

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

Факультет комп'ютерних наук та кібернетики
Кафедра системного аналізу та теорії прийняття рішень

**Кваліфікаційна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за спеціальністю 124 Системний аналіз
на тему:**

**Побудова та аналіз математичних моделей ураження малошвидкісних
динамічних об'єктів**

Виконав студент 4-го курсу
Нижник Борис Михайлович



(підпис)

Науковий керівник:
доцент, кандидат фізико-математичних наук
Зінько Петро Миколайович



(підпис)

Засвідчую, що в цій роботі немає запозичень
з праць інших авторів без відповідних
посилань.
Студент



(підпис)

Роботу розглянуто й допущено до захисту
на засіданні кафедри системного аналізу
та теорії прийняття рішень

« 01 » _____ червня _____ 2023р.,
протокол № _____ 13 _____

Завідувач кафедри
Наконечний О. Г.



(підпис)

Київ – 2023

Реферат

Обсяг роботи 42 сторінки, 12 таблиць, 7 джерел посилань, 4 додатки

УРАЖЕННЯ, ПРОГНОЗУВАННЯ, ОБЛАСТЬ ДОСЯЖНОСТІ, МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ, ФІЗИКА РУХУ, БПЛА, ПРОТИПОВІТРЯНА ОБОРОНА

Об'єкт дослідження: Малошвидкісні динамічні об'єкти і методи їх ураження.

Предмет дослідження: Моделі руху малошвидкісних динамічних об'єктів та ефективність їх ураження.

Мета роботи: Розробка моделей руху для прогнозування траєкторії та визначення меж можливого положення малошвидкісних динамічних об'єктів. Програмна реалізація розроблених моделей та аналіз ефективності ураження.

Методи та інструменти дослідження: Комп'ютерне моделювання, числові методи розв'язку диференціальних рівнянь, розробка програмного продукту на основі моделей.

Інструменти розроблення: Використання безкоштовного, вільно поширюваного інтегрованого середовища розробки Visual Studio 2022, мови програмування C#, технології .Net.

В ході дослідження були розроблені моделі руху БПЛА, які враховують різні фізичні явища. Були встановлені залежності між швидкістю польоту, затримкою ураження та областю досяжності БПЛА. Також було зроблено висновок щодо використання різних систем протиповітряної оборони для ураження проаналізованих об'єктів. Була розроблена програмна реалізація, яка дозволяє аналізувати реальні дані польоту об'єкта та моделювати їх рух.

Результати дослідження можуть бути використані для розробки стратегій ураження БПЛА, покращення ефективності систем протиповітряної оборони та розробки нових методів захисту від БПЛА.

Сфера застосування: Результати роботи можуть знайти застосування у військовій сфері, захисті об'єктів критичної інфраструктури, безпілотних системах доставки та моніторингу, а також в галузі безпеки та протипожежному контролі.

Значимість роботи: Дослідження в сфері руху БПЛА має велику значимість у зв'язку зі зростанням використання БПЛА в цивільних та військових сферах. Розроблені моделі дозволяють краще розуміти можливості та обмеження БПЛА, а також розробляти ефективні стратегії впровадження.

Зміст

Вступ	5
Актуальність проблеми	5
Мета й завдання роботи	6
Розділ 1. Модель руху БПЛА	7
1.1 Базова модель руху БПЛА	7
1.1.1 Керування БПЛА	7
1.1.2 Сила опору повітря	8
1.1.3 Сила земного тяжіння	9
1.1.4 Остаточний вигляд	9
1.2 Модифікація моделі для різних видів БПЛА	10
1.2.1 Модель морських дронів	10
1.2.2 Модель БПЛА ”Літаюче крило”	11
1.2.3 Модель квадрокоптерів	12
1.3 Параметри моделі	13
1.3.1 Визначення параметрів моделі	13
1.3.2 Характеристики Shahed 136	13
1.3.3 Характеристики Mavic 2	14
Розділ 2. Ураження цілі	15
2.1 Системи протиповітряної оборони	15
2.1.1 Ураження з великим радіусом	15
2.1.2 Робота з РЛС	15
2.1.3 Неточності вимірювання	16
2.2 Прогнозування динаміки об’єкта	17
2.2.1 Майбутнє положення при відсутності керування	17
2.2.2 Майбутнє положення при постійній швидкості	19
2.2.3 Майбутнє положення при постійному керуванні	20
2.2.4 Авторегресійна модель	21
2.2.5 Область досяжності дрона	22
2.2.6 Область ймовірного положення	23

Розділ 3. Аналіз ефективності ураження	24
3.1 Програмна реалізація	24
3.1.1 Дискретизація системи	24
3.2 Ефективність ураження	25
3.2.1 Вплив характеристик ППО на ефективність ураження	25
3.2.2 Швидкість БПЛА	26
3.2.3 Аналіз ефективності	27
3.2.4 Горизонтальна площа	27
3.2.5 Вертикальна площа	32
Висновок	35
Список використаних джерел	37
Додатки	38
Модель БПЛА	38
Фізика руху	38
Область досяжності	39
Прогнозування положення	40

Вступ

Актуальність проблеми

Розвиток та використання безпілотних літальних апаратів (БПЛА) у військовій сфері останнім часом є надзвичайно важливим і актуальним. Однією з головних переваг БПЛА є їх невелика ціна порівняно з традиційними літаками, а тому можливість масового виробництва. Це змушує військові структури розробляти нові види протиповітряного оборонного комплексу, спеціалізовані на ураженні малошвидкісних об'єктів, зокрема БПЛА.

У зв'язку зі значною кількістю та доступністю БПЛА, традиційні протиповітряні системи, які використовують керовані ракети, виявляються неефективними через величезну вартість кожної ракети. Тому виникає необхідність розглядати альтернативні підходи, такі як використання некерованих балістичних снарядів, куль і інших типів зброї, які можуть бути виготовлені масово та відносно недорого.

Розробка ефективних та економічно вигідних засобів протиповітряної оборони для знищення БПЛА стає важливим завданням для забезпечення безпеки військових та цивільних об'єктів. Результати досліджень та розробок в цій галузі мають великий потенціал для застосування у військовій сфері та забезпечення ефективного захисту від потенційних загроз, пов'язаних з БПЛА.

На сьогоднішній день було проведено значну кількість досліджень і розроблені різні системи протиповітряного оборонного комплексу для боротьби зі зростаючою загрозою безпілотних літальних апаратів (БПЛА). Існують старі системи, такі як радянські системи "Гепард" і "Тунгуска" які можуть бути використані для протидії новій загрозі. Однак, з'явилися також нові спеціально розроблені системи, призначені для захисту від недорогих і масових атак.

Найвідомішою серед таких систем є "Залізний купол", розроблений Ізраїлем. Проте навіть вартість ракет цієї системи становить близько 90000\$, що значно перевищує оцінку вартості БПЛА "Shahed 136" (від 30000\$ до 50000\$) [7] чи "Mavic 3T" (6000\$) [6]. Протягом повномасштабного вторгнення до України був переданий комплекс "SkyNex", який використовує револьверну систему [5]. Втім, проблемою є вартість самого комплексу, що не дозволяє його масово використовувати, навіть якщо вартість збиття одного БПЛА є відносно невеликою.

Ці дані свідчать про потребу у подальшому розвитку та вдосконаленні систем протиповітряного оборонного комплексу, які були б ефективними, доступними з точки зору вартості та дозволяли масове використання для протидії загрозі, що створюють БПЛА.

Мета й завдання роботи

Метою даного дослідження є розробка моделей руху безпілотних літальних апаратів, прогнозування їх положення та оцінка області досяжності. Для досягнення цієї мети будуть розроблені програмні моделі, які відтворюватимуть рух БПЛА у різних сценаріях. Реалізація моделей буде здійснена з використанням платформи .Net, що дозволить проводити симуляцію і візуалізацію польоту.

На основі створеної програмної реалізації моделей буде проведений аналіз характеристик БПЛА. Цей аналіз дозволить зробити висновки щодо характеристик, які мають мати системи протиповітряного оборонного комплексу (ППО), щоб ефективно уражати малошвидкісні цілі, такі як БПЛА.

Результати дослідження сприятимуть покращенню розуміння руху та характеристик БПЛА, а також нададуть підстави для подальшого вдосконалення систем ППО з метою ефективного протидії загрозі, створюваній безпілотними літальними апаратами.

Розділ 1. Модель руху БПЛА

1.1 Базова модель руху БПЛА

Математична модель руху об'єктів, яку ми використовуємо, базується на законах Ньютона та диференціальних рівняннях другого порядку. Ця модель дозволяє нам визначити положення об'єкта в будь-який момент часу, використовуючи вектори його швидкості та прискорення.

Система диференціальних рівнянь, що описує рух об'єкта, записується наступним чином:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = \vec{v} \\ \dot{\vec{v}} = \vec{a} \\ \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \end{cases} \quad (1)$$

У цих рівняннях:

- \vec{x} є вектором положення об'єкта,
- \vec{v} є вектором швидкості,
- \vec{a} є вектором прискорення,
- \vec{F} є силою, що діє на об'єкт,
- m є масою об'єкта.

Використовуючи цю математичну модель, ми можемо відтворити рух об'єкта відповідно до законів Ньютона. Ця модель є достатньо універсальною, і може бути застосована до різних типів об'єктів, включаючи різні типи БПЛА, такі як октокоптери, крила, морські дрони тощо. Вона дозволяє визначити положення та траєкторію руху БПЛА в залежності від вхідних параметрів, таких як початкове положення, швидкість, маса та сили, що діють на апарат.

