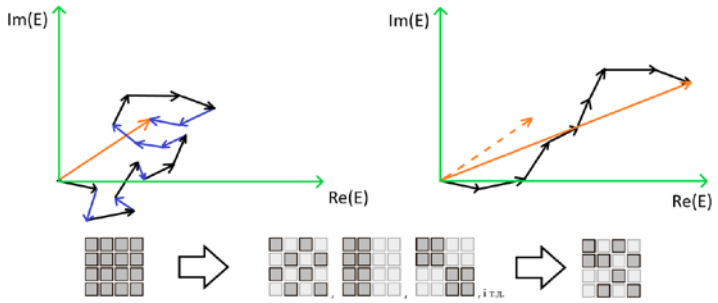

Рисунок 1.5 – Схема роботи алгоритмів оптимізації, представлена на комплексній площині за допомогою фазорів. Результуюче поле у точці спостереження позначено помаранчевим. Конструктивні компоненти зображені чорним кольором, деструктивні – синім.

Алгоритм, за яким здійснюється оптимізація, обирається відповідно до потреб досліду. Далі буде розглянуто деякі з поширених алгоритмів.

### 1.4.2. Принцип роботи послідовного алгоритму

Для дослідження у цій роботі було обрано послідовний алгоритм. Він є найбільш поширеним у практичних дослідженнях через свою простоту реалізації та високу надійність роботи. Основна ідея цього методу - це визначення інтерференційного внеску кожного окремого пікселя модулятора в інтенсивність у досліджуваній точці. Для цього виконується серія вимірювань, у яких інтенсивність у фокусі при всіх відкритих пікселях порівнюється з інтенсивністю у випадку, коли один з пікселів закрито (див. рис. 1.6).

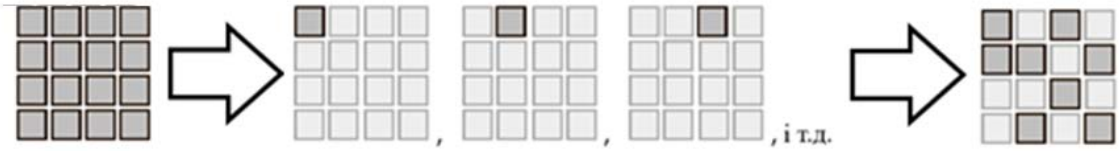


Рисунок 1.6 – Схема роботи послідовного алгоритму оптимізації.

На основі зміни інтенсивності роблять висновок про внесок закритого пікселя. Після цього піксель переводиться у стан, що сприяє збільшенню інтенсивності у фокусі, і починається вимірювання внеску наступного. Усього здійснюється стільки вимірювань, скільки пікселів має модулятор.

У зв’язку з тим, що зазвичай у дослідах використовується близько 1000 керованих мод, внесок одного пікселя в загальну інтенсивність

визначити технічно складно, адже необхідно зафіксувати зміну менш ніж на 0.1%. Навіть за наявності детектора високої чутливості, поступове збільшення інтенсивності у фокусі може призвести до виходу за межі допустимих для вимірювання значень, адже потрібно в той самий час спостерігати і спекл для визначення контрастності. Крім того, результат фокусування може залежати від того, відгук якого з пікселів буде виміряно першим, а також від порядку обходу пікселів. Це призводить до неточностей у роботі алгоритму.

Навіть у ідеальному випадку, послідовний алгоритм насправді знаходить локальний максимум інтенсивності, що може не співпадати з максимально можливим значенням. Цей та інші недоліки послідовного алгоритму зумовлюють необхідність дослідження його ефективності в порівнянні з ідеальною оптимізацією, досягнути якої можливо повним перебором усіх конфігурацій модулятора.

### 1.4.3. Принцип роботи алгоритму повного перебору

Алгоритм прямого перебору передбачає знаходження інтенсивності у фокусі для кожної можливої конфігурації модулятора, серед яких потім обирається найкраща з точки зору максимізації інтенсивності у фокусі.

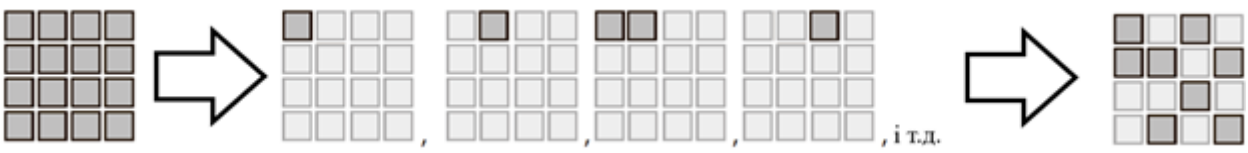


Рисунок 1.7 – Схема роботи алгоритму повного перебору.