1.1.1 Керування БПЛА

Для визначення сили, яку створює керування БПЛА, ми використовуємо потужність \vec{P} , що виділяється мотором чи декількома моторами. Для зручності ми нормалізуємо цю потужність відносно максимальної можливої потужності P_{max} , і позначаємо нормалізовану потужність як $\vec{u} = \frac{\vec{P}}{P_{max}}$. Таким чином, $|\vec{u}|$ завжди менше або дорівнює одиниці. Таким чином функція керування $\vec{u}(t)$, що залежить

від часу буде невідомим параметром для системи протиповітряної оборони і буде впливати на напрям і швидкість руху об'єкта.

За визначенням, потужність є добутком сили і швидкості. Тому для визначення сили \vec{F}_{control} , створеної керуванням БПЛА, ми ділимо нормалізовану потужність на вектор швидкості \vec{v} . Це дає нам формулу:

$$\vec{F}_{\text{control}} = \frac{\vec{P}}{|\vec{v}|} = \frac{\vec{P}_{\text{max}} \vec{u}}{|\vec{v}|}$$

Знаючи поточну швидкість \vec{v} та максимальну потужність можемо вирахувати межі в яких може прискорюватися об'єкт. Воно обчислюється як відношення нормалізованої потужності до маси БПЛА, помножене на вектор швидкості. Формула для обмеження прискорення \vec{a}_{control} має вигляд:

$$|\vec{a}_{\text{control}}| \leq \frac{P_{\text{max}}}{m|\vec{v}|}$$

Якщо моторів декілька, то їх потужності можна скласти для отримання загальної потужності, яку потім можна використовувати в формулах для визначення сили та обмеження прискорення.

При відсутності обмежень на керування \vec{u} дрон може миттєво змінювати напрям свого прискорення. У випадку, якщо рух об'єкта суттєво обмежений поточним станом (наприклад напрямом руху), то доречно ввести обмеження на керування відносно поточного напрямку руху або відносно попереднього керування

1.1.2 Сила опору повітря

Сила тертя, або сила опору повітря \vec{F}_{drag} , враховується в математичній моделі для покращення точності моделювання руху БПЛА і врахування впливу середовища на рух об'єкта. Ще одну важливу функцію яку виконує сила опору повітря це обмеження максимальної швидкості об'єкта, що є важливою характеристикою.

Сила опору повітря залежить від декількох факторів, таких як щільність рідини (повітря) ρ , швидкість об'єкта відносно рідини \vec{v}_r , коефіцієнт опору C_{drag}^* та площу поперечного перерізу A . Формула для визначення сили опору має вигляд:

$$\vec{F}_{\text{drag}} = -\frac{1}{2} \rho C_{\text{drag}}^* A \vec{v}_r |\vec{v}_r|$$

Знехтуючи змінами густини повітря і площі поперечного перерізу, в моделі для зручності використання та спрощення, ми можемо ввести єдиний коефіцієнт опору $C_{\text{drag}} = \frac{1}{2}\rho C_{\text{drag}}^* A$. Тоді формула для сили опору може бути переписана як:

$$\vec{F}_{\text{drag}} = -C_{\text{drag}} \vec{v}_r |\vec{v}_r|$$

Якщо діє вітер зі швидкістю \vec{v}_{wind} , то формула для сили опору має наступний вигляд:

$$\vec{F}_{\text{drag}} = -C_{\text{drag}} (\vec{v} - \vec{v}_{\text{wind}}) |\vec{v} - \vec{v}_{\text{wind}}|$$

Застосовуючи цю формулу, ми враховуємо вплив середовища такі як тертя та швидкість вітру. У випадку якщо замість повітря найбільший вплив має вода, то варто враховувати коефіцієнт тертя відносно води, а також швидкість течії замість повітря.

1.1.3 Сила земного тяжіння

У випадку трьохвимірного випадку, важливим фактором є гравітація. Сила тяжіння \vec{F}_{gravity} залежить від маси об'єкта m і вектора гравітаційного поля \vec{g} , який спрямований у напрямку вниз (уздовж вектора висоти):

$$\vec{F}_{\text{gravity}} = m\vec{g}$$

У випадку моделювання тривимірного руху БПЛА, гравітаційне поле можна визначити як $\vec{g} = (0, 0, -g)$, де g - прискорення вільного падіння.

Примітка: У випадку моделювання руху БПЛА у двовимірному просторі, наприклад на площині, сила гравітації може бути знехтувана, оскільки вона впливає тільки на вертикальний рух об'єкта.

1.1.4 Остаточний вигляд

Із врахуванням усіх вище описаних сил моделі руху БПЛА матиме наступний вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = \vec{v} \\ \dot{\vec{v}} = \vec{a}_{\text{control}} + \vec{a}_{\text{drag}} + \vec{a}_{\text{gravity}} \\ \vec{F}_{\text{control}} = \frac{\vec{u}P_{\text{max}}}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_{\text{control}} = \frac{\vec{F}_{\text{control}}}{m} \\ \vec{F}_{\text{drag}} = -C_{\text{drag}}\vec{v}|\vec{v}|, \quad \vec{a}_{\text{drag}} = \frac{\vec{F}_{\text{drag}}}{m} \\ \vec{F}_{\text{gravity}} = m\vec{g}, \quad \vec{a}_{\text{gravity}} = \frac{\vec{F}_{\text{gravity}}}{m} \end{cases} \quad (2)$$

У даній моделі враховані наступні фактори:

- \vec{x} - вектор положення об'єкта,
- \vec{v} - вектор швидкості об'єкта,
- \vec{a}_{control} - прискорення, спричинене керуванням,
- \vec{a}_{drag} - прискорення, спричинене силою тертя,
- \vec{a}_{gravity} - прискорення, спричинене силою гравітації.

Ця модель дозволяє аналізувати рух БПЛА з урахуванням керування, тертя і гравітації в різних умовах. Вона дозволяє прогнозувати поведінку БПЛА в різних умовах і визначати траєкторію та положення об'єкта під впливом цих сил.

1.2 Модифікація моделі для різних видів БПЛА

Для різних видів БПЛА, таких як морські дрони, квадрокоптери та крила, модель руху повинна бути модифікована з урахуванням їхньої специфіки та умов, в яких вони працюють. Кожен вид має свої особливості, що впливають на їхню поведінку та можуть вимагати додаткових параметрів або формул.

1.2.1 Модель морських дронів

Для аналізу руху морських дронів можна використовувати як двовимірну, так і тривимірну моделі. Вибір конкретної моделі залежить від рівня деталізації, який потрібно враховувати при аналізі руху дрона та впливу різних факторів на цей рух.

Двовимірна модель

У випадку двовимірної моделі поверхня води вважається рівною, а ураження дрона відбувається з повітря або по параболічній траєкторії. Для такої моделі

можна використовувати базову модель, яку було описано раніше, але без урахування сили тяжіння:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = \vec{v} \\ \dot{\vec{v}} = \vec{a}_{\text{control}} + \vec{a}_{\text{drag}} \\ \vec{F}_{\text{control}} = \frac{\vec{u}P_{\text{max}}}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_{\text{control}} = \frac{\vec{F}_{\text{control}}}{m} \\ \vec{F}_{\text{drag}} = -C_{\text{drag}}\vec{v}|\vec{v}|, \quad \vec{a}_{\text{drag}} = \frac{\vec{F}_{\text{drag}}}{m} \end{cases} \quad (3)$$

Ця модель дозволяє аналізувати рух морського дрона в двовимірному просторі, враховуючи керовану силу та опір повітря. При цьому збурення поверхні води ігноруються

Тривимірна модель

У випадку тривимірної моделі до моделі можна додати додатковий параметр δx_{wave} , який буде враховувати вплив хвиль на рух дрона. Цей параметр можна інтерпретувати як зміщення дрона вздовж осі x під дією хвиль. Аналогічно до двохвимірного випадку вплив сили тяжіння не є суттєвим оскільки компенсується водою. Тривимірна модель морського дрона може мати наступний вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = \vec{v} + \delta\vec{x}_{\text{wave}} \\ \dot{\vec{v}} = \vec{a}_{\text{control}} + \vec{a}_{\text{drag}} \\ \vec{F}_{\text{control}} = \frac{\vec{u}P_{\text{max}}}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_{\text{control}} = \frac{\vec{F}_{\text{control}}}{m} \\ \vec{F}_{\text{drag}} = -C_{\text{drag}}\vec{v}|\vec{v}|, \quad \vec{a}_{\text{drag}} = \frac{\vec{F}_{\text{drag}}}{m} \end{cases} \quad (4)$$

У цій моделі додатковий член $\delta\vec{x}_{\text{wave}}$ враховує вплив хвиль на рух дрона. Значення $\delta\vec{x}_{\text{wave}}$ може бути обчислене на основі параметрів хвиль та властивостей дрона. Врахування тривимірності моделі та впливу хвиль дозволяє отримати більш реалістичне уявлення про рух морського дрона та забезпечує точніші результати аналізу його поведінки у морських умовах за умови сильного збурення поверхні, як при штормі, або при відносно невеликих розмірах дрона.

1.2.2 Модель БПЛА "Літаюче крило"

Модель "літаючого крила" може бути представлена у вигляді тривимірної моделі, де керування здійснюється за допомогою різних параметрів, таких як кут нахилу крила, кут крену, кут тангажу та швидкість. Однак, моделювання повної аеродинаміки літаючого крила є складною задачею, тому можна використовувати

спрощену модель, яка компенсує силу тяжіння у випадку, коли дрон рухається горизонтально.