Зрозуміло, що таке обчислення можливе лише за скінченної кількості станів модулятора та малого числа контрольованих пікселів. У випадку бінарної амплітудної модуляції число станів модулятора дорівнює 2^n, де n –

кількість його пікселів. Враховуючи що час перемикання модулятора ненульовий, а методика формування хвильового фронту дуже чутлива до змін середовища, доцільно застосовувати алгоритм повного перебору для малої кількості пікселів в якості методу об’єктивного контролю якості фокусування. Необхідність такого контролю зумовлена тим, що відомі алгоритми оптимізації, котрі виконуються за прийнятний час, отримують лише наближене до максимально можливого значення інтенсивності у фокусі.

# Розділ 2.
# Опис та результати досліджень

## 2.1. Постановка експерименту та методика вимірювань

З метою дослідження алгоритмів оптимізації модулятора було проведено моделювання досліду з фокусування світла крізь розсіююче середовище. Для цього було створено програму на мові C++. У програмі розсіююче середовище представлене у вигляді вектор-стовпчику випадкових комплексних чисел, що відповідають амплітуді світла, спостережуваній у певній точці за зразком, яка отримана з відповідної моди падаючого світла. Випадкові значення генеруються за допомогою функції mt19937 зі стандартної бібліотеки <random>. Функція використовує вихор Мерсена, що забезпечує високий критерій випадковості чисел. Значення дійсної та уявної частини є цілим числом з діапазону [-255, 255]. Кожна комірка вектора відображає точку на зразку, в яку потрапляє світло з пікселя на модуляторі, що має такий самий порядковий номер. Таким чином здійснюється симуляція впливу багаторазового еластичного розсіювання світла структурою певної ділянки зразка.

Вхідний потік світла вважається однорідним полем, що при потраплянні на модулятор розділяється на n складових. Оскільки для дослідження обрано бінарну амплітудну модуляцію, кожну складову позначено одиницею, якщо піксель відкрито, та нулем, якщо піксель закрито. Ці дані представлено у вигляді вектор-стовпчику довжиною n. Таку саму довжину, відповідно, має і вектор-стовпчик середовища. Скалярний добуток цих векторів відображатиме сумарну амплітуду поля у обраній точці за зразком. Таким чином, задача оптимізації модулятора полягає у максимізації квадрату модуля цієї амплітуди, що відповідатиме інтенсивності світла у фокусі.

Оптимізація модулятора проводиться шляхом застосування послідовного алгоритму та повного перебору усіх можливих конфігурацій модулятора. Послідовний алгоритм досліджує відгук кожного окремого пікселя модулятора. Починаючи з стану, коли всі пікселі відкриті, по черзі закривається один з пікселів, і вимірюється зміна інтенсивності у фокусі відносно початкової. Після цього, якщо інтенсивність зменшилася, піксель відкривають і навпаки, якщо інтенсивність збільшилася, то залишають закритим. Нове значення амплітуди зберігається замість початкового, для визначення внеску наступного пікселя. Ці операції повторюються для кожного пікселя, тобто усього виконується n циклів.

Алгоритм повного перебору обчислює значення інтенсивності у фокусі для всіх теоретично можливих станів модулятора, і обирає найкращий. Для цього у вектор-стовпчик стану модулятора по черзі записується двійковий код десяткових чисел від 1 до $2^n$, доповнений нулями до необхідної розмірності. Далі знаходиться інтенсивність у цільовій точці і порівнюється з початковою. Якщо отримана інтенсивність більша за початкову, стан модулятора записується у змінну, що зберігає оптимізовану конфігурацію. Нове значення інтенсивності зберігається замість початкового для порівняння з результатом наступної конфігурації. Ці операції повторюються для наступних десяткових чисел.

Загальна послідовність операцій програми виглядає наступним чином:

- отримання від користувача числа пікселів n;
- заповнення вектор-стовпчика середовища випадковими числами;
- заповнення вектор-стовпчика модулятора одиницями;
- скалярне множення цих векторів;
- запис у текстовий файл значень початкової амплітуди та інтенсивності;
- обчислення середньої початкової інтенсивності та запис у файл;
- оптимізація модулятора послідовним алгоритмом;
- обчислення середньої інтенсивності після оптимізації;
- запис амплітуди та інтенсивності у фокусі;

- оптимізація модулятора алгоритмом повного перебору;
- запис стану модулятора та середньої інтенсивності після оптимізації;
- запис амплітуди та інтенсивності у фокусі, отриманому перебором.

Досліди проводилися серіями по 100 повторень для кожного значення кількості пікселів n від 2 до 30. В кожному з них генерувалася нова реалізація розсіюючого середовища, що дозволяє оцінити стабільність роботи алгоритмів та зміну якості результатів їх роботи з ростом числа контрольованих мод.

Після цього дані з текстових файлів переносились до програмного пакету Microsoft Excel, де обчислювалися та порівнювалися характеристики результатів фокусування. Для оцінки надійності алгоритму аналізувалося відношення інтенсивності у фокусі, отриманої послідовним методом до інтенсивності, отриманої перебором. Цей показник дозволяє зрозуміти яку частину неконструктивних мод вдалося відкинути.

У зв’язку з тим, що послідовним алгоритмом знаходиться локальний максимум, важливо також знати частоту промахів, тобто кількість випадків на 100 дослідів, коли досягнута інтенсивність складала менше половини від максимально можливої. Це дозволить визначити як часто фокусування виходитиме невдалим. Крім того, необхідно знати як часто фокусування буде успішним. Для цього розраховано кількість приблизних та повних співпадінь інтенсивностей, отриманих обома методами, на 100 дослідів (приблизними вважаються ті, що відрізняються менше ніж на 5 % від максимально можливого значення).

Якість фокусування оцінюється за допомогою коефіцієнта підсилення $\eta$, що в загальному випадку визначається як відношення інтенсивності у фокусі до середньої інтенсивності фону. Існує два способи визначити середню інтенсивність фону: за початковим полем та за полем після оптимізації. Останнє формулювання відповідає іншій назві коефіцієнту підсилення – контрасності. В дослідженнях зазвичай ці два терміни використовуються взаємозамінно, хоча здебільшого має значення саме контрасність кінцевого

зображення, адже інтенсивність завжди можна збільшити взявши більш потужне джерело. Тому було розраховано та співставлено обидва значення.

Оскільки в результаті серії дослідів отримуються багато реалізацій однієї й тієї самої випадкової величини, природньо аналізувати саме середні значення показників. Для порівняння усереднених за ансамблем інтенсивностей у фокусі, отриманих послідовним методом та повним перебором здійснювалася перевірка критерію Стьюдента, що відповідає на питання стосовно наявності статистично значимої відмінності середніх величин з двох вибірок.

## 2.2. Отримані результати

В першу чергу оцінювався ступінь наближеності результатів фокусування послідовним алгоритмом до ідеальної модуляції. Для цього в кожному досліді обчислювалося відношення інтенсивностей, отриманих обома методами. Далі знаходилося середнє арифметичне зі 100 значень, отриманих в межах однієї серії дослідів. Середні значення для усіх кількостей пікселів n утворюють залежність, наведену на рис. 2. 1.

Вцілому залежність має спадний характер, проте демонструє повільний темп спадання. Середнє значення показника на ділянках до 10 пікселів, 11-20 пікселів, 21-30 пікселів складає відповідно: 0,9526; 0.9483; 0.9481. Це дозволяє зробити припущення, що має місце вихід на «полицю» поблизу значення 0,94 при великій кількості пікселів. Загалом, залежності бракує гладкості для більш точних висновків. Це спричинено малою кількістю дослідів у серії, внаслідок чого усереднення по ансамблю не відображає справжнього середнього значення. Це нескладно виправити, маючи достатньо часу для збору та аналізу більш обширної вибірки, хоча тривалість 1 досліду для 30 пікселів складала приблизно 8 хвилин, що призводить до сумарної тривалості серії зі 100 дослідів у 12 годин.

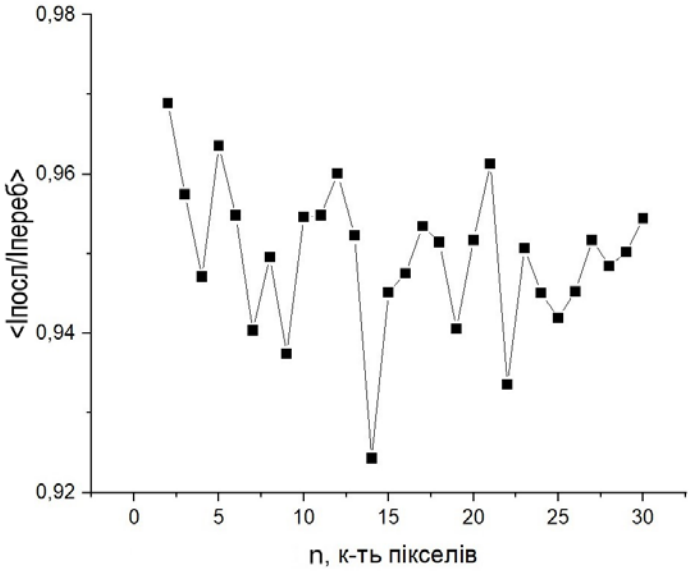


Рисунок 2.1 – Залежність середнього значення відношення інтенсивності у фокусі, отриманої послідовним методом, до інтенсивності після повного перебору від кількості контрольованих пікселів.

Як відомо, послідовний алгоритм може давати низькі значення досягнутої інтенсивності у фокусі у випадках коли кількість компонент з негативним внеском велика, а їх амплітуда – мала. Кількість промахів, зумовлених недоліками послідовного алгоритму в залежності від кількості пікселів наведена на рис. 2.2.