Модель "літаючого крила" можна описати наступною тривимірною моделлю, яка враховує керування, опір повітря та силу тяжіння:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = \vec{v} \\ \dot{\vec{v}} = \vec{a}_{\text{control}} + \vec{a}_{\text{drag}} + \vec{a}_{\text{gravity}} \\ \vec{F}_{\text{control}} = \frac{\bar{u}P_{\text{max}}}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_{\text{control}} = \frac{\vec{F}_{\text{control}}}{m} \\ \vec{F}_{\text{drag}} = -C_{\text{drag}}\vec{v}|\vec{v}|, \quad \vec{a}_{\text{drag}} = \frac{\vec{F}_{\text{drag}}}{m} \\ \vec{F}_{\text{gravity}} = \vec{g}\left|\frac{v_z}{|\vec{v}|}\right|, \quad \vec{a}_{\text{drag}} = \frac{\vec{F}_{\text{drag}}}{m} \end{cases} \quad (5)$$

Застосування обмежень на керування може бути корисним для моделювання обмежень, що не увійшли до моделі напряму. Також збільшити точність моделі можуть допомогти методи прогнозування, що будуть описані далі.

1.2.3 Модель квадрокоптерів

Модель квадрокоптерів є тривимірною базовою моделлю. Квадрокоптер складається з чотирьох роторів, кожен з яких забезпечує підйом і керування дроном шляхом зміни швидкості обертання роторів. Оскільки ефективність залежить від швидкості обертання, то обмеження на керування може залежати від поточної швидкості відносно повітря (із врахуванням швидкості вітру). Квадрокоптер може дуже швидко змінювати напрям свого прискорення, тому обмеження на напрям керування можна не враховувати.

Модель квадрокоптерів можна описати наступною системою:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = \vec{v} \\ \dot{\vec{v}} = \vec{a}_{\text{control}} + \vec{a}_{\text{drag}} + \vec{a}_{\text{gravity}} \\ \vec{F}_{\text{control}} = \frac{\bar{u}P_{\text{max}}}{|\vec{v}|}, \quad \vec{a}_{\text{control}} = \frac{\vec{F}_{\text{control}}}{m} \\ \vec{F}_{\text{drag}} = -C_{\text{drag}}\vec{v}|\vec{v}|, \quad \vec{a}_{\text{drag}} = \frac{\vec{F}_{\text{drag}}}{m} \\ \vec{a}_{\text{gravity}} = \vec{g} \end{cases} \quad (6)$$

1.3 Параметри моделі

1.3.1 Визначення параметрів моделі

Для побудови моделі необхідно знайти технічні характеристики відповідного БПЛА.

Для цього необхідні наступні значення: - маса m (нас зазвичай цікавить маса близька до максимального навантаження, оскільки збивають навантажені дрони),

- максимальна потужність двигуна P_{max} ,

- максимальна швидкість яку здатен розвивати БПЛА v_{max} .

- розміри БПЛА R

Ці характеристики зазвичай є загальнодоступними, а тому їх пошук не буде надто ускладненим

Коефіцієнт тертя, необхідний для нашої моделі будемо визначати з максимальної швидкості БПЛА. Дрон досягає своєї максимальної швидкості при рівновазі сил:

$$\vec{F}_{drag} + \vec{F}_{control} = 0$$

Для визначення максимальної швидкості обирають час без сильного впливу вітру, а двигун працює на повну потужність в одному й тому самому напрямку ($\vec{u} = \vec{v}/|\vec{v}|$), тому можемо вирахувати

$$\frac{\vec{u}P_{max}}{|\vec{v}_{max}|} = C_{drag}\vec{v}_{max}|\vec{v}_{max}|$$

$$\frac{P_{max}}{|\vec{v}_{max}|^3} = C_{drag}$$

Для спрощення підрахунку розмір БПЛА будемо вважати деяким параметром радіусу, так ніби БПЛА має сферичну форму. Цей параметр буде використовуватися для визначення складності ураження об'єкта.

1.3.2 Характеристики Shahed 136

Вся інформація про Shahed 136 є приблизною [7], оскільки виробник цього БПЛА - держава терорист і не надає офіційних тестів.

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{max} = 50 \frac{m}{c} \Rightarrow C_{drag} = 0.3 \\ P_{max} = 37kW \\ m = 200kg \\ R = 1.25 \end{array} \right. \quad (7)$$

1.3.3 Характеристики Mavic 2

Інформація про максимальну швидкість, масу і розміри доступна на офіційному сайті компанії [6]. А потужність була вирахована приблизно на основі дальності польоту, ефективності пропелерів залежно від швидкості а також розмірів батареї.

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{max} = 20 \frac{m}{c} \Rightarrow C_{drag} = 0.09 \\ P_{max} = 700W \\ m = 0.9kg \\ R = 0.15 \end{array} \right. \quad (8)$$

Розділ 2. Ураження цілі

2.1 Системи протиповітряної оборони

Системи протиповітряної оборони (ППО) призначені для виявлення, ідентифікації, відстеження та ураження ворожих літальних апаратів, які проникають в повітряний простір обороняючої території. Одним з типів систем ППО є зенітні комплекси з некерованими снарядами, які застосовуються через їх відносну низьку вартість порівняно з керованими ракетами.

Основною задачею систем ППО з некерованими снарядами є забезпечення ураження ворожих цілей шляхом прямого попадання, вибуху снаряду на певній відстані від цілі або розкидання менших снарядів для збільшення радіусу ураження. Це досягається за допомогою точного визначення траєкторії руху цілі, розрахунку моменту випуску снаряду і відповідної часової затримки вибуху або розкидання.

2.1.1 Ураження з великим радіусом

У системах протиповітряної оборони з некерованими снарядами, ураження з великим радіусом може бути досягнуте шляхом вибуху снаряду на певній відстані від цілі або розкидання менших снарядів. Це дозволяє збільшити зону поразки і забезпечити ураження об'єктів, що знаходяться в певному радіусі навколо цілі. Це особливо ефективно, якщо розмір об'єкта є дуже малим відносно радіусу ураження.

У моделюванні систем ППО з некерованими снарядами для врахування ураження з великим радіусом, можна просто збільшити радіус дрона на радіус ураження. Це припущення дозволяє врахувати можливість ураження дрона.

Таким чином, врахування ураження з великим радіусом дозволяє збільшити зону поразки та забезпечити ефективніше функціонування систем протиповітряної оборони.

2.1.2 Робота з РЛС

РЛС (радіолокаційна станція) є приладом, який використовує радіохвилі для визначення положення та швидкості руху об'єктів в просторі. В залежності від типу

РЛС можна отримати різноманітну інформацію, таку як координати об'єктів, їх швидкість, висоту, розміри та інші параметри.

Зазвичай інформація, що отримується від РЛС, представлена у вигляді часового ряду з постійним інтервалом. Це означає, що на кожен момент часу станція передає дані про положення об'єкта (наприклад, координати в трьох вимірах) та інші параметри (наприклад, швидкість). Ці дані можуть бути записані у вигляді послідовності чисел, що відображають значення цих параметрів в кожен момент часу.

У деяких випадках можливе отримання даних в реальному часі, коли РЛС передає дані на кожен момент часу без затримки. Однак у більшості випадків РЛС може передавати дані з певною затримкою, що може залежати від різних факторів, таких як тип РЛС, відстань до об'єкта, швидкість об'єкта тощо. Тому, перед використанням даних, отриманих від РЛС, слід враховувати можливу затримку та коригувати її враховуючи відому інформацію про РЛС та характеристики об'єкта.

З побудованої моделі можемо вирахувати середнє керування (потужність), що діяло на дрон протягом заданого проміжку часу. Ця інформація допоможе прогнозувати рух дрона

2.1.3 Неточності вимірювання

Сенсори, що використовуються для визначення положення, можуть мати деякий рівень шуму або дрейфу, що призводить до неточностей в вимірюваннях. Також можуть бути проблеми з точністю вимірювання при маневрі БПЛА, особливо при швидкому русі або зміні напрямку руху. Для цього врахуємо в моделі можливість помилок вимірювань або неточностей у визначенні положення, швидкості та прискорення дрона.

$$\begin{cases} \vec{x}_{real} = \vec{x} + \delta\vec{x} \\ \vec{v}_{real} = \vec{v} + \delta\vec{v} \\ \|\delta\vec{x}\| \leq R_{x,accuracy} \\ \|\delta\vec{v}\| \leq R_{v,accuracy} \end{cases} \quad (9)$$

2.2 Прогнозування динаміки об'єкта

В системах протиповітряної оборони важливою задачею є прогнозування місцезнаходження дрона. Для досягнення цієї мети розглянемо методи екстраполяції руху дрона, які дозволяють прогнозувати його майбутнє положення на основі наявних даних.

Строга постановка задачі прогнозування полягає в наступному. Ми маємо історію спостережень за БПЛА, яка представлена у вигляді часового ряду $(t_i, \vec{x}_i, \vec{v}_i, \vec{u}_i)$, де t_i - час спостереження, $\vec{x}_i, \vec{v}_i, \vec{u}_i$ - положення, швидкість і керування дрона в момент часу t_i відповідно.

Нашою задачею є знаходження позиції дрона \vec{x}_{future} через заданий період часу Δt . Для цього використовуються методи екстраполяції, які базуються на аналізі даних про рух дрона, його швидкості і прискорення.