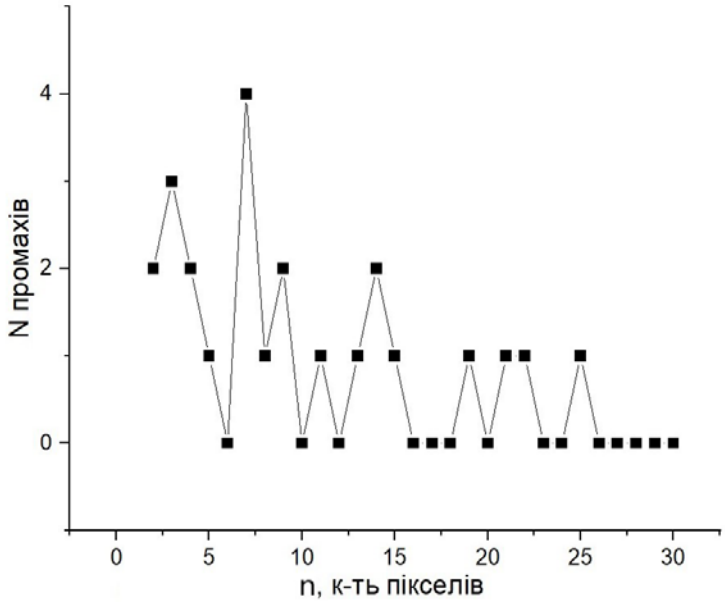


Рисунок 2.2 – Залежність кількості випадків на 100 дослідів, коли інтенсивність досягнута послідовним алгоритмом складає менше 50% від досягнутої перебором від кількості пікселів.

На графіку спостерігається зниження кількості промахів на 100 одиниць до нуля вже з позначки у 26 пікселів. Це свідчить про малу (менше 1 відсотка) ймовірність спостерігати невдале фокусування для великого числа контрольованих мод. Тим не менш, таку можливість не можна відкинути повністю навіть при моделюванні. В практичних експериментах кількість промахів буде значно вища, через неідеальність модуляції, нагрів модулятора та зразка світловим випромінюванням, чутливість методики до сторонніх шумів та механічного зміщення зразка відносно модулятора, мінливість зразка, тощо.

Для оцінки стабільності роботи послідовного алгоритму отримано залежність кількості повних та часткових співпадінь інтенсивностей, отриманих обома методами зі 100 дослідів в залежності від числа пікселів. Результати наведені на рис. 2.3.