У загальному випадку радарні системи можуть надавати різну інформацію про дрона в різні моменти часу. Тому ряди (t_i, \vec{x}_i) і (t_j, \vec{v}_j) можуть бути задані незалежно одне від одного. В той же час значення керування може бути розраховано на основі наявних даних, як очікуване значення, що буде переводити модель в відповідний стан. Це означає, що для прогнозування майбутнього положення дрона можна використовувати доступні дані про його положення і швидкість і керування у відповідні моменти часу.

Застосування методів прогнозування дозволяє системам протиповітряної оборони бути більш ефективними у виявленні, відстеженні та знищенні дронів шляхом прогнозування їхнього майбутнього руху.

2.2.1 Майбутнє положення при відсутності керування

Центральною точкою відносно керування можна назвати точку при нульовому керуванні. [2] Будемо розглядати модель без сили тяжіння оскільки для неї можна знайти аналітичний розв'язок. Така модель використовується для морських дронів або дронів типу "крила" за умови його руху в межах однієї площини.

В цьому випадку прискорення дрона буде рівним $-\frac{F_{\text{drag}}}{m}$. Положення дрона через певний час Δt можна знайти, розв'язавши систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = \vec{v} \\ \dot{\vec{v}} = -\frac{C_{drag}\vec{v}|\vec{v}|}{m} \end{cases} \quad (10)$$

Напряв швидкості не буде змінюватися, тому систему можна вирішувати відносно модуля швидкості $|\vec{v}|$. Спочатку розв'яжемо рівняння відносно $|\vec{v}|$ і знайдемо значення швидкості в кожен момент часу $\vec{v}(t) = |\vec{v}(t)|\frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|}$. Отримуємо задачу Коші:

$$\begin{cases} \dot{\vec{v}} = -\frac{C_{drag}\vec{v}|\vec{v}|}{m} \\ \vec{v}(t_0) = \vec{v}_0 \end{cases}$$

$$|\dot{\vec{v}}| = -\frac{C_{drag}|\vec{v}|^2}{m}$$

Розділимо змінні та проінтегруємо:

$$\int \frac{d|\vec{v}|}{|\vec{v}|^2} = -\int \frac{C_{drag}}{m} dt \Rightarrow -\frac{1}{|\vec{v}|} = -\frac{C_{drag}}{m}t - const$$

Враховуючи початкову умову $\vec{v}(t_0) = |\vec{v}_0|$, отримаємо:

$$\frac{1}{|\vec{v}_0|} = \frac{C_{drag}}{m}t_0 + const \Rightarrow const = \frac{1}{|\vec{v}_0|} - \frac{C_{drag}}{m}t_0$$

Підставивши отриману константу в рівняння для \vec{v} отримаємо:

$$\frac{1}{|\vec{v}|} = \frac{C_{drag}}{m}(t - t_0) + \frac{1}{|\vec{v}_0|} \Rightarrow \vec{v}(t) = \frac{1}{\frac{C_{drag}}{m}(t - t_0) + \frac{1}{|\vec{v}_0|}} \frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|} \quad (11)$$

Маючи рівняння швидкості в кожен момент часу, ми можемо розрахувати положення дрона. Отримуємо задачу Коші:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = \vec{v} \\ \vec{x}(t_0) = \vec{x}_0 \end{cases}$$

Інтегруючи рівняння, отримаємо:

$$\dot{\vec{x}} = \frac{1}{\frac{C_{drag}}{m}(t - t_0) + \frac{1}{|\vec{v}_0|}} \frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|} \Rightarrow \int d\vec{x} = \int \frac{1}{\frac{C_{drag}}{m}(t - t_0) + \frac{1}{|\vec{v}_0|}} \frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|} dt$$

$$\vec{x} = \frac{m}{C_{drag}} \ln\left(\frac{C_{drag}}{m}(t - t_0) + \frac{1}{|\vec{v}_0|}\right) \frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|} + const$$

З початкової умови знайдемо значення константи

$$\vec{x}(t_0) = \vec{x}_0 = \frac{m}{C_{drag}} \ln\left(\frac{1}{|\vec{v}_0|}\right) \frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|} + const \Rightarrow$$

$$const = \vec{x}_0 - \frac{m}{C_{drag}} \ln\left(\frac{1}{|\vec{v}_0|}\right) \frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|} = \vec{x}_0 + \frac{m}{C_{drag}} \ln(|\vec{v}_0|) \frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|}$$

Отримуємо

$$\vec{x} = \frac{m}{C_{drag}} \ln\left(\frac{C_{drag}}{m}(t - t_0) + \frac{1}{|\vec{v}_0|}\right) \frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|} + \vec{x}_0 + \frac{m}{C_{drag}} \ln(|\vec{v}_0|) \frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|}$$

Таким чином фінальні формули для знаходження положення і швидкості БПЛА в кожний момент часу t мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} \vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \frac{m}{C_{drag}} \ln\left(\frac{C_{drag}}{m} |\vec{v}_0| (t - t_0) + 1\right) \frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|} \\ \vec{v}(t) = \frac{1}{\frac{C_{drag}}{m} (t - t_0) + \frac{1}{|\vec{v}_0|}} \frac{\vec{v}_0}{|\vec{v}_0|} \end{cases} \quad (12)$$

Дані формули можуть бути використані для визначення точки в якій буде знаходитися об'єкт в будь-який момент час за умови відсутності керування. Ця точка є бажливою оскільки залежно від напрямку керування, положення БПЛА буде відхиляти у відповідну сторону від неї.

2.2.2 Майбутнє положення при постійній швидкості

У випадку постійної швидкості, ми припускаємо, що дрон не змінює свою швидкість і напрям руху протягом часу. Тому майбутнє положення дрона можна просто визначити шляхом екстраполяції руху на основі поточного положення і швидкості.

Нехай поточний час позначається t_0 , а поточне положення і швидкість дрона позначаються як \vec{x}_0 та \vec{v}_0 відповідно. Тоді майбутнє положення дрона в момент часу t можна визначити за формулою:

$$\vec{x}_{future} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 \Delta t \quad (13)$$

Для даного випадку ми також можемо розрахувати керування, яке дрон повинен мати, щоб рухатися з постійною швидкістю. Для цього потрібно, щоб сили, що діють на дрон, компенсували одна одну, тобто прискорення дорівнювало нулю. Маємо наступне співвідношення:

$$\vec{F}_{drag} + \vec{F}_{control} + \vec{F}_{gravity} = 0 \quad (14)$$

Враховуючи, що сила опору повітря \vec{F}_{drag} пропорційна швидкості і протилежна за напрямком, ми можемо записати:

$$\frac{\vec{u}P_{\text{max}}}{|\vec{v}_0|} = C_{\text{drag}}\vec{v}_0|\vec{v}_0| + m\vec{g} \quad (15)$$

Тут \vec{u} - вектор керування, а P_{max} - максимальна сила керування. Розв'язавши останнє рівняння відносно \vec{u} , отримаємо:

$$\vec{u} = (C_{\text{drag}}\vec{v}_0|\vec{v}_0| + m\vec{g})\frac{|\vec{v}_0|}{P_{\text{max}}} \quad (16)$$

Якщо ж розглядається система без сили тяжіння або вона є компенсованою, то маємо

$$\vec{u} = \frac{C_{\text{drag}}}{P_{\text{max}}}\vec{v}_0|\vec{v}_0|^2$$

2.2.3 Майбутнє положення при постійному керуванні

Для більш точного прогнозування майбутнього положення дрона, зокрема на невеликі проміжки часу, можна використовувати метод, в якому керування вважається постійним і рівним останньому відомому значенню або середньому значенню за невеликий проміжок часу. Позначимо попереднє керування як \vec{u}_{last} , тоді ми маємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = \vec{v} \\ \dot{\vec{v}} = \frac{\vec{u}_{\text{last}}P_{\text{max}}}{m|\vec{v}|} - C_{\text{drag}}\vec{v}|\vec{v}| \end{cases} \quad (17)$$

Якщо ми розглядаємо дуже малий проміжок часу Δt , то можемо знехтувати зміною швидкості. Ми будемо вважати прискорення постійним і рівним

$$\vec{a} = \frac{\vec{u}_{\text{last}}P_{\text{max}}}{m|\vec{v}_0|} - C_{\text{drag}}\vec{v}_0|\vec{v}_0| \quad (18)$$

Тоді очікуване положення дрона буде:

$$\vec{x}_{\text{future}} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0\Delta t + \frac{\vec{a}\Delta t^2}{2} \quad (19)$$

2.2.4 Авторегресійна модель

Авторегресійна модель є ефективним інструментом для прогнозування на основі аналізу історичних даних. Вона дозволяє врахувати залежність між поточним значенням і попередніми значеннями часового ряду.

Авторегресійна модель може бути побудована на основі різних параметрів. Одним з можливих варіантів є використання середньої швидкості за останній час. Це означає, що ми будемо спрогнозувати майбутнє положення дрона, враховуючи середню швидкість переміщення за останній період часу.

Інший варіант - побудова моделі на основі середнього керування. Це означає, що ми враховуємо середнє значення керування за останній час і використовуємо його для прогнозування майбутнього положення дрона.

Також можливо побудувати авторегресійну модель на основі положення дрона, але в такому випадку необхідно використовувати інтегровану модель. Ідея інтегрованої моделі полягає в тому, що замість самого положення в моделі використовується різниця між двома значеннями положення. Це означає, що модель прогнозує зміщення дрона, а не його абсолютне положення.

Оскільки у дрона є чітка ціль, очікується, що середнє зміщення буде в напрямку до цілі, а всі відхилення від цього напрямку мають тимчасовий характер.

Для оцінки параметрів авторегресійної моделі можна використовувати методи максимальної ймовірності та метод найменших квадратів.

Метод найменших квадратів - це техніка, яка застосовується для оцінки параметрів моделі шляхом мінімізації суми квадратів помилок між прогнозованими і фактичними значеннями. Метою є знаходження параметрів, які найкраще підходять до даних, знижуючи відстань між спостережуваними точками даних і прогнозованими значеннями. Метод найменших квадратів часто використовується в моделях лінійної регресії для оцінки залежності між залежною змінною і однією або декількома незалежними змінними.

Математично авторегресійна модель може бути виражена наступним чином:
[1]

$$\hat{y}_t = \vec{\alpha} + \sum_{i=1}^p \phi_i \vec{y}_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \vec{\epsilon}_{t-j} \quad (20)$$

де \hat{y}_t - прогнозоване значення, $\vec{\alpha}$ - константа, ϕ_i та θ_j - параметри авторегресії та ковзного середнього відповідно, \vec{y}_{t-i} - попередні значення часового ряду, а $\vec{\epsilon}_{t-j}$

- попередні залишки.

Оцінка параметрів може бути здійснена шляхом мінімізації суми квадратів помилок (SSE): [1]

$$SSE = \sum_{t=q+1}^n (|\vec{y}_t - \hat{y}_t|)^2 \quad (21)$$

де n - довжина часового ряду, q - максимальний порядок відставання ковзного середнього частини моделі.

Для знаходження оптимальних значень параметрів моделі можуть застосовуватись методи оптимізації, такі як метод градієнтів або метод Ньютона.

2.2.5 Область досяжності дрона

Область досяжності дрона - це просторова область, в якій може знаходитися дрон протягом певного наперед визначеного періоду часу [2]. Ця область визначається швидкістю дрона, часовими обмеженнями, а також його маневреністю та можливістю керування.

Одним з ключових факторів, що впливають на область досяжності, є швидкість дрона. Висока швидкість дрона дозволяє йому пройти відстань за менший час, що віддаляє область досяжності від його початкового положення. Однак, велика швидкість призводить до зменшення маневреності дрона, що впливає на область досяжності.

Часові обмеження також відіграють важливу роль у визначенні області досяжності. Довший час дозволяє дрону пройти більшу відстань, що розширює область досяжності. А короткий час обмежує можливість дрона долати великі відстані, що зменшує область досяжності.

Для визначення області досяжності можна використовувати різні методи. Один з можливих способів - знаходження крайніх точок області досяжності. Для цього можна розглядати майбутні положення об'єкта при постійному керуванні дрона в певному напрямку. Шляхом визначення майбутніх положень об'єкта при максимальному прискоренні в усіх можливих напрямках можна встановити границі області досяжності.

Наприклад, можна розрхувати точки при постійному керування, керуванням буде одиничний вектор: $\vec{u}_i = (\cos(2\pi \frac{i}{n}), \cos(2\pi \frac{i}{n}))$, де $i = \overline{1, n}$, а n - бажана кількість точок

Цей підхід дозволяє оцінити область, в якій може знаходитися об'єкт протягом певного періоду часу і знаходиться близько до поточного опису.

2.2.6 Область ймовірного положення

Область досяжності дрона може бути достатньо великою і через вплив неточності моделі або сторонніх непередбачуваних факторів, таких як неточності РЛС, неточність зброї тощо, не гарантується, що вона буде повною. Тому доцільно встановити бажаний рівень ймовірності ураження, який відповідає прийнятому ризику.

Областю ймовірності будемо називати множину можливих положень дрона, для якої реальне майбутнє положення буде знаходитися з деякою наперед заданою ймовірністю. Рівень цієї ймовірності буде залежати від важливості цілі, розміру області досяжності, впливу сторонніх факторів, що можуть впливати на точність прогнозування положення дрона.

Для знаходження такої області необхідні статистичні дані для даного об'єкту або для об'єктів цього типу. На основі цих даних ми будемо розраховувати квантилі, тобто області, в які наші дані потрапляють із заданою ймовірністю. Далі треба обрати метод прогнозування серед тих, які ми розглядали раніше.

Можна розглянути два основних підходи для визначення області ймовірного положення:

1. Для отриманого прогнозування положення знайдемо розмір відхилення положення, яке гарантує нам необхідну ймовірність. Таким чином, будемо враховувати статистичні характеристики та неточності моделі для визначення діапазону можливих положень. Дана область буде мати сферичну (круглу) форму.

2. Для отриманого прогнозування керування знайдемо розмір відхилення керування, яке гарантує нам необхідну ймовірність. Цей підхід дозволяє визначити область ймовірного положення на основі статистичного аналізу можливих керувань та їх впливу на положення дрона. Дана область буде мати форму аналогічно області досяжності і залежить від моделі та її параметрів.

Обидва підходи вимагають наявності статистичних даних та розрахунків для визначення діапазону ймовірного положення дрона. Вибір конкретного підходу буде залежати від доступних даних, характеристик дрона та вимог до точності прогнозування.

Розділ 3. Аналіз ефективності ураження

3.1 Програмна реалізація

Була розроблена програмна реалізація описаних моделей, яка дозволяє моделювати об'єкти різного типу та аналізувати вплив різних параметрів на їх рух. Програма надає можливість статистичного аналізу даних, а також збереження керування з клавіатури або завантаження заздалегіть підготовлених даних.

У рамках програмної реалізації були реалізовані чотири методи визначення важливих точок, які дозволяють встановлювати ключові моменти в русі об'єктів. Також була розроблена функціональність для визначення області досяжності. Ці методи залежать від поточних параметрів дрона, його характеристик, швидкості вітру проміжку часу на який проводиться прогнозування.

Програмна реалізація надає інтерфейс для роботи з моделями, а також можливості аналізу і візуалізації результатів. Вона дозволяє використовувати розроблені моделі для досліджень ефективності систем ППО за різних умов і при різних характеристиках.

3.1.1 Дискретизація системи

Оскільки аналітичний розв'язок системи при невідомому заздалегіть керуванні є неможливим, необхідно використовувати методи дискретизації. Один з найпростіших методів - це метод Ейлера, який може бути використаний для дискретизації системи і має наступний вигляд:

$$\begin{cases} \vec{x}_{i+1} = \vec{x}_i + \Delta t \vec{v}_i \\ \vec{v}_{i+1} = \vec{v}_i + \Delta t \vec{a}_i \end{cases} \quad (22)$$

Однак, для досягнення більшої точності у визначенні майбутнього положення при постійному керуванні можна використати наступний покращений метод:

$$\begin{cases} \vec{x}_{i+1} = \vec{x}_i + \Delta t \left(\frac{\vec{v}_i + \vec{v}_{i+1}}{2} \right) \\ \vec{v}_{i+1} = \vec{v}_i + \Delta t \vec{a}_i \\ \vec{a}_i = \frac{P_{\max} \vec{u}_i}{m |\vec{v}_i|} - C_{\text{drag}} \vec{v}_i |\vec{v}_i| \end{cases} \quad (23)$$

Тут Δt - це крок часу між дискретними моментами часу, а i позначає номер поточної ітерації.

Початкові значення координат \vec{x}_0 та швидкості \vec{v}_0 задаються відповідно. Кожна наступна ітерація дискретної моделі визначає нові значення \vec{x}_{i+1} та \vec{v}_{i+1} на основі попередніх значень \vec{x}_i, \vec{v}_i та векторів прискорень $\vec{a}_{\text{control},i}$ та $\vec{a}_{\text{drag},i}$, які вираховуються на попередньому кроці згідно з формулами, наведеними вище.

При необхідності можна покращити дискретну модель системи за допомогою методу Рунге-Кутта. Метод Рунге-Кутта є числовим методом, який дозволяє апроксимувати розв'язок диференціальних рівнянь більш точно. Цей метод використовує кілька кроків, щоб оновити значення змінних системи на кожному кроці ітерації.

3.2 Ефективність ураження

3.2.1 Вплив характеристик ППО на ефективність ураження

Характеристики системи протиповітряного оборонного комплексу (ППО) мають прямий вплив на ефективність ураження безпілотних літальних апаратів (БПЛА). Декілька ключових параметрів визначають можливості та ефективність ППО в знищенні БПЛА. Нижче розглянуті деякі з них:

1. Швидкість реакції ППО: Цей параметр визначається як сума двох часових інтервалів: часу від моменту прольоту ППО певної точки до отримання цієї точки як даних в системі, а також часу від отримання координат цілі до моменту, коли вона буде уражена.

Перший інтервал відображає час, необхідний ППО для реєстрації та отримання координат певної точки, яка може бути потенційною ціллю (наприклад, БПЛА). Це може включати час отримання радіосигналу, його обробку, ідентифікацію цілі і передачу даних до системи ураження.

Другий інтервал відображає час, необхідний ППО для розрахунку траєкторії та наведення засобів ураження на ціль. Цей час включає передачу інформації про координати цілі, обчислення оптимальної траєкторії та передачу вказівок ураження.

Оцінка швидкості реакції ППО враховує обидва цих часових інтервали і може використовуватися для визначення максимальної відстані, на якій ППО може успішно уражати ціль. Це допомагає оцінити ефективність ППО у виявленні та

ураженні цілей з урахуванням затримок, пов'язаних з реакцією системи.