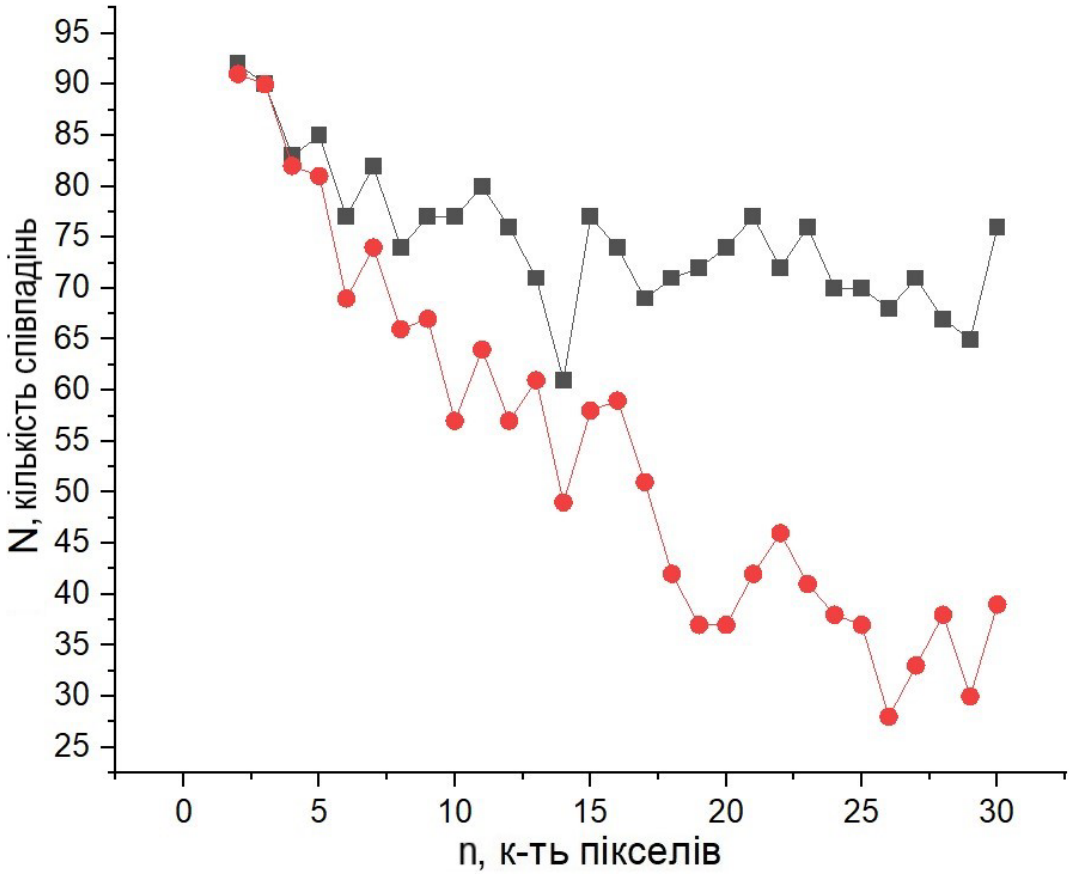


Рисунок 2.3 – Залежність кількості повних співпадінь інтенсивностей у фокусі, отриманих обома методами (червоні точки) та кількості випадків, коли інтенсивність відрізняється не більше ніж на 5 % (сірі точки) від кількості контрольованих пікселів модулятора.

Обидві залежності є спадними, проте відрізняються за швидкістю спадання. Цілком очевидно, що кількість точних співпадінь для великого числа пікселів дорівнюватиме нулю. Якщо вважати ділянку від 15 до 30 пікселів лінійною, то на підставі апроксимації прямою за методом найменших квадратів можемо оцінити, за якої кількості пікселів кількість співпадінь дорівнюватиме нулю. Для абсолютних співпадінь це 51 піксель, для приблизних – 245. Як бачимо, навіть в лінійному наближенні для хвостів, темп спадання функції відрізняється приблизно в 5 разів. Враховуючи, що функція все ж таки має нелінійний характер, можна припустити, що вона матиме горизонтальну асимптоту. При апроксимації спадною експонентою для повних співпадінь ця асимптота знаходитиметься на рівні 20,848%, тобто приблизно 21 раз на 100 дослідів. Для приблизних співпадінь «полиця» знаходитиметься на рівні 70,714%, тобто приблизно 71 раз на 100 дослідів, що є досить гарним результатом. Результати апроксимацій наведені на рис. 2.4.

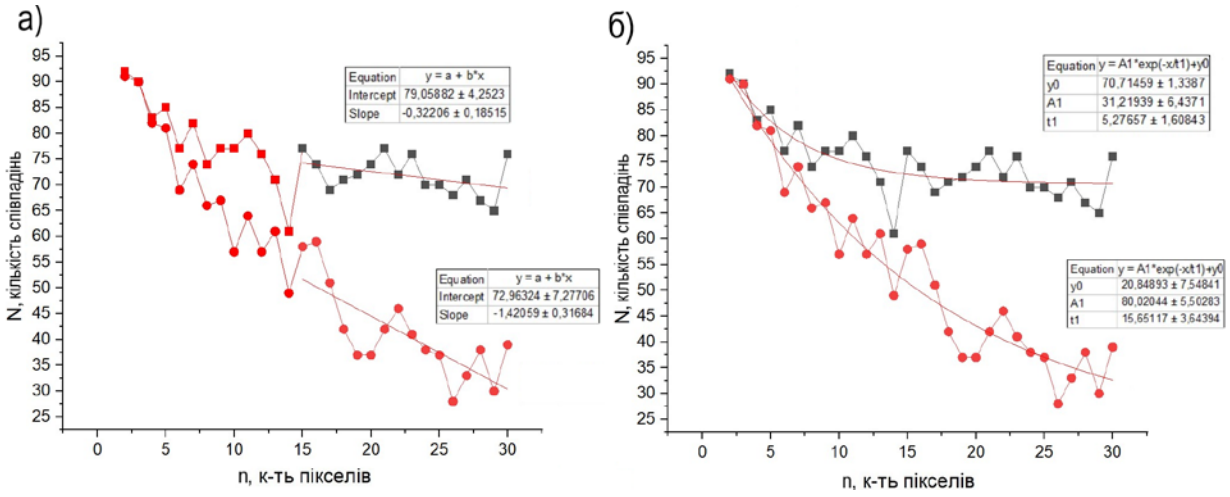


Рисунок 2.4 – Апроксимація залежностей кількості повних та наближених співпадінь інтенсивностей двох методів прямою (а) та спадною експонентою (б).

Ефективність фокусування оцінюють за допомогою коефіцієнта підсилення η, в якому середню інтенсивність можна визначати за початковим полем або за кінцевим – тоді він матиме назву

«контрастність». Для порівняння побудовано залежність $\eta(n)$ на рис 2.5.