2. Швидкість дальоту кулі: Це показник часу, який потрібен кулі для досягнення БПЛА з максимальною швидкістю. Наприклад, якщо швидкість дальоту кулі дорівнює 2 секундам, це вказує на відстань, на якій ППО може знищити БПЛА протягом 2 секунд. Цей параметр особливо важливий при оцінці ефективності ППО на великих відстанях.

3. Швидкість випуску куль: Цей параметр вказує на кількість куль, які необхідно випустити в секунду для гарантованого знищення БПЛА. Наприклад, якщо потрібно випустити 10 куль в секунду, це означає, що ППО має здатність швидко випустити цю кількість куль та знищити БПЛА на певній відстані.

4. Точність визначення положення цілі: Цей параметр вказує на точність, з якою ППО може визначити положення БПЛА. Висока точність визначення положення дозволяє ППО більш ефективно виявляти, відслідковувати та уражати БПЛА.

При оцінці ефективності ураження можна враховувати різні параметри системи ППО. Зазвичай зафіксовується максимально можливе значення кожного параметра, а потім аналізується, які значення можуть набувати інші параметри з урахуванням цього постійного значення. Такий підхід дозволяє здійснити оцінку ефективності ППО і зрозуміти, як вони можуть працювати в різних умовах та сценаріях.

3.2.2 Швидкість БПЛА

Швидкість БПЛА має значний вплив на ефективність ураження та може впливати на різні аспекти системи захисту.

По-перше, швидкість може знизити ризик виявлення БПЛА з боку протиповітряних систем захисту. БПЛА, що літає з високою швидкістю, здатний швидко пролітати мимо зони виявлення і зменшувати ймовірність його виявлення.

По-друге, швидкість дрона є ключовим фактором, що впливає на область досяжності. Висока швидкість дрона дозволяє йому пройти більшу відстань за менший час, віддаляє область досяжності від системи ППО, що може ускладнити ураження.

По-третє, висока швидкість БПЛА знижує його маневреність, що також впливає на область досяжності. Якщо БПЛА рухається з високою швидкістю, його маневрені можливості можуть бути обмежені, що дозволяє краще прогнозувати його

положення та збільшує імовірність ураження.

Узагаліюючи, швидкість БПЛА впливає на ефективність ураження системи захисту, залежно від контексту та умов бойових дій.

3.2.3 Аналіз ефективності

Для аналізу ефективності системи захисту, розглянемо область досяжності, тобто множину всіх можливих точок, до яких може потрапити об'єкт (БПЛА) протягом заданого часу. Аналіз будемо проводити залежно від швидкості БПЛА та часу реакції системи протиповітряного захисту (ППО).

Почнемо з розгляду двох типів БПЛА: Shahed-136 і Mavic 2. Для заданих значень часу реакції та швидкості БПЛА, розрахуємо області, до яких може потрапити кожен з цих типів БПЛА протягом визначеного часу. Потім порівняємо площу області, до якої може потрапити кожен тип БПЛА, використовуючи розраховані значення швидкості та часу реакції ППО. Це дозволить оцінити ефективність системи захисту щодо кожного типу БПЛА.

Для визначення кількості куль, необхідних для ураження цілі в заданий проміжок часу, можна розділити площу області на площу покриття однієї кулі. Це дозволить знайти загальну кількість куль, необхідних для покриття всієї області. Що дає змогу оцінити, наскільки ефективно система захисту працює з урахуванням розмірів БПЛА. Зазначимо, що точна кількість куль бути відрізнитися залежно від реальних умов і можливих обмежень, які можуть впливати

3.2.4 Горизонтальна площина

Почнемо аналіз горизонтальної області досяжності, припускаючи, що ураження відбувається знизу. Для цього розглянемо рух об'єкту в межах горизонтальної площини.

Аналіз ураження Shahed 136

Для аналізу можливостей ураження БПЛА моделі Shahed 136, розглянемо значення швидкостей польоту, що становлять відсоткове співвідношення від максимальної швидкості. Ми розглянемо значення 20 м/с, 30 м/с, 40 м/с, 45 м/с і 50 м/с, які відповідають 40%, 60%, 80%, 90% і 100% від максимальної швидкості відповідно.

Таблиці надають інформацію про область досяжності БПЛА моделі Shahed

136 при різних швидкостях польоту і часах ураження. Для аналізу розглянемо часи ураження 0.5 сек, 1 сек, 2 сек, 4 сек і 8 сек. У таблиці представлені відстані досяжності в метрах.

Область досяжності БПЛА Shahed 136					
	Швидкість польоту				
Затримка	20м/с	30м/с	40м/с	45 м/с	50 м/с
0,5 сек	4,2 м ²	1,9 м ²	1,0 м ²	0,8 м ²	0,7 м ²
1,0 сек	71 м ²	30 м ²	17 м ²	13 м ²	11 м ²
2,0 сек	1351 м ²	490 м ²	264 м ²	206 м ²	166 м ²
4,0 сек	17375 м ²	9412 м ²	4557 м ²	3396 м ²	2689 м ²
8,0 сек	158735 м ²	118384 м ²	81328 м ²	66102 м ²	53464 м ²

Аналізуючи дані з таблиці, можна зробити наступні підтвердити, що:

Зі збільшенням швидкості польоту зменшується область досяжності ураження БПЛА Shahed 136.

Зі збільшенням часу затримки ураження збільшується область досяжності ураження БПЛА Shahed 136.

З використанням куль або балістичних снарядів невеликих розмірів складніше вразити маленькі об'єкти, тому для оцінки складності ураження варто враховувати відношення області досяжності до площі БПЛА Shahed 136.

Враховуючи розміри дрону Shahed 136, який можна вважати сферичним з радіусом $R = 1.2$ метра, площа цього дрону становить приблизно 4.5 метра квадратного. Таким чином одна куля може вразити БПЛА, що знаходиться в радіусі R від неї, тобто збити БПЛА в область 4.5 метра квадратних. Таким чином можна вирахувати кількість куль необхідних для ураження цілі

Кількість куль для ураження Shahed 136					
	Швидкість польоту				
Затримка	20м/с	30м/с	40м/с	45 м/с	50 м/с
0,5 сек	1	1	1	1	1
1,0 сек	16	7	4	3	3
2,0 сек	299	109	59	46	37
4,0 сек	3841	2081	1008	751	595
8,0 сек	35089	26169	17978	14612	11819

Дані з таблиці можна використовувати для оцінки складності ураження дро-

на і визначення кількості бойових елементів, які потрібно використати для гарантованого збиття.

Оскільки темпи стрільби для установки Тунгуска становлять 60-80 пострілів в секунду, а для Гепарда - 30-40, ураження об'єктів при затримці в 4 секунди і більше є дуже складним завданням. Такі обмеження часу ураження також обмежують ефективний радіус дії, оскільки початкова швидкість кулі близька до 1000 м/с. Тому затримка менше ніж 4 секунди означатиме зменшення радіуса дії до 2-3 кілометрів.

При ураженні цілей, важливою характеристикою є область ураження снаряду. Кулі, які мають невеликі розміри, уражають лише точково - область ураження є самою кулею. Однак, для успішного знищення невеликих об'єктів, ефективним є використання снарядів зі значною зоною ураження. Деякі системи використовують снаряди, які вибухають на певній відстані від об'єкта, що дозволяє збільшити область ураження. Більш сучасні ж системи що, спеціалізовані на знищенні невеликих об'єктів, які, як правило, є малоброньованими. використовують снаряди, які розкидають уламки навколо себе для збільшення зони ураження. Так наприклад системи Oerlikon уражають область з радіусом близько 5 метрів.

Область досяжності БПЛА Shahed 136 не залежить від сили вибуху, тому площа залишається тією самою. Проте, при розрахунках, розміри самого БПЛА вважаються більшими на радіус ураження, який у нашому випадку становить 6.2. Це означає, що радіус збільшився в 5.2 рази, а площа - в 26.7 рази.

Кількість куль для ураження Shahed 136 при вибуху 5м					
Затримка	Швидкість польоту				
	20м/с	30м/с	40м/с	45 м/с	50 м/с
0,5 сек	1	1	1	1	1
1,0 сек	1	1	1	1	1
2,0 сек	12	5	3	2	2
4,0 сек	144	78	38	29	23
8,0 сек	1315	981	674	548	443

Представлена таблиця показує значне скорочення кількості боєприпасів, необхідних для ураження цілей при радіусі ураження 5 метрів. Використання подібних боєприпасів дозволяє досягти ураження цілей навіть за 4 секунди, що призводить до збільшення ефективного радіусу протиповітряної оборони.

Варто відзначити, що використання цих снарядів є витратним та неефективним на невеликих відстанях, оскільки при короткому часі ураження потрібна невелика кількість куль.

Аналіз ураження Mavic 2

Для аналізу ефективності ураження Mavic 2 оберемо значення аналогічні до аналізу ураження Shahed 136 оберемо той самий час для ураження та оберемо швидкості, що відповідають тим самим відсоткам від максимальної. Значення швидкостей 8 м/с, 12 м/с, 16 м/с, 18 м/с і 20 м/с.

Область досяжності Mavic 2					
	Швидкість польоту				
Затримка	8 м/с	12 м/с	16 м/с	18 м/с	20 м/с
0,5 сек	151 м ²	126 м ²	101 м ²	90 м ²	79 м ²
1,0 сек	855 м ²	785 м ²	712 м ²	677 м ²	643 м ²
2,0 сек	4022 м ²	3856 м ²	3684 м ²	3599 м ²	3518 м ²
4,0 сек	17361 м ²	16997 м ²	16619 м ²	16433 м ²	16255 м ²
8,0 сек	72116 м ²	71355 м ²	70564 м ²	70174 м ²	69802 м ²

Mavic 2 має менші швидкості і меншу потужність, тому область досяжності при великому часі ураження і малих швидкостях є більшою, ніж відповідні значення для Shahed 136. Проте Mavic 2 є значно більш маневреним і може швидше набирати та знижувати швидкість, тому його область досяжності більша при малому часі ураження або великих швидкостях.

Особливо це помітно при часі ураження 0,5 секунди. Завдяки своїй великій маневреності, площа області ураження Mavic 2 перевищує відповідні показники Shahed 136 в 5-10 разів, навіть за умови, що Shahed 136 має значно більшу потужність. Це зумовлено малою масою Mavic 2.

Для Shahed 136, $R = 0,15$ м, тоді площа становить приблизно 0,07 метрів квадратних.

Кількість куль для ураження Mavic 2					
	Швидкість польоту				
Затримка	8м/с	12м/с	16м/с	18 м/с	20 м/с
0,5 сек	2143	1779	1430	1268	1122
1,0 сек	12100	11100	10076	9574	9099
2,0 сек	56902	54551	52117	50915	49770
4,0 сек	245613	240462	235116	232480	229965
8,0 сек	1020235	1009462	998272	992759	987495

Як бачимо, значення необхідної кількості куль надзвичайно великі. Це свідчить про складність ураження таких малих і маневрених цілей. Збиття їх з використанням звичайних куль практично неможливе за одну установку, а при використанні кількох установок вартість такого збиття значно перевищує вартість малого і недорогого дрона.

Область досяжності не залежить від сили вибуху, тому площа залишається незмінною. Аналогічно до аналізу ураження Shahed 136, збільшимо радіус дрона на радіус ураження.

Оскільки Mavic 2 є дуже малим за розмірами, це значно полегшить його збиття. Сумарний радіус становить 5.15 м. Таким чином, радіус збільшився в 34.3 рази, а площа - в 1178.8 рази. Це робить збиття значно легшим. У нашому випадку, принаймні, можливим.

Кількість куль для ураження Mavic 2 при вибуху 5м					
	Швидкість польоту				
Затримка	8м/с	12м/с	16м/с	18 м/с	20 м/с
0,5 сек	2	2	2	2	1
1,0 сек	11	10	9	9	8
2,0 сек	49	47	45	44	43
4,0 сек	209	204	200	198	196
8,0 сек	866	857	847	843	838

Аналізуючи таблицю, можна побачити, що значення необхідної кількості куль є значно меншими при використанні снарядів, які уражають велику область. Це пояснюється великим радіусом ураження порівняно з розмірами самого БПЛА.

Проте, навіть при таких показниках ураження, збиття БПЛА Mavic 2 залишається складною задачею, і для успішного ураження потрібно використовувати

значну кількість бойових елементів та швидко реагувати на зміни в його русі.

Зазначені обмеження також обмежують можливість втручання людини в керування зенітними установками та обмежують ефективну дальність, оскільки політ кулі на 3 кілометри займе більше 4 секунд.

Отже, збиття дронів Mavic 2 є надзвичайно складною задачею, і для ефективного знищення потрібно використовувати снаряди з великою областю ураження і забезпечувати їх реакцію протягом незначного часу.

3.2.5 Вертикальна площина

В реальній бойовій ситуації збиття буде проводитися при підльоті цілі до області ППО, а тому варто розглянути область при русі в сторону систем протиповітряної оборони. Швидкості і затримки будуть обрані аналогічно для порівняння із попередніми результатами.

Аналіз ураження Shahed 136

Для Shahed 136 для руху вниз необхідно змінити кут нахило, щоб гравітація почала впливати на його рух, тому на малих проміжках часу вплив гравітації майже відсутній

Область досяжності БПЛА Shahed 136					
	Швидкість польоту				
Затримка	20м/с	30м/с	40м/с	45 м/с	50 м/с
0,5 сек	3,9 м ²	1,8 м ²	1,0 м ²	0,8 м ²	0,6 м ²
1,0 сек	60 м ²	27 м ²	15 м ²	12 м ²	9,8 м ²
2,0 сек	1028 м ²	397 м ²	224 м ²	179 м ²	146 м ²
4,0 сек	11158 м ²	6512 м ²	3343 м ²	2555 м ²	2072 м ²
8,0 сек	84682 м ²	66169 м ²	48160 м ²	40323 м ²	33532 м ²

Кількість куль для ураження БПЛА Shahed 136					
	Швидкість польоту				
Затримка	20м/с	30м/с	40м/с	45 м/с	50 м/с
0,5 сек	1	1	1	1	1
1,0 сек	14	6	4	3	3
2,0 сек	228	88	50	40	33
4,0 сек	2467	1440	740	565	459
8,0 сек	18719	14627	10646	8914	7413

Кількість куль для ураження Shahed 136 при вибуху 5м					
	Швидкість польоту				
Затримка	20м/с	30м/с	40м/с	45 м/с	50 м/с
0,5 сек	1	1	1	1	1
1,0 сек	1	1	1	1	1
2,0 сек	9	4	2	2	2
4,0 сек	93	54	28	22	18
8,0 сек	702	548	399	334	278

Аналіз ураження Mavic 2

Mavic 2 може швидко почати прискорюватися вниз, тому всі області будуть трохи зміщені вниз в порівнянні з горизонтальним рухом

Область досяжності Mavic 2					
	Швидкість польоту				
Затримка	8м/с	12м/с	16м/с	18 м/с	20 м/с
0,5 сек	153 м ²	127 м ²	102 м ²	91 м ²	81 м ²
1,0 сек	867 м ²	797 м ²	725 м ²	690 м ²	656 м ²
2,0 сек	4109 м ²	3943 м ²	3772 м ²	3687 м ²	3607 м ²
4,0 сек	17842 м ²	17477 м ²	17098 м ²	16911 м ²	16733 м ²
8,0 сек	74350 м ²	73583 м ²	72786 м ²	72395 м ²	72021 м ²

Кількість куль для ураження Mavic 2					
	Швидкість польоту				
Затримка	8м/с	12м/с	16м/с	18 м/с	20 м/с
0,5 сек	2160	1798	1450	1289	1143
1,0 сек	12265	11271	10254	9756	9284
2,0 сек	58133	55788	53361	52166	51025
4,0 сек	252419	247248	241885	239248	236728
8,0 сек	1051836	1040982	1029714	1024178	1018886

Кількість куль для ураження Mavic 2 при вибуху 5м					
	Швидкість польоту				
Затримка	8м/с	12м/с	16м/с	18 м/с	20 м/с
0,5 сек	2	2	2	2	1
1,0 сек	11	10	9	9	8
2,0 сек	50	48	46	45	44
4,0 сек	215	210	206	203	201
8,0 сек	893	884	874	869	865

Загальна ситуація залишається близькою до попередньої, що означає, що області досяжності зазначених дронів майже не змінились. Проте, враховуючи додатковий вплив сили тяжіння, можна сказати, що ураження дронів, що рухаються в сторону системи ППО, буде вимагати більшої точності та швидкості реакції з боку системи ППО для ефективного знищення.

Висновок

У даній роботі були побудовані детальні моделі руху безпілотних літальних апаратів (БПЛА) в різних умовах з метою прогнозування їх траєкторії та визначення меж їх можливого положення. Ці моделі були реалізовані програмно та використовуються для аналізу та візуалізації поведінки різних видів БПЛА, включаючи морські дрони, квадрокоптери та дрони типу "крило".

Моделі враховують фізичні фактори, що впливають на рух БПЛА, такі як силу опору повітря та силу тяжіння. У якості керування використовується двигун з заданою максимальною потужністю. Моделі були модифіковані для відображення руху дронів різних типів, що дозволяє аналізувати їх різні характеристики та поведінку.

На основі розроблених моделей були визначені важливі точки для прогнозування майбутнього положення БПЛА. Застосування авторегресійних моделей та методів аналізу даних дозволило встановити майбутнє положення дрона при різних сценаріях, таких як відсутність керування, збереження швидкості та збереження керування. Розроблена програмна реалізація моделей дозволяє визначати ці точки на основі заданих значень положення дрона та параметрів системи.

Окрім того, в ході роботи були проведені аналізи областей досяжності для двох типів БПЛА: "крило" Shahed 136 та квадрокоптер Mavic 2. Аналіз проводився для різних значень поточної швидкості руху дрона та часу, необхідного для ураження цілі. Виявлено, що збільшення швидкості руху БПЛА призводить до зменшення його маневреності та області досяжності, сприяючи більш ефективному ураженню цілі. Збільшення часу, необхідного для ураження цілі, поліноміально збільшує розмір області досяжності.

Аналіз отриманих даних вказує на те, що бажаний час ураження цілі складає менше 4-х секунд, що обмежує час, необхідний для збору, обробки та аналізу даних РЛС. Таке обмеження також впливає на ефективний радіус роботи системи ППО, оскільки час польоту кулі також враховується у загальному часі збиття. У зв'язку зі складністю задачі збиття, система ППО повинна працювати в незалежному від людей режимі, де єдиним впливом людини може бути підтвердження необхідності знищення виявленої цілі.