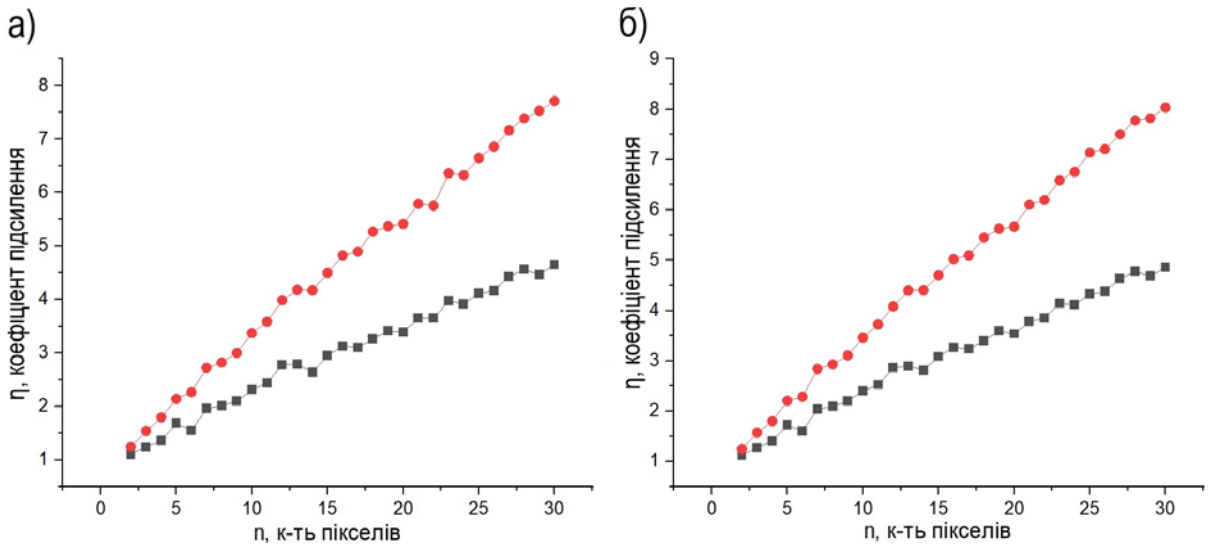


Рисунок 2.5 – Залежність коефіцієнту підсилення, отриманого з початкового поля (сірим) та з поля після оптимізації (червоним) від кількості пікселів для послідовного (а) методу та методу повного перебору (б).

Як і передбачено теорією (див. розділ 1.3.5), коефіцієнт підсилення лінійно зростає з ростом числа пікселів. Крім того, для η, отриманого з початкового поля наближено виконується залежність $\eta \approx 1 + \frac{1}{\pi}(\frac{n}{2} - 1)$. Наприклад для n = 20 експериментально отримане значення η складає 3,5, а отримане за формулою – 3,86. Слід зазначити, що саме таке формулювання коефіцієнта підсилення зазвичай використовується в існуючих дослідженнях.

Значення контрастності є у приблизно 1.5 – 2 рази більшим за значення КП для однакового n. Це можна пояснити наступним чином. Оскільки оптимізація модулятора полягає у закритті тих його пікселів, інтерференційний внесок від яких є деструктивним у цільовій точці, з інтенсивності фону після оптимізації також віднімається їх внесок. Тобто чим більше світла зосереджено у фокусі, тим менше залишається на фон. А оскільки після оптимізації зазвичай залишаються відкритими

трохи більше половини пікселів, відношення КП, визначеними цими способами приблизно рівне двом.

Тепер доцільно порівняти коефіцієнти підсилення та контрастності, отримані різними методами між собою. На рис. 2.6 наведені графіки залежності η, визначені для обох алгоритмів за початковим та за кінцевим полем.

Між двома алгоритмами оптимізації КП відрізняється мало, але розбіжність поступово збільшується з ростом n, що може свідчити про спадання ефективності роботи послідовного алгоритму при збільшенні числа контрольованих пікселів.

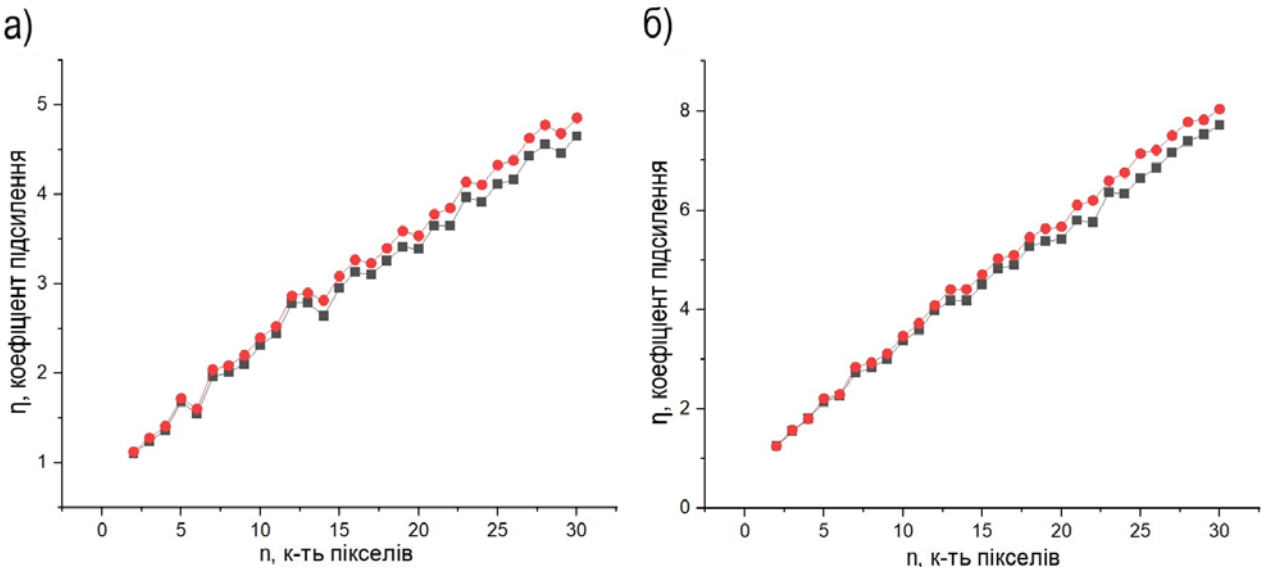


Рисунок 2.6 – Залежність коефіцієнту підсилення, отриманого з початкового поля (а) та з поля після оптимізації (б) від кількості пікселів для послідовного (сірим) методу та методу повного перебору (червоним).

Щоб зрозуміти, як співвідноситься якість фокусування, досягнута двома алгоритмами, і чи змінюється це співвідношення з ростом n, було проведено аналіз критерію Стьюдента для значень інтенсивності, отриманих в межах однієї серії дослідів. В нашому випадку вибірки мають однаковий розмір (по 100 об’єктів) та вважаються незалежними, адже між двома

методами вдсутній зв’язок «до-після». Критичне значення для 99 ступенів вільності отримали лінійною апроксимацією з відомих табличних значень для 60 та 120. Воно склало 1,99 для рівня значимості 0,05, та 2,63 для рівня значимості 0,01. На рис. 2.7 зображено графік залежності емпіричного значення коефіцієнту Стьюдента $t_{\text{емп}}$ від числа контрольованих пікселів модулятора n.

З графіку видно, що коефіцієнт Стьюдента зростає з ростом кількості пікселів, і ця залежність добре апроксимується прямою. Для малої кількості пікселів $t_{\text{емп}}$ значно менше критичного значення, але можна передбачити коли відмінності між середніми двох вибірок з високою імовірністю можна буде вважати суттєвими. За допомогою методу найменших квадратів отримали коефіцієнти лінійного рівняння, звідки маємо, що при $t_{\text{емп}} = 2.00$ число пікселів n складатиме 398, а при $t_{\text{емп}} = 2.64$ - приблизно 528. Такої кількості мод достатньо для більшості досліджень, але деякі застосування (наприклад мікроскопія високого розрізнення) вимагають значно більше , тому може бути доцільно використати інший алгоритм.