При аналізі даних про рух квадрокоптера Mavic 2 можна зробити висновок, що збиття такого дрона з використанням звичайних куль є практично неможли-

вим. В таких випадках рекомендується використовувати снаряди з великим радіусом ураження. Для ураження більших цілей, таких як "крило" Shahed 136, можна використовувати кулі, особливо на невеликій відстані до цілі.

Отже, отримані результати аналізу моделей руху БПЛА та їх впливу на області досяжності дронів надають важливі відомості для розробки ефективних стратегій використання систем ППО проти різних типів БПЛА в різних умовах. Дані висновки можуть бути використані для розробки рекомендацій та протоколів дій для забезпечення успішного виявлення, слідкування та ураження дронів, забезпечуючи безпеку та захист об'єктів від потенційної небезпеки, яку можуть становити БПЛА.

Список використаних джерел

Література

- [1] Бідюк П. І., Меньяйленко О. С., Половцев О. В., Методи прогнозування Том 1, Том 2, - Луганськ: Альма матер, 2008. - 305 сторінок.
- [2] Р. Айзекс, диференціальні ігри, - Москва, 1967.
- [3] М. Г. Котик, Динаміка зльоту і посадки літаків, - Москва, 1984.
- [4] Красівський Н.Н., Ігрові задачі про зустріч рухів, - Москва, 1970.
- [5] Oerlikon Contraves. Less than lethal weapons requirements for military forces. http://proceedings.ndia.org/3500/Bradick_NL_NDIA.pps (28.07.2017).
- [6] MAVIC 2 Specs: Mavic 2 Pro & Mavic 2 Zoom <https://www.dji.com/mavic-2>.
- [7] Shahed 136 - Вікіпедія https://en.wikipedia.org/wiki/HESA_Shahed_136

Додатки

Модель БПЛА

```
public class Drone
{
    public IMovementPhysics Physics { get; }
    public Drone(
        Vector3 position,
        Vector3 velocity,
        float radius,
        IMovementPhysics movementPhysics)
    {
        Physics = movementPhysics;
        Position = position;
        Velocity = velocity;
        Radius = radius;
    }

    public Vector3 Position { get; private set; }

    public Vector3 Velocity { get; private set; }

    public float Radius { get; }

    public void Update(TimeSpan dt, Vector3 controls)
    {
        (var deltaPosition, var velocity) = Physics.CalculateTravelDistance(Velocity, dt, controls);

        Position += deltaPosition;
        Velocity = velocity;
    }
}
```

Фізика руху

```
public abstract class MovementPhysics : IMovementPhysics
{
    protected float DesiredDeltaTime { get; }

    public MovementPhysics(float desiredDeltaTime)
    {
        DesiredDeltaTime = desiredDeltaTime;
    }

    protected abstract Vector3 GetAcceleration(Vector3 velocity, Vector3 controls);

    public (Vector3 Travelled, Vector3 Velocity) CalculateTravelDistance
(Vector3 velocity, TimeSpan travelTime, Vector3 controls)
    {
        return CalculateTravelDistance(velocity, travelTime, (time, velocity) => controls);
    }

    public (Vector3 Travelled, Vector3 Velocity) CalculateTravelDistance
(Vector3 velocity, TimeSpan travelTime, Func<TimeSpan, Vector3, Vector3> getControls)
    {
        var position = new Vector3();
```

```

float totalSeconds = (float)travelTime.TotalSeconds;

int splitNumber = (int)Math.Ceiling(totalSeconds / DesiredDeltaTime - 0.001);
float dt_i = (float)(totalSeconds / splitNumber);
for (int i = 0; i < splitNumber; i++)
{
    var controls = getControls(TimeSpan.FromSeconds(dt_i * i), velocity);
    if (controls.Length() > 1)
        controls = controls / controls.Length();

    var acceleration = GetAcceleration(velocity, controls);

    position += velocity * dt_i + acceleration * dt_i * dt_i / 2;
    velocity += acceleration * dt_i;
}

return (position, velocity);
}
}

```

Область досяжності

```

public class ReachRegion
{
    private int NumberOfPoints = 24;
    private Configuration _configuration;
    private Drone _drone;
    public ReachRegion(Drone drone, Configuration configuration)
    {
        _drone = drone;
        _configuration = configuration;
        VerticalPoints = GetVerticalPoints(NumberOfPoints).ToArray();
        HorizontalPoints = GetHorizontalPoints(NumberOfPoints).ToArray();
    }

    public float GetVerticalArea()
    {
        return getArea(VerticalPoints, c => c.X, c => c.Z);
    }
    public float GetHorizontalArea()
    {
        return getArea(HorizontalPoints, c => c.X, c => c.Y);
    }

    private float getArea
(Vector3[] points, Func<Vector3, float> firstCoordinate, Func<Vector3, float> secondCoordinate)
    {
        float area = 0;
        for (int i = 0; i < points.Length; i++)
        {
            var next = points[(i + 1) % points.Length];
            var current = points[i];

            area += (firstCoordinate(next) - firstCoordinate(current))
* (secondCoordinate(next) + secondCoordinate(current)) / 2f;
        }
        return Math.Abs(area);
    }
}

```

```

}

public Vector3[] HorizontalPoints { get; private set; }
public Vector3[] VerticalPoints { get; private set; }

public void Update()
{
    HorizontalPoints = GetHorizontalPoints(NumberOfPoints).ToArray();
    VerticalPoints = GetVerticalPoints(NumberOfPoints).ToArray();
}

private IEnumerable<Vector3> GetHorizontalPoints(int pointsCount)
{
    return GetPoints(pointsCount, (angle) =>
new Vector3((float)Math.Cos(angle), (float)Math.Sin(angle), 0));
}

private IEnumerable<Vector3> GetVerticalPoints(int pointsCount)
{
    return GetPoints(pointsCount, (angle) =>
new Vector3((float)Math.Cos(angle), 0, (float)Math.Sin(angle)));
}

private IEnumerable<Vector3> GetPoints(int pointsCount, Func<float, Vector3> getControls)
{
    for (int i = 0; i < pointsCount; ++i)
    {
        float angle = (float)(2 * Math.PI * i / pointsCount);

        var controls = getControls(angle);

        (var positionChange, _) = _drone.Physics.CalculateTravelDistance
(_drone.Velocity, _configuration.PredictionTime, controls);
        yield return _drone.Position + positionChange;
    }
}
}
}

```

Прогнозування положення

```

public class LocationPrediction
{
    private Drone _drone;
    private Configuration _configuration;
    private StatesCollection _statesCollection;
    private const int _numberOfPrevPositions = 3;

    private int _prevStatesCount = 0;

    public LocationPrediction(
        Configuration configuration,
        Drone drone,
        StatesCollection statesCollection)
    {
        _configuration = configuration;
        _drone = drone;
        _statesCollection = statesCollection;
    }

    public Vector3 GetConstVelocityPosition() =>

```

```

_drone.Position + _drone.Velocity * (float)_configuration.PredictionTime.TotalSeconds;

    public Vector3 GetNoAccelerationPosition()
    {
        (var deltaPosition, _) = _drone.Physics.CalculateTravelDistance
(_drone.Velocity, _configuration.PredictionTime, Vector3.Zero);
        return _drone.Position + deltaPosition;
    }
    public Vector3 GetConstAccelerationPosition()
    {
        var states = _statesCollection.States.TakeLast(_numberOfPrevPositions).ToArray();
        var avgControls = states.Aggregate(Vector3.Zero, (acc, state) => acc + state.Controls) / states.Length;

        (var deltaPosition, _) = _drone.Physics.CalculateTravelDistance
(_drone.Velocity, _configuration.PredictionTime, avgControls);
        return _drone.Position + deltaPosition;
    }

    private float getForecastedValue
(StatesCollection.DroneState[] states, Func<StatesCollection.DroneState, double> dataSelector)
    {
        var data = Extreme.Mathematics.Vector.Create(states.Select(dataSelector).ToArray());
        if (data.All(d => data[0] == d))
            return (float)data[0];

        var model = new ArimaModel(data, 2, 1);
        model.Fit(new ParallelOptions { MaxDegreeOfParallelism = data.Length });
        return (float)model.Forecast();
    }
    private Vector3 getArimaAcceleration()
    {
        if (_statesCollection.StatesCount < 8)
            return _statesCollection.StatesCount > 0 ? _statesCollection.States.Last().Controls : Vector3.Zero;

        Extreme.License.Verify("15507-43223-46624-48443");

        var states = _statesCollection.States.ToArray();
        var coordinates =
            new Func<StatesCollection.DroneState, double>[3] { s => s.Controls.X, s => s.Controls.Y, s => s.Controls.Z }
                .AsParallel().AsOrdered().Select(dataSelector =>
                {
                    return getForecastedValue(states, dataSelector);
                })
                .ToArray();

        return new Vector3(coordinates[0], coordinates[1], coordinates[2]);
    }
    private Vector3 getARIMAposition()
    {
        (var deltaPosition, _) = _drone.Physics.CalculateTravelDistance
(_drone.Velocity, _configuration.PredictionTime, arimaAcceleration);
        return _drone.Position + deltaPosition;
    }

    private Vector3 arimaAcceleration;
    public Vector3 ArimaAccelerationPoint { get; private set; }

    public void Update()
    {
        if (_configuration.NeedARIMA)
            {

```

```
    if (_prevStatesCount != _statesCollection.StatesCount)
    {
        _prevStatesCount = _statesCollection.StatesCount;
        arimaAcceleration = getArimaAcceleration();
    }
    ArimaAccelerationPoint = getARIMAPosition();
}
}
```