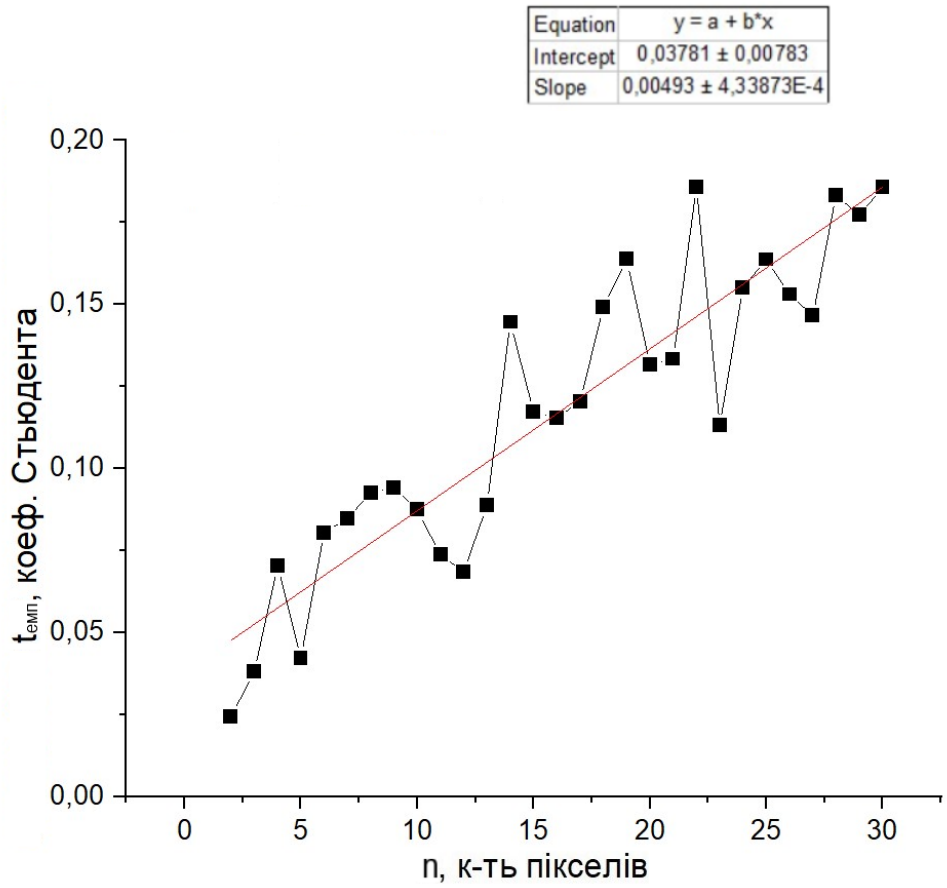


Рисунок 2.7 – Залежність коефіцієнту Стьюдента від кількості контрольованих пікселів модулятора, апроксимована прямою.

## Висновки

1. Якість фокусування, що досягається послідовним алгоритмом, як правило складає не менше ніж 90% від максимально можливої. Це дозволяє стверджувати, що послідовний алгоритм є достатньо ефективним для застосування у дослідженнях.
2. Послідовний алгоритм демонструє низьку кількість промахів при фокусуванні. Тим не менш, ймовірність невдалого фокусування не можна вважати нехтовно малою, тому у практичних застосуваннях необхідно передбачати вживання додаткових заходів для уникнення промахів.
3. Результати моделювання дозволяють очікувати, що при великій кількості каналів модулятора в 70% експериментів якість фокусування відрізнятиметься від максимальної не більше ніж на 5%, а в 20% випадків повністю співпадатиме з максимально досяжною, тобто реалізується оптимальне фокусування.
4. Хоча послідовний алгоритм є достатньо ефективним, в той же час він суттєво відрізняється від оптимального, особливо при великій кількості контрольованих мод. Таким чином, існує потреба у подальших теоретичних дослідженнях та пошуку інших алгоритмів фокусування.

## Перелік посилань


1. Popoff. S. M. Measuring the transmission matrix in optics: an approach to the study and control of light propagation in disordered media / S. M. Popoff, G. Lerosey, R. Carminati, M. Fink, A. C. Boccara, S. Gigan // Physical Review Letters. — 2010. — Iss. 104. (Mar. 10):100601 — P. 2.
2. Akbulut D. Focusing light through random photonic media by binary amplitude modulation / D. Akbulut, T. J. Huisman, E. G. van Putten, W. L. Vos, A. P. Mosk // Optics Express. — 2011. — Vol. 19, Iss. 5. — P. 4017–4029.
3. Vellekoop I. M. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media / I. M. Vellekoop, A. P. Mosk // Optics Letters. — 2007. — Vol. 32, Iss. 16. — P. 2309–2311.
4. Joel K. Wavefront Shaping for Biomedical Imaging / Joel K., Sylvain G., Meng C.; — Cambridge: Cambridge University Press, 2019. — 472 p.
5. Cuche E. Spatial filtering for zero-order and twin-image elimination in digital off-axis holography / E. Cuche, P. Marquet, C. Depeursinge // Applied Optics. — 2000. — Iss. 39. — P. 4070–4075.
6. Yamaguchi I. Phase-shifting digital holography / I. Yamaguchi, T. Zhang // Optics Letters. — 1997. — Iss. 22. — P. 1268–1270.
7. Kim M. Maximal energy transport through disordered media with the implementation of transmission eigenchannels / M. Kim, Y. Choi, C. Yoon, W. Choi, J. Kim, Q. H. Park // Nature Photonics. — 2012. — Iss. 6. — P. 581-585.
8. J. W. Goodman, Statistical optics (Wiley, New York, 2000).
9. Judkewitz B. Translation correlations in anisotropically scattering media / B. Judkewitz, R. Horstmeyer, I. M. Vellekoop, I. N. Papadopoulos, C. Yang // Nature Physics. — 2015. — Vol. 11, Iss. 8. — P. 684–689.
10. Danko, O. Light focusing through a strongly scattering medium using binary amplitude modulation. // 18th Int. Young Scientist Conf. of Appl. Phys. :

May 22-26, 2018 : Proceedings / Taras Shevchenko National Univ. of Kyiv .– K., 2018 .- P. 12 – 13.

11. Ultrahigh enhancement of light focusing through disordered media controlled by megapixel modes. Hyeonseung Yu, Kyeoreh Lee, and Yongkeun Park / vol. 25, no. 7 / 3 apr 2017 // Optics Express 8036
12. R. Horstmeyer. Secure storage of cryptographic keys within random volumetric materials. / R. Horstmeyer, B. Judkewitz, I. Vellekoop, and C. Yang // CLEO: Applications and Technology. Optical Society of America, 2013.